F 1736 REFERÁLVA

R

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

1

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÂNE
St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 1 p. 1—212 Bucureşti 1965

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R. — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Ing. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Ing. V. PIMSNER;
Ing. C. A. VASILESCU;
Ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție.*

Prețul unui abonament este de 72 lei pe an.

Pentru a se asigura colecția completă și primirea la timp a revistei, reînoiți abonamentul dv. pe anul 1965.

În țară, abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa:

BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236

Revista apare de 4 ori pe an.

GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ

HOTĂRÎREA

Comitetului Central al Partidului Muncitoresc Romîn, a Consiliului de Stat şi a Consiliului de Miniştri ale Republicii Populare Romîne

Pentru eternizarea memoriei tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej, Comitetul Central al Partidului Muncitoresc Romîn, Consiliul de Stat şi Consiliul de Miniştri ale Republicii Populare Romîne

HOTĂRĂSC:

1. Se vor edita lucrările tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej.
2. Se va edita biografia tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej.
3. Statuia tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej va fi ridicată în oraşele Bucureşti şi Cluj.
4. Bustul tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej va fi aşezat la Comitetul Central al Partidului Muncitoresc Romîn, Marea Adunare Naţională a Republicii Populare Romîne, clubul C.F.R. „Griviţa Roşie" din oraşul Bucureşti şi la Casa de cultură din oraşul Galaţi.
5. Pe clădirile legate de activitatea tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej în perioada ilegalităţii vor fi aşezate plăci comemorative.
6. La Muzeul de Istorie a Partidului din oraşul Bucureşti se va organiza o sală memorială, consacrată vieţii şi activităţii tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej.
7. Se va institui bursa republicană „Gheorghe Gheorghiu-Dej", care va fi acordată celor mai merituoşi studenţi.
8. Se va atribui numele „Gheorghe Gheorghiu-Dej":
   a) Oraşului Oneşti
   b) Combinatului siderurgic Galaţi
   c) Hidrocentralei „16 Februarie" de pe Argeş
   d) Combinatului chimico-metalurgic din Baia Mare
   e) Institutului Politehnic din Bucureşti
   f) Casei de cultură a studenţilor din Cluj
   g) Unei şcoli medii de cultură generală din oraşul Bîrlad
   h) Unui bulevard şi unei pieţe din oraşul Bucureşti, precum şi unor pieţe şi străzi din alte oraşe importante din ţară.
9. Se va emite un timbru memorial cu efigia tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej.

COMITETUL CENTRAL
AL PARTIDULUI MUNCITORESC ROMÎN

CONSILIUL DE STAT
AL REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

CONSILIUL DE MINIŞTRI
AL REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

Tomul 15, nr. 1 1965

SUMAR

Pag.

Hotărîrea Comitetului Central al Partidului Muncitoresc Romîn, a Consiliului de Stat şi a Consiliului de Miniştri ale Republicii Populare Romîne . . . III

Electroenergetică şi electrotehnică

ALEXANDRU TIMOTIN, O metodă de iteraţie pentru studiul efectului pelicular în bare drepte . . . 3

CONSTANTIN NEMOIANU, Refularea curentului armonic de aducţie în conductoare masive cu simetrie plană în contact liniar . . . 31

AUGUSTIN MORARU, Contribuţii la teoria micromotorului sincron cu poli aparenţi pe stator şi pe rotor . . . 47

MATEI MARINESCU, Despre transformarea directă a forţelor electromagnetice pulsatorii în forţe alternative. Perspectivele dezvoltării motoarelor liniare de tip electromagnetic . . . 63

Termoenergetică şi termotehnică

D. GRECOV şi I. IORDACHE, Determinarea lungimii flăcărilor difuziv turbulente în cazul jeturilor însoţite . . . 73

N. ANTONESCU şi I. RĂDULESCU, Distanţa de acroşare a frontului de flacără la stabilizare pe grile . . . 83

A. PAVEL, Contribuţii la calculul schimbătoarelor de căldură cu strat fluidizat . . . 103

VICTOR PIMSNER şi CĂLIN ADRIAN VASILESCU, Probleme ale tipizării agregatelor de supraalimentare ale motoarelor cu aprindere prin compresiune . . . 121

VICTOR PIMSNER, Asupra unei metode de determinare a caracteristicii universale a compresorului centrifug . . . 137

CĂLIN ADRIAN VASILESCU şi VICTOR PIMSNER, Asupra unei condiţii de minim a temperaturii gazelor de ardere la motoarele cu aprindere prin compresiune supraalimentate . . . 147

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, Calculul evoluţiei de ardere la motorul cu aprindere prin scînteie cu ajutorul diagramelor termodinamice . . . 153

C. HAIDUC, Influenţa indicilor tehnici-economici asupra temperaturii optime a apei de alimentare şi a numărului optim de preîncălzitori regenerativi în treapta nucleară a centralelor atomoelectrice combinate cu reactori cu apă sub presiune 163

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 1 p. 1–212 Bucureşti 1965

Pag.

Note

MIHU BÎRGĂUANU, DUMITRU CREŢU, POMPILIU OPRIŞAN şi NICOLAE TĂTARU, Modelarea analogică a motorului sincron în regimuri tranzitorii electromagnetice şi dinamice 177

V. V. GHIA, L. COSTEA, E. FERCALĂ şi S. TĂBĂCARU, Asupra arderii şi radiaţiei flăcării la arzătoarele turbionare cu pulverizare mixtă 187

VALENTINA BĂLAN, Factorii determinanţi ai oxireactivităţii cu aplicaţii la unii combustibili solizi din R.P.R. 195

Recenzii 205

Index alfabetic, 1964 209

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

O METODĂ DE ITERAŢIE PENTRU STUDIUL EFECTULUI PELICULAR ÎN BARE DREPTE[1])

DE

ALEXANDRU TIMOTIN

537.311.5

În lucrare se prezintă o metodă de studiu a problemelor de efect pelicular în conductoare cilindrice drepte de secţiune oarecare, eventual în sisteme de astfel conductoare paralele, suficient de lungi pentru a avea un cîmp magnetic plan paralel.

Metoda aparţine clasei de metode bazate pe utilizarea sistemelor ortogonale şi complete de funcţii proprii, în care soluţia unei probleme la limită se caută sub forma unei suprapuneri de funcţii care satisfac condiţiile pe frontieră, dar nu verifică fiecare în parte ecuaţia cu derivate parţiale a problemei. Coeficienţii care înmulţesc aceste funcţii sînt determinaţi astfel încît soluţia obţinută prin suprapunerea lor să satisfacă ecuaţia. Metoda este aproximativă, deoarece impune forma unei linii de cîmp care înlănţuie conductorul considerat la o distanţă suficient de mare. Eroarea astfel introdusă, poate fi însă evaluată şi poate fi făcută suficient de mică prin alegerea adecvată a dimensiunilor liniare şi a proporţiei acestei linii de cîmp. Metoda este aplicată la bara de secţiune dreptunghiulară, rezolvarea sistemului de ecuaţii obţinut făcîndu-se prin iteraţie.

Studiul efectului pelicular în conductoare a făcut şi face obiectul a numeroase cercetări teoretice şi experimentale (vezi trimiteri la literatură în [1]), care dezvoltă sau verifică metode de aproximaţie, existînd un număr extrem de mic de probleme rezolvabile exact.

În această lucrare se prezintă o metodă de studiu a problemelor de efect pelicular în conductoare cilindrice drepte de secţiune oarecare, eventual în sisteme de astfel de conductoare paralele suficient de lungi pentru a avea un cîmp magnetic plan-paralel.

[1]) Articol apărut şi în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." **10**, *1* (1965).

Metoda aparţine clasei de metode bazate pe utilizarea sistemelor ortogonale şi complete de funcţii proprii, metode care au făcut în ultimii ani obiectul unor cercetări sistematice în cadrul activităţii ştiinţifice a catedrei de electrotehnică a Institutului politehnic din Bucureşti, sub îndrumarea şefului catedrei, acad. prof. dr. Remus Răduleţ. În particular, această metodă aparţine grupului de metode în care soluţia unei probleme la limită se caută sub forma unei suprapuneri de funcţii ce satisfac condiţiile pe frontieră, dar nu verifică fiecare în parte ecuaţia cu derivate parţiale a problemei, coeficienţii care înmulţesc aceste funcţii fiind determinaţi astfel încît soluţia obţinută prin suprapunere să satisfacă această ecuaţie. Metoda este aproximativă, întrucît aproximează forma unei linii de cîmp care înlănţuie conductorul, considerat la o distanţă suficient de mare, printr-un contur dreptunghiular. Eroarea astfel introdusă poate fi însă controlată şi făcută suficient de mică prin alegerea adecvată a dimensiunilor liniare şi a proporţiei acestui contur, a cărui formă particulară optimă se va dovedi a fi cea pătrată.

Deşi conduce la calcule numeroase (dar elementare), care în general impun să se apeleze la calculatoare electronice, metoda este sistematică, necesită o programare simplă şi se poate aplica sau extinde la numeroase probleme, la care alte metode aproximative duc la erori incontrolabile.

În această lucrare se va prezenta metoda generală cu deducerea formulelor de calcul pentru factorul în curent alternativ al rezistenţei, particularizate pentru bara dreptunghiulară. Se va analiza eroarea sistematică introdusă şi se va prezenta un exemplu de calcul concret.

1. PUNEREA PROBLEMEI

Se consideră un conductor cilindric drept, avînd conturul Γ al secţiunii transversale de formă oarecare (fig. 1), infinit lung, *neferomagnetic*, parcurs de curentul armonic luat origine de fază :

$$i = I\sqrt{2}\sin\omega t, \quad \underline{I} = I, \tag{1}$$

avînd frecvenţa $f = \omega/2\pi$. Fie S aria secţiunii transversale D_i a conductorului, σ conductivitatea şi $\mu \approx \mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ H/m permeabilitatea lui magnetică. Mediul înconjurător este perfect izolant ($\sigma = 0$) şi are aceeaşi permeabilitate magnetică μ_0.

Cîmpul magnetic cvasistaţionar al acestei bare conductoare parcurse de curent longitudinal (cu linii de curent normale pe planul figurii în sensul axei Oz) este plan paralel şi are liniile de cîmp conţinute în planul figurii. El derivă dintr-un potenţial magnetic vector cu o singură componentă nenulă (după direcţia Oz a liniilor de curent), de asemenea plan paralel[1].

Folosind reprezentarea în complex a vectorilor-cîmp armonici (indicată prin sublinierea simbolurilor valorilor efective corespunzătoare), se pot scrie ecuaţiile :

$$\underline{\boldsymbol{H}} = \frac{1}{\mu_0}\operatorname{rot}\underline{\boldsymbol{A}} = \frac{1}{\mu_0}\operatorname{grad}\underline{A}\times\boldsymbol{k} \tag{2}$$

$$\operatorname{div}\underline{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{k}\operatorname{grad}\underline{A} = \frac{\partial\underline{A}}{\partial z} = 0 \tag{3}$$

în care

$$\underline{\boldsymbol{H}} = \underline{\boldsymbol{H}}(x, y) = \boldsymbol{i}\, \underline{H}_x(x, y) + \boldsymbol{j}\, H_y(x, y)$$

e intensitatea cîmpului magnetic, iar

$$\underline{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{k}\, \underline{A}(x, y) \tag{4}$$

e potențialul magnetic vector.

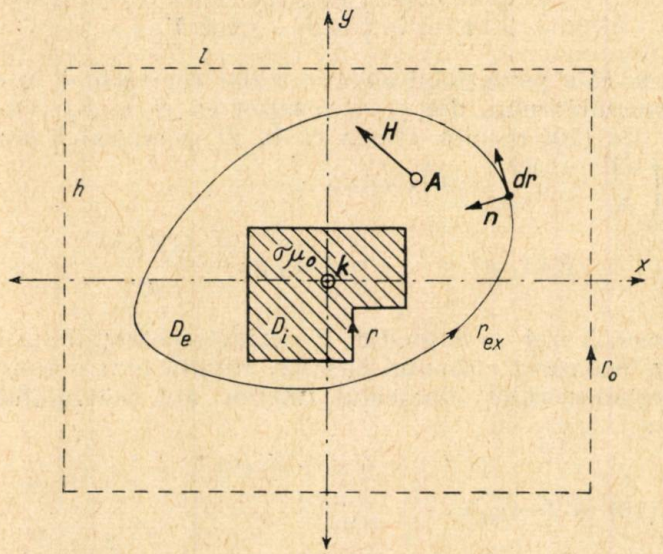


Fig. 1

Conform legii circuitului magnetic, densitatea de curent e dată de relația

$$\underline{\boldsymbol{J}} = \text{rot}\ \underline{\boldsymbol{H}} = -\frac{1}{\mu_0} \Delta\, \underline{\boldsymbol{A}} \tag{5}$$

și e dirijată, ca și $\underline{\boldsymbol{A}}$, după axa Oz,

$$\underline{\boldsymbol{J}} = \boldsymbol{k}\, \underline{J}(x, y) \text{ cu } \underline{J} = -\frac{1}{\mu_0} \underline{\boldsymbol{A}}. \tag{6}$$

Conform legii conducției electrice, cîmpul electric *din interiorul* conductorului, $\underline{\boldsymbol{E}}$, e omoparalel cu $\underline{\boldsymbol{J}}$ și este și el plan paralel:

$$\underline{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{k}\, \underline{E}(x, y) = \boldsymbol{k}\, \frac{1}{\sigma} \underline{J}(x, y) \tag{7}$$

$$\underline{E} = \frac{1}{\sigma} \underline{J}(x, y) = -\frac{1}{\sigma\, \mu_0} \Delta\, \underline{A} \tag{8}$$

adică

$$\Delta \underline{A} = -\mu_0 \underline{J} = -\mu_0 \sigma \underline{E} \tag{9}$$

În exteriorul conductorului cîmpul electric nu mai e, în general, plan paralel. După cum vom vedea însă, studiul efectului pelicular din conductor nu necesită cunoaşterea lui $\underline{E}$ în afara conductorului.

De altă parte, din legea inducţiei electromagnetice, exprimată cu ajutorul potenţialului magnetic vector, rezultă :

$$\underline{E} = -\mathrm{j}\,\omega\,\underline{A} - \mathrm{grad}\,\underline{V} \tag{10}$$

unde $\underline{V}(x, y, z)$ e potenţialul electric scalar reprezentat în complex. În interiorul conductorului, din (7) a rezultat că $\underline{E}_x = \underline{E}_y = 0$. Cum $\underline{A}_x = \underline{A}_y = 0$, din (10) rezultă atunci că în D_i potenţialul scalar depinde numai de $z\left(\frac{\partial \underline{V}}{\partial x} = \frac{\partial \underline{V}}{\partial y} = 0\right)$, adică :

$$\underline{E}(x, y) = -\mathrm{j}\,\omega\,\underline{A}(x, y) - \frac{\mathrm{d}\underline{V}(z)}{\mathrm{d}z} \tag{11}$$

Deoarece $\underline{E}$ şi $\underline{A}$ nu depind de z, derivata potenţialului scalar, adică componenta scalară a cîmpului electric, rezultă a fi o constantă $\underline{C}$. În interiorul conductorului (domeniul interior D_i) potenţialul scalar are deci forma :

$$\underline{V}(z) = \underline{C}\,z + \underline{V}(0) \tag{12}$$

iar relaţia (10) ia forma :

$$\underline{E}(x, y) = -\mathrm{j}\,\omega\,\underline{A}(x, y) - \underline{C} = \frac{\underline{J}}{\sigma} \tag{13}$$

în care constanta $\underline{C}$ depinde de alegerea originii potenţialului magnetic vector, *pe care o lăsăm deocamdată arbitrară.* Putem însă exprima această constantă în funcţie de valoarea medie a potenţialului vector $\underline{\tilde{A}}$ pe secţiunea conductorului :

$$\underline{\tilde{A}} = \frac{1}{S}\int_{D_i} \underline{A}(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \tag{14}$$

dacă luăm media ecuaţiei (13) şi observăm că valoarea medie a intensităţii cîmpului electric e univoc determinată de intensitatea $I = J_0 S$ dată a curentului din conductor (cu densitatea medie J_0) :

$$\underline{\tilde{E}} = \frac{1}{S}\int_{D_i} \underline{E}(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = \frac{1}{\sigma S}\int_{D_i} \underline{J}(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = \frac{I}{\sigma S} = -\mathrm{j}\,\omega\,\underline{\tilde{A}} - \underline{C}$$

Se obţine astfel relaţia :

$$\underline{C} = -\mathrm{j}\,\omega\,\underline{\tilde{A}} - \underline{\tilde{E}} = -\mathrm{j}\,\omega\,\underline{\tilde{A}} - \frac{J_0}{\sigma} \qquad (J_0 = I/S) \tag{15}$$

iar (13) devine :

$$\underline{E}(x, y) = \frac{J_0}{\sigma} - j\omega(\underline{A}(x, y) - \widetilde{\underline{A}})$$

astfel că densitatea de curent e dată de expresia

$$\underline{J}(x, y) = \sigma \underline{E}(x, y) = J_0 - j\omega\sigma(\underline{A}(x, y) - \widetilde{\underline{A}}) \tag{16}$$

care nu mai depinde de alegerea originii potențialului vector. Cu (9) și (16) se determină ecuația lui Helmholtz (neomogenă) pentru potențialul magnetic vector în interiorul conductorului

$$\boxed{\Delta \underline{A}(x, y) = j\omega\mu_0\sigma(\underline{A}(x, y) - \widetilde{\underline{A}}) - \mu_0 J_0} \quad \text{cu } (x, y) \in D_i. \tag{17}$$

În exteriorul conductorului (domeniul exterior D_e), $\sigma = 0$, $\underline{J} = 0$ și potențialul vector satisface ecuația lui Laplace :

$$\boxed{\Delta \underline{A}(x, y) = 0} \quad \text{cu } (x, y) \in D_e. \tag{18}$$

Studiul efectului pelicular în conductorul cilindric considerat implică rezolvarea unei probleme la limită care constă în determinarea funcției $\underline{A}(x, y)$ ce satisface ecuațiile (17) și (18), este continuă pe conturul Γ care separă cele două domenii împreună cu primele ei derivate (deoarece div $\underline{A} = 0$, $|\text{rot } \underline{A}| < \infty$, $|\text{rot rot } \underline{A}| = |\mu_0 J| < \infty$) și ia pe frontiera domeniului exterior D_e (eventual extins pînă la infinit) anumite valori (eventual anumite expresii asimptotice).

Nu se cunoaște o soluție exactă, explicită a acestei probleme decît pentru secțiuni de forme cu totul particulare ale conductorului (secțiunea circulară și secțiunea dreptunghiulară infinit înaltă : placa [2]).

Dacă această problemă ar fi rezolvată și funcția $\underline{A}(x, y)$ ar fi determinată, cu (16) și (2) s-ar putea determina univoc cîmpurile $\underline{E}(x, y)$, $\underline{J}(x, y)$ în interiorul conductorului (în D_i) și cîmpul magnetic $\underline{H}(x, y)$ în exterior și în interior.

2. FACTORUL ÎN ALTERNATIV

Pentru metoda dezvoltată în acea stă lucrare vom stabili o nouă expresie a factorului de creștere în curent alternativ a rezistenței conductoarelor, adică a raportului

$$k_a = \frac{R}{R_0} = \frac{P}{P_0} = \frac{P}{I^2} \frac{\sigma S}{L} \tag{19}$$

în care R e rezistența în curent alternativ, $R_0 = \dfrac{L}{\sigma S}$ rezistența în curent continuu, $P_0 = R_0 I^2$ puterea disipată în conductor în curent continuu, iar $P = R I^2$ puterea activă (medie) disipată în conductor în curent

alternativ. Această putere e calculabilă ca parte reală a fluxului vectorului Poynting complex printr-o suprafață cilindrică dreaptă Σ, care conține în interior o porțiune de lungime L a conductorului, fiind compusă din suprafața laterală S_{lat} (sprijinită pe o curbă Γ_{ex} ce înlănțuie prin exterior conductorul) și două baze S_b' (în planul $z = L$) și S_b (în planul $z = 0$):

$$P = \mathcal{R}e\left\{\oint_{\Sigma} (\underline{E} \times \underline{H}^*)\, n\, \mathrm{d}A\right\} \tag{20}$$

Această relație, în care asteriscul indică conjugata complexă, iar n e normala interioară, se poate transforma ținînd seama de relațiile (10), (4) și (5) și utilizînd identitatea rot $(\underline{V}\,\underline{H}) = \text{grad}\,\underline{V} \times \underline{H} + \underline{V}$ rot $\underline{H}$. Se obține :

$$P = \mathcal{R}e\left\{\oint_{\Sigma} - \mathrm{j}\,\omega\, A\, (k \times \underline{H}^*)\, n\, \mathrm{d}A - \oint_{\Sigma} \text{rot}\,(\underline{V}\,\underline{H}^*)\, n\, \mathrm{d}A + \right.$$
$$\left. + \oint_{\Sigma} \underline{V}\,\underline{J}^*\, n\, \mathrm{d}A\right\} \tag{21}$$

În prima integrală, integrandul e diferit de zero numai pe suprafața laterală (deoarece pe bazele S_b și S_b' versorii k și n sînt paraleli sau antiparaleli); în punctele acestei suprafețe se poate lua ca element de arie o fîșie elementară cuprinsă între două generatoare infinit apropiate ale lui S_{lat}, astfel că $\mathrm{d}A = L\,|\mathrm{d}r|$, iar

$$(k \times \underline{H}^*)\, n\, \mathrm{d}A = \underline{H}^*\, (n \times k)\, \mathrm{d}A = L\,\underline{H}^*\, \mathrm{d}r. \tag{22}$$

Prima integrală se reduce astfel la o integrală pe conturul Γ_{ex} în sensul asociat, după regula burghiului drept, sensului versorului k al curentului (respectiv al axei Oz).

A doua integrală e identic nulă oricare ar fi suprafața închisă Σ, deoarece div rot $\equiv 0$.

În a treia integrală, integrandul, proporțional cu densitatea de curent $\underline{J}$, e diferit de zero numai pentru bazele S_b și S_b', și anume numai pentru părțile lor care intercepteză conductorul, adică numai în D_i; această integrală se simplifică și mai mult ținînd seama de (12) și observînd că în S_b avem $n = k$ și $\underline{V}(z) = \underline{V}(0)$ iar în S_b' avem $n = -k$ și $\underline{V}(z) = \underline{C} + \underline{V}(0)$. Cu aceste precizări, expresia (21) a puterii P devine

$$P = \mathcal{R}e\left\{- L\,\mathrm{j}\,\omega \oint_{\Gamma_{ex}} \underline{A}\,\underline{H}^*\, \mathrm{d}r - L\,\underline{C} \int_{S_b} \underline{J}^*\, n\, \mathrm{d}A\right\}$$

Ținînd seama că ultima integrală are valoarea

$$\int_{S_b} \underline{J}^*\, n\, \mathrm{d}A = \int_{D_i} \underline{J}^* \mathrm{d}A = \underline{I}^* = \oint_{\Gamma_{ex}} \underline{H}^*\, \mathrm{d}r \tag{22'}$$

și că $\underline{C}$ e dat de (15), se obține

$$P = \mathcal{R}e\left\{- L\,\mathrm{j}\,\omega \oint_{\Gamma_{ex}} (\underline{A} - \widetilde{\underline{A}})\, \underline{H}^*\, \mathrm{d}r + \frac{L\, I^2}{\sigma S}\right\} \tag{23}$$

Cu această expresie, factorul în alternativ k_a, dat de relația (19), capătă expresia

$$k_a = 1 + \frac{\sigma S}{I^2} \Re e \left\{ - \mathrm{j}\,\omega \oint_{\Gamma_{ex}} (\underline{A} - \underline{\widetilde{A}})\, \underline{H}^* \, \mathrm{d}r \right\}$$

sau

$$\boxed{k_a = 1 + \frac{\sigma\, \omega\, S}{I^2} \mathcal{J}_m \left\{ \oint_{\Gamma_{ex}} (\underline{A} - \underline{\widetilde{A}})\, \underline{H}^* \, \mathrm{d}r \right\}} \tag{24}$$

Această expresie e generală, curba Γ_{ex} îndeplinind unica condiție de a înlănțui întreg conductorul. *Dacă însă există linii de cîmp în exteriorul conductorului cu configurație invariabilă în timp*, se poate lua o astfel de linie Γ_0 drept curbă de integrare. În lungul unei linii de cîmp, potențialul vector al cîmpului plan paralel H e însă constant și egal cu o anumită valoare $\underline{A}_0 = k\,\underline{A}_0$. În aceste condiții, cu (22) și cu $I^2 = \underline{I}\,\underline{I}$ expresia factorului în alternativ devine :

$$\boxed{k_a = 1 + \mathcal{J}_m \left\{ \omega\, \sigma\, S \frac{\underline{A}_0 - \underline{\widetilde{A}}}{I} \right\}} \tag{25}$$

Așa cum era necesar, această expresie nu depinde de constanta arbitrară din expresia potențialului vector.

3. METODA UTILIZATĂ

Pentru a rezolva (cu o anumită aproximație) problema considerată, vom admite că la o distanță suficient de mare de bara conductoare considerată există o linie de cîmp magnetic Γ_0 de formă dreptunghiulară, invariabilă în timp, care înlănțuie bara (fig. I) cu dimensiunile $2l \times 2h$. Din punct de vedere fizic ne putem aștepta cu o astfel de ipoteză, referitoare la forma liniilor de cîmp la distanță suficient de mare de conductor, să nu influențeze în mod esențial repartiția densității de curent în interiorul conductorului. Analiza cantitativă a erorii astfel introduse se poate face și se poate obține o apreciere a ordinului de mărime a acestei erori. Vom lua egală cu zero valoarea (constantă) a potențialului vector pe Γ_0 și vom obține condiția la limită

$$\underline{A}\,(x,\ y) = \underline{A}_0 = 0, \qquad \text{cu } (x,\ y) \in \Gamma_0 \tag{26}$$

și următoarea expresie a factorului în alternativ (25)

$$k_a = 1 + \mathcal{J}_m \left\{ - \frac{\omega\, \sigma\, S}{I} \underline{\widetilde{A}} \right\} \tag{27}$$

Potențialul vector e deci o funcție armonică în D_e pe a cărui frontieră exterioară Γ_0 se anulează, continuă pe Γ_0 și care satisface în D_i ecuația (17).

Pentru a lucra cu mărimi adimensionale, vom scrie potențialul vector sub forma :

$$\underline{A}(x, y) = \mu_0 I \underline{a}(x, y) \tag{28}$$

în care $\underline{a}$ e *potențialul vector adimensional.* Vom căuta acest potențial adimensional sub forma unei dezvoltări în serie dublă Fourier generalizată :

$$\underline{a}(x, y) = \sum_m \sum_n \underline{D}_{mn} \Phi_{mn}(x, y) = \frac{\underline{A}(x, y)}{\mu_0 I} \tag{29}$$

în care $\Phi_{mn}(x, y)$ sînt funcțiile unui sistem complet, ortogonal și normat în $D = D_i \cup D_e$. *Condiția de ortogonalizare și normalizare* a acestor funcții va fi scrisă cu ponderea $\frac{1}{lh}$ pentru a păstra adimensionalitatea :

$$\frac{1}{lh} \int_D \Phi_{mn}(x, y) \cdot \Phi_{ik}(x, y) \cdot dx\, dy = \delta_{mn}\, \delta_{ik} \tag{30}$$

(cu $\delta_{rs} = 0$ dacă $r \neq s$ și $\delta_{rr} = 1$), iar funcțiile $\Phi_{mn}(x, y)$ vor satisface condiția de frontieră (26)

$$\Phi_{mn}(x, y) = 0, \text{ dacă } (x, y) \in \Gamma_0. \tag{31}$$

În felul acesta, potențialul vector satisface condiția de frontieră, rămînînd să se determine coeficienții D_{mn} astfel încît el să verifice și ecuațiile (10) și (11). Dacă potențialul vector ar fi cunoscut, acești coeficienți ar fi calculabili cu relațiile cunoscute [4] :

$$D_{mn} = \frac{1}{hl} \int_D \underline{a}(x, y) \cdot \Phi_{mn}(x, y)\, dx\, dy \tag{32}$$

verificabile ușor prin introducerea expresiei (29), cu (30).

Se știe că un ansamblu de funcții ortogonale și normate constituie un sistem complet dacă sînt *toate* funcțiile proprii ale unui operator liniar autoadjunct, definit în D. În cazul de față vom lucra cu funcțiile proprii ale operatorului lui Laplace :

$$\Delta \Phi_{mn} = \frac{\partial^2 \Phi_{mn}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_{mn}}{\partial y^2} = -\lambda_{mn}^2 \Phi_{mn} \tag{33}$$

cu condiția de frontieră (31). Din cauza formei extrem de simple a domeniului $D = D_i \cup D_e$, ecuația (33) se rezolvă fără dificultăți prin separarea variabilelor. Funcțiile proprii rezultă funcții trigonometrice. Din condiția (31) rezultă că ele au perioadele $4l$ și $4h$, și anume pentru n și m pare sînt sinusuri, iar pentru n și m impare sînt cosinusuri.

Cu condiția de ortogonalizare (30) se determină și constanta multiplicativă din fața acestor funcții, care rezultă de formele :

$$\left.\begin{aligned}
&m=2i, \quad n=2k; \quad \Phi_{mn}=\Phi_{2i,2k}=\sin 2i\,\frac{\pi x}{2l}\cdot\sin 2k\,\frac{\pi y}{2h}\\
&m=2i+1,\ n=2k; \quad \Phi_{mn}=\Phi_{2i+1,2k}=\cos(2i+1)\,\frac{\pi x}{2l}\cdot\sin 2k\,\frac{\pi y}{2h}\\
&m=2i,\ n=2k+1; \quad \Phi_{mn}=\Phi_{2i,2k+1}=\sin 2i\,\frac{\pi x}{2l}\cdot\cos(2k+1)\,\frac{\pi y}{2h}\\
&m=2i+1,\ n=2k+1; \quad \Phi_{mn}=\Phi_{2i+1,2k+1}=\cos(2i+1)\,\frac{\pi x}{2l}\cdot\cos(2k+1)\,\frac{\pi y}{2h}
\end{aligned}\right\} \tag{34}$$

Aceste funcții proprii sînt reale și corespund unor valori proprii reale și pozitive,

$$\lambda_{mn}=\sqrt{m^2\frac{\pi^2}{4l^2}+n^2\frac{\pi^2}{4h^2}}>0 \tag{35}$$

cu $m,\ n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$
adică

$$\Delta\Phi_{mn}=-\frac{\pi^2}{4lh}\left(m^2\frac{h}{l}+n^2\frac{l}{h}\right)\Phi_{mn} \tag{36}$$

Ecuațiile (17) și (18) ale potențialului vector pot fi strînse în ecuația unică de mai jos, scrisă pentru potențialul vector adimensional a :

$$\Delta\underline{a}\,(x,y)=\psi\,(x,y)=\begin{cases}\underline{\gamma}^2\,(\underline{a}\ (x,y)-\widetilde{\underline{a}})-\dfrac{1}{S}, & \text{dacă } (x,\ y)\in D_i\\ 0 \qquad\qquad\qquad\quad , & \text{dacă } (x,\ y)\in D_e\end{cases} \tag{37}$$

în care :

$$\underline{\gamma}^2=\mathrm{j}\,\omega\,\mu_0\,\sigma=\mathrm{j}\,2\alpha^2=(1+\mathrm{j})^2\,\alpha^2 \tag{38}$$

cu

$$\alpha=\sqrt{\frac{\omega\,\mu_0\,\sigma}{2}}=\frac{1}{\delta} \tag{38'}$$

δ fiind valoarea adîncimii echivalente de pătrundere în conductor, iar

$$\widetilde{\underline{a}}=\frac{1}{\mu_0 I}\widetilde{\underline{A}}=\frac{1}{S}\int_{D_i}\underline{a}\,(x,\ y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \tag{39}$$

Funcția $\psi\,(x,\ y)$ poate fi și ea dezvoltată în raport cu același sistem de funcții ortogonale :

$$\psi\,(x,\ y)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\underline{E}_{mn}\,\Phi_{mn}\,(x,\ y) \tag{40}$$

cu coeficienţii

$$\underline{E}_{mn} = \frac{1}{lh}\int_D \psi\, \Phi_{mn}\, dx\, dy =$$

$$= \frac{1}{lh}\underline{\gamma}^2 \int_{D_i} \underline{a}\, \Phi_{mn}\, dx\, dy - \left(\frac{\underline{\gamma}^2}{lh}\,\tilde{\underline{a}} + \frac{1}{lhS}\right)\int_{D_i} \Phi_{mn}\, dx\, dy$$

deoarece în D_e avem $\psi = 0$. Înlocuind pe $\underline{a}$ din (29), rezultă :

$$\underline{E}_{mn} = \frac{\underline{\gamma}^2}{lh}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} \underline{D}_{ik}\int_{D_i} \Phi_{ik}\,\Phi_{mn}\, dx\, dy - \frac{\underline{\gamma}^2\, S\,\tilde{\underline{a}} + 1}{lh}\,\frac{1}{S}\int_{D_i} \Phi_{mn}\, dx\, dy \quad (41)$$

Introducem notaţiile :

$$\boxed{\Delta_{mn} = \widetilde{\Phi}_{mn} = \frac{1}{S}\int_{D_i} \Phi_{mn}\, ds\, dy} \quad (42)$$

şi

$$\boxed{\Theta_{mn}^{ik} = \widetilde{\Phi_{ik}\,\Phi_{mn}} = \frac{1}{S}\int_{D_i} \Phi_{ik}\,\Phi_{mn}\, dx\, dy} \quad (43)$$

şi

$$\boxed{\varepsilon_{mn}^{ik} = \widetilde{\Phi_{ik}\,\Phi_{mn}} - \widetilde{\Phi}_{ik}\,\widetilde{\Phi}_{mn} = \Theta_{mn}^{ik} - \Delta_{ik}\,\Delta_{mn}} \quad (44)$$

cu integrări efectuate *numai* asupra domeniului interior.

Cu aceste notaţii, coeficientul $\underline{E}_{mn}$ din (40) se scrie :

$$\underline{E}_{mn} = \frac{\underline{\gamma}^2\, S}{lh}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} \underline{D}_{ik}\,\Theta_{mn}^{ik} - \frac{1 + \underline{\gamma}^2\, S\,\tilde{\underline{a}}}{lh}\,\Delta_{mn} \quad (45)$$

Introducînd dezvoltările (29) şi (40) în ecuaţia (37) şi ţinînd seama de (36), se obţine egalitatea

$$-\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \underline{D}_{mn}\left(m^2\,\frac{h}{l} + n^2\,\frac{l}{h}\right)\frac{\pi^2}{4lh}\,\Phi_{mn}(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \underline{E}_{mn}\,\Phi_{mn}$$

Dar două serii Fourier pot fi egale numai dacă coeficienţii sînt egali. Cu (45) se obţine atunci *un sistem cu o dublă infinitate de ecuaţii* ($n, m = 1, 2, \ldots, \infty$) *şi de necunoscute* $\underline{D}_{ik}$ ($i, k = 1, 2, \ldots, \infty$) :

$$(1 + \underline{\gamma}^2\, S\,\tilde{\underline{a}})\,\Delta_{mn} - \underline{\gamma}^2\, S\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} \underline{D}_{ik}\,\Theta_{mn}^{ik} = D_{mn}\left(m^2\,\frac{h}{l} + n^2\,\frac{l}{h}\right)\frac{\pi^2}{4} \quad (46)$$

În aceste ecuaţii apare mărimea constantă $\tilde{\underline{a}}$, care depinde de necunoscutele D_{mn} conform cu (29) şi (39). Se obţine :

$$\tilde{\underline{a}} = \frac{1}{S}\int_{D_i} \underline{a}\, dx\, dy = \sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} \underline{D}_{ik}\,\frac{1}{S}\int_{D_i} \Phi_{ik}\, dx\, dy$$

sau, cu notația (42)

$$\underline{\tilde{a}} = \frac{\underline{\tilde{A}}}{\mu_0 I} = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \underline{D}_{ik} \Delta_{ik} \tag{47}$$

Înlocuind această expresie în sistemul (29), se obține cu (44) și (38) sistemul dublu infinit de ecuații ($m, n = 1, 2, \ldots,$);

$$\Delta_{mn} - \mathrm{j}\, 2\, \alpha^2 S \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon_{mn}^{ik} \underline{D}_{ik} = \frac{\pi^2}{4} \underline{D}_{mn} \left(m^2 \frac{h}{l} + n^2 \frac{l}{h} \right) \tag{48}$$

satisfăcute de necunoscutele $\underline{D}_{ik}$.

Dacă acest sistem ar putea fi rezolvat, am putea determina factorul în alternativ cu relația (27), în care ținem seama de (47) :

$$k_a = 1 + \Im_m \left\{ - \omega \sigma \mu_0 S \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{D}_{mn} \Delta_{mn} \right\}$$

sau, deoarece $\omega \mu_0 \sigma = 2\alpha^2$,

$$k_a = 1 + 2\alpha^2 S \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \Delta_{mn} \Im_m \left\{ - \underline{D}_{mn} \right\} \tag{49}$$

Cu (16), (28), (29) și (47), densitatea de curent rezultă :

$$\underline{J}(x, y) = J_0 \left[1 - \mathrm{j}\, 2\alpha^2 S \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{D}_{mn} (\Phi_{mn}(x,y) - \Delta_{mn}) \right] \tag{50}$$

unde $J_0 = I/S$ e densitatea de curent medie (corespunzătoare repartiției de curent continuu), iar $2\alpha^2 = \omega \mu_0 \sigma$.

4. METODA DE ITERAȚIE

Sistemul dublu infinit de ecuații (47) poate fi rezolvat cu aproximația dorită prin iterație. Deoarece $2\alpha^2 = \omega \mu_0 \sigma$, necunoscutele $\underline{D}_{mn}$ vor fi funcții de pulsația ω. Aceste necunoscute vor putea fi dezvoltate în serie de puteri de forma :

$$\underline{D}_{mn}(\omega) = \underline{D}_{mn}(0) + \frac{\omega}{1!} \left(\frac{\mathrm{d} \underline{D}_{mn}}{\mathrm{d}\omega} \right)_0 + \frac{\omega^2}{2!} \left(\frac{\mathrm{d}^2 \underline{D}_{mn}}{\mathrm{d}\omega^2} \right)_0 + \ldots$$

sau

$$\underline{D}_{mn}(\omega) = \underline{D}_{mn}^{(0)} + \underline{D}_{mn}^{(1)} + \underline{D}_{mn}^{(2)} + \ldots \tag{51}$$

în care indicii din parantezele de la exponent ai termenilor sînt egali cu puterea lui ω cu care termenii respectivi sînt proporționali :

$$\underline{D}_{mn}^{(p)} = \omega^p \frac{1}{p!} \left(\frac{\mathrm{d}^p \underline{D}_{mn}}{\mathrm{d}\omega^p} \right)_{\omega = 0} \qquad (p = 0, 1, 2, \ldots)$$

Înlocuind dezvoltarea (51) în (48), ținînd seama că Δ_{mn} și ε_{mn}^{ik} nu depind de pulsație și egalînd în ambii membri coeficienții aceleiași puteri a pulsației, obținem șirul de egalități de mai jos :

$$\left.\begin{aligned}
\Delta_{mn} &= \frac{\pi}{4}\underline{D}_{mn}^{(0)}\left(m^2\frac{h}{l}+n^2\frac{l}{h}\right)\\
-2\mathrm{j}\,\alpha^2 S\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\varepsilon_{mn}^{ik}\underline{D}_{mn}^{(0)} &= \underline{D}_{mn}^{(1)}\frac{\pi^2}{4}\left(m^2\frac{h}{l}+n^2\frac{l}{h}\right)\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
-2\mathrm{j}\,\alpha^2 S\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\varepsilon_{mn}^{ik}\underline{D}_{mn}^{(p)} &= \underline{D}_{mn}^{(p+1)}\frac{\pi^2}{4}\left(m^2\frac{h}{l}+n^2\frac{l}{h}\right)\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right\}$$

Se obțin astfel relații de recurență care permit calculul termenilor de ordinul $(p+1)$ din (51) în funcție de cei de ordinul (p) :

$$\underline{D}_{mn}^{(p+1)} = -\frac{8\mathrm{j}\,S\alpha^2}{\pi^2}\,\frac{1}{m^2\dfrac{h}{l}+n^2\dfrac{l}{h}}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\varepsilon_{mn}^{ik}\underline{D}_{ik}^{(p)} \tag{52}$$

cu

$$\underline{D}_{mn}^{(0)} = \frac{4}{\pi^2}\Delta_{mn}\,\frac{1}{m^2\dfrac{h}{l}+n^2\dfrac{l}{h}} \tag{53}$$

coeficienții reali Δ_{mn} și ε_{mn}^{ik} fiind dați de (42) și (44).

Din relațiile (52) și (53) rezultă imediat că termenii necunoscuți de ordin par sînt reali, iar cei de ordin impar sînt imaginari. Din expresia (49) rezultă atunci că factorul în alternativ e determinat numai de termenii de ordin impar, adică

$$k_a = 1 + 2\alpha^2 S\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\Delta_{mn}\left(-\frac{\underline{D}_{mn}^{(1)}}{\mathrm{j}}-\frac{\underline{D}_{mn}^{(3)}}{\mathrm{j}}-\ldots\right) \tag{54}$$

Din acest motiv e convenabil să se introducă necunoscutele auxiliare, reale și independente de frecvență :

$$d_{mn}^{(p)} = (-1)^p\frac{\pi^2}{4}\left(\frac{\pi^2}{8S\alpha^2}\right)^p\frac{\underline{D}_{mn}^{(p)}}{\mathrm{j}^p} = \frac{\pi^2}{4}\mathrm{j}^p\left(\frac{\pi^2}{8S\alpha^2}\right)^p\underline{D}_{mn}^{(p)} \tag{55}$$

în funcție de care vechile necunoscute se exprimă prin relațiile :

$$\underline{D}_{mn}^{(p)} = \left(-\mathrm{j}\frac{8S\alpha^2}{\pi^2}\right)^p\frac{4}{\pi^2}d_{mn}^{(p)} \tag{56}$$

Aceste necunoscute auxiliare vor fi date de relaţiile de recurenţă (m, $n = 1, 2, 3, \ldots$)

$$\left.\begin{aligned} d_{mn}^{(p+1)} &= \frac{1}{m^2\frac{h}{l} + n^2\frac{l}{h}} \sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon_{mn}^{ik}\, d_{ik}^{(p)} \\ d_{mn}^{(0)} &= \frac{\pi^2}{4}\underline{D}_{mn}^{(0)} = \frac{\Delta_{mn}}{m^2\frac{h}{l} + n^2\frac{l}{h}} \end{aligned}\right\} \tag{57}$$

şi vor permite calculul factorului în alternativ cu expresia

$$k_a = 1 + \frac{8\alpha^2 S}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\Delta_{mn}\left[\sum_{s=1}^{\infty}(-1)^{s-1}\left(\frac{8S\,\alpha^2}{\pi^2}\right)^{2s-1} d_{mn}^{(2s-1)}\right] \tag{58}$$

Vom nota termenii impari (singurii de care depinde k_a), mai simplu, astfel :

$$d_{mn}^{s} = d_{mn}^{(2s-1)} = (-1)^s\frac{\pi^2}{4}\,\frac{\underline{D}_{mn}^{(2s-1)}}{\mathrm{j}\left(\frac{8S\,\alpha^2}{\pi^2}\right)^{2s-1}} \tag{59}$$

Cu (57) se obţin relaţiile de recurenţă calculate direct pentru termenii impari :

$$d_{mn}^{1} = d_{mn}^{1} = \frac{1}{m^2\frac{h}{l} + n^2\frac{l}{h}}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\varepsilon_{mn}^{ik}\Delta_{ik}\,\frac{1}{i^2\frac{h}{l} + k^2\frac{l}{h}} \tag{60}$$

$$d_{mn}^{s+1} = d_{mn}^{(2s+1)} = \frac{1}{m^2\frac{h}{l} + n^2\frac{l}{h}}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{r=1}^{\infty}\sum_{t=1}^{\infty}\frac{\varepsilon_{mn}^{ik}\,\varepsilon_{ik}^{rt}}{i^2\frac{h}{l} + k^2\frac{l}{h}}\, d_{rt}^{s} \tag{61}$$

Determinînd cu aceste relaţii de recurenţă termenii d_{mn}^{s} (cu Δ_{ik} şi ε_{mn}^{ik} daţi de (42) şi (44)), se poate calcula factorul în alternativ cu relaţia

$$k_a = 1 + \sum_{s=1}^{\infty}\left[(-1)^{s-1}\left(\frac{8S\,\alpha^2}{\pi^2}\right)^{2s}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\Delta_{mn}\, d_{mn}^{s}\right], \tag{62}$$

în care s reprezintă ordinul iteraţiei.

Dacă se limitează calculul la *prima iteraţie* ($s = 1$), cu (60) se obţine :

$$k_a \approx 1 + \left(\frac{8S\,\alpha^2}{\pi^2}\right)\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\varepsilon_{mn}^{ik}\,\Delta_{mn}\,\Delta_{ik}}{\left(m^2\frac{h}{l} + n^2\frac{l}{h}\right)\left(i^2\frac{h}{l} + k^2\frac{l}{h}\right)} \tag{63}$$

Cu (50), (51), (56) se poate stabili expresia densității de curent sub formă de serie de puteri ale pulsației $\omega = \dfrac{2\alpha^2}{\mu_0\sigma}$ corespunzătoare procesului de iterație :

$$\underline{J}(x, y) = J_0\left[1 - \mathrm{j}\,2\alpha^2 S \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{p=0}^{\infty}\left(-\mathrm{j}\frac{8S\alpha^2}{\pi^2}\right)^p \frac{4}{\pi^2} d_{mn}^{(p)}(\Phi_{mn}\, x, y) - \Delta_{mn})\right]$$

sau, notînd cu $r = p + 1$ *ordinul iterației densității de curent* :

$$\begin{aligned}\underline{J}(x, y) &= J_0 + \sum_{r=1}^{\infty}\underline{J}^{(r)}(x, y) = \\ &= J_0 + \sum_{r=1}^{\infty}\left[J_0\left(-j\frac{8S\alpha^2}{\pi^2}\right)^r \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} d_{mn}^{(r-1)}(\Phi_{mn}(x, y) - \Delta_{mn})\right]\end{aligned} \tag{64}$$

unde coeficienții $d_{mn}^{(p)} = d_{mn}^{(r-1)}$ sînt dați de (57). Se observă că iterația de ordinul (r) a curentului e dată de coeficienții de ordinul $(r-1)$ ai potențialului vector, așa cum rezultă direct din considerarea legii inducției electromagnetice. Dacă ne limităm la *prima iterație*, densitatea de curent are expresia

$$\begin{aligned}\underline{J}(x, y) &\approx J_0 + \underline{J}^{(1)}(x, y) = \\ &= J_0\left(1 - \mathrm{j}\frac{8S\alpha^2}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Delta_{mn}}{m^2\dfrac{h}{l} + n^2\dfrac{l}{h}}(\Phi_{mn}(x, y) - \Delta_{mn})\right)\end{aligned} \tag{65}$$

5. EVALUAREA ERORII SISTEMATICE A METODEI

5. 1. *Densitatea curentului de „corecție"*. Să considerăm în planul transversal Oxy o rețea dublu infinită de drepte ortogonale :

$$\begin{gathered}x = (2m + 1)\,l \quad ; \quad y = (2n + 1)\,h \\ (n\,,\ m = -\infty,\ \ldots,\ -2,\ -1,\ 0,\ \ 1,\ +1,\ +2,\ \ldots,\ \infty)\end{gathered} \tag{66}$$

care împarte planul în dreptunghiuri de dimensiuni $2l \times 2h$ cu laturile paralele cu axele de coordonate și cu centrele în punctele $(2ml,\ 2nh)$. Să presupunem că în dreptunghiul cu centrul în origine este plasată bara conductoare studiată, parcursă de curentul $\underline{I} = I$ în sensul axei Oz, iar în toare celelalte dreptunghiuri cu centrele $(2ml,\ 2nh)$ sînt plasate bare identice, paralele cu bara dată, parcurse de curenții $(-1)^{m+n}\,I$ și cu secțiunile transversale orientate și dispuse astfel încît oricare dintre dreptele (66) să fie axe de simetrie geometrică a sistemului periodic dublu infinit de bare considerat (fig. 2). În aceste condiții se observă imediat că, din motive de simetrie, laturile dreptunghiurilor sînt linii de cîmp și în particular și ale dreptunghiului $ABCD$, cu centrul în origine.

Bara din origine se află deci exact în situaţia studiată cu metoda prezentată în această lucrare. Pentru acest sistem dublu infinit de bare paralele parcurse de curenţi alternaţi, metoda propusă nu mai prezintă nici un fel de eroare sistematică. Se constată, aşadar, că, faţă de situaţia reală (cu o singură bară în origine), în situaţia din figura 2 există şi

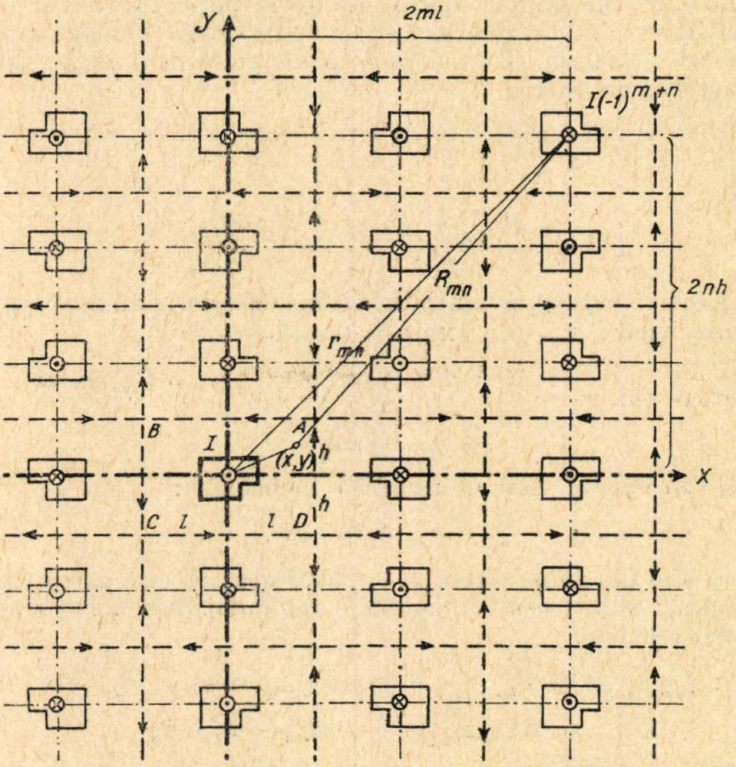


Fig. 2

cîmpul magnetic al reţelei exterioare de bare paralele, adică *efectul de proximitate determinat de acest cîmp*. Metoda propusă e justificată numai dacă acest efect poate fi făcut oricît de mic dorim, mărind perioadele $4l$ şi $4h$ ale reţelei.

Se poate aprecia *ordinul de mărime* al erorii astfel introduse dacă se calculează cîmpul magnetic al barelor exterioare ca şi cum curentul fiecărei bare ar fi concentrat în centrul $(2ml, 2nh)$ al dreptunghiului corespunzător.

Potenţialul vector $A_{ex}(x, y) = \mu_0 I a_{ex}(x, y)$ al tuturor barelor exterioare, asimilate acum unor fire rectilinii infinite, are atunci — într-un punct (x, y) din vecinătatea originii — expresia :

$$A_{ex}(x, y) = \mu_0 I a_{ex}(x, y) = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \sum_{\substack{m=-\infty \\ (m,n) \neq (0,0)}}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{m+n} \ln \frac{R_{mn}}{r_{mn}} \quad (67)$$

În această expresie s-a ales nul potențialul în origine, iar

$$\left.\begin{aligned} R_{mn} &= R_{mn}(x, y) = \sqrt{(x - 2ml)^2 + (y - 2nh)^2} \\ r_{mn} &= R_{mn}(0, 0) = \sqrt{4\,m^2 l^2 + 4\,n^2 h^2} \end{aligned}\right\} \tag{68}$$

Densitatea de curent indusă de acest potențial vector exterior în interiorul barei centrale ($(x, y) \in D$) are o expresie analogă cu (16), care se deduce în același fel, cu condiția suplementară de a avea valoare medie nulă pe secțiunea barei:

$$\underline{J}_{ex}(x, y) = -\,\mathrm{j}\omega\sigma\,(\underline{A}_{ex}(x, y) - \widetilde{\underline{A}}_{ex}) = -\,\mathrm{j}\,2\alpha^2 S J_0\,[a_{ex}(x, y) - \tilde{a}_{ex}] \tag{69}$$

cu

$$\widetilde{\underline{J}}_{ex} = \frac{1}{S}\int_{D_i} \underline{J}_{ex}(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = 0 \tag{70}$$

În această relație, potențialul vector exterior, adimensional, $a_{ex}(x, y)$, cu valoarea medie $\tilde{a}_{ex}$, are expresia (reală)

$$a_{ex}(x, y) = -\frac{1}{2\pi}\sum_{\substack{m=-\infty \\ (\text{fără } (m,\,n) = (0,0))}}^{m=+\infty}\ \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} (-1)^{m+n} \ln \frac{R_{mn}(x, y)}{r_{mn}} \tag{71}$$

rezultată din (67) și care se anulează în origine:

$$a_{ex}(0, 0) = 0. \tag{72}$$

Termenii din suma dublă (71) pot fi grupați cîte patru sau cîte doi, avînd aceleași valori pentru modulele celor doi indici. Deoarece din expresia (68) rezultă:

$$R_{-m,\,n}(x, y) = R_{m,\,n}(-x, y);\quad R_{m,-n}(x, y) = R_{m,\,n}(x, -y);$$
$$R_{-m,-n}(x, y) = R_{mn}(-x, -y) \tag{73}$$

iar $(-1)^{m+n} = (-1)^{-m+n} = (-1)^{+m-n} = (-1)^{-m-n}$, relația (71) se poate scrie:

$$\begin{aligned} a_{ex}(x, y) = -\frac{1}{2\pi}\Bigg[\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{m+n}\Bigg(&\ln\frac{R_{mn}(x, y)}{r_{mn}} + \ln\frac{R_{mn}(-x, y)}{r_{mn}} + \\ &+ \ln\frac{R_{mn}(x, -y)}{r_{mn}} + \ln\frac{R_{mn}(-x, -y)}{r_{mn}}\Bigg) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\ln\frac{R_{on}(x, y)}{r_{on}} + \ln\frac{R_{on}(x, -y)}{r_{on}}\right) + \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m\left(\ln\frac{R_{mo}(x, y)}{r_{mo}} + \ln\frac{R_{mo}(-x, y)}{r_{mo}}\right)\Bigg] \end{aligned} \tag{74}$$

Din această relație rezultă imediat că $a_{ex}(x, y)$ și, prin urmare $J_{ex}(x, y)$ sînt *funcții pare* de fiecare dintre variabilele x și y. În inte-

riorul barei, unde $x \ll l$, $y \ll h$, expresia (74) va putea fi dezvoltată în serie de puteri pare în jurul originii. Cu (72) se obține

$$a_{ex}(x, y) = a_{ex}^{(2)}(x, y) + a_{ex}^{(4)}(x, y) + a_{ex}^{(6)}(x, y) + \dots, \tag{75}$$

unde

$$\left.\begin{aligned} a_{ex}^{(2)}(x, y) &= \frac{1}{2!}\left[x^2\left(\frac{\partial^2 a_{ex}}{\partial x^2}\right)_{0,0} + 2xy\left(\frac{\partial^2 a_{ex}}{\partial x \partial y}\right)_{0,0} + y^2\left(\frac{\partial^2 a_{ex}}{\partial y^2}\right)_{0,0}\right] \\ a_{ex}^{(4)}(x, y) &= \frac{1}{4!}\left[x^4\left(\frac{\partial^4 a_{ex}}{\partial x^4}\right)_{0,0} + 4x^3 y\left(\frac{\partial^4 a_{ex}}{\partial x^3 \partial y}\right)_{0,0} + \right. \\ &\left. + 6x^2y^2\left(\frac{\partial^4 a_{ex}}{\partial x^2\, \partial y^2}\right)_{0,0} + 4xy^3\left(\frac{\partial^4 a_{ex}}{\partial x\, \partial y^3}\right)_{0,0} + y^4\left(\frac{\partial^4 a_{ex}}{\partial y^4}\right)_{0,0}\right] \\ a_{ex}^{(6)}(x, y) &= \frac{1}{6!}\left[x^6\left(\frac{\partial^6 a_{ex}}{\partial x^6}\right)_{0,0} + \dots \qquad \dots + y^6\left(\frac{\partial^6 a_{ex}}{\partial y^6}\right)_{0,0}\right] \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{aligned}\right\} \tag{76}$$

Efectuînd derivările și ținînd seama de (74), se obțin pentru coeficienții acestor expresii relațiile :

$$\left(\frac{\partial^2 a_{ex}}{\partial x^2}\right)_{0,0} = -\left(\frac{\partial^2 a_{ex}}{\partial y^2}\right)_{0,0} = \frac{1}{2\pi}\left[\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{m+n}\frac{m^2l^2 - n^2h^2}{(m^2l^2 + n^2h^2)^2} + \right.$$
$$\left. + \sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\left(\frac{1}{2p^2\, l^2} - \frac{1}{2p^2\, h^2}\right)\right] \tag{77}$$

$$\left(\frac{\partial^2 a_{ex}}{\partial x\, \partial y}\right)_{0,0} = 0$$

$$\left(\frac{\partial^4 a_{ex}}{\partial x^4}\right)_{0,0} = \left(\frac{\partial^4 a_{ex}}{\partial y^4}\right)_{0,0} = -\left(\frac{\partial^4 a_{ex}}{\partial x^2\, \partial y^2}\right)_{0,0} =$$
$$= \frac{1}{2\pi}\left[\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{m+n}\frac{3}{2}\cdot\frac{m^4l^4 + n^4h^4 - 6\, m^2l^2n^2h^2}{(m^2l^2 + n^2h^2)^2} + \right.$$
$$\left. + \sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{3}{4p^4}\left(\frac{1}{l^4} + \frac{1}{h^4}\right)\right] \tag{78}$$

$$\left(\frac{\partial^4 a_{ex}}{\partial x^3\, \partial y}\right)_{0,0} = \left(\frac{\partial^4 a_{ex}}{\partial x\, \partial y^3}\right)_{0,0} = 0$$

Din relațiile (77) rezultă că *se pot anula coeficienții primului termen al dezvoltării (75) — ceea ce asigură un efect de proximitate minim — dacă se ia*

$$\boxed{h = l,} \tag{79}$$

adică dacă domeniul fundamental D mărginit de linia de cîmp Γ_0 este pătrat. În adevăr, în acest caz seria simplă din (77) se anulează, iar seria

dublă din (77) își schimbă semnul la permutarea $m \rightleftarrows n$ (care nu-i poate afecta valoarea, însemnînd o schimbare a notației indicilor muți), adică are suma nulă.

Cu alegerea (79), termenul de gradul al doilea $a_{ex}^{(2)}(x, y) = 0$ și potențialul vector adimensional exterior e dat în primă aproximație de termenul de gradul al patrulea din (75).

Cu (76), (77), (78) și (79) se obține :

$$a_{ex}(x, y) \approx a_{ex}^{(4)}(x, y) = \frac{1}{32\pi}\left(\frac{x^4 + y^4 - 6x^2y^2)}{l^4}\right) \times$$

$$\times\left[\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{m+n}\frac{m^4 + n^4 - 6\,m^2n^2}{(m^2 + n^2)^4} + \sum_{p=1}^{\infty}(-1)^p\frac{1}{p^4}\right] \qquad (80)$$

Paranteza dreaptă poate fi evaluată cu bună aproximație, deoarece seria dublă se poate suma în raport cu unul din indici, obținîndu-se serii foarte rapid convergente (vezi și [4]). Această paranteză o vom nota

$$-T_0 = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{m+n}\frac{m^4 + n^4 - 6\,m^2n^2}{(m^2 + n^2)^4} + \sum_{p=1}^{\infty}\frac{(-1)^p}{p^4} \qquad (81)$$

Calculul arată că această expresie e negativă și cu modulul T_0 de ordinul unității,

$$T_0 \approx 1{,}2\ldots \qquad (81')$$

Cu notația (79), expresia (78) ia forma

$$a_{ex}(x, y) \approx -\frac{T_0}{32\pi}\,\frac{x^4 + y^4 - 6x^2y^2}{l^4} = -\frac{T_0}{32\pi}\cdot\frac{S^2}{l^4}\cdot f(x, y) \qquad (82)$$

cu

$$f = f(x, y) = \frac{1}{S^2}(x^4 + y^4 - 6x^2y^2) \qquad (83)$$

o funcție adimensională de repartiție.

Valoarea medie a acestei mărimi pe secțiunea barei conductoare,

$$\widetilde{a}_{ex} = \frac{1}{S}\int_{D_i} a_{ex}(x, y)\,dx\,dy,$$

se poate scrie :

$$\widetilde{a}_{ex} = -\frac{T_0}{32\pi}\,\frac{1}{l^4}\,(\widetilde{x^4} + \widetilde{y^4} - 6\,\widetilde{x^2y^2}) = -\frac{T_0}{32\pi}\,\frac{S^2}{l^4}\,\widetilde{f(x, y)} \qquad (84)$$

unde valorile medii (notate cu tildă deasupra) sînt evident pozitive.

Cu (69), (82) și (84) rezultă, pentru densitatea de curent indusă prin efectul de proximitate al rețelei de bare exterioare, expresia aproximativă

$$J_{ex}(x, y) \approx \mathrm{j}\,\frac{\alpha^2 S J_0 T_0}{16\pi}\cdot\frac{S^2}{l^4}\,(f(x,y) - \widetilde{f(x, y)}) \qquad (85)$$

cu

$$\tilde{J}_{ex} = 0 \tag{86}$$

Această mărime este egală şi de semn contrar cu *densitatea curentului de „corecţie"*, $\underline{J}_{cor} = -\underline{J}_{ex}$, deoarece densitatea curentului real (care există în lipsa reţelei de bare exterioare) are valoarea aproximativă

$$\underline{J}_{ad}(x, y) \approx \underline{J}(x, y) + \underline{J}_{cor}(x, y) = \underline{J}(x, y) - \underline{J}_{ex}(x, y) \tag{87}$$

în care $\underline{J}(x, y)$ e densitatea de curent calculată cu metoda propusă în această lucrare, dată de relaţiile (64) sau (65).

5.2. *Corecţia asupra pierderilor suplementare de putere.* Dacă P_{ad} e puterea activă dezvoltată prin efect Joule în bara reală într-o porţiune de lungime L la frecvenţa dată, dacă P e puterea corespunzătoare calculată (exact) cu metoda de aproximaţie propusă în această lucrare, iar $P_0 = \dfrac{L}{\sigma S} I^2 = \dfrac{LS}{\sigma} J_0^2$ e puterea dezvoltată prin efect Joule în curent continuu, pierderile suplementare de putere în curent alternativ au valoarea reală $P_{ad} - P_0$ şi valoarea calculată $P - P_0$. Puterea calculată trebuie deci *corectată* cu mărimea

$$\Delta P = (P_{ad} - P_0) - (P - P_0) = P_{ad} - P =$$

$$= \frac{L}{\sigma} \int_{D_i} (|\underline{J}_{ad}|^2 - |\underline{J}|^2)\, dx\, dy \tag{88}$$

pe care o vom numi *puterea de corecţie.*

Cu (87) se obţine

$$\Delta P = \frac{L}{\sigma} \int_{D_i} (\underline{J}_{ad}\, \underline{J}_{ad}^* - \underline{J}\, \underline{J}^*)\, dx\, dy = \frac{L}{\sigma} \int_{D_i} (\underline{J}_{ex}\, \underline{J}_{ex}^* - 2\,\Re e\,\{\underline{J}_{ex}\, \underline{J}^*\})\, dx\, dy \tag{89}$$

şi, scriind relaţiile (64) şi (85) sub formele

$$\underline{J} = \underline{J}_0 + \sum_{r=1}^{\infty} (-j)^r J_r$$

$$\text{cu} \quad J_r = j\,\underline{J}_r = J_0 \left(\frac{8\, S\, \alpha^2}{\pi^2} \right)^r \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} d_{mn}^{(r-1)} (\Phi_{mn}(x, y) - \Delta_{mn}) \tag{90}$$

$$\underline{J}_{ex} = j\, J_{ex} \quad \text{cu} \quad J_{ex} = J_0 \frac{\alpha^2\, S\, T_0}{16\pi} \cdot \frac{S^2}{l^4} (f(x, y) - \tilde{f}) \tag{91}$$

se obţine

$$\Delta P = \frac{L}{\sigma} \int_{D_i} (J_{ex}^2 + 2 \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^{s-1} J_{ex}\, J_{2s-1})\, dx\, dy$$

sau, folosind tilda pentru a nota valoarea medie asupra lui D_i,

$$\Delta P = \frac{P_0}{J_0^2}\left[\widetilde{J_{ex}^2} + 2\sum_{s=1}^{\infty}(-1)^{s-1}\widetilde{J_{ex}J_{2s-1}}\right] \tag{92}$$

Puterea de corecție e deci datorată numai iterațiilor de ordin impar ale curentului ($r = 2s - 1$). Înlocuind expresiile (90) și (91), puterea de corecție capătă expresia :

$$\Delta P = P_0\frac{\alpha^4 S^6}{16^2\pi^2 l^8}T_0^2\left(\widetilde{f^2} - \tilde{f}^2\right) +$$

$$+\sum_{s=1}^{\infty}(-1)^{s-1}\cdot P_0\frac{\pi}{64}\left(\frac{8S\alpha^2}{\pi^2}\right)^{2s}\cdot T_0\frac{S^2}{l^4}\left(\sum_m\sum_n d_{mn}^{(2s-2)}\left(\widetilde{\Phi_{mn}f} - \Delta_{mn}\tilde{f}\right)\right) \tag{93}$$

în care am ținut seama că $\Delta_{mn} = \widetilde{\Phi}_{mn}$.

Aici $f(x, y)$ e dat de (83), $\Phi_{mn}(x, y)$ de (74), $d_{mn}^{(p)}$ de (57), iar $T_0 \approx 1{,}2$ de (81). Puterea de corecție se poate deci, în principiu, calcula și permite evaluarea mai exactă a factorului în alternativ prin expresia :

$$(k_a)_{corectat} = \frac{P_{ad} - P_0}{P_0} = k_a + \frac{\Delta P}{P_0} \tag{94}$$

în care k_a e factorul în alternativ dat de expresia (62), obținută cu metoda de aproximație propusă. Singura aproximație conținută în expresia (94) provine din calculul aproximativ al densității de curent induse de sistemul de bare exterioare, J_{ex}, stabilită pe baza expresiei (67) a potențialului vector (care presupune înlocuirea barelor exterioare cu fire rectilinii infinit subțiri) și în aproximația de al doilea ordin a dezvoltării în serie (75).

5.3. *Eroarea sistematică relativă.* În aplicații, metoda propusă este eficace dacă se poate dispensa de calculul corecției (93), ceea ce se obține întotdeauna dacă se alege lățimea $2l$ a domeniului pătrat fundamental D suficient de mare. Cum creșterea acestei lățimi înrăutățește convergența seriilor care intervin în calcule, este util să se determine ordinul de mărime al erorii sistematice introduse, cînd nu se efectuează corecția, pentru a putea alege totdeauna o valoare cît mai mică pentru l fără ca eroarea să devină importantă.

Eroarea sistematică relativă comisă asupra pierderilor suplementare prin efect pelicular este dată de expresia

$$\varepsilon = \frac{(P_{ad} - P_0) - (P - P_0)}{P - P_0} = \frac{P_{ad} - P}{P - P_0} = \frac{\Delta P}{P_0}\cdot\frac{1}{k_a - 1} \tag{95}$$

Ținînd seama de (93), se poate scrie

$$\varepsilon = \varepsilon_{ex} + \sum_{s=1}^{\infty}\varepsilon_s \tag{96}$$

unde

$$\varepsilon_{ea} = \frac{\alpha^4 S^6}{(k_a - 1)\, 16^2\, \pi^2\, l^8}\, T_0^2 \left(\widetilde{f^2} - \tilde{f}^2\right) \tag{97}$$

este eroarea determinată exclusiv prin efectul de proximitate al barelor exterioare, iar

$$\varepsilon_s = (-1)^{s-1} \frac{\pi}{64\,(k_a - 1)} \left(\frac{8\, S\alpha^2}{\pi^2}\right)^{2s} T_0\, \frac{S^2}{l^4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} d_{mn}^{(2s-2)} \left(\widetilde{\Phi_{mn} f} - \Delta_{mn} \tilde{f}\right) \tag{98}$$

este eroarea determinată de iterația de ordinul s a curentului în cîmpul barelor exterioare.

Pentru a evalua *ordinul de mărime* al acestor erori relative ne vom limita la prima iterație ($s = 1$), considerînd un efect pelicular slab pentru care

$$k_a \approx 1 + C \left(\frac{8\, S\alpha^2}{\pi^2}\right)^2 \quad \text{cu} \quad \frac{8\, S\alpha^2}{\pi^2} < 1, \tag{99}$$

ordinul de mărime al coeficientului C putînd fi luat același ca al coeficientului corespunzător unor secțiuni simple pentru care factorul în alternativ se poate calcula exact, de exemplu pentru secțiunea circulară $C = \pi^2/(3.4^5) = 3{,}2.10^{-3}$. Eroarea corespunzătoare (96) devine

$$\varepsilon \approx \varepsilon_{ea} + \varepsilon_1 \tag{100}$$

cu (vezi și (81))

$$\varepsilon_{ex} \approx \frac{T_0^2}{C} \cdot \frac{\pi^2}{(16.8)^2} \cdot \frac{S^2}{l^8} \cdot \left(\widetilde{f^2} - \tilde{f}^2\right) \approx 0{,}27\, \frac{S^4}{l^8} \left(\widetilde{f^2} - \tilde{f}^2\right) \tag{101}$$

și (vezi și (57) cu $h = l$)

$$\varepsilon_1 \approx \frac{T_0}{C} \cdot \frac{\pi}{8^2} \cdot \frac{S^2}{l^4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tilde{\Phi}_{mn}}{m^2 + n^2} \left(\widetilde{\Phi_{mn} f} - \tilde{\Phi}_{mn} \cdot \tilde{f}\right) \tag{102}$$

sau, limitîndu-se la primul termen al seriei (suficient pentru aprecierea ordinului de mărime),

$$\varepsilon_1 \approx 9{,}2\, \frac{S^2}{l^4}\, \tilde{\Phi}_{11} \left(\widetilde{\Phi_{11} f} - \tilde{\Phi}_{11} \cdot \tilde{f}\right) \tag{103}$$

Cum funcția $\Phi_{11}(x, y)$ și, în general, funcția $f(x, y)$ sînt subunitare și cum diferențele mărimilor medii din (101) și (103) rezultă în general de asemenea mult subunitare, se poate aprecia că

$$|\varepsilon_{ex}| < 0{,}27\frac{S^4}{l^8}, \quad |\varepsilon_1| < 9{,}2\frac{S^2}{l^4}. \tag{104}$$

Se observă că, luînd $l > \sqrt{S}$, aceste erori pot fi făcute oricît de mici și că, în general, $|\varepsilon_{ex}| \ll |\varepsilon_1|$. Constanta l (jumătatea lățimii domeniului pătrat fundamental) nu poate fi luată însă prea mare, deoarece convergența seriilor se înrăutățește. Practic se operează la început cu valori cît mai mici, $l \approx \sqrt{S}$, și se verifică după aceea, cu (97) și (98) sau cu (101) și (103), dacă eroarea nu este prea mare. În caz contrar calculul se reia cu un l sporit corespunzător.

6. STUDIUL BAREI DE SECȚIUNE DREPTUNGHIULARĂ

6.1. *Expresia factorului în alternativ.* Vom considera acum cazul particular al unei bare dreptunghiulare cu secțiunea transversală de latură $2a$ și $2b$ (fig. 3). Din motive de simetrie, funcțiile proprii trebuie să fie pare în raport cu ambele variabile:

$$\Phi_{mn}(-x, y) = \Phi_{mn}(x, y)$$
$$\Phi_{mn}(x, -y) = \Phi_{mn}(x, y)$$

Această proprietate rezultă și direct din calcul, deoarece coeficienții (42) și (43) vor fi nuli pentru funcții Φ_{mn} pare dacă domeniul D_i prezintă simetrie în raport cu axele x și y. Dintre funcțiile proprii (34), numai ultima satisface această condiție:

$$\Phi_{mn} = \Phi_{\mu\nu} = \cos\frac{(2\mu - 1)\pi x}{2l} \cdot \cos\frac{(2\nu - 1)\pi y}{2l} \tag{105}$$

și corespunde unor indici impari:

$$m = 2\mu - 1, \quad n = 2\nu - 1 \quad (\mu, \nu = 1, 2, \ldots) \tag{106}$$

Se verifică imediat că funcțiile (105) satisfac și condiția de normare (30) fără nici un factor constant, adică $\widetilde{\Phi}^2_{mn} = 1$.

Cu relațiile (42), (43) și (44) se obțin coeficienții sistemului de ecuații (48):

$$\Delta_{mn} = \Delta_{\mu\nu} = \frac{\sin(2\mu - 1)\dfrac{\pi a}{2l}}{(2\mu - 1)\dfrac{\pi a}{2l}} \cdot \frac{\sin(2\nu - 1)\dfrac{\pi b}{2l}}{(2\nu - 1)\dfrac{\pi b}{2l}} = \widetilde{\Phi}_{\mu\nu}, \tag{107}$$

$$\Theta_{mn}^{ik} = \Theta_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda} = \frac{1}{4}\left[\frac{\sin\,(\mu+\varkappa-1)\frac{\pi a}{l}}{(\mu+\varkappa-1)\frac{\pi a}{l}} + \frac{\sin\,(\mu-\varkappa)\frac{\pi a}{l}}{(\mu-\varkappa)\frac{\pi a}{l}}\right]\times$$

$$\times\left[\frac{\sin\,(\nu+\lambda-1)\frac{\pi b}{l}}{(\nu+\lambda-1)\frac{\pi b}{l}} + \frac{\sin\,(\nu-\lambda)\frac{\pi b}{l}}{(\nu-\lambda)\frac{\pi b}{l}}\right] \tag{108}$$

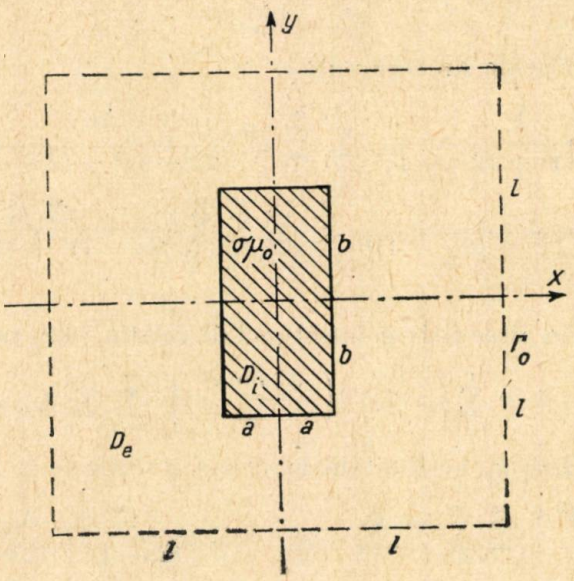


Fig. 3

$$\varepsilon_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda} = \Theta_{\mu\lambda}^{\varkappa\lambda} - \Delta_{\mu\nu}\,\Delta_{\varkappa\lambda}, \tag{109}$$

Cu $h = l$ şi $S = 4\,ab$, sistemul dublu infinit de ecuaţii (48) devine :

$$\Delta_{\mu\nu} - \mathrm{j}\,8\,ab\,\alpha^2 \sum_{\varkappa=1}^{\infty}\sum_{\lambda=1}^{\infty} \varepsilon_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda}\,\underline{D}_{\varkappa\lambda} = \frac{\pi^2}{4}\,\underline{D}_{\mu\nu}\,\frac{1}{(2\mu-1)^2+(2\nu-1)^2} \tag{110}$$

necunoscutele $\underline{D}_{\mu\nu}$ fiind coeficienţii dezvoltării (29) a potenţialului vector adimensional în raport cu funcţiile ortogonale (105). Rezolvînd acest sistem prin iteraţie cu substituţiile (51) şi (56), adică punînd

$$D_{\mu\nu} = \sum_{p=0}^{\infty} D_{\mu\nu}^{(p)} = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{4}{\pi^2}\left(-\mathrm{j}\,\frac{32\,ab\alpha^2}{\pi^2}\right)^p d_{\mu\nu}^{(p)} \tag{111}$$

(unde p e ordinul iteraţiei pentru potenţialul vector), se obţin pentru

necunoscutele $d_{\mu\nu}^{(p)}$ relațiile de recurență (57), care se scriu acum

$$\left.\begin{aligned} d_{\mu\nu}^{(0)} &= \frac{1}{(2\mu-1)^2+(2\nu-1)^2}\,\Delta_{\mu\nu} \\ d_{\mu\nu}^{p+1} &= \frac{1}{(2\mu-1)^2+(2\nu-1)^2}\sum_{\varkappa=1}^{\infty}\sum_{\lambda=1}^{\infty}\varepsilon_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda}\,d_{\varkappa\lambda}^{(p)} \end{aligned}\right\} \tag{112}$$

Factorul în alternativ depinde numai de iterațiile de ordin impar, adică de necunoscutele impare notate

$$d_{\mu\nu}^{s} = d_{\mu\nu}^{(2s-1)} \tag{113}$$

care satisfac relațiile de recurență :

$$\left.\begin{aligned} d_{\mu\nu}^{1} &= \frac{1}{(2\mu-1)^2+(2\nu-1)^2}\sum_{\varkappa=1}^{\infty}\sum_{\lambda=1}^{\infty}\varepsilon_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda}\,\frac{\Delta\varkappa\nu}{(2\varkappa-1)^2+(2\nu-1)^2}, \\ d_{\mu\nu}^{s+1} &= \frac{1}{(2\mu-1)^2+(2\nu-1)^2}\sum_{\varkappa=1}^{\infty}\sum_{\lambda=1}^{\infty}\sum_{\rho=1}^{\infty}\sum_{\tau=1}^{\infty}\frac{\varepsilon_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda}\,\varepsilon_{\varkappa\lambda}^{\rho\tau}}{(2\varkappa-1)^2+(2\lambda-1)^2}\,d_{\rho\tau}^{s} \end{aligned}\right\} \tag{114}$$

Factorul în alternativ e dat atunci de relația (62), care devine :

$$k_a = 1+\sum_{s=1}^{\infty}\left[(-1)^{s-1}\left(\frac{32\,ab\,\alpha^2}{\pi^2}\right)^{2s}\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty}\Delta_{\mu\nu}\,d_{\mu\nu}^{s}\right] \tag{115}$$

Dacă pentru k_a ne limităm la prima iterație ($s=1$),

$$k_a = 1+\frac{32^2a^2b^2\alpha^2}{\pi^4}\sum_{\mu=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{\varkappa=1}^{\infty}\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{\varepsilon_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda}\,\Delta_{\varkappa\lambda}\,\Delta_{\mu\nu}}{[(2\mu-1)^2+(2\nu-1)^2]\,[(2\varkappa-1)^2+(2\lambda-1)^2]} \tag{116}$$

6.2. *Evaluarea erorii pentru bara dreptunghiulară.* Pentru a evalua eroarea (la efect pelicular slab), vom considera expresiile (101) și (103), care, cu $S=4\,ab$, iau forma

$$\varepsilon_{ex} \approx 69\,\frac{a^4b^4}{l^8}\,(\widetilde{f^2}-\widetilde{f}^2) \tag{117}$$

$$\varepsilon_1 \approx 147\,\frac{a^2b^2}{l^4}\,\widetilde{\Phi}_{11}\,(\widetilde{\Phi_{11}f}-\widetilde{\Phi}_{11}\cdot\widetilde{f}) \tag{118}$$

în care

$$f=f(x,\,y)=\frac{x^4+y^4-6x^2y^2}{16a^2b^2} \tag{119}$$

$$\Phi_{11}(x,\,y)=\cos\frac{\pi x}{2l}\cdot\cos\frac{\pi y}{2l} \tag{120}$$

Deoarece vom lua $l \geqslant 2b$ și $l \geqslant 2a$, argumentul cosinusurilor e inferior lui $\frac{\pi}{4}$ și, cu o aproximație care atinge cel mult 1% la marginea barei, se poate scrie

$$\Phi_{11}(x, y) \approx \left(1 - \frac{\pi^2}{8l^2} x^2\right)\left(1 - \frac{\pi^2}{8l^2} y^2\right) \approx 1 - \frac{\pi^2}{8l^2}(x^2 + y^2) \tag{121}$$

Cu aceste expresii calculăm succesiv:

$$\tilde{f} = \frac{1}{4ab}\int_{-a}^{+a}\int_{-b}^{+b} f(x, y)\, dx\, dy = \frac{1}{80}\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{10}{3}\right) \tag{122}$$

$$\tilde{f}^2 - \tilde{f}^2 = \frac{1}{60^2}\left[\frac{a^4}{b^4} + \frac{b^4}{a^4} + \frac{121}{8} - \frac{30}{7}\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right)\right] \tag{123}$$

$$\tilde{\Phi}_{11} \approx 1 - \frac{\pi^2}{24}\frac{ab}{l^2}\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right), \tag{124}$$

$$\widetilde{\Phi_{11} f} - \tilde{\Phi}_{11} \cdot \tilde{f} \approx \frac{\pi^2}{16 \cdot 45}\frac{ab}{l^2}\left[\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - \frac{3}{7}\left(\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3}\right)\right] \tag{125}$$

și, reținînd numai termenul de primul ordin în $\frac{ab}{l^2}$,

$$\tilde{\Phi}_{11}\left(\widetilde{\Phi_{11} f} - \tilde{\Phi}_{11} \cdot \tilde{f}\right) = \widetilde{\Phi_{11} f} - \tilde{\Phi}_{11} \cdot \tilde{f} \tag{126}$$

Se obțin astfel pentru erori expresiile

$$\varepsilon_{ex} \approx 0{,}02\left(\frac{ab}{l^2}\right)^4\left[\left(\frac{a}{b}\right)^4 + \left(\frac{b}{a}\right)^4 + \frac{121}{8} - \frac{30}{7}\left(\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2\right)\right] \tag{127}$$

$$\varepsilon_1 \approx 2\left(\frac{ab}{l^2}\right)^3\left[\left(\frac{a}{b}\right) + \left(\frac{b}{a}\right) - \frac{3}{7}\left(\left(\frac{a}{b}\right)^3 + \left(\frac{b}{a}\right)^3\right)\right] \tag{128}$$

Dacă pentru fixarea ideilor $a \gg b$, rezultă

$$\varepsilon_{ex} \approx 0{,}02\left(\frac{a}{l}\right)^8; \quad \varepsilon_1 \approx -\frac{6}{7}\left(\frac{a}{l}\right)^6 \tag{129}$$

Dacă laturile au mărimi apropiate (a = b), rezultă

$$\varepsilon_{ex} \approx 0{,}17\left(\frac{a}{l}\right)^8; \quad \varepsilon_1 = \frac{16}{7}\left(\frac{a}{l}\right)^6 \tag{130}$$

Se observă că erorile relative asupra pierderilor de putere suplimentare în curent alternativ sînt acceptabile chiar pentru $l = 2a$ și că pentru $l > 3a$ sînt cu totul neglijabile, iar $|\varepsilon_{ex}| \ll |\varepsilon_1|$.

6.3. *Aplicație numerică la bara de secțiune pătrată.* Pentru exemplificare vom calcula factorul în alternativ al barei de secțiune pătrată, de

latura $2a$, de arie $S = 4a^2$, la frecvenţe joase ($S\,\alpha^2 < 1$). Ţinînd seama de analiza de mai sus, vom lua $l = 2a = 2b$, ceea ce va asigura o convergenţă rapidă a seriilor. Expresia (116) a factorului în alternativ se poate scrie

$$k_a = 1 + \frac{32\,a^4\,\alpha^4}{\pi^4} \sum_{\varkappa=1}^{\infty} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} T_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda} \tag{131}$$

unde

$$T_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda} = \frac{\varepsilon_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda}\,\Delta_{\mu\nu}\,\Delta_{\varkappa\lambda}}{[(2\mu-1)^2+(2\nu-1)^2]\,[(2\varkappa-1)^2+(2\lambda-1)^2]} \tag{132}$$

cu $\varepsilon_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda}$, $\Delta_{\mu\lambda}$, $\Delta_{\varkappa\nu}$ daţi de (109), (107) şi (108), cu $a = b = \frac{l}{2}$.

Calculul se poate sistematiza introducînd funcţia auxiliară :

$$S(x) = \frac{\sin \frac{\pi}{4} x}{\frac{\pi}{4} x} \tag{133}$$

în funcţie de care se obţin expresiile :

$$\left.\begin{aligned} &\Delta_{\mu\nu} = S(2\mu - 1)\cdot S(2\nu - 1) \\ &\varepsilon_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda} = \frac{1}{4}[S(2\mu+2\varkappa-2)+S(2\mu-2\varkappa)]\;[S(2\nu+2\lambda-2)+S(2\nu-2\lambda)]-\Delta_{\mu\nu}\Delta_{\varkappa\lambda} \end{aligned}\right\} \tag{134}$$

Totodată se observă că există relaţiile

$$T_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda} = T_{\mu\nu}^{\lambda\varkappa} = T_{\nu\mu}^{\varkappa\lambda} = T_{\nu\mu}^{\lambda\varkappa} = T_{\varkappa\lambda}^{\mu\nu} = T_{\varkappa\lambda}^{\nu\mu} = T_{\lambda\varkappa}^{\mu\nu} = T_{\lambda\varkappa}^{\nu\mu} \tag{135}$$

ceea ce permite gruparea termenilor egali cîte 8, cîte 4 sau cîte 2. Reţinînd numai termenii importanţi cu ν, μ, $\varkappa$, $\lambda < 6$, se obţine :

$$\sum_{\mu=1}^{6} \sum_{\nu=1}^{6} \sum_{\varkappa=1}^{6} \sum_{\lambda=1}^{6} T_{\mu\nu}^{\varkappa\lambda} \approx 0{,}0037 \tag{136}$$

adică

$$k_a \approx 1 + 0{,}0037 \left(\frac{32\,a^2\,\alpha^2}{\pi^2}\right)^2$$

sau

$$k_a \approx 1 + 0{,}0024\,(S\,\alpha^2)^2, \qquad (S = 4a^2) \tag{137}$$

valoare cunoscută din literatură [5], unde a fost obţinută cu alte metode de iteraţie.

Primit la redacţie la 15 octombrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. A. Tugulea, A. Millea, *Considerații asupra determinării cîmpurilor electromagnetice cvasi-staționare în conductoare masive.* Studii și cercetări științifice, Fizica și Științe tehnice, Filiala Iași a Academiei R.P.R, **XI**, *2*, 265 — 281 (1960).
2. R. Răduleț, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. IV. Litografia Învățămîntului, București, 1956.
3. G. P. Tolstov, *Serii Fourier.* Edit. tehnică, București, 1955.
4. I. M. Rîjik, I. S. Gradstein, *Tabele de integrale, sume, serii și produse.* Edit. tehnică, București, 1955.
5. A. H. M. Arnold, *The alternating-current resistance of holow square conductors.* J.I.E.E., **82**, *497*, p. 537 — 545 (1938).

REFULAREA CURENTULUI ARMONIC DE ADUCȚIE ÎN CONDUCTOARE MASIVE CU SIMETRIE PLANĂ ÎN CONTACT LINIAR

DE

CONSTANTIN NEMOIANU

537.311.5

Se studiază trecerea curentului armonic prin contacte paralelipipedice masive, folosind modelul aducției prin o bandă extrem de subțire, prin care densitatea de curent este uniformă. Se calculează rezistența în alternativ și factorul în alternativ, la frecvența industrială.

Trecerea curentului armonic de la un conductor la un alt conductor în contact cu primul se face, așa cum se știe, nu pe întreaga secțiune de contact, ci prin una sau mai multe suprafețe extrem de mici, a căror formă depinde, de regulă, de forma și de poziția celor două conductoare.

Problema determinării cîmpului electromagnetic în conductoare masive în contact prezintă importanță în evaluarea pierderilor de putere prin efect electrocaloric și a rezistenței de dispersie în alternativ în conductoarele care asigură contactul din interiorul întreruptoarelor electrice de putere. Dificultăți de ordin matematic, ivite în special la punerea condițiilor la limită, au avut ca rezultat abandonarea rezolvării problemei prin o metodă exactă și folosirea din partea mai multor autori a unor soluții simplificate, obținute cu ajutorul unei serii de aproximații.

Astfel, în multe din studiile teoretice și practice privitoare la strangularea curentului în contacte electrice, pătrunderea acestuia în conduc-

toare se presupune că are loc, după modelul injectării curentului staționar în sol, prin intermediul prizelor de pămînt de suprafață. Eroarea care se comite folosind un astfel de model este multiplă. În primul rînd, la contacte, secțiunea de trecere a curentului este limitată de pereții laterali ai conductorului, unde componenta normală a densității de curent trebuie să se anuleze, în timp ce la prizele de pămînt de suprafață componenta orizontală a densității de curent sau cea radială în cazul prizelor cu simetrie axială nu se anulează decît la infinit.

În al doilea rînd, folosind formulele prizelor de curent continuu — căci pentru regimul armonic nu au fost încă stabilite formule —, nu se ține seama de efectul pelicular, care, la conductoarele de cupru, este important chiar și la frecvența industrială de 50 Hz.

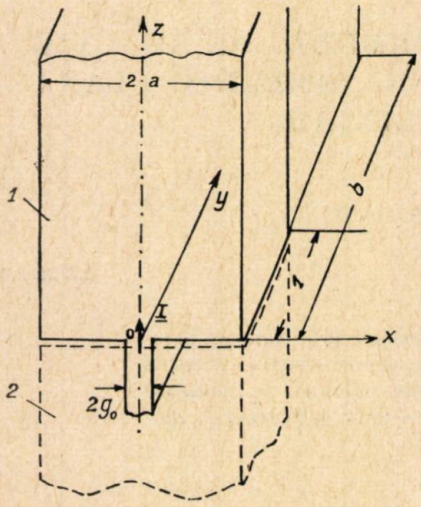


Fig. 1. — Contactul liniar.

În ceea ce urmează se prezintă un studiu al comportării conductoarelor masive cu simetrie plană în contact, în care, pentru determinarea densității de curent din conductoare și a rezistenței lor în alternativ, se folosește metoda integrării ecuațiilor cîmpului electromagnetic.

Considerăm două contacte conductoare *1* și *2*, de formă paralelipipedică, cu una din dimensiuni b mult mai mare decît cealaltă, de dimensiune $2a$. Experiența a arătat că la astfel de contacte trecerea curentului total $\underline{I}_t$ nu se face pe toată secțiunea $2ab$, ci de-a lungul unei fîșii de lungime b și de lățime $2g_0 \ll 2a$, fîșie care ocupă o poziție simetrică față de pereții laterali, situați la distanța $2a$ unul de celălalt, dacă fie ambele capete, fie numai unul din ele sînt ușor bombate.

Deoarece $b \gg a$, avem de-a face cu un cîmp electromagnetic plan paralel în toate secțiunile normale pe muchiile de lungime b și pe fîșia de contact propriu-zis (fig. 1).

În acest caz este util să se studieze fenomenele pentru o lungime de fîșie egală cu unitatea, prin care va trece o densitate liniară de curent egală cu

$$\underline{I} = \frac{\underline{I}_t}{b}, \qquad [\mathrm{A/ml}]$$

în care $\underline{I}_t$ este curentul total din conductor în complex simplificat.

Vom studia, de asemenea, refularea curentului numai în unul din contacte, deoarece în celălalt fenomenele sînt identice, independent de grosi-

mea sau de natura materialelor din care sînt confecționate cele două conductoare masive.

Variația componentei normale $\underline{E}_{z0}(x, 0)$ a cîmpului electric la nivelul $z = 0$ se poate considera constantă în valoare efectivă în interiorul intervalului $-g_0 \leqslant x \leqslant g_0$, din cauză că grosimea $2g_0$ a fișiei de trecere este, de regulă, mult mai mică decît adîncimea de pătrundere a undelor electromagnetice la frecvența industrială pentru contacte confecționate din cupru sau alamă.

În acest studiu se prezintă un calcul al efectului electrocaloric în oricare din cele două conductoare masive în regim armonic permanent cvasistaționar, fără a se ține seama de modificarea rezistivității din cauza încălzirii.

Constantele de integrare care apar la integrarea ecuației lui Helmholtz scrisă pentru vectorul cîmp electric în conductorul masiv *1* se determină din următoarele condiții la limită : pentru $z = 0$, componenta verticală a cîmpului electric este :

$$\underline{E}_z(x, 0) = \frac{\underline{I}}{2\sigma g_0} \quad \text{cu} \quad -g_0 \leqslant x \leqslant g_0$$

și este nulă pentru $g_0 \leqslant |x| \leqslant a$.

Pentru $x = \pm a$, componenta orizontală a cîmpului magnetic este nulă, iar pentru $z \to \infty$ cîmpul electric este egal cu cîmpul electric care ar exista în placă dacă aducția curentului armonic s-ar face prin întreaga secțiune a conductoarelor paralelipipedice :

$$\underline{E} = \underline{E}_z\,(x,\infty) = \frac{1}{\sigma}\,\frac{\underline{I}}{2}\cdot\underline{\gamma}\,\frac{\operatorname{ch}\underline{\gamma}x}{\operatorname{sh}\underline{\gamma}a}.$$

Ecuația lui Helmholtz pentru cîmpul electric este

$$\Delta\underline{E} + \underline{\gamma}^2\underline{E} \quad \text{cu} \quad \underline{\gamma}^2 = j\omega\sigma\mu,$$

în care $\underline{E} = \underline{E}_x\bar{i} + \underline{E}_z\bar{k}$, iar $\bar{i}$ și $\bar{k}$ sînt versorii sistemului de coordonate cartezian.

Prin identificare se obțin următoarele ecuații cu derivate parțiale :

$$\Delta\underline{E}_x = \underline{\gamma}^2\underline{E}_x,$$

$$\Delta\underline{E}_z = \underline{\gamma}^2\underline{E}_z.$$

Deoarece $\underline{E}_y = 0$ și $\dfrac{\partial}{\partial y} = 0$, ecuațiile cu derivate parțiale corespunzătoare vor fi :

$$\frac{\partial^2\underline{E}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\underline{E}_x}{\partial z^2} = \underline{\gamma}^2\underline{E}_x,$$

$$\frac{\partial^2\underline{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\underline{E}_z}{\partial z^2} = \underline{\gamma}^2\underline{E}_z.$$

Folosind metoda separării variabilelor, adică punînd

$$\underline{E}_x = X_1(x)Z_1(z),$$
$$\underline{E}_z = X_2(x)Z_2(z)$$

și înlocuind mai sus, se obțin următoarele ecuații diferențiale :

$$\frac{\partial^2 X_1}{\partial x^2} - k^2 X_1 = 0,$$
$$\frac{\partial^2 Z_1}{\partial z^2} - (\underline{\gamma}^2 - k^2) z_1 = 0,$$
$$\frac{\partial^2 X_2}{\partial x^2} - k^2 X_2 = 0,$$
$$\frac{\partial^2 Z_2}{\partial z^2} - (\underline{\gamma}^2 - k^2) Z_2 = 0.$$

Cunoscînd soluțiile acestor ecuații, componenta orizontală a cîmpului electric se pune sub forma următoarei serii de produse :

$$\underline{E}_x = \sum_k (\underline{A}_{1k} \operatorname{sh} kx + \underline{B}_{1k} \operatorname{ch} kx)(\underline{C}_{1k} e^{z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}} + \underline{D}_{1k} e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}}),$$

în care k este un parametru complex rezultat din procesul de separare a variabilelor. Deoarece componenta orizontală a cîmpului electric este o funcție impară și deoarece la distanțe mari de locul contactului se anulează, vom lua $\underline{B}_{1k} = 0$ și $\underline{C}_{1k} = 0$ și vom nota

$$\underline{A}_{1k} \underline{D}_{1k} = \underline{G}_{1k}.$$

Rezultă

$$\underline{E}_x = \sum_k \underline{G}_{1k} \operatorname{sh} kx \cdot e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}} \quad \text{cu} \quad \mathcal{R}e \sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} \geqslant 0.$$

Să studiem cazul în care parametrul k ia astfel de valori încît $\mathcal{R}e \sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} = 0$. Punînd

$$\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} = g_k + j\,\delta_k,$$

în care : $g_k = \mathcal{R}e \sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}$, iar $\delta_k = \mathcal{I}m \sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}$, ar rezulta că în componența sumei lui $\underline{E}_x$ există și termeni corespunzători lui $\mathcal{R}e \sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} = 0$, care să cuprindă exponențiala

$$e^{-j\delta_k z} = \cos \delta_k z + j \sin \delta_k z.$$

Deoarece, la distanțe mari de locul contactului, $\underline{E}_x$ trebuie să fie independent de variabila z (este nulă), trebuie să luăm $\delta_k = 0$. Cu alte cuvinte, atît g_k cît și δ_k sînt nuli, ceea ce înseamnă că însuși numărul complex $\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}$ este identic nul. Valorile proprii ale lui k, pentru care $\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} = 0$, sînt $k = \pm \underline{\gamma}$.

Avem deci

$$\underline{E}_x = \underline{G}_{1\gamma} \operatorname{sh} \underline{\gamma} x + \underline{G}_{1(-\gamma)} \operatorname{sh}(-\underline{\gamma} x) + \sum_{k \neq \pm \underline{\gamma}} \underline{G}_{1k} \operatorname{sh} kx \; e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}} =$$

$$= \underline{G}_{10} \operatorname{sh} \underline{\gamma} x + \sum_{k \neq \pm \underline{\gamma}} \underline{G}_{1k} \operatorname{sh} kx \, e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}} \quad \text{cu } \mathcal{R}e \sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} > 0,$$

în care s-a notat $\underline{G}_{1\gamma} - \underline{G}_{1(-\gamma)} = \underline{G}_{10}$.

Deoarece la distanţe foarte mari de locul contactului ($z \to \infty$) componenta orizontală este nulă, vom lua $\underline{G}_{10} = 0$, aşa încît această componentă este egală cu :

$$\underline{E}_x = \sum_{k \neq \pm \underline{\gamma}} \underline{G}_{1k} \operatorname{sh} kx \cdot e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}} \quad \text{cu} \quad \mathcal{R}e \sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} > 0.$$

Să vedem în continuare valorile proprii ale parametrului k care satisfac condiţia de frontieră privitoare la anularea componentei $\underline{E}_x$ pe pereţii laterali ai plăcii, adică pentru $x = \pm a$.

Aceste valori sînt

$$k = j\frac{m\pi}{a} \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

În adevăr, pentru aceste valori pur imaginare, sinusul hiperbolic — funcţie care nu se anulează decît pentru soluţia banală zero — se transformă în sinus trigonometric, funcţie care se anulează pentru argumentele $m\pi$, ($\operatorname{sh} jx = j \sin x$). Notînd $j\underline{G}_{1k} = \underline{G}_{1m}$, componenta orizontală a cîmpului electric va fi

$$\underline{E}_x(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{1m} \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}}.$$

Componenta verticală a cîmpului electric se poate pune de asemenea sub următoarea formă :

$$\underline{E}_z = \sum_k (\underline{A}_{2k} \operatorname{sh} kx + \underline{B}_{2k} \operatorname{ch} kx)(\underline{C}_{2k} e^{z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}} + \underline{D}_{2k} e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}}).$$

Deoarece componenta verticală este o funcţie pară şi finită la distanţe mari de locul contactului, vom lua $\underline{A}_{2k} = 0$, $\underline{C}_{2k} = 0$ şi deci, notînd $\underline{B}_{2k}\underline{D}_{2k} = \underline{G}_{2k}$, avem :

$$\underline{E}_z = \sum_k \underline{G}_{2k} \operatorname{ch} kx \, e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}} \quad \text{cu } \mathcal{R}e \sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} \geqslant 0$$

sau, urmînd un raţionament similar cu cel folosit la componenta orizontală şi ţinînd seama de valorile proprii ale lui k care anulează pe $\mathcal{R}e \sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}$ putem scrie :

$$\underline{E}_z = \underline{G}_{2\gamma} \operatorname{ch} \underline{\gamma} x + \underline{G}_{2(-\gamma)} \operatorname{ch}(-\underline{\gamma} x) + \sum_{k \neq \pm \underline{\gamma}} \underline{G}_{2k} \operatorname{ch} kx \, e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}} =$$

$$= \underline{G}_{20} \operatorname{ch} \underline{\gamma} x + \sum_{k \neq \pm \underline{\gamma}} \underline{G}_{2k} \operatorname{ch} kx \, e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}} \quad \text{cu } \mathcal{R}e \sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} > 0,$$

în care s-a notat $\underline{G}_{2\gamma} + \underline{G}_{2(-\gamma)} = \underline{G}_{20}$.

Deoarece aşa cum se ştie, la distanţe mari de locul contactului cîmpul electric este egal cu

$$\underline{E}_z(x,\infty) = \frac{1}{\sigma}\frac{\underline{I}}{2a}\underline{\gamma a}\frac{\operatorname{ch}\underline{\gamma} x}{\operatorname{sh}\underline{\gamma a}},$$

pentru a se putea verifica această condiţie la limită trebuie să luăm

$$\underline{G}_{20} = \frac{1}{\sigma}\frac{\underline{I}}{2a}\underline{\gamma a}\frac{1}{\operatorname{sh}\underline{\gamma a}}.$$

Dacă ţinem acum seama de valorile proprii ale parametrului k

$$k = j\frac{m\pi}{a}$$

şi dacă notăm

$$\underline{G}_{2k} = \underline{G}_{2m} \qquad (\text{se ştie că } \operatorname{ch} jy = \cos y),$$

atunci componenta verticală a cîmpului electric într-un punct oarecare din interiorul plăcii conductoare va fi dată de expresia următoare :

$$\underline{E}_z(x,\ z) = \frac{1}{\sigma}\frac{\underline{I}}{2a}\cdot\underline{\gamma a}\frac{\operatorname{ch}\underline{\gamma} x}{\operatorname{sh}\underline{\gamma} x} + \sum_{m=1}^{\infty}\underline{G}_{2m}\cos\frac{m\pi}{a}x\cdot e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2+\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}}$$

pentru $z \geqslant 0$.

În această formulă, coeficienţii $\underline{G}_{2m}$ urmează să fie determinaţi din condiţii la limită.

În cazul de faţă se pune condiţia la limită a componentei normale a densităţii de curent în planul $z = 0$, deoarece pentru $z = 0 - \varepsilon$ (ε foarte mic) densitatea de curent este egală, în intervalul $(-g_0 \sim +g_0)$, cu $\frac{\underline{I}}{2g_0}$.

Pentru a putea pune condiţia la limită a componentei normale a densităţii de curent la nivelul $z = 0$, va trebui să descompunem în serie Fourier funcţiunea $\underline{E}_{z0}(x,\ 0) = \frac{\underline{I}}{2\sigma\, g_0}$ (pentru z negativ, dar tinzînd spre zero), funcţie care există în intervalul $(-g_0 \sim +g_0)$ şi care este nulă în exteriorul lui. Observînd că pulsaţia armonicii fundamentale trebuie să fie, aşa cum a rezultat mai sus, egală cu $\frac{\pi}{a}$, perioada funcţiunii $\underline{E}_{z0}(x,\ 0)$ va fi $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{a}} = 2a$.

Avem

$$\underline{E}_{z0}(x,\ 0) = \underline{A}_0 + \sum_{m=1}^{\infty}\underline{A}_m\cos\frac{m\pi}{a}x,$$

în care $\underline{A}_m$ se calculează în felul următor :

$$\underline{A}_m = \frac{1}{a}\int_0^{2a} \underline{E}_{z0}\cdot\cos\frac{m\pi}{a}x\cdot\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\left(\int_0^{g_0}\frac{\underline{I}}{2\sigma g_0}\cos\frac{m\pi}{a}x\cdot\mathrm{d}x + \right.$$

$$\left. + \int_{2a-g_0}^{2a}\frac{\underline{I}}{2\sigma\, g_0}\cos\frac{m\pi}{a}x\cdot\mathrm{d}x\right),$$

$$\underline{A}_m = \frac{\underline{I}}{2\pi\,\sigma\, g_0}\frac{1}{m}\left[\sin\frac{m\pi}{a}g_0 + \sin 2m\pi - \sin(2a - g_0)\frac{m\pi}{a}\right] =$$

$$= \frac{\underline{I}}{\pi\sigma\, g_0}\cdot\frac{1}{m}\sin\frac{m\pi}{a}g_0$$

sau

$$\underline{A}_m = \frac{\underline{I}}{\sigma\, a}\cdot\frac{\sin\dfrac{m\pi g_0}{a}}{\dfrac{m\pi g_0}{a}}.$$

$\underline{A}_0$ se calculează astfel :

$$\underline{A}_0 = \frac{1}{2a}\int_0^{2a}\underline{E}_{z0}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2a}\left[\int_0^{g_0}\frac{\underline{I}}{2\sigma\, g_0}\mathrm{d}x + \int_{2a-g_0}^{2a}\frac{\underline{I}}{2\sigma\, g_0}\mathrm{d}x\right] = \frac{\underline{I}}{2\sigma a}.$$

Pentru a putea pune însă condiţia la limită de care am vorbit este necesar să se descompună şi funcţia $\underline{f}(x) = \dfrac{\underline{I}}{2\sigma}\underline{\gamma}\dfrac{\mathrm{ch}\,\underline{\gamma}\,x}{\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}\,a}$ în serie Fourier, avînd armonica fundamentală de aceeaşi perioadă $2a$.

Şi această funcţie va avea o componentă continuă în dezvoltarea sa în serie Fourier, în care variabila este tot x. Vom avea următoarele valori pentru coeficienţii $\underline{A}_{0f}$ şi $\underline{A}_{mf}$:

$$\underline{A}_{0f} = \frac{1}{2a}\int_0^{2a}\underline{f}(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}\frac{\underline{I}}{2\sigma}\underline{\gamma}\frac{\mathrm{ch}\,\underline{\gamma}\,x}{\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}\,a}\mathrm{d}x =$$

$$= \frac{\underline{I}\underline{\gamma}}{4\sigma a}\frac{\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}a + \mathrm{sh}\,\underline{\gamma}a}{\underline{\gamma}\,\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}a} = \frac{\underline{I}}{2\sigma a},$$

$$\underline{A}_{mf} = \frac{1}{a}\int_{-a}^{a}\underline{f}(x)\cos\frac{m\pi}{a}x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\frac{\underline{I}\underline{\gamma}}{2\sigma\,\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}a}\int_{-a}^{a}\mathrm{ch}\,\underline{\gamma}\,x\cos\frac{m\pi}{a}x\,\mathrm{d}x =$$

$$= \frac{\underline{I}\underline{\gamma}}{2a\,\sigma\,\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}a}\left|\frac{\underline{\gamma}\,\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}x\cos\frac{m\pi}{a}x + \frac{m\pi}{a}\,\mathrm{ch}\,\underline{\gamma}x\sin\frac{m\pi}{a}x}{\underline{\gamma}^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}\right|_{-a}^{a} =$$

$$= \frac{\underline{I}\underline{\gamma}^2(-1)^m}{\sigma a\left[\underline{\gamma}^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\right]}.$$

Dezvoltările celor două funcţii vor fi deci următoarele :

$$\underline{E}_{z0}(x,\ 0-\varepsilon) = \frac{\underline{I}}{2\sigma a} + \frac{\underline{I}}{\sigma a}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{m\pi g_0}{a}}{\frac{m\pi g_0}{a}}\cos\frac{m\pi}{a}x \qquad \text{şi}$$

$$\underline{E}_z(x,\ 0+\varepsilon) = \frac{\underline{I}}{2\sigma a} + \frac{\underline{I}\underline{\gamma}^2}{\sigma a}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{\underline{\gamma}^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}\cos\frac{m\pi}{a}x +$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty}\underline{G}_{2m}\cos\frac{m\pi}{a}x.$$

Se observă egalitatea dintre cele două componente continue ale dezvoltărilor de mai sus, ceea ce permite determinarea coeficienţilor $\underline{G}_{2m}$. Punînd condiţia la limită a componentei normale a densităţii de curent şi observînd că prin dezvoltarea în serie Fourier a lui $\underline{E}_{z0} = \dfrac{\underline{I}}{2\sigma g_0}$ sîntem implicit obligaţi să admitem că pentru $z \leqslant 0$ conductorul masiv se află nu între limitele $-g_0$ şi $+g_0$, ci între limitele $-a$ şi $+a$ (aşa cum se prezintă situaţia pentru $z > 0$), vom putea pune condiţia la limită a componentei normale a lui $\underline{I}$ la suprafaţa $z = 0$,

$$\underline{J}_n = (x,\ 0+\varepsilon) = \underline{J}_n(x,\ 0-\varepsilon)$$

sub forma

$$\underline{E}_z(x,\ 0+\varepsilon) = \underline{E}_{z0}(x,\ 0-\varepsilon).$$

Rezultă

$$\underline{G}_{2m} = \frac{\underline{I}}{\sigma a}\left[\frac{\sin\frac{m\pi g_0}{a}}{\frac{m\pi g_0}{a}} + (-1)^{m+1}\frac{\underline{\gamma}^2}{\underline{\gamma}^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}\right].$$

Cîmpul electric într-un punct curent din placă va fi deci dat de expresia

$$\underline{E}_z(x, z) = \frac{\underline{I}\underline{\gamma}}{2\sigma}\frac{\operatorname{ch}\underline{\gamma}x}{\operatorname{sh}\underline{\gamma}a} + \frac{\underline{I}}{\sigma a}\sum_{m=1}^{\infty}\left[\frac{\sin\dfrac{m\pi g_0}{a}}{\dfrac{m\pi g_0}{a}} + \right.$$

$$\left. + (-1)^{m+1}\frac{\underline{\gamma}^2}{\underline{\gamma}^2 + \left(\dfrac{m\pi}{a}\right)^2}\, e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2+\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}} \cdot \cos\frac{m\pi}{a}x\right].$$

Pentru determinarea coeficienților $\underline{G}_{1m}$ din expresia componentei orizontale $\underline{E}_x(x, z)$ a cîmpului electric se elimină cîmpul magnetic din legea circuitului magnetic rot $\underline{H} = \sigma\underline{E}$ și din legea inducției electromagnetice rot $\underline{E} = -j\omega\mu\underline{H}$.

În coordonate carteziene, din $\underline{E}_x = -\dfrac{1}{\sigma}\dfrac{\partial \underline{H}_y}{\partial z}$ și din

$\underline{H}_y = -\dfrac{1}{j\omega\mu}\left(\dfrac{\partial \underline{E}_x}{\partial z} - \dfrac{\partial \underline{E}_z}{\partial x}\right)$ rezultă următoarea ecuație :

$$\underline{E}_x = \frac{1}{\underline{\gamma}^2}\left(\frac{\partial^2 \underline{E}_x}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \underline{E}_x}{\partial x\,\partial z}\right).$$

Derivînd succesiv, se obțin, cu notația $\underline{\lambda}_m = \sqrt{\underline{\gamma}^2 + \left(\dfrac{m\pi}{a}\right)^2}$, următoarele valori :

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_x}{\partial z^2} = \sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{1m}\,\underline{\lambda}_m^2 \sin\frac{m\pi}{a}x \cdot e^{-z\underline{\lambda}_m}$$

și

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial x\,\partial z} = \sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{2m}\frac{m\pi}{a}\underline{\lambda}_m \sin\frac{m\pi}{a}x \cdot e^{-z\underline{\lambda}_m},$$

care, înlocuite în expresia de mai sus, împreună cu

$$\underline{E}_x = \sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{1m} \sin\frac{m\pi}{a}x \cdot e^{-z\underline{\lambda}_m}$$

conduc prin identificare la relația

$$\underline{G}_{1m} = \frac{1}{\underline{\gamma}^2}\left(\underline{G}_{1m}\,\underline{\lambda}_m^2 - \frac{m\pi}{a}\,\underline{\lambda}_m\,\underline{G}_{2m}\right)$$

sau

$$\underline{G}_{1m}(\underline{\lambda}_m^2 - \underline{\gamma}^2) = \frac{m\pi}{a}\,\underline{\lambda}_m\,\underline{G}_{2m}$$

sau, în fine;

$$\underline{G}_{1m} = \frac{\underline{\lambda}_m}{\frac{m\pi}{a}}\,\underline{G}_{2m},$$

deoarece $\underline{\lambda}_m^2 - \underline{\gamma}^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2$.

Avem deci

$$\underline{G}_{1m} = \frac{\underline{I}}{\sigma a}\,\frac{\underline{\lambda}_m}{\frac{m\pi}{a}}\left[\frac{\sin\frac{m\pi g_0}{a}}{\frac{m\pi g_0}{a}} + (-1)^{m+1}\,\frac{\underline{\gamma}^2}{\underline{\gamma}^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}\right].$$

Componenta orizontală a cîmpului electric va fi

$$\underline{E}_x(x,z) = \frac{\underline{I}}{\sigma a}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\underline{\lambda}_m}{\frac{m\pi}{a}}\left[\frac{\sin\frac{m\pi g_0}{a}}{\frac{m\pi g_0}{a}} + (-1)^{m+1}\,\frac{\underline{\gamma}^2}{\underline{\gamma}^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}\right] e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2+\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}}\sin\frac{m\pi}{a}\,x.$$

În problema noastră, interesează pentru calculul efectului electrocaloric în placă următoarele valori particulare ale celor două componente:

$$\underline{E}_x(x,\ 0) \text{ și } \underline{E}_z(a,\ z).$$

Avem

$$\underline{E}_x(x,0) = \frac{\underline{I}}{\sigma a}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\underline{\lambda}_m}{\frac{m\pi}{a}}\left[\frac{\sin\frac{m\pi g_0}{a}}{\frac{m\pi g_0}{a}} + (-1)^{m+1}\frac{\underline{\gamma}^2}{\underline{\lambda}_m^2}\right]\sin\frac{m\pi}{a}\,x,$$

$$\underline{E}_z(a,z) = \frac{\underline{I}}{2\sigma a}\cdot\underline{\gamma}a\,\frac{\operatorname{ch}\underline{\gamma}a}{\operatorname{sh}\underline{\gamma}a} + \frac{\underline{I}}{\sigma a}\sum_{m=1}^{\infty}\left[(-1)^m\,\frac{\sin\frac{m\pi g_0}{a}}{\frac{m\pi g_0}{a}} + (-1)^{2m+1}\,\frac{\underline{\gamma}^2}{\underline{\lambda}_m^2}\right]e^{-z\underline{\lambda}_m}.$$

Cîmpul magnetic în planul $z = 0$, pentru $g_0 \leqslant x \leqslant a$, este egal cu

$$\underline{H}_{y0} = \frac{\underline{I}}{2},$$

căruia îi corespunde vectorul Poynting $\underline{S}_1$.

Cîmpul magnetic în planurile $x = \pm a$ este egal cu

$$\underline{H}_{ya} = \frac{\underline{I}}{2},$$

căruia îi va corespunde un vector Poynting $\underline{S}_2$.

Deoarece pentru $0 \leqslant x \leqslant g_0$ componenta orizontală a cîmpului electric este foarte mică și deoarece avem $g_0 \ll a$, neglijăm afluxul de putere prin suprafața de contact propriu-zisă, de arie $2g_{0.1}$. Avem

$$\underline{S}_1(x,0) = \underline{E}_x(x,0)\,\underline{H}^{*}_{y0} = \frac{I^2}{2\sigma a}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\underline{\lambda}_m}{\frac{m\pi}{a}}\left[\frac{\sin\frac{m\pi g_0}{a}}{\frac{m\pi g_0}{a}} + (-1)^{m+1}\frac{\underline{\gamma}^2}{\underline{\lambda}_m^2}\right]\sin\frac{m\pi}{a}x,$$

$$\underline{S}_2(a,z) = \underline{E}_z(a,z)\,\underline{H}^{*}_{ya} = \frac{I^2}{4\sigma a}\underline{\gamma}a\cdot\frac{\operatorname{ch}\underline{\gamma}a}{\operatorname{sh}\underline{\gamma}a} + \frac{I^2}{2\sigma a}\sum_{m=1}^{\infty}\left[(-1)^m\frac{\sin\frac{m\pi g_0}{a}}{\frac{m\pi g_0}{a}} + (-1)^{2m+1}\cdot\frac{\underline{\gamma}^2}{\underline{\lambda}_m^2}\right]e^{-z\underline{\lambda}_m}.$$

Puterea aparentă complexă în conductorul masiv considerat va fi:

$$\underline{P}_a = 2\int_{g_0}^{a}\underline{S}_1(x,0)\,dx\cdot 1 + 2\int_0^{l}\underline{S}_2(a,z)\,dz\cdot 1,$$

în care l este lungimea conductorului.

Introducînd notația $\dfrac{\sin\frac{m\pi g_0}{a}}{\frac{m\pi g_0}{a}} + (-1)^{m+1}\dfrac{\underline{\gamma}^2}{\underline{\lambda}_m^2} = \underline{\alpha}_m$, puterea aparentă complexă se scrie în felul următor:

$$\underline{P}_a = \frac{I^2}{\sigma a}\left\{l\frac{\underline{\gamma}a}{2}\frac{\operatorname{ch}\underline{\gamma}a}{\operatorname{sh}\underline{\gamma}a} + \sum_{m=1}^{\infty}\underline{\alpha}_m\left[\frac{\underline{\lambda}_m}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}\left(\cos\frac{m\pi g_0}{a} - (-1)^m\right) + \frac{(-1)^m}{\underline{\lambda}_m}(1 - e^{-\underline{\lambda}_m l})\right]\right\}.$$

Cu notația

$$\frac{1}{l}\left[\frac{\underline{\lambda}_m}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}\left(\cos\frac{m\pi g_0}{a}-(-1)^m\right)+\frac{(-1)^m}{\underline{\lambda}_m}(1-e^{-\underline{\lambda}_m l})\right]=\underline{\beta}_m$$

vom introduce și următoarele notații, pe care însă le vom utiliza ulterior :

$$\underline{\beta}'_m=\frac{\underline{\lambda}_m}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}\left[\cos\frac{m\pi g_0}{a}-(-1)^m\right]+\frac{(-1)^m}{\underline{\lambda}_m}(1-e^{-\underline{\lambda}_m l})$$

și

$$\underline{\beta}''=\lim_{l\to\infty}\underline{\beta}'_m=\frac{\underline{\lambda}_m}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}\left[\cos\frac{m\pi g_0}{a}-(-1)^m\right]+\frac{(-1)^m}{\underline{\lambda}_m}.$$

Vom avea

$$\underline{P}_a=\frac{1}{\sigma}\frac{l}{2a}I^2\cdot\underline{\gamma a}\frac{\operatorname{ch}\underline{\gamma a}}{\operatorname{sh}\underline{\gamma a}}\left[1+\frac{2}{\underline{\gamma}\,a}\frac{\operatorname{sh}\underline{\gamma a}}{\operatorname{ch}\underline{\gamma a}}\sum_{m=1}^{\infty}\underline{\alpha}_m\underline{\beta}_m\right].$$

În această expresie factorul comun

$$\underline{P}_{a0}=\frac{1}{\sigma}\frac{l}{2a}I^2\,\underline{\gamma a}\frac{\operatorname{ch}\underline{\gamma a}}{\operatorname{sh}\underline{\gamma a}}$$

reprezintă puterea aparentă complexă pe unitatea de lungime a unei plăci de aceleași dimensiuni, dar în care curentul este injectat pe întreaga secțiune $2a.1$. Observînd că chiar la frecvența $f=50$ p/s vom avea pentru cupru sau alamă

$$|e^{-\underline{\lambda}ml}|\ll 1$$

și deci se va putea lua, fără a comite în mod practic nici o eroare, valoarea

$$e^{-\underline{\lambda}ml}\approx 0.$$

Expresia puterii aparente se mai poate pune în felul următor :

$$\underline{P}_a=\underline{P}_{a0}\left(1+\underline{K}\sum_{m=1}^{\infty}\underline{\alpha}_m\underline{\beta}_m\right)\qquad\text{în care}\qquad\underline{K}=\frac{2}{\underline{\gamma}a}\frac{\operatorname{sh}\underline{\gamma}a}{\operatorname{ch}\underline{\gamma}a},$$

$$P_a=(\underline{P}_{0\sim}+j\underline{Q}_{0\sim})\,[1+(A_k+jB_k)(A_\Sigma+jB_\Sigma)\,],$$

în care s-a notat :

$$\underline{P}_{a0}=P_{0\sim}+jQ_{0\sim},\quad\underline{K}=A_k+jB_k\quad\text{și}\quad\sum_{m=1}^{\infty}\underline{\alpha}_m\underline{\beta}_m=A_\Sigma+jB_\Sigma.$$

Introducînd și notațiile $A_kA_\Sigma-B_kB_\Sigma=A_m$,

$$A_kB_\Sigma+B_kA_\Sigma=B_m,$$

puterea aparentă complexă va fi

$$\underline{P}_a=(P_{0\sim}+jQ_{0\sim}\,)\,(1+A_m+jB_m)$$

sau

$$\underline{P}_a=P_{0\sim}+P_{0\sim}A_m-Q_{0\sim}\;B_m+j(Q_{0\sim}+Q_{0\sim}A_m+P_{0\sim}B_m).$$

Luînd partea reală din expresia de mai sus, se obține următoarea putere activă în alternativ :

$$P_{\sim} = \mathcal{R}e\,[\underline{P}_a] = P_{0\sim} + P_{0\sim} A_m - Q_{0\sim} B_m$$

sau, în fine

$$P_{\sim} = P_{0\sim}\left(1 + A_m - \frac{Q_{0\sim}}{P_{0\sim}} B_m\right).$$

Cum însă rezistențele în alternativ se definesc din relațiile

$$P_{\sim} = R_{\sim} I^2 \quad \text{și} \quad P_{0\sim} = R_{0\sim} I^2,$$

în care $R_{\sim}$ este rezistența în alternativ a conductorului în ipoteza injectării curentului prin secțiunea $2g_0\,1$, iar $R_{0\sim}$ este rezistența aceluiași conductor în ipoteza injectării curentului prin întreaga secțiune $2a \cdot 1$, vom obține următoarea relație :

$$R_{\sim} = R_{0\sim}\left(1 + A_m - \frac{Q_{0\sim}}{P_{0\sim}} B_m\right).$$

Dacă notăm

$$P_{0\sim} = R_{0\sim} I^2 = I^2 \mathcal{R}e\left[\frac{1}{\sigma}\frac{l}{2a} \cdot \underline{\gamma}\, a \cdot \frac{\operatorname{ch} \underline{\gamma} a}{\operatorname{sh} \underline{\gamma} a}\right],$$

$$Q_{0\sim} = X_{0\sim} I^2 = I^2 \mathcal{J}m\left[\frac{1}{\sigma}\frac{l}{2a} \cdot \underline{\gamma}\, a \cdot \frac{\operatorname{ch} \underline{\gamma} a}{\operatorname{sh} \underline{\gamma} a}\right],$$

rezultă

$$\frac{Q_{0\sim}}{P_{0\sim}} = \frac{X_{0\sim}}{R_{0\sim}},$$

în care

$$R_{0\sim} = \mathcal{R}e\left[\frac{1}{\sigma}\frac{l}{2a} \cdot \underline{\gamma}\, a \frac{\operatorname{ch} \underline{\gamma} a}{\operatorname{sh} \underline{\gamma} a}\right] \qquad \text{în } \Omega/\text{m},$$

$$X_{0\sim} = \mathcal{J}m\left[\frac{1}{\sigma}\frac{l}{2a} \cdot \underline{\gamma}\, a \frac{\operatorname{ch} \underline{\gamma} a}{\operatorname{sh} \underline{\gamma} a}\right] \qquad \text{în } \Omega/\text{m}.$$

Rezistența în alternativ căutată va fi deci :

$$R_{\sim} = R_{0\sim}\left(1 + A_m - \frac{X_{0\sim}}{R_{0\sim}} B_m\right) \qquad \text{în } \Omega/\text{m}.$$

În regim staționar, $\omega \to 0$ și deci $\underline{\gamma} \to 0$. Știind că $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{sh} x}{x} = 1$, avem

$$\lim_{\underline{\gamma} \to 0} \underline{P}_{a0} = P_0 = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{2a} I^2.$$

Puterea dezvoltată în conductor va fi pe unitatea de lungime egală cu

$$P = P_0\left(1 + 2\sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m \beta_m\right),$$

în care

$$\alpha_{in} = \lim_{\omega \to 0} \alpha_m = \frac{\sin \frac{m \pi g_0}{a}}{\frac{m \pi g_0}{a}},$$

și

$$\beta_m = \lim_{\omega \to 0} \beta_m = \frac{1}{l} \left[\frac{1}{\frac{m \pi}{a}} \cos \frac{m \pi g_0}{a} - (-1)^m \frac{1}{\frac{m \pi}{a}} + \right.$$

$$\left. + (-1)^m \frac{1}{\frac{m \pi}{a}} (1 - e^{-\frac{m \pi}{a} l}) \right]$$

sau

$$\beta_m = \frac{g_0}{l} \frac{\cos \frac{m \pi g_0}{a} - (-1)^m e^{-\frac{m \pi}{a} l}}{\frac{m \pi g_0}{a}}.$$

Notăm

$$\beta''_m = \lim_{l \to \infty} \beta'_m$$

în care $\beta'_m = l \beta_m$.

Ținînd seama de faptul că $e^{-\frac{m \pi}{a} l} \approx 0$, pentru lungimi de cîțiva centimetri formula puterii în regim staționar este următoarea :

$$P = P_0 \left[1 + \frac{2}{l} \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m \beta''_m \right]$$

cu

$$\beta''_m = g_0 \frac{\cos \frac{m \pi g_0}{a}}{\frac{m \pi g_0}{a}}$$

sau

$$P = P_0 \left[1 + 4 \frac{g_0}{l} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{2 \pi m g_0}{a}}{\left(\frac{2 \pi m g_0}{a} \right)^2} \right].$$

Rezistența corespunzătoare va fi :

$$R = R_0 \left[1 + 4 \frac{g_0}{l} S_m \right],$$

în care

$$S_m = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin \dfrac{2\pi m g_0}{a}}{\left(\dfrac{2\pi m g_0}{a}\right)^2} \qquad R_0 = \frac{l}{2\sigma a \cdot 1}.$$

Factorul în alternativ este dat de raportul

$$k_a = \frac{R_\sim}{R} = \frac{R_{0\sim}}{R_0} \cdot \frac{1 + A_m - \dfrac{X_{0\sim}}{R_{0\sim}} B_m}{1 + 4\,\dfrac{g_0}{l} \cdot S_m}.$$

Dacă notăm cu k_{a0} raportul $R_{0\sim}/R_0$, atunci acest factor în alternativ va fi :

$$k_a = k_{a0} \frac{1 + A_m - \dfrac{X_{0\sim}}{R_{0\sim}} B_m}{1 + 4\,\dfrac{g_0}{l} \cdot S_m}.$$

Verificarea acestei formule se face observînd că pentru $\omega \to 0$ avem :

$$X_{0\sim} = 0, \quad B_k = 0, \quad B_\Sigma = 0 \quad \text{și} \quad A_\Sigma = \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m \beta_m,$$

în care $\alpha_m = \lim\limits_{\omega \to 0} \underline{\alpha}_m$ și $\beta_m = \lim\limits_{\omega \to 0} \underline{\beta}_m$.

De asemenea, știind că $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{sh} x}{x} = 1$ se obține $k = 2 + jo$ și deci $A_k = 2$.

Avem în continuare :

$$A_m = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m \beta_m = \frac{4 g_0}{l} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin \dfrac{2m\,\pi g_0}{a}}{\left(\dfrac{2m\,\pi g_0}{a}\right)^2} = 4\,\frac{g_0}{l}\,S_m.$$

Cum pentru $\omega \to 0$, se obține $k_{a0} = 1$, avem în final :

$$\lim_{\omega \to 0} k_a = 1 \cdot \frac{1 + 4\,\dfrac{g_0}{l}\,S_m}{1 + 4\,\dfrac{g_0}{l}\,S_m} = 1.$$

Un alt mod de a scoate în evidență fenomenul de creștere a rezistenței datorită injectării prin o secțiune mult redusă față de secțiunea conductorului este de a găsi o expresie semnificativă care să fie independentă de lungimea conductorului. Cu notațiile cunoscute, din expresia puterii aparente complexe

$$\underline{P}_a = \underline{P}_{a0}\left(1 + \underline{K} \sum_{m=1}^{\infty} \underline{\alpha}_m \underline{\beta}_m\right),$$

stabilită anterior rezultă :

$$\underline{P}_a = \underline{P}_{a0} + \frac{I^2}{\sigma a} \sum_{m=1}^{\infty} \underline{\alpha}_m \underline{\beta}'_m \qquad \text{cu } \underline{\beta}'_m = l \underline{\beta}_m$$

sau, notînd $\underline{P}_a - \underline{P}_{a0} = \Delta \underline{P}_a$, avem pentru $l \to \infty$

$$\Delta \underline{P}_{a\infty} = \frac{I^2}{\sigma a} \sum_{m=1}^{\infty} \underline{\alpha}_m \underline{\beta}''_m \qquad \text{cu } \underline{\beta}''_m = \lim_{l \to \infty} \underline{\beta}'_m ,$$

căreia îi corespunde următoarea creştere a rezistenţei în alternativ :

$$\Delta \underline{R}_{\infty} = \frac{1}{\sigma a} \mathcal{R}e \sum_{m=1}^{\infty} \underline{\alpha}_m \underline{\beta}''_m ,$$

calculată pentru bare foarte lungi. Este uşor de văzut că $\Delta \underline{R}_{\infty}$ este dat de diferenţa $\underline{R}_{\infty} - \underline{R}_{0\infty}$ în care $\underline{R}_{\infty}$ este rezistenţa de dispersie a unui conductor foarte lung alimentat prin o secţiune mult redusă, iar $R_{0\infty}$ este rezistenţa aceluiaşi conductor, alimentat însă prin întreaga secţiune. Dacă notăm $A''_{\Sigma} = \mathcal{R}e \sum_{m=1}^{\infty} \underline{\alpha}_m \underline{\beta}''_m$,

atunci

$$\Delta R_{\infty} = \frac{1}{\sigma a} A''_{\Sigma} .$$

În mod asemănător, în curent continuu avem din expresia puterii

$$P = P_0 \left((1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m \beta_m \right) = P_0 \left(1 + \frac{2}{l} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m \beta''_m \right)$$

în care $\alpha_m = \lim_{\omega \to 0} \underline{\alpha}_m$ şi $\beta_m = \lim_{\omega \to 0} \underline{\beta}_m$.

Cu notaţiile cunoscute rezultă

$$\Delta R_{\infty} = \frac{1}{\sigma a} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m \beta''_m = \frac{2 g_0}{\sigma a} S_m .$$

Primit la redacţie la 3 noiembrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleţ, *Curs de bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. 4, Lit. 1956.
2. R. Holm, *Electric Contacts Handbook*. Berlin, 1958.
3. A. Timotni, V. Hortopan, *Lecţii de bazele electrotehnicii*. Bucureşti, 1962.
4. W. Smythe, *Static and dynamic electricity*, 1950.
5. A. Angot, *Compléments de mathématiques*.
6. И.Е. Тамм, *Основы теории электричества*. Москва, 1957.
7. A. Avramescu, *Über die Zeitkonstate des Skineffektes*. ETZ, **80**, *3*, *1 — 2* (1959).
8. I. M. Rîjic, I. S. Gradştein, *Tabele de integrale, sume, serii şi produse*.
9. R. Rüdenberg, *Fenomene tranzitorii în sistemele electroenergetice*. Bucureşti, 1959.
10. Е. Янке, Ф. Эмде, *Таблицы, функций*.

CONTRIBUȚII LA TEORIA MICROMOTORULUI SINCRON CU POLI APARENȚI PE STATOR ȘI PE ROTOR

DE

AUGUSTIN MORARU

621.313.3

În lucrare se urmărește stabilirea elementelor teoriei micromotoarelor sincrone cu poli aparenți pe stator și pe rotor. După o scurtă clasificare se descriu principalele tipuri constructive și se extrag elementele caracteristice comune, ajungînd la concluzia reducerii studiului la cel al micromotorului sincron simetric.

Se stabilesc ecuațiile de funcționare exacte ale mașinii nesaturate simetrice și, după simplificări, se aduc la forme accesibile calculelor de proiectare, indicînd formele simple pentru calculul curentului absorbit și pentru calculul cuplului. Pe baza acestor ecuații se discută caracteristicile electrice și mecanice și se fac aprecieri referitoare la caracteristicile de pornire.

În încheiere se recapitulează principalele rezultate și se trag concluzii.

Micromotoarele sincrone au o folosire foarte largă în automatizări și în tehnica măsurării, servind ca elemente de acționare cu viteză constantă și cu o siguranță în funcționare foarte ridicată. Folosind forma constructivă cu poli aparenți pe stator și pe rotor, micromotoarele sincrone permit obținerea unor viteze de rotație destul de joase fără complicații constructive deosebite și mai ales la gabarite mici, lucru care duce la simplificarea esențială a reductoarelor și la micșorarea uzurii, fapt pentru care, la puteri utile sub 1 W, micromotoarele sincrone sînt preferate tuturor celorlalte tipuri.

În ultimul deceniu s-au făcut progrese importante în domeniul fundamentării teoriei cantitative a funcționării multor tipuri de micro-

St. cerc. energ. electr. Tom. 14 Nr. 1 p. 49—62 București 1965

motoare, însă, deşi au fost propuse şi realizate foarte multe tipuri de micromotoare sincrone cu poli aparenţi pe stator şi pe rotor, teoria funcţionării lor se menţine în faza calitativă, permiţînd numai explicarea principiului de funcţionare [1].

Această situaţie se datoreşte, probabil, şi dificultăţilor de ordin teoretic, legate mai ales de faptul că la aceste micromotoare fenomenele considerate secundare la maşinile electrice normale au o importanţă deosebită şi deci abordarea teoriei pe căile clasice duce la rezultate greoaie, practic inutilizabile.

Micromotoarele sincrone cu poli aparenţi pe stator şi pe rotor se pot clasifica în următoarele categorii :

a) după principiul de funcţionare { reactive, cu magnet permanent ;

b) după felul alimentării { monofazate, monofazate cu spiră în scurtcircuit, polifazate (inclusiv monofazate cu fază auxiliară).

În cele ce urmează se vor analiza numai micromotoarele sincrone monofazate reactive sau cu magnet permanent, cu poli aparenţi pe stator şi pe rotor.

Pentru a putea desprinde şi sistematiza principalele elemente caracteristice ale acestor tipuri de micromotoare se vor examina pe scurt cîteva tipuri constructive reprezentative care au căpătat o răspîndire mai mare, fără a intra însă şi în analiza caracteristicilor acestora, ceea ce ar depăşi cadrul prezentei lucrări.

Primul tip, reactiv, este caracterizat printr-un rotor dinţat din oţel care se poate roti într-un stator, în general bipolar, avînd o dinţare cu acelaşi pas unghiular (fig. 1). La excitare în curent alternativ a bobinei statorice, între rotor şi stator se exercită forţe electromagnetice pulsatorii, care tind să aducă rotorul în poziţii de reluctanţă minimă a circuitului magnetic, astfel ca axele dinţilor statorici şi rotorici să coincidă. Datorită inerţiei rotorului şi caracterului pulsatoriu al forţelor, rotorul se poate învîrti sincron în orice sens, cu viteza

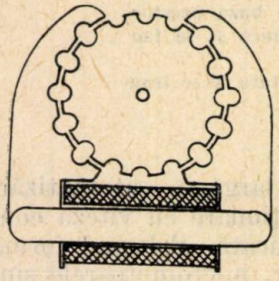


Fig. 1. — Micromotor sincron reactiv monofazat.

$$n = \frac{2f}{Z_r} \text{ [rot/s]},$$

unde

f este frecvenţa tensiunii de alimentare, în Hz,

Z_r — numărul de dinţi ai rotorului.

Acest tip de micromotor are avantajul unei construcţii foarte simple, însă are totodată caracteristici funcţionale inferioare şi cuplu mic, iar pornirea lui este posibilă numai prin antrenarea rotorului pînă la viteza

de sincronism. Autopornirea este practic exclusă, la alimentarea statorului rotorul tinzînd să se aşeze într-o poziţie de reluctanţă minimă printr-o mişcare oscilatorie amortizată.

O îmbunătăţire radicală a caracteristicilor funcţionale ale micromotorului sincron monofazat cu poli aparenţi pe stator şi pe rotor se poate obţine prin crearea unui cîmp rotoric propriu cu poli alternaţi cu ajutorul materialelor magnetice dure. Pentru aceasta fie că se realizează rotorul ca o roată polară din materiale magnetice dure (prin turnare sau prin ştanţare din foi) (fig. 2 *a*), fie că se utilizează rotorul cu poli în formă de gheară, cu magnet permanent cilindric magnetizat axial (fig. 2 *b*). Ultima formă prezintă deosebite avantaje tehnologice şi caracteristici de magnetizare superioare, în special în cazul folosirii magneţilor permanenţi din ferite cu forţă coercitivă ridicată.

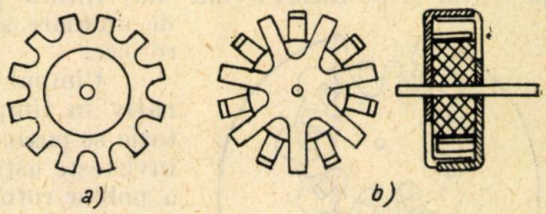


Fig. 2. — Rotor de micromotor sincron cu poli alternaţi:
a — cu roată polară; *b* — cu poli în formă de gheară.

Statorul corespunzător rotorului cu poli alternaţi se poate realiza în mai multe feluri, dintre care cele mai remarcabile sînt două: sub formă bipolară, cu piesele polare dinţate cu un pas unghiular egal cu dublul pasului unghiular al polilor rotorici, dinţii de pe cele două piese polare fiind decalate cu un pas polar rotoric (fig. 3 *a*), şi sub formă multipolară, cu polii statorici în formă de gheară şi excitaţie exterioară (fig. 3 *b*).

Prima formă utilizează mai slab rotorul micromotorului, dar prezintă avantaje tehnologice şi permite realizarea unor condiţii favorabile auto-

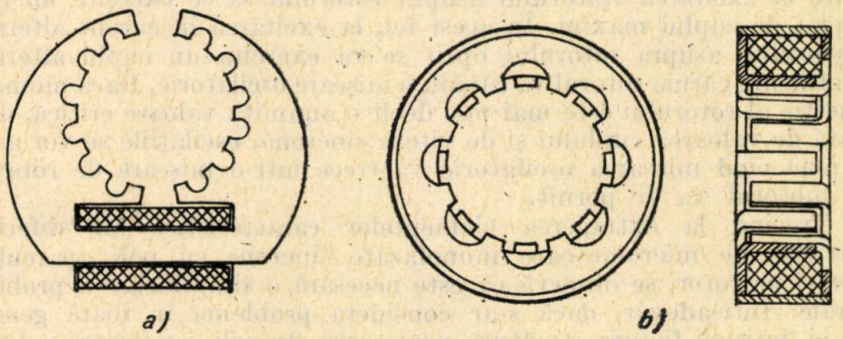


Fig. 3. — Stator de micromotor sincron cu poli alternaţi pe rotor:
a — bipolar cu piese polare dinţate; *b* — multipolar cu poli în formă de gheară.

pornirii. A doua formă se utilizează mai rar ca atare, fiind folosită mai ales în cazul micromotoarelor sincrone monofazate cu spiră în scurtcircuit, care nu se examinează aici.

Prin combinarea diferitelor rotoare şi statoare se pot obţine mai multe forme de micromotoare sincrone monofazate cu poli aparenţi pe

stator și pe rotor, avînd cîmp rotoric propriu. Rezultate dintre cele mai bune s-au obținut cu rotorul cu poli în formă de gheară și cu statorul bipolar cu piese polare dințate (fig. 4), formă constructivă care a cunoscut mai multe dezvoltări atît în străinătate [1], [2], cît și în țară.

Funcționarea micromotoarelor sincrone monofazate cu poli aparenți pe stator și pe rotor, avînd cîmp rotoric propriu, se bazează pe tendința de adunare a celor două cîmpuri statoric și rotoric.

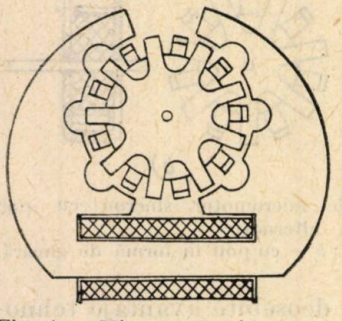


Fig. 4. — Micromotor sincron cu magnet permanent.

Cîmpul fiecărui pol statoric fiind alternativ în timp, adunarea lui cu cîmpul rotoric se poate realiza numai dacă rotorul se învîrtește astfel încît frecvența de succedare a polilor rotorici de aceeași polaritate prin fața unui aceluiași pol statoric să fie egală cu frecvența de variație a cîmpului statoric. Deci viteza de rotație a rotorului trebuie să fie :

$$|n| = \frac{f}{p_r} = \frac{2f}{Z_r} \text{ [rot/s]},$$

$p_r = \frac{Z_r}{2}$ fiind numărul de perechi de poli al rotorului.

La aceeași concluzie se poate ajunge și folosind teoria cîmpurilor învîrtitoare și teorema de descompunere a lui Maurice Leblanc.

De remarcat este faptul că la acest tip de micromotor sincron se pot asigura ușor condițiile unei bune autoporniri, făcînd ca sub influența cîmpului propriu rotorul să ocupe, cînd statorul este neexcitat, o poziție în care la excitarea statorului asupra rotorului să se exercite un cuplu apropiat de cuplul maxim. În acest fel, la excitarea în curent alternativ a statorului, asupra rotorului oprit se va exercita un cuplu alternativ sub influența căruia rotorul va căpăta o mișcare oscilatorie. Dacă momentul de inerție al rotorului este mai mic decît o anumită valoare critică, determinată de valoarea cuplului și de viteza sincronă, oscilațiile se vor amplifica pînă cînd mișcarea oscilatorie va trece într-o mișcare de rotație și deci motorul va fi pornit.

Trecînd la extragerea elementelor caracteristice ale diferitelor construcții de micromotoare monofazate sincrone cu poli aparenți pe stator și pe rotor, se observă că este necesară o simplificare a problemei generale. Într-adevăr, dacă s-ar considera problema în toată generalitatea ei, întrucît fiecare armătură poate avea $2p$ poli, iar fiecare pol poate schimba flux cu oricare alt pol aflat pe oricare dintre armături, numărul aproximativ de necunoscute care intervine în ecuațiile de funcționare va fi :

$$N = C^2_{2\times 2p} = 2p(4p - 1). \tag{1}$$

Această evaluare arată că soluția problemei generale devine prea complicată pentru a mai prezenta interes practic : deja la $p = 2$ rezultă $N = 28$ de necunoscute.

Studiul se simplifică radical dacă se consideră mașina simetrică, caz în care toți polii de aceeași polaritate de pe aceeași armătură se găsesc în condiții identice la orice moment. Astfel dispare individualitatea polilor și, considerînd ca noi necunoscute valorile globale ale fluxurilor schimbate de un pol cu toți ceilalți poli de aceeași polaritate, numărul de necunoscute devine independent de numărul de perechi de poli p și este egal cu cel din cazul cel mai simplu $p = 1 : N = 6$ necunoscute.

Studiul mașinii simetrice prezintă o importanță deosebită, întrucît majoritatea cazurilor practice poate fi redusă la acest caz idealizat prin adoptarea unor ipoteze simplificatoare sau admițînd o anumită imprecizie a rezultatelor. Astfel, de exemplu, la tipurile de micromotoare analizate anterior, dacă se admite că rotorul este simetric și se consideră numai efecte globale (pentru tot rotorul, nu pentru fiecare pol în parte), mașina îndeplinește condiții de simetrie suficiente pentru a fi studiată ca simetrică.

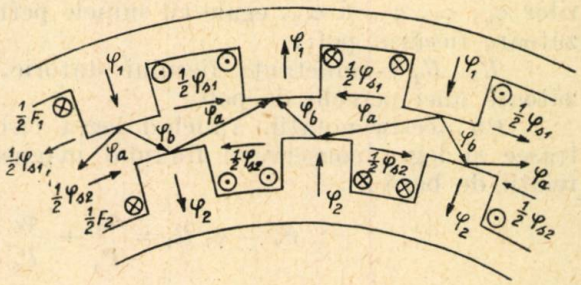


Fig. 5. — Reprezentarea magnetică schematică a mașinii sincrone monofazate simetrice cu poli aparenți pe stator și pe rotor.

În cele ce urmează se va studia deci numai mașina sincronă monofazată simetrică cu poli aparenți pe stator și pe rotor. Din punct de vedere magnetic, această mașină se poate reprezenta schematic ca în figura 5.

Fiecare armătură (stator, rotor) se consideră prevăzută cu $2p$ poli aparenți, fiecare pol avînd o bobină de excitație, care produce solenația $1/2\ F_1$, respectiv $1/2\ F_2$ [1]), în sensuri care se succedă alternativ.

Pentru stabilirea ecuațiilor de funcționare ale mașinii se definesc următoarele mărimi :

φ_a — fluxul total schimbat de un pol al unei armături (de exemplu S_1 în fig. 5) cu toți polii de aceeași polaritate ai celeilalte armături (de exemplu toți polii S_2) ;

φ_b — fluxul total schimbat de un pol al unei armături (de exemplu S_1 în fig. 5) cu toți polii de polaritate contrară ai celeilalte armături (de exemplu toți polii N_2) ;

φ_{s1} — fluxul total (de scăpări) schimbat de un pol statoric cu toți polii statorici (de polaritate opusă) ;

φ_{s2} — fluxul total (de scăpări) schimbat de un pol rotoric cu toți polii rotorici (de polaritate opusă).

În figura 5 aceste fluxuri s-au reprezentat ca și cum s-ar închide numai între cei doi poli ; în realitate fluxurile se închid pe căi mai complicate, însă ca efect global se poate adopta reprezentarea simplificată din figura 5. La definirea permeanțelor căilor respective trebuie însă să se

[1]) Rotorul este prevăzut de fapt cu magneți permanenți, însă acțiunea acestora se poate echivala cu cea a unor bobine parcurse de curenți.

ţină seama de echivalarea făcută. Demonstraţia completă a acestei echivalări este dată în anexă.

În continuare se definesc următoarele mărimi :

φ_1 — fluxul total al unui pol statoric ;

φ_2 — fluxul total al unui pol rotoric ;

P_a, P_b, P_{s1}, P_{s2} — permeanţele rezultante ale drumurilor fluxurilor φ_a, φ_b, φ_{s1} şi φ_{s2}, egale cu sumele permeanţelor parţiale (corespunzătoare fiecărui pol) ;

R_1, R_2 — reluctanţa fierului statoric, respectiv rotoric, corespunzătoare unei perechi de poli.

Cu aceste notaţii, aplicînd legea circuitului magnetic pe diferite trasee şi legea conservării fluxului magnetic, se stabilesc următoarele relaţii de bază :

$$\left.\begin{aligned} F_1 - \varphi_1 R_1 &= \frac{\varphi_a}{P_a} + \frac{\varphi_b}{P_b} = \frac{\varphi_{s1}}{P_{s1}}, \\ F_2 - \varphi_2 R_2 &= -\frac{\varphi_a}{P_a} + \frac{\varphi_b}{P_b} = \frac{\varphi_{s2}}{P_{s2}}, \\ \varphi_1 &= \varphi_a + \varphi_b + \varphi_{s1}, \\ \varphi_2 &= -\varphi_a + \varphi_b + \varphi_{s2}. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Acestui sistem de ecuaţii îi corespunde circuitul echivalent din figura 6, în care diferitele elemente de circuit reprezintă reluctanţe.

În acest circuit echivalent se disting trei porţiuni. La extremităţi sînt doi dipoli activi — statoric şi rotoric —, conţinînd sursele F_1 şi F_2 şi care includ reluctanţele proprii ale armăturilor şi reluctanţelor de scăpări [2]). Aceşti doi dipoli sînt interconectaţi prin intermediul unui cvadripol simetric în punte, format din reluctanţele $\frac{1}{P_a}$ şi $\frac{1}{P_b}$.

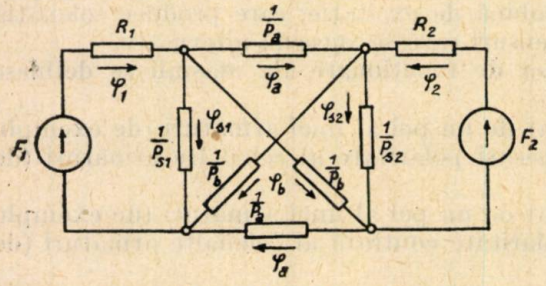


Fig. 6. — Circuitul echivalent magnetic al maşinii sincrone monofazate simetrice cu poli aparenţi pe stator şi pe rotor.

De la circuitul echivalent magnetic se poate trece direct la circuitul echivalent electric, folosind teorema inversiunii circuitelor şi factorii de conversiune :

pentru flux magnetic fascicular-flux magnetic (total) $\psi = w\varphi$, (3)

pentru tensiune magnetomotoare-curent $i = \frac{p}{w} F$, (4)

[2]) În figura 6 aceste porţiuni de circuit sînt reprezentate în forma lor cea mai simplă corespunzătoare unui circuit magnetic de secţiune constantă şi unor scăpări concentrate la extremităţile polilor. Trecerea la cazul general nu prezintă însă nici o dificultate şi deci nu se va mai detalia aici.

pentru reluctanță (permeanță)-inductivitate $L = \frac{w^2}{p} P = -\frac{w^2}{pR}$, (5)

unde s-a notat cu w numărul de spire total al înfășurării statorice (de referință) și cu p numărul de perechi de poli ai mașinii.

După efectuarea transformărilor și ținînd seama de rezistența înfășurării statorice și de pierderile în fier statorice, se stabilește circuitul

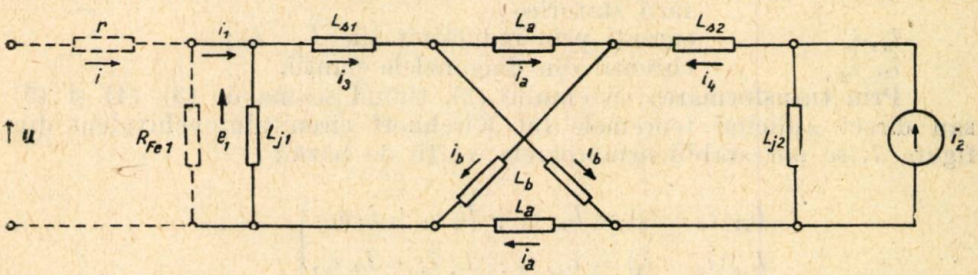


Fig. 7. — Circuitul electric echivalent al mașinii sincrone monofazate simetrice cu poli aparenți pe stator și pe rotor.

electric echivalent din figura 7. Semnificația diferitelor mărimi din figura 7 este :

u — valoarea instantanee a tensiunii de alimentare ;

i — valoarea instantanee a curentului în înfășurarea statorică ;

r_1 — rezistența înfășurării statorice ;

$R_{Fe1} \approx \frac{P_{Fe1}}{E_1^2}$ — rezistența echivalentă pierderilor în fier statorice ;

E_1 — valoarea eficace a t.e.m. indusă în înfășurarea statorică ;

$e_1 = \frac{d\psi_1}{dt}$ — valoarea instantanee a t.e.m. indusă în înfășurarea statorică ;

ψ_1 — fluxul magnetic (total) al înfășurării statorice ;

$L_{j1} = \frac{w^2}{pR_1}$ — inductivitatea fierului statoric ;

$L_{s1} = \frac{w^2}{p} P_{s1}$ — inductivitatea de scăpări statorică ;

$L_a = \frac{w^2}{p} P_a$, $L_b = \frac{w^2}{p} P_b$ } inductivitățile întrefierurilor ;

$L_{s2} = \frac{w^2}{p} P_{s2}$ — inductivitatea de scăpări rotorică ;

$L_{j2} = \dfrac{w^2}{pR_2}$ — inductivitatea fierului rotoric;

$i_2 = \dfrac{p}{w} F_2$ — valoarea instantanee a curentului de excitație rotoric (echivalent) raportat la numărul de spire al înfășurării statorice;

i_a, i_b — curenți prin inductivitățile L_a, L_b;

i_1, i_2 — curenții din diagonalele punții.

Prin transformarea sistemului (2), ținînd seama de (3), (4) și (5) sau direct aplicînd teoremele lui Kirchhoff circuitului echivalent din figura 7, se pot stabili următoarele relații de bază:

$$\left.\begin{aligned} L_{j1}(i_1 - i_3) &= L_{s1}\, i_3 + L_a\, i_a + L_b\, i_b, \\ L_{j2}(i_2 - i_4) &= L_{s2}\, i_2 - L_a\, i_a + L_b\, i_b, \\ i_3 &= i_a + i_b, \\ i_4 &= -\, i_a + i_b. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Rezolvînd acest sistem de ecuații în raport cu i_3 și i_4 și introducînd notațiile mai sistematice

$$\left.\begin{aligned} L_0 &= \frac{L_a + L_b}{2}; & \nu &= \frac{L_a - L_b}{L_a + L_b}; \\ k_1 &= 1 + \frac{L_{j1} + L_{s1}}{L_0}; & k_2 &= 1 + \frac{L_{j2} + L_{s2}}{L_0}; \\ n_1 &= \frac{L_{j1}}{L_0}; & n_2 &= \frac{L_{j2}}{L_0}, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

se obțin următoarele expresii:

$$i_3 = \frac{k_2 n_1 i_1 - \nu n_2 i_2}{k_1 k_2 - \nu^2}, \tag{8}$$

$$i_4 = \frac{-\nu n_1 i_1 + k_1 n_2 i_2}{k_1 k_2 - \nu^2}. \tag{9}$$

De asemenea se deduce ușor că

$$\psi_1 = L_{j1}(i_1 - i_3) = L_{j1} \frac{[k_2(k_1 - n_1) - \nu^2] i_1 + \nu n_2 i_2}{k_1 k_2 - \nu^2}. \tag{10}$$

Derivînd în raport cu timpul această ecuație și considerînd inductivitățile L_{s1}, L_{s2}, L_{j1} și L_{j2} independente de timp (sau de poziția rotorului), se deduce ecuația tensiunilor :

$$e_1 + \frac{d\psi_1}{dt} = L_{j1}\left(1 - \frac{n_1 k_2}{k_1 k_2 - \nu^2}\right)\frac{di_1}{dt} + \frac{\nu n_1 L_{j2}}{k_1 k_2 - \nu^2}\frac{di_2}{dt} +$$

$$+ n_1 \frac{(k_2^2 + \nu^2)\, n_1 i_1 - \nu (k_1 + k_2)\, n_2 i_2}{(k_1 k_2 - \nu^2)^2}\frac{dL_0}{dt} + \tag{11}$$

$$+ n_1 \frac{-2\nu k_2\, n_1 i_1 + (k_1 k_2 + \nu^2)\, n_2 i_2}{(k_1 k_2 - \nu^2)^2}\frac{d(\nu L_0)}{dt}.$$

Această ecuație se poate simplifica, cum se va arăta mai departe. Înainte însă se stabilește și formula cuplului motor dezvoltat, plecînd de la cunoscuta lui definiție [3], ca fiind derivata energiei magnetice W_m în raport cu unghiul de rotație al axului la curent constant :

$$M = \left(\frac{\partial W_m}{\partial \alpha}\right)_{I=\text{const}}. \tag{12}$$

În cazul schemei din figura 7, aplicînd și teorema lui Thévenin, expresia energiei magnetice totale este

$$W_m = \frac{1}{2} L_{j1}\, i_1 i_3 + \frac{1}{2} L_{j2}\, i_2 i_4 = \frac{1}{2} L_0 \frac{k_2 (n_1 i_1)^2 + k_1 (n_2 i_2)^2 - 2\nu n_1 i_1 n_2 i_2}{k_1 k_2 - \nu^2}. \tag{13}$$

Admițînd de asemenea că L_{s1}, L_{s2}, L_{j1} și L_{j2} sînt constante și ținînd seama de relațiile (7), se deduce următoarea expresie a cuplului :

$$M = M_a - M_b, \tag{14}$$

în care :

$$M_a = \frac{\nu k_2 (n_1 i_1)^2 + \nu k_1 (n_2 i_2)^2 - (k_1 k_2 + \nu^2)\, n_1 i_1 n_2 i_2}{(k_1 k_2 - \nu^2)^2}\frac{d(\nu L_0)}{d\alpha} \tag{15}$$

și

$$M_b = \frac{(k_2^2 + \nu^2)(n_1 i_1)^2 + (k_1^2 + \nu^2)(n_2 i_2)^2 - 2\nu (k_1 + k_2)\, n_1 i_1 n_2 i_2}{(k_1 k_2 - \nu^2)^2}\frac{dL_0}{d\alpha}. \tag{16}$$

Trecînd la interpretarea rezultatelor obținute, se va începe cu studiul mărimilor care intervin în ecuațiile de funcționare și în formula cuplului.

Considerînd mașina nesaturată, se poate admite că toate inductivitățile sînt liniare (nu depind de valoarea curentului), iar inductivitățile L_{s1}, L_{s2}, L_{j1} și L_{j2} sînt și constante, adică nu depind de poziția rotorului, așa cum s-a presupus și la deducerea ecuațiilor (11) — (16). În schimb, inductivitățile L_a și L_b depind esențial de poziția rotorului și,

conform definiției lor, sînt funcțiuni periodice conjugate cu perioada $\frac{2\pi}{2p}$, îndeplinind relațiile

$$L_a(\alpha) = L_a\left(\alpha + k\frac{\pi}{p}\right) = L_b\left(\alpha - \frac{\pi}{2p}\right) \tag{17}$$

pentru orice k întreg.

Mașina fiind presupusă simetrică, funcțiile $L_a(\alpha)$ și $L_b(\alpha)$ vor fi de asemenea simetrice și deci dezvoltarea lor în serie Fourier va fi de forma :

$$L_a(\alpha) = A_0 + \sum_1^\infty A_{2k} \cos 2kp\alpha + \sum_0^\infty A_{2k+1} \cos(2k+1)p\alpha, \tag{18}$$

$$L_b(\alpha) = A_0 + \sum_1^\infty A_{2k} \cos 2kp\alpha - \sum_0^\infty A_{2k+1} \cos(2k+1)p\alpha, \tag{19}$$

unde s-a considerat originea în axa de simetrie a funcțiunilor L_a și L_b. Conform (7), se deduce :

$$L_0 = A_0 + \sum_1^\infty A_{2k} \cos 2k\, p\alpha, \tag{20}$$

$$\nu L_0 = \sum_0^\infty A_{2k+1} \cos(2k+1)\, p\alpha. \tag{21}$$

În majoritatea cazurilor care interesează în practică, partea alternativă a funcțiilor $L_a(\alpha)$ și $L_b(\alpha)$ are alternanțe de aceeași formă și deci coeficienții de ordin par ai dezvoltărilor (21) și (22) sînt nuli :

$$A_{2k} = 0 \text{ pentru } k = 1, 2, 3, \ldots$$

și deci

$$L_0 = A_0 = \text{const.} \tag{22}$$

Mai departe se observă că, pentru legile practice de variație a inductivității, coeficienții A_k din dezvoltările (18) și (19) scad cel puțin ca $\frac{1}{k^2}$, deci în (21) este suficient să se rețină numai primul termen, obținîndu-se în final expresia aproximativă simplificată

$$\nu L_0 \approx A_1 \cos p\alpha, \tag{23}$$

în care, întrucît inductivitățile nu pot fi negative, rezultă

$$|A_1| < |A_0|$$

și deci

$$|\nu| < 1. \tag{24}$$

Ca o consecință imediată a celor de mai sus se deduce că în formula cuplului (14) se menține numai primul termen (15), iar în ecuația tensiunilor (11) al treilea termen dispare.

Continuînd evaluările în vederea simplificării expresiilor, cum inductivităţile jugurilor sînt de obicei de cîteva ori mai mari decît inductivitatea medie L_0, rezultă :

$$\left|\frac{\nu^2}{k_1 k_2}\right| \ll 1. \tag{25}$$

În consecinţă, termenul variabil se poate neglija, în primă aproximaţie, la numitorul expresiilor (8) — (16).

În sfîrşit, dacă se consideră constant curentul rotoric echivalent i_2 (se face abstracţie de curenţii Foucault induşi în masa rotorului), ecuaţiile de bază ale motorului studiat capătă o formă simplificată :

$$e_1 = \left(1 - \frac{n_1}{k_1}\right) L_{j1} \frac{di_1}{dt} + \frac{n_1 n_2 L_0}{k_1 k_2}\left(i_2 - \frac{2\nu n_1}{k_1 n_2} i_1\right)\frac{d\nu}{d\alpha}\frac{d\alpha}{dt}, \tag{26}$$

$$M = \frac{n_1 n_2 L_0}{k_1 k_2}\left(\frac{\nu n_1}{k_1 n_2} i_1^2 + \frac{\nu n_2}{k_2 n_1} i_2^2 - i_1 i_2\right)\frac{d\nu}{d\alpha}, \tag{27}$$

unde :

$$\nu = m \cos p\alpha, \tag{28}$$

cu

$$|m| = \left|\frac{A_1}{A_0}\right| < 1. \tag{29}$$

În ecuaţia tensiunilor (26) se disting două componente principale. Prima componentă, care este de natura unei t.e.m. de autoinducţie

$$e_L = \left(1 - \frac{n_1}{k_1}\right) L_{j1} \frac{di_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt}, \tag{30}$$

este produsă de curentul i_1 prin inductivitatea proprie rezultantă :

$$L_1 = \left(1 - \frac{n_j}{k_1}\right) L_{j1} = \frac{L_{j1}(L_0 + L_{s1})}{L_{j1} + L_0 + L_{s1}}. \tag{31}$$

A doua componentă, de natura unei t.e.m. de rotaţie, este direct proporţională cu viteza unghiulară a rotorului :

$$e_r = \frac{n_1 n_2 L_0}{k_1 k_2}\left(i_2 - \frac{2\nu n_1}{k_1 n_2} i_1\right)\frac{d\nu}{d\alpha}\frac{d\alpha}{dt}. \tag{32}$$

La producerea acestei componente participă atît curentul rotoric echivalent i_2, cît şi curentul statoric i_1, acţiunea acestuia din urmă fiind însă alternată şi în general mai mică decît cea a lui i_2.

Deci ecuaţiei (26) îi corespunde circuitul echivalent simplificat din figura 8, în care s-a ţinut seama şi de rezistenţa înfăşurării statorice r_1 şi de rezistenţa de pierderi în fier R_{Fe1}.

În majoritatea cazurilor, t.e.m. de autoinducție e_L este mult mai mare decît t.e.m. de rotație e_r și deci curentul absorbit de motor depinde în mică măsură de sarcină sau de viteza rotorului, lucru care se observă la majoritatea tipurilor de micromotoare, inclusiv la cele cu poli aparenți pe stator și pe rotor. Din această cauză, cu bună aproximație se poate considera curentul statoric independent de regimul de funcționare și egal cu cel pentru viteză nulă, adică cel calculat considerînd nulă t.e.m. de rotație e_r în circuitul echivalent din figura 8.

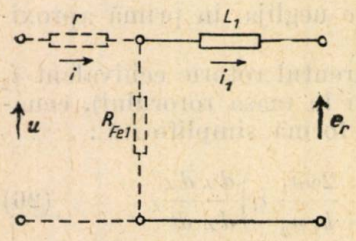


Fig. 8. — Circuitul electric echivalent simplificat al mașinii sincrone monofazate cu poli aparenți pe stator și pe rotor.

Ținînd seama de această ultimă simplificare, la alimentarea cu tensiune alternativă sinusoidală a înfășurării motorului

$$u = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) \tag{33}$$

curentul statoric va fi de asemenea sinusoidal, valoarea și faza deducîndu-se prin calcule simple. Se reține numai valoarea curentului util

$$i_1 = I_1\sqrt{2}\cos\omega t, \tag{34}$$

cu

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{r_1^2 + \left(1 + \frac{r_1}{R_{Fe1}}\right)^2 L_1^2\,\omega^2}}, \tag{35}$$

și valoarea unghiului de fază de avans al tensiunii de față de curentul i_1

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg}\frac{r_1}{\left(1 + \frac{r_1}{R_{Fe1}}\right)L_1\omega}. \tag{36}$$

Examinînd ecuația (27) a cuplului, se disting trei termeni. Primul termen reprezintă cuplul reactiv al motorului cu poli aparenți pe stator și pe rotor, care există independent de excitația rotorică i_2:

$$M_{r1} = \frac{\nu n_1^2 L_0}{k_1^2 k_2} i_1^2 \frac{d\nu}{d\alpha} = -\frac{pm^2}{2}\frac{n_1^2 L_0}{k_1^2 k_2} i_1^2 \sin 2p\alpha. \tag{37}$$

Dacă curentul i_1 este alternativ sinusoidal conform (34) și se presupune că rotorul are o mișcare de rotație cu viteză unghiulară constantă Ω

$$\alpha = \Omega t - \alpha_0, \tag{38}$$

pentru ca termenul reactiv al cuplului să poată dezvolta un lucru mecanic exterior este necesar ca valoarea medie pe o perioadă a acestui cuplu să fie diferită de zero, adică

$$\frac{1}{T}\int_0^T \sin 2p(\Omega t - \alpha_0)\cos^2\omega t\,dt \neq 0. \tag{39}$$

După unele calcule simple se deduce condiția

$$p\Omega = \pm\omega. \tag{40}$$

În acest caz, expresia cuplului reactiv sincron este :

$$M_{1rs} = \frac{pm^2}{2}\frac{n_1^2 L_0 I_1^2}{k_1^2 k_2}[\sin 2p\alpha_0 - 2\sin(2\omega t - 2p\alpha_0) - \sin(4\omega t - 2p\alpha_0)]. \tag{41}$$

Se observă că unghiul de fază α_0 determină regimul de funcționare (ca motor sau ca generator), sau, mai corect, acest unghi este determinat de regimul de funcționare. De asemenea se observă că amplitudinea părții alternative a cuplului reactiv este de cîteva ori mai mare decît maximul valorii medii (constante) a lui. Acest lucru face ca motoarele sincrone monofazate reactive (cu poli aparenți pe stator și pe rotor) să fie caracterizate printr-o incompatibilitate organică între caracteristicile de pornire și cele de funcționare sincronă stabilă. Într-adevăr, întrucît în regim asincron (relația (40) neîndeplinită) valoarea medie a cuplului este nulă, pentru ca autopornirea să fie posibilă trebuie ca momentul de inerție al rotorului să fie suficient de mic, astfel încît accelerarea rotorului motorului din repaus pînă la viteza de sincronism să poată avea loc într-un timp de ordinul unei semiperioade a curentului alternativ. Această condiție este incompatibilă însă cu condiția ca la funcționarea sincronă oscilațiile rotorului în jurul mișcării de rotație cu viteză constantă să fie suficient de mici, condiție care impune ca momentul de inerție al rotorului să fie mai mare decît o valoare superioară celei prescrise de condițiile de pornire. Ar mai rămîne de analizat posibilitatea pornirii printr-o mișcare oscilatorie a rotorului cu amplitudine crescătoare. Se observă însă că, întrucît conform expresiei (37) există poziții ($2p\alpha = k\pi$) în care cuplul este nul independent de valoarea curentului i_1, după conectarea excitației statorice rotorul va tinde spre una dintre aceste poziții printr-o mișcare oscilatorie amortizată.

În practică, motorul monofazat reactiv se realizează cu caracteristici favorabile funcționării sincrone stabile, iar pornirea se face prin antrenarea din exterior a rotorului la o viteză apropiată de cea de sincronism.

Al doilea termen din ecuația (27) a cuplului reprezintă cuplul reactiv al motorului datorit excitației rotorice

$$M_{r2} = \frac{\nu n_2^2 L_0}{k_1 k_2^2} i_2^2 \frac{d\nu}{d\alpha} = -\frac{pm^2}{2}\frac{n_2^2 L_0}{k_1 k_2^2} i_2^2 \sin 2p\alpha. \tag{42}$$

Întrucît curentul i_2 se consideră constant, valoarea medie a cuplului reactiv rotoric M_{r2} este nulă, și el nu produce lucru mecanic, fiind deci numai un cuplu parazit, perturbator, în funcționare. Trebuie totuși

observat că, atunci cînd statorul motorului este nealimentat ($i_1 = 0$), cuplul M_{r2} aduce rotorul în anumite poziţii în care cuplul se anulează :

$$\alpha_k = \frac{k\pi}{2p}, \text{ pentru } k = 1, 2, 3, \ldots \tag{43}$$

Ultimul termen din ecuaţia (27) a cuplului reprezintă cuplul de interacţiune a curentului statoric i_1 cu cel rotoric i_2, specific motorului sincron cu excitaţie pe ambele armături :

$$M_{12} = -\frac{n_1 n_2 L_0}{k_1 k_2} i_1 i_2 \frac{d\nu}{d\alpha} = pm \frac{n_1 n_2 L_0}{k_1 k_2} i_1 i_2 \sin p\alpha. \tag{44}$$

Pentru curent i_1 alternativ şi sinusoidal conform (34), i_2 constant şi viteză constantă conform (38), condiţia producerii de lucru mecanic exterior va fi de forma

$$\frac{1}{T}\int_0^T \sin p(\Omega t - \alpha_0)\cos \omega t \, dt \neq 0, \tag{45}$$

din care se deduce aceeaşi condiţie (40) ca pentru cuplul reactiv statoric. Expresia cuplului sincron corespunzător acestui regim de funcţionare, dedus după unele calcule, este

$$M_{12s} = \frac{pm}{\sqrt{2}} \frac{n_1 n_2 L_0}{k_1 k_2} I_1 i_2 [\sin p\alpha_0 + \sin(2\omega t - p\alpha_0)]. \tag{46}$$

Şi aici unghiul α_0 este determinat de regimul de funcţionare şi de valoarea cuplului de sarcină (sau de antrenare). Se observă că amplitudinea părţii alternative a cuplului este mai mare sau cel mult egală cu valoarea medie (constantă) a cuplului. Însă mai trebuie observat că a considera cuplul M_{12} separat de M_{r1} şi de M_{r2} este o ficţiune lipsită de sens fizic şi deci este nejustificată extinderea şi la acest caz a concluziilor referitoare la incompatibilitatea condiţiilor de pornire cu cele de funcţionare sincronă stabilă arătate în cazul cuplului M_{r1}. Situaţia este fundamental schimbată, datorită prezenţei cuplului „perturbator" M_{r2}, care tinde să aducă elastic rotorul în poziţii (43) în care cuplul M_{12} este maxim. Elasticitatea dată de cuplul M_{r2} poate compensa o parte a inerţiei rotorului la pornire în regim de oscilaţii în jurul unei viteze medii nule, iar în funcţionare cu viteză medie conform (35), cuplurile perturbatoare se pot compensa într-o anumită măsură, astfel încît să fie posibilă funcţionarea sincronă stabilă. Acest lucru este confirmat de experienţă şi practic există un domeniu de parametri ai motorului în care se obţine satisfacerea simultană a condiţiilor de pornire şi de funcţionare sincronă stabilă.

Cuplul motorului în regim sincron conform (38) şi (40) se obţine prin însumarea expresiilor (41), (42) şi (46). Valoarea medie a acestui cuplu sincron are expresia :

$$M_{s\,med} = \frac{pm^2}{2} \frac{n_1^2 L_0}{k_1^2 k_2} I_1^2 \sin 2p\alpha_0 + \frac{pm}{\sqrt{2}} \frac{n_1 n_2 L_0}{k_1 k_2} I_1 i_2 \sin p\alpha_0. \tag{47}$$

Maximul acestui cuplu are loc la valori ceva mai mici decît cele date de (43), însă practic foarte apropiate de acestea, întrucît coeficientul primului termen este mic în comparație cu cel al termenului secund. Se poate deci admite cu bună aproximație :

$$M_{s\,\mathrm{med\,max}} \approx \frac{pm}{\sqrt{2}} \frac{n_1 n_2 L_0}{k_1 k_2} I_1 i_2 . \tag{48}$$

CONCLUZII

S-a arătat în cele de mai sus că studiul micromotoarelor sincrone monofazate cu poli aparenți pe stator și pe rotor se poate reduce la cazul mașinii simetrice, stabilind apoi ecuațiile de funcționare exacte ale mașinii nesaturate simetrice, ecuații care au fost simplificate succesiv, aducîndu-le la forme accesibile calculelor de proiectare (relațiile (26), (27) și circuitul echivalent din fig. 8). Pe baza ecuațiilor de funcționare simplificate s-au discutat caracteristicile electrice și mecanice ale micromotorului simetric și s-au făcut cîteva considerații calitative referitoare la pornirea acestui tip de motor.

Din studiu se desprind următoarele concluzii mai importante :

1. Curentul statoric se poate calcula în ipoteza rotorului nemișcat.

2. Valoarea medie a cuplului la funcționarea sincronă cu viteză constantă conform (38) și (40) se poate calcula cu formula (47) și are valoarea maximă aproximativă dată de (48).

3. Există un domeniu de parametri ai motorului sincron simetric cu poli aparenți pe stator și pe rotor, cu excitație statorică și rotorică, pentru care se pot satisface atît cerințele unei bune autoporniri, cît și cele ale unei funcționări sincrone stabile.

ANEXĂ

DEMONSTRAȚIA ECHIVALĂRII FLUXURILOR TOTALE

Se numerotează polii fiecărei armături de la 1 la 2 p, cu sensuri și origini arbitrar alese și se notează cu φ_i^k fluxul schimbat de polul cu numărul k al armăturii exterioare cu polul cu numărul i al armăturii interioare. Pe baza considerațiilor de simetrie se pot stabili următoarele relații evidente :

$$\varphi_i^k = \varphi_{i+2n}^{k+2n} = -\varphi_{i+2m+1}^{k+2m+1} = \varphi_{i+2np}^{k+2mp}, \tag{A 1}$$

cu n și m numere întregi, pozitive sau negative.

Fluxul φ_a, conform definiției date, va avea următoarea valoare calculată pe armătura exterioară

$$(\varphi_a)^e = \sum_{n=0}^{p-1} \varphi_e^{e+2n} \quad \text{cu } e \text{ arbitrar}, \tag{A 2}$$

iar pe armătura interioară are valoarea

$$(\varphi_a)_i = \sum_{m=0}^{p-1} \varphi_{i+2m}^{i} \quad \text{cu } i \text{ arbitrar,} \tag{A 3}$$

care, prin transformări succesive în baza relațiilor (A 1), capătă valoarea

$$(\varphi_a)_i = \sum_{m=0}^{p-1} \varphi_{i+2m}^{i} = \sum_{m=0}^{p-1} \varphi_{j}^{i-2m} = \sum_{m=0}^{p-1} \varphi_{j}^{j+2m} = (\varphi_a)^j. \tag{A 4}$$

Deci valorile calculate nu depind de armătură. Analog se face demonstrația și pentru φ_b.

Întrucît în fiecare moment fluxul total schimbat de un pol statoric cu toți polii rotorici de aceeași polaritate este egal cu fluxul total schimbat de un pol rotoric de polaritatea considerată cu toți polii statorici de aceeași polaritate, se poate considera schematic că acest flux este schimbat direct numai de un pol statoric cu cel mai apropiat pol rotoric de aceeași polaritate și că acesta nu mai schimbă flux cu nici un alt pol rotoric de aceeași polaritate.

În mod analog se face demonstrația pentru toate cele patru fluxuri luate în considerație.

Primit la redacție la 10 noiembrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. Al. Fransua, L. Constantinescu, N. Galan, *Realizări noi în domeniul micromașinilor electrice*, vol. I, I.D.T., București, 1962.
2. * * * *Kundo-motor. Prospect*, 1960.
3. R. Rădulet, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. II, E.E.S., București, 1954, p. 194.

DESPRE TRANSFORMAREA DIRECTĂ A FORȚELOR ELECTROMAGNETICE PULSATORII ÎN FORȚE ALTERNATIVE. PERSPECTIVELE DEZVOLTĂRII MOTOARELOR LINIARE DE TIP ELECTROMAGNETIC

DE

MATEI MARINESCU

MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI R.P.R.

621.313.823.5

Pentru a obține forțe alternative cu ajutorul electromagneților alimentați în circuit alternativ, trebuie compensată componenta continuă a forței pulsative produsă.

Aceasta se face, în mod obișnuit, prin forțe elastice antagoniste.

În metoda propusă de autor, cu ajutorul a două circuite electrice și magnetice a căror armături mobile sînt cuplate pe același ax și dispuse asimetric față de statoarele magnetice, se obțin asupra acestor armături forțe alternative de aceeași frecvență cu a circuitului de alimentare. Se face teoria funcționării ca motor. Se pun în evidență proprietățile și avantajele.

Enunțare și stadiu actual al problemei. Pentru a obține lucru mecanic dezvoltat sub formă de forțe și mișcare alternativă plecînd de la energia electrică, se folosesc încă astăzi forțele electrodinamice sau cele electromagnetice.

Puterea care se poate obține cu ajutorul acestor forțe nu depășește însă ordinul de mărime a cîțiva wați, ceea ce, dacă este suficient în tehnica curenților slabi, este însă cu totul insuficient în domeniul curenților tari, atunci cînd vrem să realizăm motoare liniare dezvoltînd puteri care trebuie să depășească cu mult ordinul zecilor de wați.

Pentru a folosi într-un asemenea scop forțele *electrodinamice*, problema care se pune și care face impracticabilă folosirea acestor forțe este

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 1 p. 63–72 București 1965

necesitatea de a avea cîmpuri magnetice suficient de puternice pentru a obține forțe destul de mari capabile să echilibreze „dinamic" forțele de inerție ale organului mobil, în vibrație.

Dacă, spre deosebire de acestea, forțele *electromagnetice* obținute ar putea fi suficient de mari pentru a putea echilibra forțele de inerție inerente mișcării alternative, în schimb — aceste forțe electromagnetice fiind pulsatorii — în cazul producerii lor de către un curent alternativ (legea pătratică dintre forță și curent) trebuie echilibrată componenta lor continuă, și aceasta printr-o forță antagonistă, elastică, al cărei suport (resort sau membrană) devine excesiv de voluminos la puteri industriale.

Problema astfel pusă, realizarea ei trebuie căutată în producerea directă, cu ajutorul curenților alternativi, a unor forțe electromagnetice *alternative*, fără a mai fi necesară trecerea prin faza intermediară „pulsatorie", care necesită echilibrarea componenței continue cu forțe antagoniste, elastice.

Cercetările noastre, îndrumate pe această cale, ne-au dovedit că lucrul este posibil, și aceasta în mod simplu, ceea ce pare să asigure încă de pe acum o dezvoltare promițătoare motoarelor liniare bazate pe această metodă de realizare. De fapt, ea constituie o perfecționare adusă metodei descrise de noi în lucrări anterioare, și anume a folosirii impulsurilor de curent în locul curentului alternativ la producerea forțelor electromagnetice, cu avantaje analizate în acele lucrări [1], [2], [3].

Descrierea metodei. Metoda de față folosește două circuite electrice și două circuite magnetice, ale căror părți mobile (armăturile mobile) sînt cuplate mecanic, fiind situate pe același ax și dispuse *nesimetric* față de părțile statorice respective, astfel încît, atunci cînd una din armăturile mobile se găsește în dreptul părții statorice respective, cealaltă se găsește în afara ei, la capătul cursei.

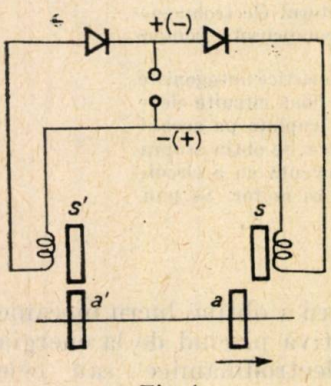


Fig. 1

Curentul electric fiind introdus în mod alternativ cînd în unul cînd în celălalt din circuite, și anume în chiar momentele în care armăturile mobile respective se găsesc în afara părților statorice, deci la capetele cursei, acestea vor exercita asupra armăturilor mobile forțe care vor fi întotdeauna în sensul vitezei lor, dezvoltînd maximum de lucru mecanic.

Distribuția curentului electric în mod alternativ cînd în una, cînd în cealaltă din înfășurări se poate face în mod simplu, prin redresarea succesivă a fiecărei alternanțe a tensiunii de alimentare în înfășurarea respectivă, așa cum se vede în figura 1, în care s-a reprezentat în mod schematic poziția celor două armături mobile (a, a') față de părțile statorice respective (s, s') în momentul în care polul pozitiv al tensiunii u se găsește la nodul de sus.

În acel moment, curentul trecînd numai prin înfășurarea din dreapta și armătura mobilă respectivă (a) fiind atrasă de pol, armătura (a') din

stînga, cuplată mecanic prin axul comun și care nu este solicitată în același moment de partea statorică (s'), de forțe electromagnetice care ar frîna deplasarea ei, iese de sub polul statoric (s').

În semiperioada următoare, procesul se repetă în sens invers.

Vedem astfel că ambele alternanțe ale tensiunii de alimentare sînt folosite identic și că fiecărei semiperioade a curentului îi corespunde o semiperioadă a mișcării, curentul și mișcarea avînd deci aceeași frecvență. Reducînd la o singură armătură forțele electromagnetice aplicate axului prin intermediul celor două armături, totul se petrece ca și cum aceasta va fi solicitată din partea statorică respectivă în mod succesiv la forțe de atracție și de repulsie, după cum armătura se apropie de pol sau se depărtează, acționînd astfel întotdeauna în sensul vitezei și dezvoltînd deci maximum de lucru mecanic.

Urmează să determinăm în cele ce urmează proprietățile și performanțele unui asemenea circuit. În acest scop vom determina ecuația mișcării echipajului mobil.

Sarcină rezistivă. Ecuația mișcării echipajului mobil și integrarea ei. Din cele de mai sus rezultă că dacă Ω este pulsația curentului de alimentare, pulsația fundamentalei forței electromagnetice va fi tot Ω și ecuația mișcării echipajului mobil (ax + două armături) de masă m în cazul unei sarcini rezistive r și neglijînd în primă aproximație, armonicile forței va fi

$$m\frac{dv}{dt} + rv = F_0 \sin \Omega t \left(\Omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}\right), \tag{1}$$

a cărei integrală este

$$v = v_0 e^{-\frac{r}{m}t} + \frac{F_0}{r\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\varphi}} \sin(\Omega t - \varphi), \tag{2}$$

unde $\mathrm{tg}\varphi = \frac{m\Omega}{r}$, iar v_0 și F_0 sînt constante arbitrare, determinate din condițiile inițiale și finale.

Deoarece cursa s este dată, vom avea de asemenea relația

$$s = \int_0^{T/2} v\,dt = -\frac{m}{r}v_0 \left| e^{-\frac{r}{m}t} \right|_2^{T/2} - \frac{F_0}{r\Omega\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\varphi}} \left| \cos(\Omega t - \varphi) \right|_0^{T/2} =$$

$$= \frac{m}{r}v_0\left(1 - e^{-\frac{rT}{2m}}\right) + \frac{2F_0}{r\Omega}\cos^2\varphi. \tag{3}$$

Punînd în (2) condițiile inițiale și finale definite de relațiile

$$t = 0, \qquad v = v_r,$$

$$t = \frac{T}{2}, \qquad v = v_i,$$

unde

v_i este viteza incidentă în momentul imediat înaintea şocului la capătul cursei,

v_r — viteza reflectată imediat după şoc la acelaşi capăt.

Vom avea

$$v_r = v_0 - \frac{F_0}{r\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi}} \sin\varphi,$$

$$v_i = v_0 e^{-\frac{rT}{2m}} + \frac{F_0}{r\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi}} \sin\varphi.$$

De unde rezultă :

$$v_0 = \frac{1+kr}{1+e^{-y}} v_i ; \quad \frac{F_0}{r} = \frac{1}{\sin\varphi . \cos\varphi} \cdot \frac{1-k_r e^{-y}}{1+e^{-y}} v_i,$$

unde

$$y = \frac{rT}{2m}; \quad k_r = \frac{v_r}{v_i}.$$

Introducînd aceste valori ale lui v_0 şi $\frac{F_0}{r}$ în (3), obţinem :

$$s = \left[\frac{(1+k_r)(1-e^{-y})}{1+e^{-y}} \operatorname{tg}\varphi + \frac{2}{\operatorname{tg}\varphi} \cdot \frac{1-k_r e^{-y}}{1+e^{-y}}\right]\frac{v_i}{\Omega}$$

sau încă, deoarece $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\pi}{y}$,

$$s = \frac{v_i}{\Omega}\left[\frac{(1+k_r)(1-e^{-y})}{1+e^{-y}} \frac{\pi}{y} + 2\,\frac{y}{\pi}\,\frac{1-k_r e^{-y}}{1+e^{-y}}\right] = \frac{K}{\Omega} \cdot v_i \qquad (4)$$

şi deci

$$v_i = \frac{1}{K}\,\Omega\, s, \qquad (4')$$

unde am pus

$$K = \left[\frac{(1+k_r)(1-e^{-y})}{1+e^{-y}} \frac{\pi}{y} + \frac{2y}{\pi} \frac{1-k_r e^{-y}}{1+e^{-y}}\right]. \qquad (5)$$

În cele ce urmează, dat fiind că y va fi întotdeauna mai mare ca 2, vom lua pentru K formula aproximativă :

$$K = (1+k_r)\frac{\pi}{y} + \frac{2y}{\pi}. \qquad (5')$$

Motivul pentru care y trebuie să fie mai mare ca 2 este necesitatea de a avea un v_i cît mai mic, pentru ca energia consumată în șocuri la capetele cursei să fie cît mai mică. Aceasta atrage după sine, conform cu relația (4'), un K cît mai mare. Or, K crește o dată cu y, începînd de la valoarea lui $y = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$, cînd $K = \frac{4y}{\pi} = 2\sqrt{2}$ (pentru $k_r = 0$).

Ecuația rezonanței electromecanice. Ca și în lucrările noastre anterioare, vom stabili relația rezonanței electromecanice plecînd de la relația conservării energiei aplicată mișcării armăturii într-o jumătate de perioadă, și anume

$$\tau_{em} = \tau_r + \frac{1}{2} m (v_i^2 - v_r^2) = \tau_r + \frac{1}{2} m v_i^2 (1 - k_r^2),$$

unde

τ_{em} este lucrul mecanic al forțelor electromagnetice,

τ_r — lucrul mecanic al forțelor datorite sarcinii rezistive, relație care se mai poate scrie :

$$v_i^2 = \frac{2 (\tau_{em} - \tau_r)}{m (1 - k_r^2)}. \tag{6}$$

Eliminînd pe v_i între (6) și (4'), obținem relația

$$\tau_a = \tau_{em} - \tau_r = \frac{k_a}{K^2} \frac{1}{2} m \Omega^2 s^2, \tag{7}$$

unde $k_a = 1 - k_r^2$ — coeficientul de absorbție ; τ_a — energia absorbită în șoc.

Calculînd pe $\tau_r = r \int_0^{T/2} v^2 \, dt$ și introducînd această valoare a lui τ_r în (7), vom obține relația finală a rezonanței electromecanice.

Efectuînd această integrală, în care $v(t)$ este dat de (2), obținem :

$$\tau_r = \left[\left(\frac{1 + k_r}{1 + e^{-y}} \right)^2 (1 - e^{-2y}) + y \frac{\pi^2 + y^2}{\pi^2} \right] \frac{m \Omega^2 s^2}{2K^2} \tag{8}$$

sau încă, deoarece $y > 2$, $\tau_r = \left[(1 + k_r)^2 + y \frac{\pi^2 + y^2}{\pi^2} \right] \frac{m \Omega^2 s^2}{2K^2}$. (8')

Eliminînd deci pe τ_r între (8) și (7), obținem relația căutată :

$$\Omega s_1 = 2 \sqrt{\frac{\tau_{em}}{\mu m}} = \frac{2}{\sqrt{\mu}} \sqrt{\frac{\tau_{em}}{m}}, \tag{9}$$

unde

$$\mu = \frac{2k_a}{K^2} + \frac{2}{K^2} \left[(1 + k_r)^2 + y \frac{(\pi^2 + y^2)}{\pi^2} \right], \tag{9'}$$

Din examinarea expresiilor (9′) și (5′) observăm că μ are un minim *plat* în raport cu y, care, variind în limite largi, afectează numai puțin valoarea lui μ.

Rezultă că în această regiune, pentru variații mari ale lui r, cursa rămîne aproximativ constantă, proprietate care poate fi valorificată în anumite aplicații, ca, spre exemplu, la acționarea compresoarelor. Pentru valori ale lui r în afara domeniului acestui minim plat, μ crește invers proporțional cu y, deci cu r.

Referindu-ne la (7), observăm că τ_u scade invers proporțional cu y^2 pentru aceleași valori ale lui y, ca și energia incidentă în momentul șocurilor, astfel cum rezultă din (4′).

Deducem că, pe măsura creșterii lui r, energia τ_{em} furnizată sistemului de către forțele electromagnetice se repartizează tot mai mult în rezistența vîscoasă r și tot mai puțin în șocuri la capetele cursei.

Totuși, după cum vom vedea, în lipsa șocurilor la capete, cursa nu se poate menține și motorul se oprește.

Cazul particular, în absența termenului tranzitoriu. Funcționarea în regim sinusoidal. Soluția completă a ecuației (1) dată de expresia (2) cuprinde și soluția generală a ecuației (1) fără membrul drept, sub forma unui termen exponențial al cărui factor v_0 este o constantă arbitrară, care poate fi și nulă.

În acest din urmă caz, soluția în $v\,(t)$ se reduce la soluția particulară dată de :

$$v = v_m \sin \Omega t, \tag{10}$$

care satisface condițiile inițiale și finale precum urmează :

$$\left.\begin{aligned} t &= 0 \\ t &= \frac{T}{2} \end{aligned}\right\} v = 0.$$

Avem, de asemenea, în regim sinusoidal :

$$s = 2 X_m = 2 \frac{v_m}{\Omega}. \tag{11}$$

Pe de altă parte, conservarea energiei într-un sfert de perioadă ne dă relația :

$$\frac{1}{2} \tau_{em} = \frac{1}{2} m v_m^2 + \frac{1}{2} \tau_r, \tag{12}$$

unde τ_{em} este lucrul mecanic al forțelor electromagnetice într-o jumătate de perioadă, iar τ_r lucrul mecanic consumat în rezistența mecanică r tot într-o jumătate de perioadă și a cărei expresie este dată de

$$\tau_r = r \int_0^{T/2} v^2 \, dt = \frac{1}{2} r v_m^2 \frac{T}{2}. \tag{13}$$

Eliminînd pe τ_r și r_m între (11), (12) și (13), obținem relația

$$\Omega s_2 = \frac{2}{\sqrt{\eta}} \sqrt{\frac{\tau_{em}}{m}}, \tag{14}$$

unde

$$\eta = 1 + \frac{rT}{4m} = 1 + \frac{y}{2}.$$

Obținem astfel, în absența termenului tranzitoriu, un regim de funcționare cu totul diferit de acela în care termenul tranzitoriu este prezent, și anume un regim sinusoidal, în care amplitudinea oscilațiilor depinde de τ_{em} și r în felul în care reiese din (14) și în care, pentru $rT/4\,m > 1$, această amplitudine nu mai depinde practic de m.

Comparînd (14) cu (9), ajungem la următoarele concluzii :

După cum $\mu \gtrless \eta$, avem $s_1 \leqslant s_2$; în primul caz termenul tranzitoriu face să scadă viteza medie a armăturii, astfel încît spațiul parcurs într-o jumătate de perioadă scade ; în al doilea caz lucrurile se petrec invers : termenul tranzitoriu făcînd să crească viteza medie și spațiul parcurs crește.

Urmărind variația lui μ și η cu y, vedem că primul caz se întîlnește pentru valori mai mici ale lui y, deci ale lui r ; pe măsură însă ce r crește, η crește și μ scade pînă cînd cele două valori devin egale, după care μ scade monoton, tinzînd către π, în timp ce η tinde către infinit. Astfel, pentru sarcini r suficient de mari, prezența termenului tranzitoriu mărește mult viteza medie peste valoarea pe care o are în lipsa acestui termen. Acesta din urmă apare, bineînțeles, numai atunci cînd avem la capete o variație bruscă de viteză, care însă tinde către zero pe măsură ce r crește, fără însă totuși a se anula complet.

Efectul acesta al influenței termenului tranzitoriu se pune în evidență prin următoarea experiență spectaculoasă : pentru o anumită tensiune de alimentare, armătura are o anumită amplitudine de oscilație ; apropiind niște obstacole la capetele cursei astfel încît armătura să lovească în ele și căutînd după aceea să îndepărtăm obstacolele unul de altul, amplitudinea oscilației crește și ea (deși tensiunea rămîne aceeași) și continuă să crească, lovind în permanență obstacolele, a căror distanță poate să crească cu mult peste valoarea inițială a amplitudinii de oscilație în lipsa obstacolelor. În același timp curentul scade. La un moment dat, cînd distanța dintre obstacole depășește valoarea dată de formula (9), armătura se desprinde de obstacole și oscilațiile scad brusc în amplitudine, aceasta revenind la valoarea inițială.

RANDAMENTUL ȘI PUTEREA SPECIFICĂ. LIMITA SUPERIOARĂ

Pentru un motor dat, pe baza relației rezonanței electromecanice și a curbelor de magnetizare statică, putem predetermina valoarea, randamentul și puterea motorului în condițiile optimului funcțional. În acest scop vom proceda precum urmează :

Expresia randamentului este dată de relația

$$\rho = \frac{\tau_{em}}{\tau_{em} + RI_{ef}^2\, T} = \frac{1}{1 + \dfrac{RI_{ef}^2}{f\tau_{em}}}. \tag{15}$$

Eliminînd pe f între (15) și (9), obținem

$$\rho = \frac{1}{1+\xi}, \tag{15'}$$

unde

$$\xi = \pi\, Rs \sqrt{\mu \cdot m \left(\frac{I_{ef}^2}{\tau_{em}^{3/2}}\right)}. \tag{16}$$

Pentru a calcula pe ξ din cele două curbe de magnetizare statice (pentru $x = 0$ și $x = x_m = s/2$), vom determina prin planimetrare pentru diferite valori ale lui I_{ef} valorile corespunzătoare ale lui τ_{em}. Vom efectua raportul $I_{ef}^2 / \tau_{em}^{3/2}$ pentru aceste valori ale lui I_{ef}. Cu ajutorul lui (16), în care vom lua pentru μ valoarea limită inferioară egală cu π, vom calcula pe ξ, obținînd astfel o valoare limită superioară pentru ρ.

Vom trasa astfel o curbă $\rho = f(\tau_{em})$.

Din această curbă, fixîndu-ne asupra unui randament acceptabil, vom determina pe τ_{em} corespunzător, iar din formula rezonanței electromecanice obținem frecvența :

$$f = \frac{1}{\pi\sqrt{\pi}\, s} \sqrt{\frac{\tau_{em}}{m}}$$

și deci puterea : $P = 2\tau_{em} \cdot f$.

În general, cu cît randamentul ρ va fi luat mai mic, cu atît puterea va fi mai mare și deci și puterea specifică. În practică ne vom fixa la un compromis între cele două situații extreme, și anume un randament ridicat (realizînd economie de energie), cu o putere specifică mică (deci risipă de materiale), sau un randament scăzut (risipă de energie), cu o putere specifică mare (economie de material).

Metodica de predeterminare a optimului funcțional indicat aici permite a stabili și calea de urmat pentru ameliorarea performanțelor prototipului dat, precum și pentru proiectare.

REZULTATELE MĂSURĂTORILOR ASUPRA UNUI PROTOTIP DE MOTOR LINIAR FOLOSIND AMBELE ALTERNANȚE ALE TENSIUNII DE ALIMENTARE

Măsurătorile efectuate asupra unui prototip realizat după principiul descris aici și ilustrat în figura 1 și urmînd metodica de mai sus au dat următoarele rezultate :

a) *Predeterminare.* Vom *predetermina* în cele ce urmează, din valoarea parametrilor m, s și R relativi la un motor dat și la o frecvență de alimen-

tare Ω dată, precum și din cele două curbe de magnetizare statice extreme (pentru $x = 0$, $x = x_m$), randamentul și puterea dezvoltată în condițiile de optim.

Am văzut că pentru realizarea rezonanței electromecanice trebuie satisfăcută relația :

$$\Omega s = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\tau}{m}} \tag{17}$$

sau

$$\tau = \frac{\pi}{4} m \Omega^2 s^2.$$

Pentru prototipul nostru avem

$$m = 200 \text{ gr}; \; s = 1 \text{ cm}; \; \Omega = 2\pi f = 2\pi 50 = 314; \; R = 30\Omega.$$

Rezultă : $\tau = 1{,}57$ jouli ; $P = \tau \cdot 2f = 157$ W.

Din planimetrarea ariei ciclului cuprins între cele două curbe de magnetizare extreme rezultă că pentru $\tau = 1{,}57$ jouli vom avea nevoie de un curent de 1,2 A. Pierderile joule vor fi deci :

$$P_j = RI_{ef}^2 = 30 \times 1{,}2^2 = 43{,}2 \text{ W}.$$

Randamentul electric va fi deci :

$$\rho = \frac{P}{P + P_j} = \frac{157}{157 + 43{,}2} = 0{,}785.$$

Rezistența de sarcină r este dată de relația :

$$\tau_r = r \int_0^{T/2} v^2 \, dt = \frac{1}{4} r v_m^2 T$$

deci

$$r = \frac{4 \tau_r f}{\Omega^2 x_m^2} \cong \frac{\tau}{10 f x_m^2} = 1{,}256 \times 10^5.$$

Amplitudinea forței electromagnetice va fi : $Fm = rv_m = r\Omega \; x_m = 20$ kg.

Tensiunea de alimentare : $U = \dfrac{P}{I_{ef}} = 130$ V.

Valoarea lui $y = \dfrac{rI}{2m}$: $y = \dfrac{1{,}256 \times 10^5}{100 \times 200} = 6{,}28$;

y fiind astfel mai mare decît 2, ipotezele de calcul pentru aplicarea relației (17) sînt din plin justificate.

b) *Ridicări experimentale comparative la mersul în gol.*

Încercările comparative asupra unui prototip de asemenea motor de 60 W, efectuate în cadrul schimbului de experiență cu Academia de Științe din Berlin, au dat următoarele rezultate la funcționarea în gol :

	Oscilomotor	*Motor tip K 0,52 N 63,2 (RDG)*
U/V	44	220
I/A	2	0,8
Pw/W	45	82
$\cos\varphi$	0,5	0,46
Pj/W	28	19
R/Ω	7	30
Pm/W	17	63

Din acest tabel comparativ se pot trage următoarele concluzii :

a) Puterea consumată la mersul în gol la oscilomotor este aproape jumătate din puterea consumată în aceleași condiții de către motorul rotativ cu bielă-manivelă de fabricație germană („Sachsenwerk") și care se folosește actualmente la agregatele de răcire în R.D.G.

b) Majoritatea pierderilor la motorul „Sachsenwerk", ca și orice motor care, pentru a transforma mișcarea de rotație în mișcare alternativă, folosește mecanisme intermediare, este reprezentată de pierderile mecanice produse în mecanismele intermediare. Astfel, din tabel rezultă că pierderile mecanice sînt de 63 W la motorul rotativ și numai de 17 W la oscilomotor.

c) Pierderile joule ceva mai mari la oscilomotor (28 în loc de 19) pot fi aduse la aceeași cifră ca și la motorul rotativ prin sporirea volumului de cupru, care la prototipul realizat este aproape jumătate cît acela al motorului rotativ.

Încercările la mersul în sarcină urmează a fi făcute într-o a doua etapă a schimbului de experiență cu Academia de Științe din Berlin, în cursul trim. I 1965, cînd partea germană va termina lucrările pentru etanșarea blocurilor de supape.

Primit la redacție la 1 decembrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. M. Marinesco, *Sur un nouveau moteur électrique à mouvement alternatif.* R.G.E., septembrie, 1961.
2. M. Marinesco, N. Gavriliu, I. Grînam, *L'Effet d'hystérèse électromécanique.* R.G.E., decembrie, 1962.
3. M. Marinesco, *Moteurs électromagnétiques à mouvement alternatif et générateurs magnétostrictifs.* R. G. E., noiembrie 1963.
4. M. Marinesco, *Sur certains effets d'instabilité électromécanique.* C.R. Acad. du Sci. Paris, Nr. 4, decembrie 1963.
5. M. Marinesco, *Sur la théorie de la résonance à l'impulsion et ses applications techniques.* „L'Onde Electrique", decembrie 1963.

DETERMINAREA LUNGIMII FLĂCĂRILOR DIFUZIV TURBULENTE ÎN CAZUL JETURILOR ÎNSOȚITE [1])

DE

D. GRECOV și I. IORDACHE

662.95

În lucrare se prezintă modul de calcul al lungimii flacărilor difuziv turbulente în cazul jeturilor însoțite, utilizîndu-se în acest scop valorile medii ale parametrilor jetului.

Formulele stabilite și prezentate în lucrare permit determinarea lungimii flăcărilor difuziv turbulente, în cazul jeturilor însoțite, pentru rapoarte din viteza $\frac{u_2}{u} = m \gtrless 1$.

1. INTRODUCERE

În cazul arderii difuzive se poate considera că viteza de reacție chimică este foarte mare în raport cu viteza de difuzie, ceea ce face ca suprafața de reacție să fie dată de locul geometric al concentrațiilor nule de combustibil și oxidant, corespunzînd cu locul geometric al concentrațiilor stoechiometrice în cazul procesului izoterm [2] [7].

Forma și lungimea flacării vor fi deci funcție de procesul de amestecare aer-combustibil.

Calculul procesului de amestecare în cazul jeturilor însoțite permite să se găsească lungimea flacărilor difuziv turbulente, acest caz avînd o deosebită importanță în tehnica arderii din focarele cuptoarelor.

Spre deosebire de jeturile libere înecate, pentru care există date suficiente referitoare la lungimea flacării turbulent difuzive [3] [4] [8], datele

[1]) Articol apărut și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotech. Energ." **10**, *1* (1965).

referitoare la cazul jeturilor însoţite aer-gaze combustibile în literatura de specialitate sînt insuficiente [1] [6].

În focar se poate considera că aerul se deplasează cu viteza u_2, care, în primă aproximaţie, se poate lua constanta în lungul focarului (se neglijează gradientul de presiune în lungul axului focarului), iar jetul de gaze

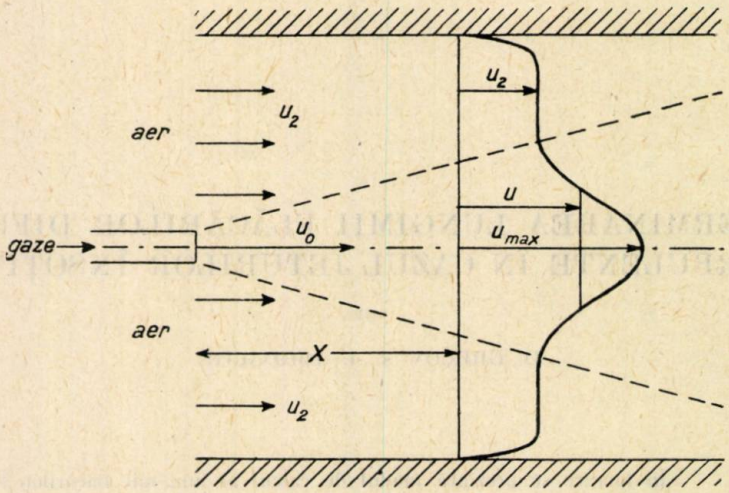


Fig. 1. — Repartiţia vitezelor în jet într-o secţiune oarecare la distanţa x de gura arzătorului (zona de bază a jetului).

combustibile expandează cu o viteză u_0 printr-un orificiu de diametru d (jetul axial simetric) (fig. 1).

În acest caz, dacă se neglijează influenţa condiţiilor limită impuse de pereţii focarului şi recirculaţia gazelor arse, amestecul aer-gaz se va realiza în incinta focarului în funcţie de caracteristicile jeturilor însoţite gaze combustibile-aer, lungimea flacării fiind dată de locul în ax unde are loc concentraţia stoechiometrică.

Calculul stratului-limită în cazul jetului însoţit se poate face în cazul amestecului izoterm [5], luînd o anumită funcţie de repartiţie a concentraţiilor, temperaturilor şi vitezelor în diferite secţiuni ale jetului (funcţie exponenţială [1] [4], funcţie cosinus [1] sau triunghiulară [6]).

În prezenta lucrare se are în vedere că calculul amestecării poate fi mult simplificat dacă se lucrează cu valorile medii ale parametrilor în jet, această ipoteză conducînd la rezultate care corespund cu datele experimentale asupra lungimii flacării turbulente în cazul jetului înecat [3].

Schema de calcul propusă permite totodată a se pune în evidenţă influenţa deosebită a variaţiei densităţii fluidului în jet în cazul arderii.

2. CALCULUL PROCESULUI DE AMESTECARE ÎN JETUL ÎNSOȚIT ÎN CAZUL ARDERII

Ipotezele principale care au fost luate în considerație sînt următoarele :

a) Gradientul de presiune în lungul axului este neglijabil, deci impulsul în orice secțiune a jetului este constant și egal cu impulsul inițial

$$\int_F \rho u (u - u_2)\, \mathrm{d}F = \text{const}, \tag{1}$$

unde

ρ este densitatea medie în secțiunea F a jetului,
u — viteza medie,
u_2 — viteza fluidului însoțitor care pentru jetul înecat este nulă.

b) Creșterea în timp a grosimii stratului liber este proporțională cu pulsația vitezei v' [9] :

$$\frac{Db}{Dt} \sim v', \tag{2}$$

ceea ce conduce la o relație de forma

$$\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}x} = \pm K \frac{u_{\max} - u_{\min}}{u_{\max} + u_{\min}} = \pm K \frac{u_{\max} - u_2}{u_{\max} + u_2}, \tag{3}$$

care corespunde cu datele experimentale date în [5].

c) Temperatura care se stabilește în jet la suprafața de reacție T_f (concentrația nulă de combustibil și oxidant) corespunde temperaturii adiabatice de ardere T_{ad} dacă se neglijează pierderile prin radiație. În caz că se ține seama de pierderile prin radiație atunci $T_f = a\, T_{ad}$, unde coeficientul a depinde de schimbul de căldură cu mediul exterior.

d) Se neglijează forțele ascensionale date de diferențele de densitate ale gazului în jet și mediul însoțitor.

Ecuația conservării impulsuri (1) va fi de forma

$$(u - u_2)\rho\pi b^2 u = (u_0 - u_2)\, \pi \rho_0 R_1^2 u_0, \tag{4}$$

unde

b este raza jetului la o distanță oarecare x de ajutaj,
R_1 — raza ajutajului de gaze,
u_0 — viteza inițială a gazelor la ieșire din ajutaj,
ρ și ρ_0 — densitatea medie a fluidului în jet și, respectiv, densitatea gazului la ieșire din ajutaj.

Ecuația conservării masei de gaz combustibil în jet va fi

$$\pi b^2 u \frac{\sigma}{T} c = \pi R_1^2 \frac{u_0}{T_0}, \tag{5}$$

unde

C este concentrația medie molară de combustibil într-o secțiune oarecare a jetului,

σ — raportul numărului de moli inițiali și numărului de moli ce rezultă din reacție,

$T[^{\circ}K]$ — temperatura medie a fluidului în jet în secțiunea respectivă,

$T_0[^{\circ}K]$ — temperatura inițială a gazelor la ieșire din ajutaj.

Din ecuația (5) se poate determina viteza medie în jet :

$$u = \frac{R_1^2}{b^2}\frac{u_0}{C}\frac{T}{\sigma T_0}, \tag{5'}$$

care se introduce în ecuația impulsului (4) :

$$\left(\frac{T}{\sigma T_0}\right)^2 \frac{\rho}{\rho_0}\cdot\frac{1}{C^2} - \bar{b}^2 m \frac{\rho}{\rho_0}\frac{1}{C}\frac{T}{\sigma T_0} = (1-m)\bar{b}^2, \tag{6}$$

unde

$$\bar{b} = \frac{b}{R_1} \quad \text{și} \quad m = \frac{u_2}{u_0}. \tag{7}$$

Din ecuația (6) se explicitează valoarea $\bar{b}$:

$$\bar{b} = \sqrt{\frac{\left(\frac{T}{\sigma T_0}\right)^2 \cdot \frac{\rho}{\rho_0}\cdot\frac{1}{c^2}}{1-m+m\frac{\rho}{\rho_0}\cdot\frac{1}{C}\cdot\frac{T}{\sigma T_0}}}. \tag{8}$$

Greutatea moleculară u într-un amestec aer-combustibil în jet va fi

$$\mu = [\,\mu_g C + \mu_a (1-C)]\,\sigma, \tag{9}$$

în care

μ_g și μ_a sînt greutățile moleculare ale combustibilului și aerului.

Din ecuația (9) rezultă că raportul $\frac{\rho}{\rho_0}$ din ecuația (8) va fi funcție de valorile μ_g, μ_a și de concentrația molară a gazului combustibil c :

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\mu}{\mu_g}\cdot\frac{T_0}{T} = \left[C + (1-C)\frac{\mu_a}{\mu_g}\right]\frac{\sigma T_0}{T}. \tag{10}$$

Ecuația (8), dacă se ține seama de relația (10), devine

$$\bar{b} = \sqrt{\frac{\frac{1}{C^2}\left[C+(1-C)\frac{\mu_a}{\mu_g}\right]\frac{T}{\sigma T_0}}{1-m+m\frac{C+(1-C)\,\mu_a/\mu_g}{C}}}. \tag{11}$$

în care, dacă se iau valorile concentrației egale cu concentrația stoechiometrică $C = C_{st}$ și temperatura T egală cu temperatura flăcării T_f, rezultă raza raportată a jetului $\frac{b}{R_1}$, care corespunde lungimii flăcării $\bar{h}_f$.

Se observă că în cazul procesului izoterm $T = T_0$ mărimea $\bar{b}$ scade, amestecul efectuîndu-se deci mai rapid.

De remarcat că, în cazul cînd $m = 0$ (jetul înecat $u_2 = 0$) formula (11) devine similară cu relația stabilită de V. Hawthorne și alții [4] pentru jetul liber înecat, ceea ce era de așteptat, ipotezele de calcul fiind aceleași.

Lungimea flăcării $\bar{h}_f$ se poate calcula dacă se știe modul de variație al mărimii $\bar{b}$ în lungul axului jetului.

Însă, spre deosebire de cazul jetului liber înecat, unde variația razei jetului în lungul jetului este dată de o relație lineară

$b = Kx$ (K fiind o constantă a jetului liber), în cazul jetului însoțit relația $b = f(x)$ este mai complexă și trebuie găsită pe baza ipotezei adoptate, inclusă în relația (3).

Pentru determinarea funcției $b = f(x)$ se pornește de la ecuația conservării impulsului, scrisă sub forma

$$u_0 (u_0 - u_2) = \frac{b^2}{R_1^2} (u - u_2)\, u \frac{\rho}{\rho_0}, \tag{4'}$$

unde $\frac{\rho}{\rho_0}$, pe baza ecuațiilor (5) și (10), poate fi luat

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{u_0}{u} \left(\frac{R_1}{b}\right)^2 \left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_g}\right) + \frac{\mu_a}{\mu_g} \cdot \frac{\sigma T_0}{T}. \tag{12}$$

Introducînd în continuare notațiile $1 - \frac{\mu_a}{\mu_g} = s$ și $(1 - s) \frac{\sigma T_0}{T} = p$, ecuația impulsului (4') devine

$$u_0(u_0 - u_2) = (u - u_2) u_0 s + \left(\frac{b}{R_1}\right)^2 \cdot u\, (u - u_2)\, p. \tag{13}$$

Dacă acum se adoptă notațiile

$$\Delta u = u - u_2,$$

$$\Delta u_0 = u_0 - u_2,$$

$$\overline{\Delta u} = \frac{\Delta u}{\Delta u_0},$$

ecuația (13) devine

$$(1 - m)\, p\, \overline{\Delta u}^2 + \left(\frac{1}{\bar{b}^2}\, s + mp\right) \overline{\Delta u} - \frac{1}{\bar{b}^2} = 0,$$

care, explicitată în raport cu $\overline{\Delta u}$, conduce în final la relaţia

$$\overline{\Delta u} = \frac{-\left(\frac{s}{\bar{b}^2} + mp\right) + \sqrt{\left(\frac{s}{\bar{b}^2} + mp\right)^2 + \frac{4(1-m)p}{\bar{b}^2}}}{2(1-m)p}. \tag{14}$$

Valoarea $\overline{\Delta u}$ reprezintă diferenţa medie $u - u_2$ raportată la Δu_0 într-o secţiune oarecare a jetului, ea putînd fi folosită acum în relaţia (3) pentru determinarea funcţiei $b = f(x)$.

Relaţia (3) se poate folosi sub forma

$$\pm K \frac{\mathrm{d}\bar{x}}{\mathrm{d}\bar{b}} = 1 + 2\frac{m}{1-m} \cdot \frac{1}{\overline{\Delta u}_{\max}}, \tag{15}$$

$$\text{unde } \overline{\Delta u}_{\max} = \frac{u_{\max} - u_2}{u_0 - u_2}; \; \bar{x} = \frac{x}{R_1}; \; \bar{b} = \frac{b}{R_1}.$$

În continuare se remarcă că, dacă se admite pentru valoarea medie a vitezelor în jet relaţia

$$\Delta u = \frac{\int_0^F \Delta u \, \mathrm{d}F}{F} = \int_0^1 \Delta u \frac{\mathrm{d}F}{F}, \tag{16}$$

se poate demonstra că în cazul profilelor afine de viteză în jet există relaţia

$$\Delta u = A_1 \Delta u_{\max}, \tag{17}$$

unde

$$A_1 = \int_0^1 f(\xi)\xi \mathrm{d}\xi,$$

pentru $\xi = \frac{y}{b}$, iar $f(\xi)$ reprezintă funcţia ce exprimă variaţia valorii $\overline{\Delta u}$ în secţiunea jetului (aceeaşi în toate secţiunile zonei de bază):

$$\frac{\Delta u}{\Delta u_{\max}} = f(\xi). \tag{18}$$

Pentru cazul cînd se adoptă, după Abramovici [5],

$$f(\xi) = (1 - \xi^{1,5})^2 = \left[1 - \left(\frac{y}{b}\right)^{1,5}\right]^2, \tag{19}$$

valoarea A_1 este egală cu 0,258.

Pentru alte forme ale funcţiei $f(\xi)$, valoarea A_1 va depinde într-o măsură oarecare de forma adoptată.

Ecuația (15), ținînd seama de relația (18), devine :

$$\pm K \frac{\mathrm{d}\bar{x}}{\mathrm{d}\bar{b}} = 1 + 2 \frac{m}{1-m} \cdot \frac{A_1}{\overline{\Delta u}}, \tag{15'}$$

unde $\overline{\Delta u}$ se poate introduce din (14) .

Trecînd peste o serie de transformări intermediare, se obține în final relația

$$\pm K \frac{\mathrm{d}\bar{x}}{\mathrm{d}\bar{b}} = 1 + \frac{m}{1-m}\left[R\bar{b} + \left(\frac{s}{\bar{b}^2} + mp\right)\bar{b}^2\right], \tag{20}$$

unde

$$R = \sqrt{\left(\frac{s + \bar{b}^2 m p}{\bar{b}}\right)^2 + 4(1-m)p}.$$

Ecuația diferențială (20) permite separarea variabilelor, rezultînd prin integrare relația

$$\pm K(\bar{x} - \bar{x}_t) = (\bar{b} - \bar{b}_t)\left(1 + \frac{s\, m\, A_1}{1-m}\right) + \frac{m A_1}{1-m} I + \frac{m^2 p A_1}{3(1-m)}(\bar{b}^3 - \bar{b}_t^3), \tag{21}$$

unde s-a notat integrala eliptică

$$I = \int_{\bar{b}_t}^{\bar{b}} \sqrt{\left(\frac{s + m p \bar{b}^2}{\bar{b}}\right)^2 + 4(1-m)p}\ \bar{b}\, \mathrm{d}\bar{b}. \tag{22}$$

a cărei valoare poate fi ușor calculată numeric între limitele $\bar{b}_t$ și $\bar{b}$ pentru valoarea m dată (fig. 2).

Valorile $\bar{b}_t$ și $\bar{x}_t$ corespund razei raportate a jetului și distanței raportate pe ax unde se termină zona de tranziție și se pot calcula pe baza relațiilor din zona inițială a jetului [5].

$$\bar{x}_t = 1{,}5 \frac{1+m}{0{,}27(1-m)\sqrt{0{,}214 + 0{,}144\, m}},$$
$$\bar{b}_t = \frac{1}{\sqrt{0{,}134 + 0{,}124\ m}}. \tag{23}$$

Mărimile $\bar{b}_t$ și $\bar{x}_t$ pot fi luate cu suficientă aproximație egale cu zero pentru $m < 1$. Semnul plus la termenul din partea stîngă a ecuației (20) corespunde valorilor $m < 1$ și semnul minus pentru $m > 1$.

De remarcat că pentru cazul $s = 0$, integrala (22) se poate rezolva ușor analitic, fiind dată de relația :

$$I = \frac{pm}{3}\left\{\left[\bar{b}^2 + \frac{4(1-m)}{m^2 p}\right]^{1{,}5} - \left[\bar{b}_t^2 + \frac{4(1-m)}{m^2 p}\right]^{1{,}5}\right\}. \tag{24}$$

Lungimea flăcării turbulent difuzive în cazul jeturilor însoțite se calculează deci determinînd din (11) valoarea $\bar{b}_f$ ce corespunde mărimilor

$C = C_{st}$, $T = T_f$, $\frac{u_2}{u_0} = m$, valoarea $\bar{b}_f$ fiind apoi introdusă în ecuaţia (21), de unde se obţine $\bar{x} = \bar{h}_f$. Pentru valoarea constantei K se poate lua conform experimentului [3] [5] $K = 0{,}095 \div 0{,}1$, astfel încît la $m = 0$ se obţine pentru lungimea flăcării relaţia recomandată de V.Hawthorne şi alţii în [3].

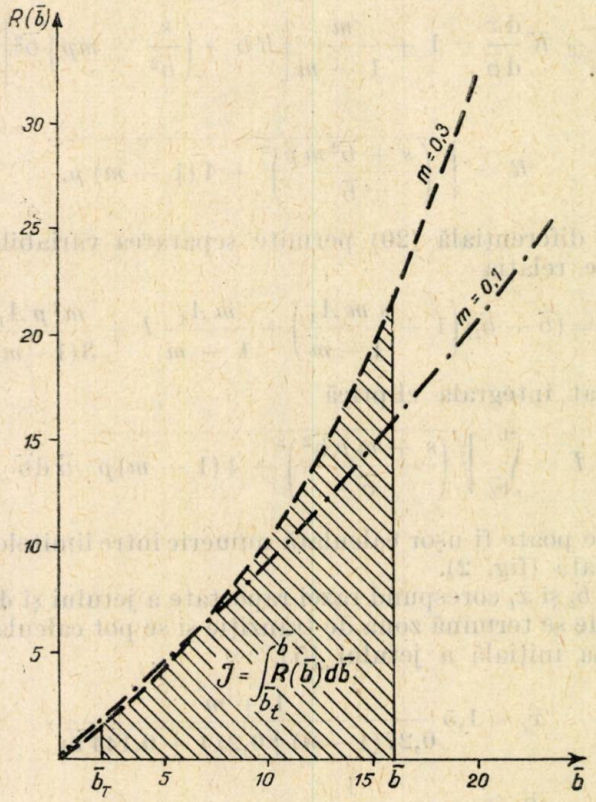


Fig. 2. — Reprezentarea funcţiei $R = f(b)$ pentru $m = 0{,}1$ şi $m = 0{,}3$.

Pentru cazul gazului metan s-au făcut calculele pe baza formulelor (11), (21) pentru diferite valori ale raportului $\frac{u_2}{u_0}$, rezultatele indicîndu-se în figura 3.

În general, pentru cazul hidrocarburilor saturate se observă că între greutatea moleculară μ_g şi concentraţia stoechiometrică C_{st} există o relaţie de forma

$$C_{st} = \frac{2{,}94}{6{,}94 + 1{,}5\ \mu_g}, \qquad (25)$$

ceea ce ne conduce la concluzia că în acest caz determinarea lungimii flăcării pe baza ecuațiilor (11) și (21) se poate face ținînd seama numai de valorile μ_0 și μ_a.

Se remarcă că, pe măsură ce raportul $\frac{u_2}{u_0}$ tinde spre unitate, procesul de amestecare se înrăutățește, ceea ce conduce la lungirea flăcării

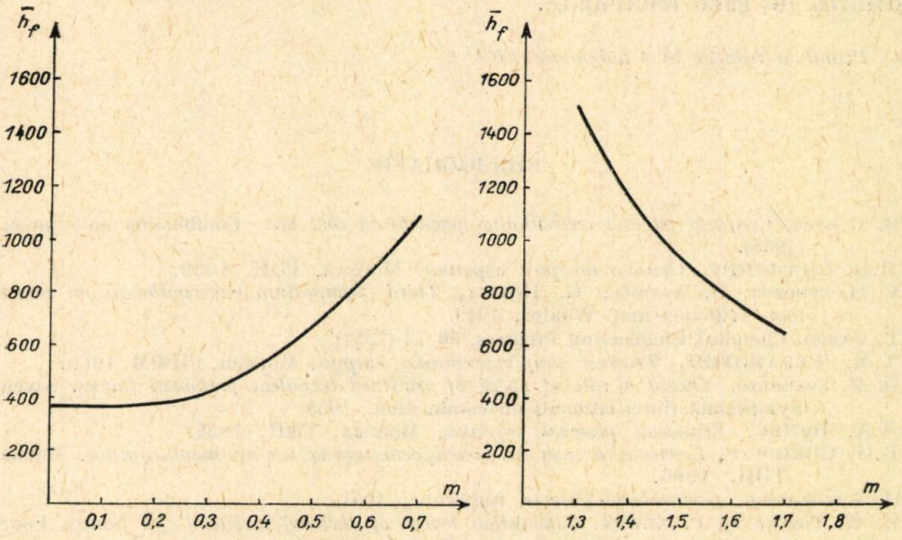


Fig. 3. — Variația lungimii flacării $\bar{h}_f$ în cazul arderii gazului metan pentru $m \gtrless 1$.

(datorită micșorării viscozității aparente turbulente), iar la valori supraunitare $\frac{u_2}{u_0}$ lungimea flăcării începe să scadă.

De remarcat că în cazul $\frac{u_2}{u_0} > 1$ intervine problema stabilității flăcării, flacăra la valori $m > 1$ avînd tendința de rupere.

CONCLUZII

Lungimea flăcării în cazul jeturilor însoțite crește pe măsură ce raportul vitezelor $m = \frac{u_2}{u_0}$ tinde spre unitate. Pentru cazul cînd vitezele celor două fluide sînt egale, calculul amestecării se poate face pe baza ecuației difuziei, formulele propuse fiind valabile numai în domeniul $u_2 \neq u_0$, unde gradientul de viteză $\frac{du}{dy} \neq 0$ (tensiunea tangențială datorită pulsațiilor vitezei va fi diferită de zero).

Se remarcă influenţa încălzirii fluidului în jet în cazul arderii asupra procesului de amestecare, ceea ce se poate explica şi prin aceea că în flacără coeficientul de difuzie turbulentă este mai mic decît în procesul izoterm de amestecare (la temperatura T_0).

Cînd se ţine seama de influenţa recirculaţiei unei părţi din gazele de ardere [1], [10], lungimea flăcării se va modifica, în acest caz trebuind să se ţină seama de caracteristicile geometrice ale focarului, de care va depinde cantitatea de gaze recirculate.

Primit la redacţie la 3 noiembrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. R. Curtet, *Confined jet and recirculation phenomena cold air.* Combustion and flame, *4* (1958).
2. Д.Б. Спалдинг, *Основы теории горения.* Москва, ГЭИ, 1959.
3. V. Hawthorne D. Wedell, G. Hottel, *Third Symposium (international) on combustion.* Williams and Wilkins, 1949.
4. T. Baron, Chemical Engineering Progress, **50** 73 (1954)
5. Т.Х. Абрамович, *Теория турбулентных струи.* Москва, ГИФМ, 1960.
6. D. B. Spalding, *Theory of rate of speed of confined turbulent premixed flames.* Seventh Symposium (international) on combustion, 1958.
7. Л.А. Вулис, *Тепловой режим горения*, Москва, ГЭИ, 1954.
8. В.П. Спеишер, *Сжигание газа на электростанциях и в промышлености.* Москва, ГЭИ, 1960.
9. H. Schlichting, *Grenzschicht-Theorie.* Karlsruhe, 1951.
10. M. W. Thring M. P. Newby, *Combustion length of enclosed turbulent jet flames.* Fourth Symposium (international) on combustion, 1953.

DISTANȚA DE ACROȘARE A FRONTULUI DE FLACĂRĂ LA STABILIZARE PE GRILE[1])

DE

N. ANTONESCU
CANDIDAT ÎN ȘTIINȚE TEHNICE

și I. RĂDULESCU

662.921

Distanța de acroșare este factorul care caracterizează în mare măsură procesul de stabilizare a flăcărilor pe grile. Existența unor distanțe minime de acroșare cînd viteza normală de ardere este maximă aduce elemente noi în aprecierea importanței energiei furnizate pentru aprindere de către centrele de aprindere din interiorul zonei marginale ale curentului de amestec combustibil.

Experimentările arată un minim al distanței de acroșare și pentru dozajele corespunzătoare energiei minime de aprindere.

Variația distanței de acroșare cu viteza amestecului combustibil este în concordanță cu variația stabilită în studiile teoretice de cinetică.

Problema realizării unor condiții stabile de aprindere într-un punct al unui jet de amestec combustibil constituie problema principală a stabilizării flăcării. Flăcările stabilizate pe linia de contur a secțiunii de ieșire a unui jet au o stabilitate foarte mică [1] și, odată desprinse de pe linia de contur, nu pot fi acroșate în alt punct decît dacă amestecului proaspăt i se dă o cantitate de căldură echivalentă cu energia minimă de aprindere pentru dozajul și viteza respectivă.

Energia necesară aprinderii este furnizată în cazul grilelor de către o anumită cantitate de gaze de ardere ce recirculă din zona produselor de ardere cu temperatură înaltă pînă la baza stabilizatorului. Energia de aprindere este preluată de amestecul combustibil în zona de contact, pe

[1]) Articol apărut și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ.", **10**, *1* (1965).

lungimea de acroşare x_i a traseului în care jetul principal şi gazele recirculate fierbinţi circulă paralel. Schema procesului de stabilizare este dată în figura 1.

Gazele de ardere care transmit căldură pe porţiunea x_i trebuie să aibă o temperatură suficient de ridicată, pentru ca, pe de o parte, să acopere pierderile de căldură prin conductibilitate şi prin procesul difuziv şi, pe de altă parte, să realizeze în amestecul combustibil un gradient termic perpendicular pe liniile de curent mai mare decît cel necesar stabilirii unui

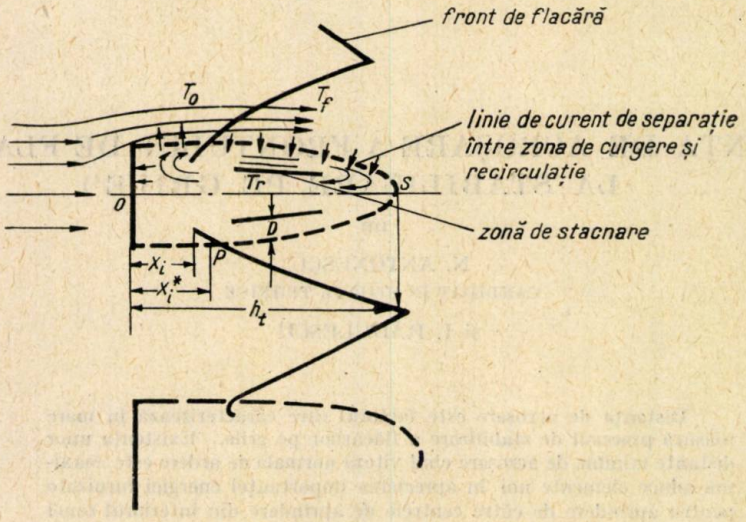


Fig. 1. — Schema procesului de stabilizare.

front de flacără laminar. În cazul cînd această din urmă condiţie nu este îndeplinită, cazul zonei cuprinse între baza stabilizatorului şi înălţimea x_i, fenomenul arderii se reduce la o zonă de reacţie locală, analog cu fenomenul flăcărilor suflate.

Din prezentarea făcută rezultă că cea mai importantă caracteristică a flăcărilor stabilizate cu gaze recirculate este înălţimea de acroşare. Această mărime odată cunoscută permite calculul schimburilor energetice din zona de aprindere şi, pe de altă parte, permite dimensionarea incintelor de ardere care utilizează arzătoare cu grile de stabilizare.

Pentru determinarea înălţimii de acroşare şi a variaţiei pe care o are cu dozajul combustibil—aer, cu viteza de înaintare a amestecului combustibil şi cu geometria stabilizatorului, s-a realizat o instalaţie de producere a unor flăcări plane care pot fi uşor fotografiate şi permit măsurători precise.

Instalaţia de alimentare a asigurat un amestec omogen de gaz natural şi aer, în proporţii variabile, la debite cunoscute. Amestecul combustibil a fost apoi introdus într-un tub ∅ 50 mm, cu lungimea de 20 de diametri, necesar, pe de o parte, asigurării unei temperaturi constante amestecului combustibil (tubul este termostatat) şi, pe de altă parte,

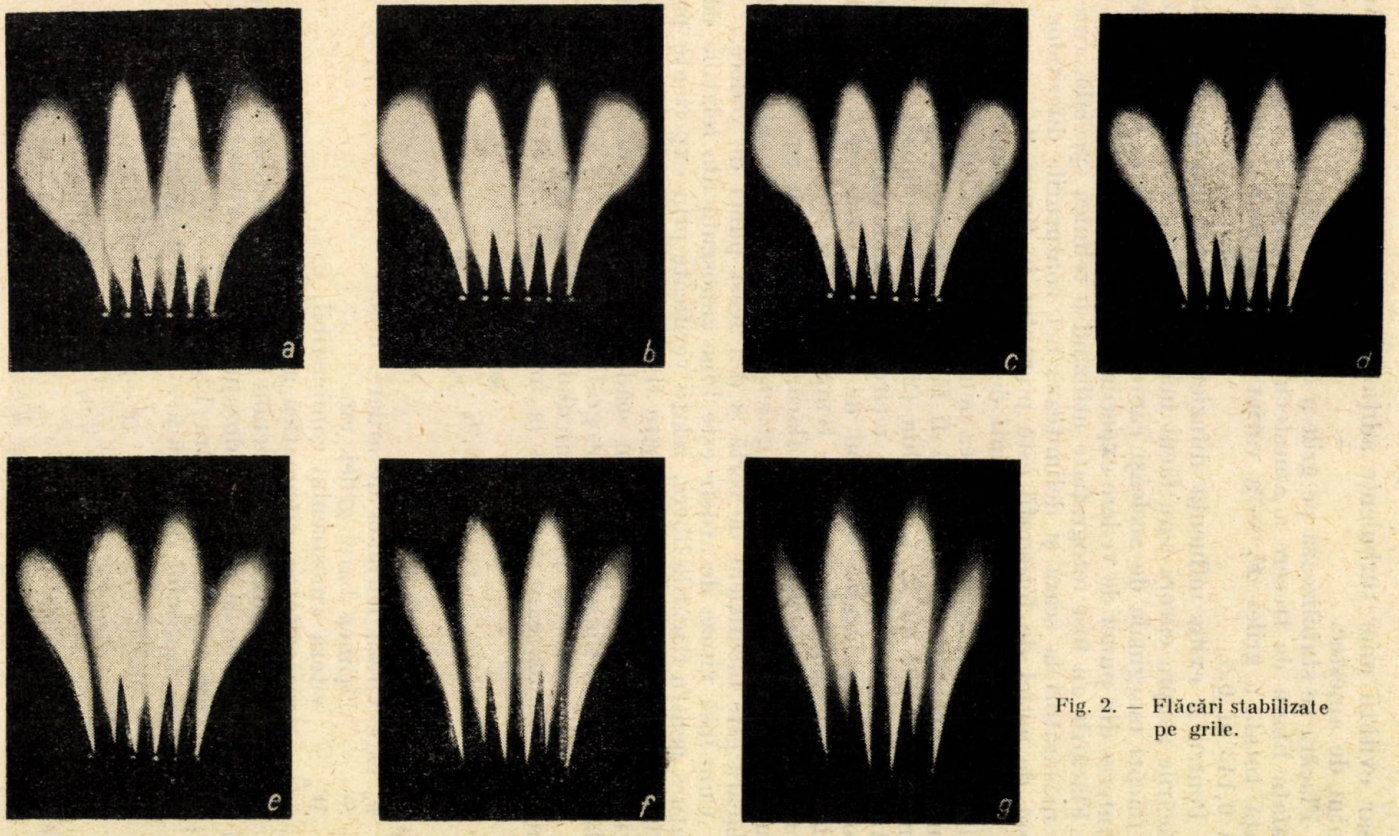


Fig. 2. — Flăcări stabilizate pe grile.

necesar evitării unor turbulenţe adiţionale produse de omogenizator în curentul de amestec.

Flacăra se stabilizează pe grile a căror caracteristică geometrică — suprafaţa liberă de trecere a amestecului combustibil F_l raportat la suprafaţa totală a grilei F_t — a variat prin schimbarea grilelor între valorile 0,143 şi 0,5.

Pentru a evita influenţa difuziei oxigenului din mediul ambiant la flăcările asupra cărora s-au făcut măsurătorile, acestea au fost izolate prin flăcări marginale de aceleaşi caracteristici cu ele şi care, neprezentînd interes din punct de vedere experimental, puteau fi deformate.

Flăcările au fost fotografiate utilizînd o tehnică specială, care permite măsurători la scară şi delimitează net contururile diferitelor zone. Un set de astfel de fotografii este prezentat în figura 2.

Pentru determinarea înălţimii de acroşare x_i trebuie separată din înălţimea totală a flăcării înălţimea ocupată de frontul de flacără h_u. Experimental acest lucru nu poate fi făcut, deoarece, după cum rezultă şi din experienţele lui E. L. Solohin [2], gazul este ionizat nu numai în frontul de flacără, ci şi în zona de recirculaţie, unde au loc reacţii locale; în consecinţă, măsurarea cîmpului de ionizare nu poate fi concludentă. În afară de aceasta, şi cîmpul de temperaturi are o variaţie pronunţată în zona de apariţie a frontului de flacără pe o lungime egală aproximativ cu dublul lăţimii caracteristice a grilei, deci poziţia începutului frontului de flacără este insuficient de certă şi din acest punct de vedere.

Cum însă viteza de ardere este bine cunoscută din relaţiile date în literatură pentru flăcările libere, relaţii verificate prin experienţe proprii, înălţimea frontului de flacără poate fi calculată suficient de precis, iar înălţimea de acroşare rezultă din scăderea acestei valori din înălţimea totală a flăcării, măsurată pe fotografii.

Formula utilizată pentru calculul vitezei de ardere este cea a lui Bolinger-Williams, care a condus la formula aplicată în cazul de faţă:

$$u_T = 0{,}18\ u_0 \frac{S^{0.5}}{\nu^{0.24}} W_a^{0.24}, \tag{1}$$

unde

u_0 este viteza normală de ardere, m/s,
S — lăţimea barei grilei, cm,
W_a — viteza amestecului combustibil, m/s,
ν — viscozitatea cinematică a amestecului.

Formula corespunde amestecului gaz natural-aer în orice proporţie dacă se ţine seama de influenţa dozajului asupra vitezei normale de ardere, astfel cum se arată în figura 12.

Înălţimea frontului de flacără este dată de formula de bază

$$h_u = \frac{(t - s)\, w_a}{2\, u_T \sin \alpha} \tag{2}$$

şi înălţimea de acroşare este

$$x_i = h_l - h_u. \tag{3}$$

Trebuie remarcat că înălțimea frontului de flacără reprezintă numai 10—25% din înălțimea totală deasupra stabilizatorului, ceea ce arată că, și în cazul cînd se fac erori relativ mari la determinarea vitezei de ardere după formula (1), erorile asupra lui x_i vor fi de 4—10 ori mai mici.

În tabela 1 sînt date pentru exemplificare cîteva valori la diferite dozaje pentru viteze mici și pentru viteze mari ale amestecului combustibil.

Tabela 1

Calculul lui x_i

Mărimea	Simbol	Valori					
Dozaj (CH_4/amestec) %	ψ	7,25	8,62	9,22	8,48	8,85	9,16
Viteza prin grilă, m/s	Wa	5,90	5,90	5,51	15,45	16,00	15,45
Viteza de ardere, m/s	u_T	0,78	0,985	1,04	1,21	1,30	1,34
Înălțimea frontului de flacără, mm	h_u	3,2	2,7	2,9	6,9	6,7	6,3
Înălțimea totală a flăcării, mm	h_t	24	20,5	16	30	29	29,5
Distanța de acroșare, mm	x_i	20,8	17,8	13,1	23,1	22,3	23,2

Determinate după metodica expusă mai sus, distanțele de acroșare funcție de viteza amestecului combustibil și caracteristica geometrică a grilelor pentru diferite domenii de variație a excesului de aer sînt date în diagramele și figurile 3—10.

Pentru a putea fi analizate, pe lîngă coordonata x_i s-a dat și coordonata relativă x_i/S, coordonată utilizată des în literatură.

O primă observație de făcut este că împrăștierea punctelor în jurul curbelor medii este relativ mică dacă se ține seama că o diviziune pe ordonată reprezintă în realitate 1 mm. Acest lucru arată că metoda experimentală utilizată este adecvată determinării distanțelor de acroșare.

Punctul de plecare al curbelor x_i, adică valoarea vitezei w_0 pentru care $x_i = 0$, este viteza maximă la care frontul de flacără poate fi stabilizat pe marginea de ieșire a fantelor grilei și reprezintă, de fapt, stabilitatea limită a flăcării libere la ieșirea din orificii.

Viteza W_0 de stabilitate limită în procese la care nu intervine o altă metodă de stabilizare decît cea naturală, pe marginea orificiului de ieșire, a fost determinată experimental pentru condițiile din această lucrare după metodica adoptată în lucrările similare anterioare [1]. Trecerile de la o situație experimentală la alta s-a făcut ținînd seama de independența gradientului critic al vitezei cu parametrii geometrici ai orificiilor. În toate cazurile viteza maximă la care $x_i = 0$ este foarte mică, 1—2,5 m/s, iar la depășirea acestei viteze creșterea distanței de acroșare este foarte mare.

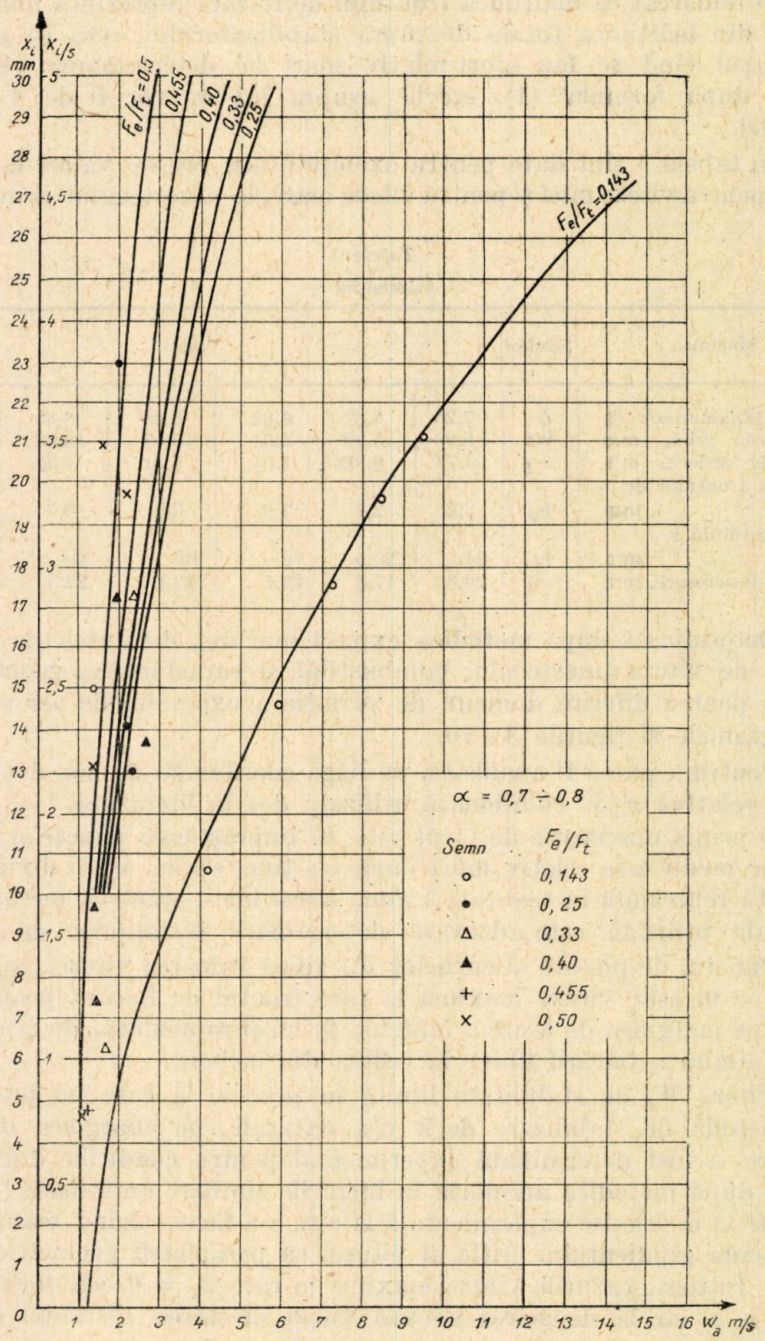


Fig. 3. — Distanța de acroșare la excesul de aer $\alpha = 0,7 - 0,8$.

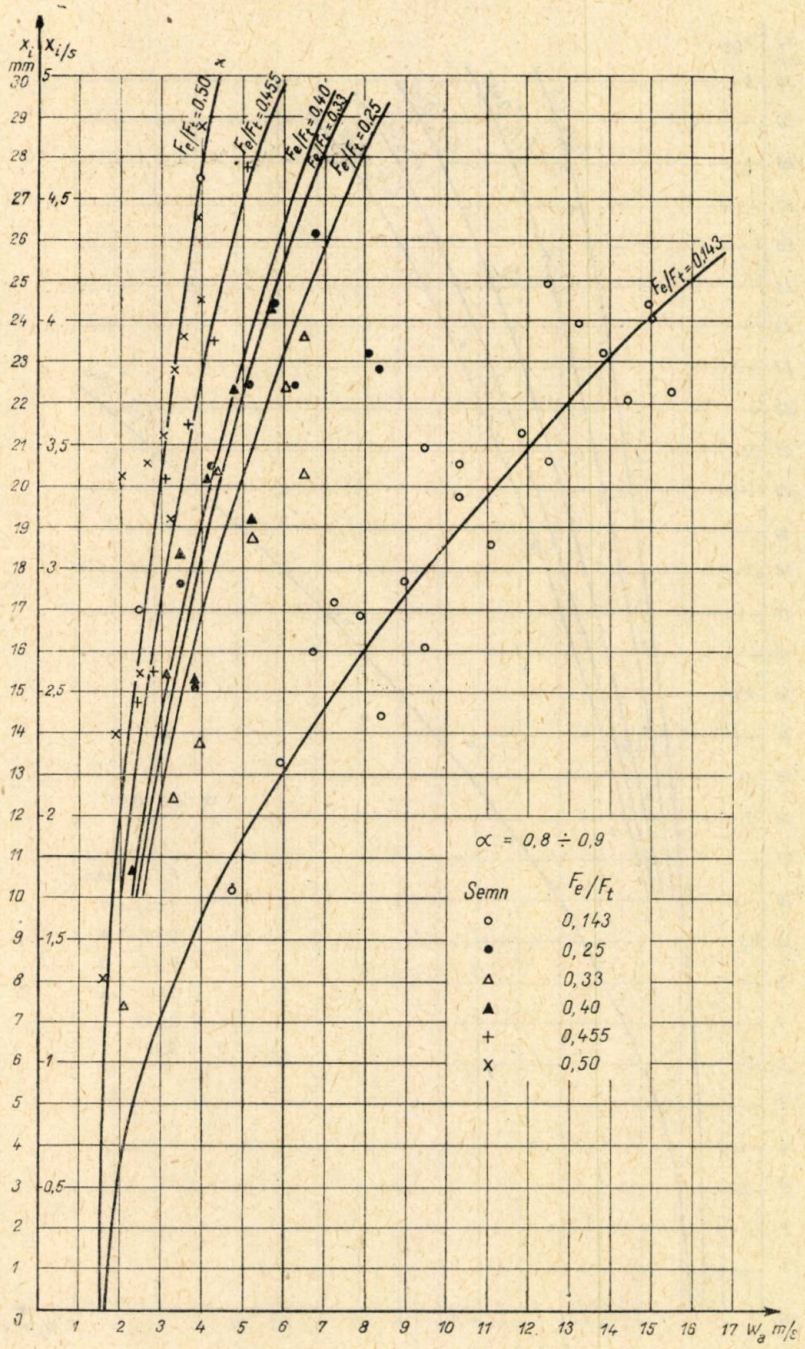


Fig. 4. — Distanța de acrosare la excesul de aer $\alpha = 0{,}8 - 0{,}9$.

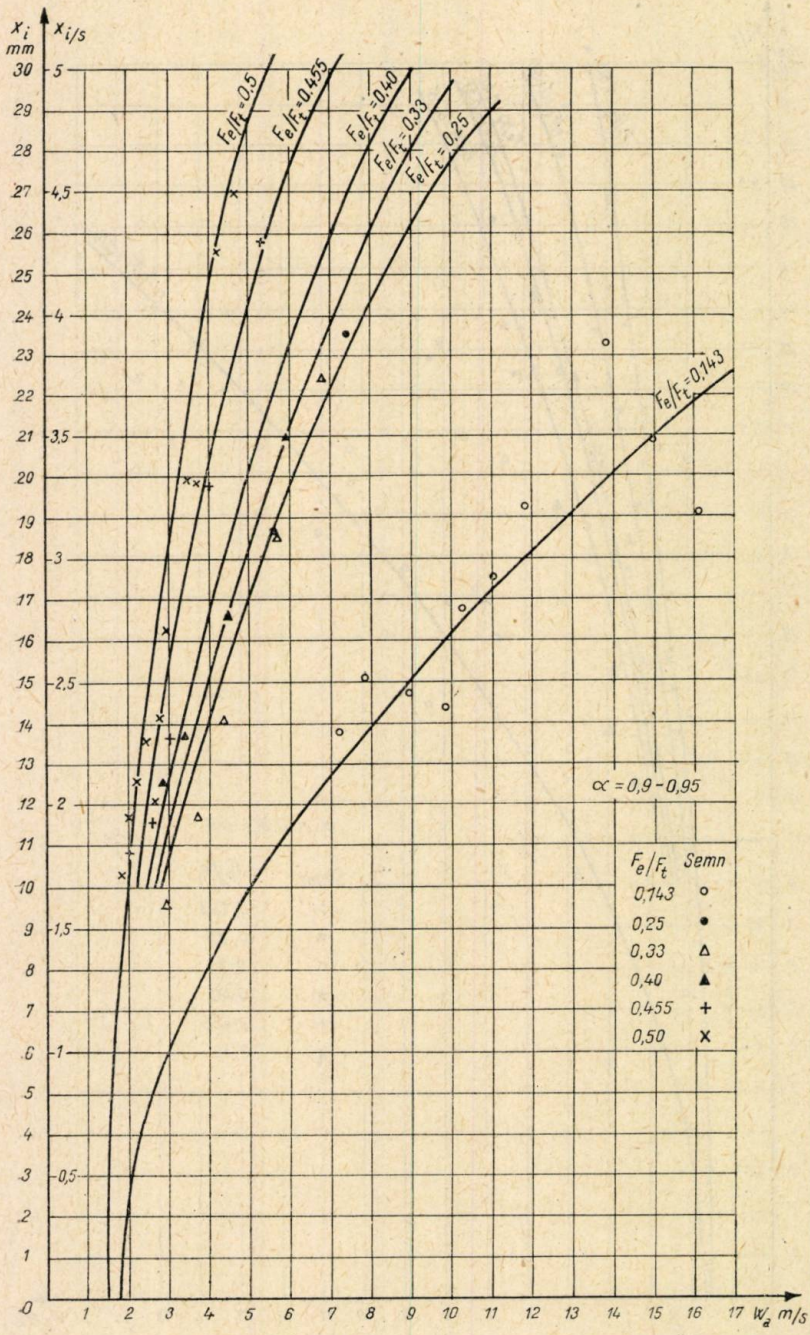


Fig. 5. — Distanţa de acroşare la excesul de aer $\alpha = 0,9 - 0,95$.

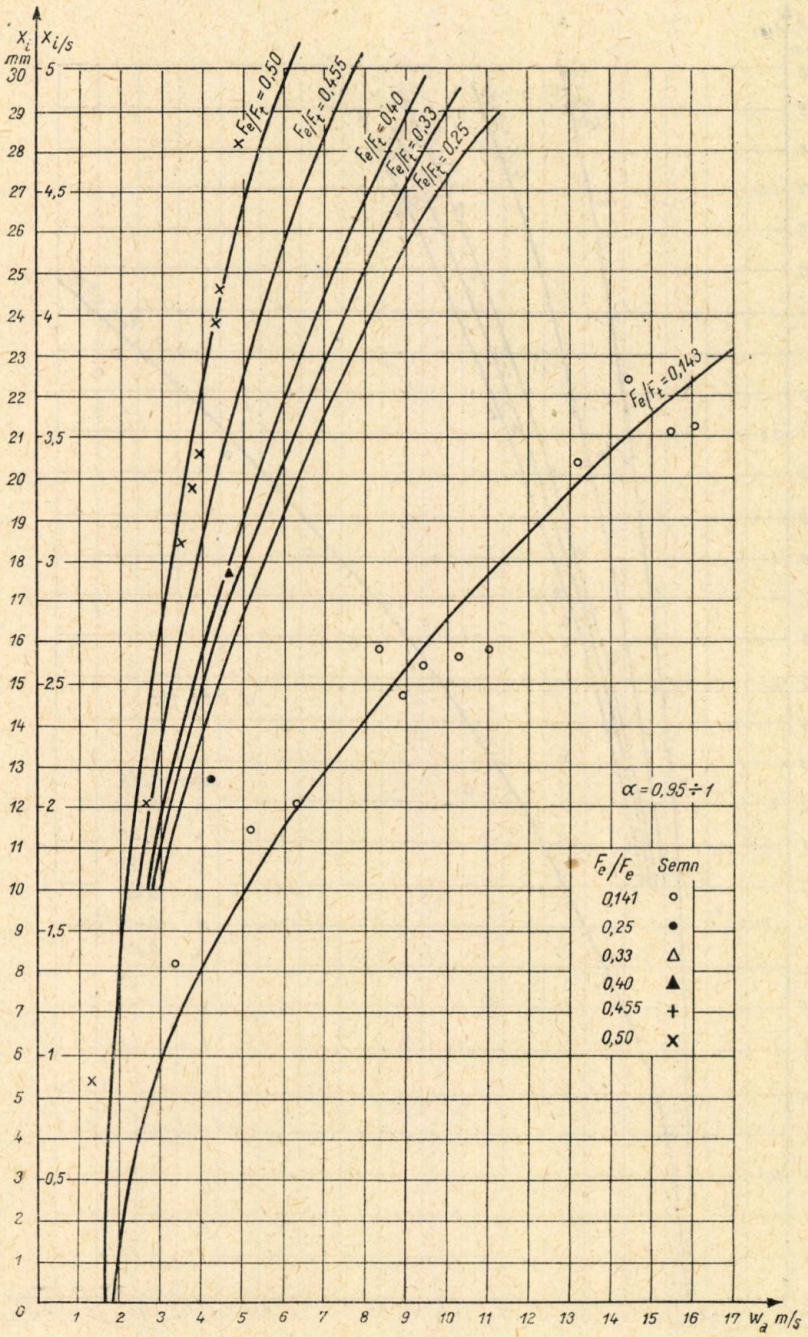


Fig. 6. — Distanţa de acroşare la excesul de aer $\alpha = 0,95 - 1$.

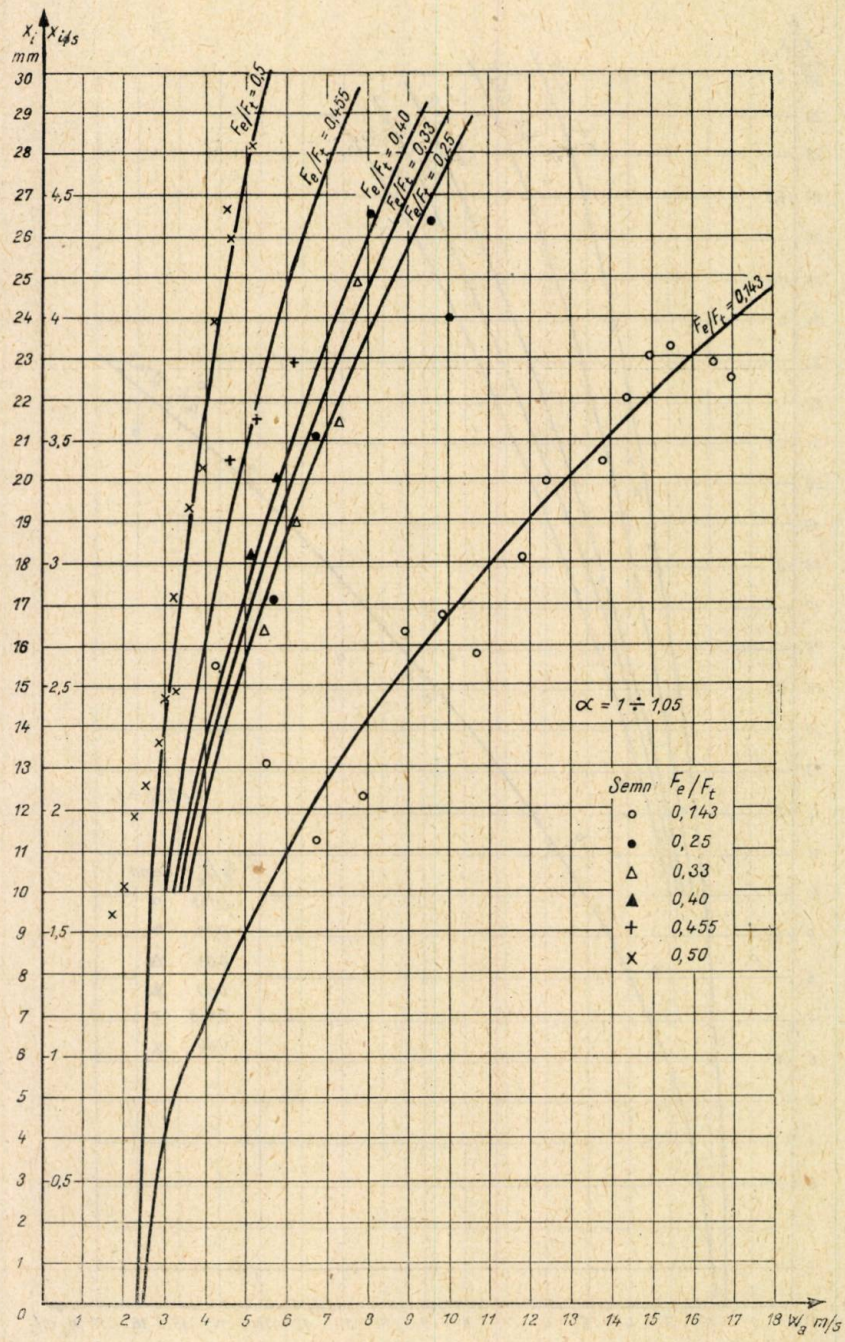


Fig. 7. — Distanța de acroșare la excesul de aer $\alpha = 1 - 1,05$.

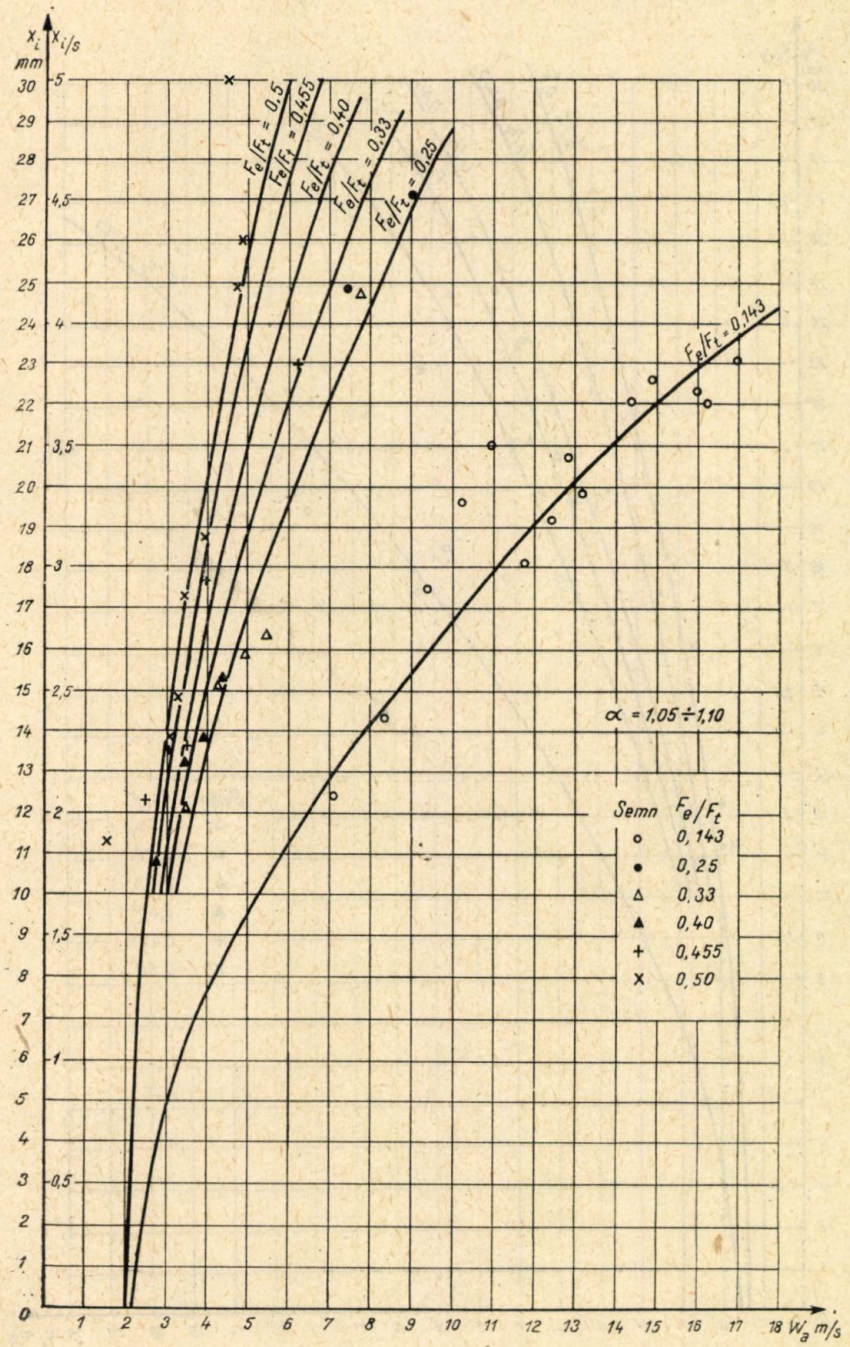


Fig. 8. — Distanța de acroșare la excesul de aer $\alpha = 1,05 - 1,1$.

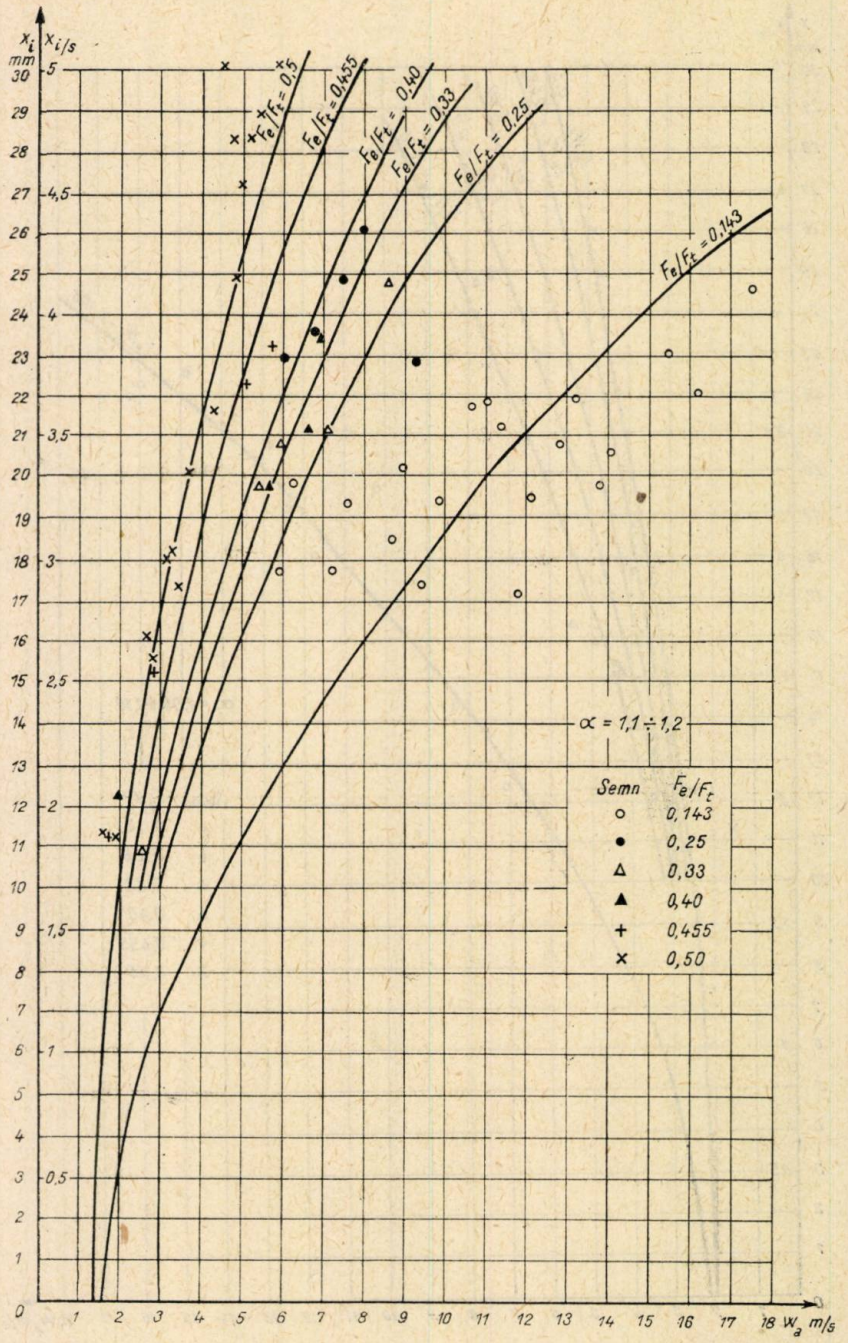


Fig. 9. — Distanța de acroșare la excesul de aer $\alpha = 1,1 - 1,2$.

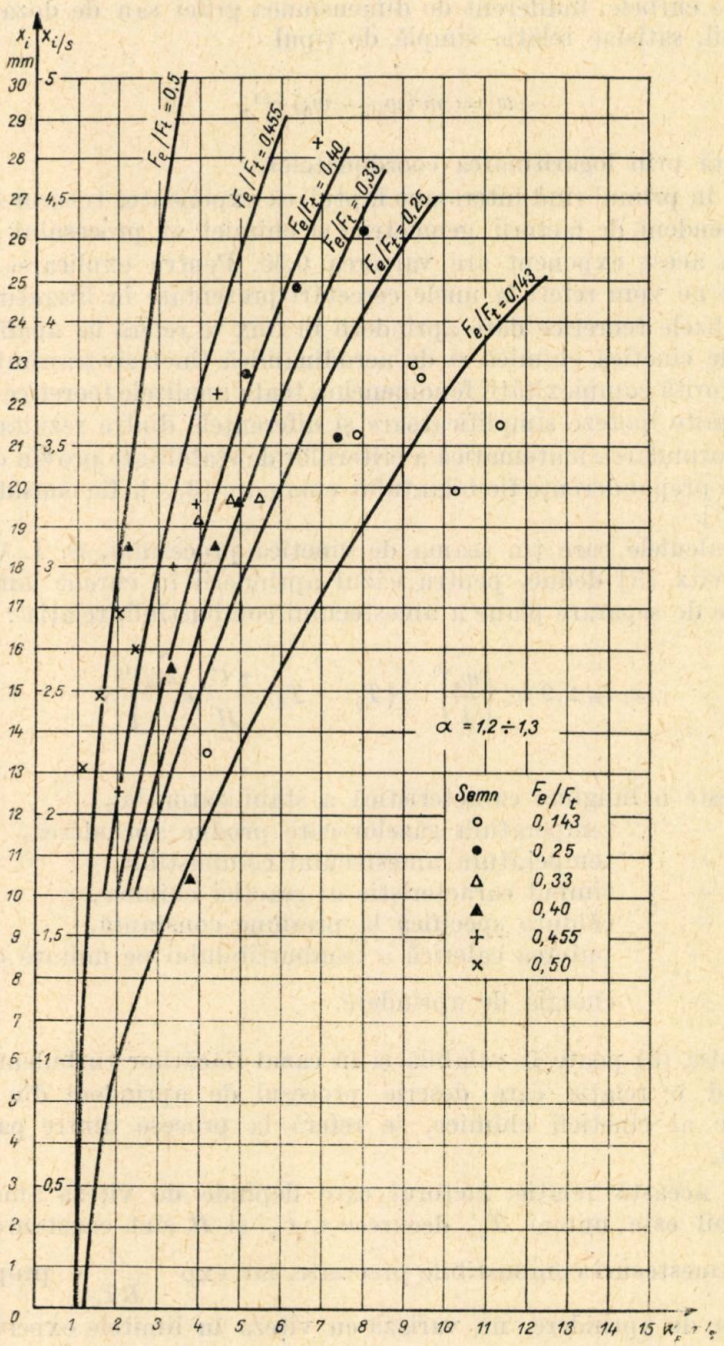


Fig. 10. — Distanța de acroșare la excesul de aer $\alpha = 1,2 - 1,3$.

Toate curbele, indiferent de dimensiunea grilei sau de dozajul aer-combustibil, satisfac relaţia simplă de tipul

$$x_i = m\,(w_a - w_0)^{0.55}, \tag{4}$$

determinată prin logaritmarea coordonatelor.

Este în primul rînd interesant faptul că exponentul tuturor curbelor este independent de factorii geometrici şi chimici ai procesului şi apoi faptul că acest exponent are valoarea 0,55. Pentru explicarea acestor constatări ne vom referi la unele cercetări prezentate în literatură.

Analizele teoretice date aprinderii în flux se referă la analiza fenomenelor de cinetică chimică şi de aerodinamică (inclusiv transmisia căldurii). Datorită complexităţii fenomenelor, toate analizele teoretice pornesc de la anumite ipoteze simplificatoare şi diferenţele dintre rezultatele obţinute în formularea matematică a criteriilor de stabilitate provin din acordarea unei preponderenţe fie bilanţului energetic [3, 4], fie consideraţiilor cinetice [5].

În calculele care ţin seama de cinetica procesului, S. I. Cheng şi A. A. Kovitz [5] deduc, pentru cazul aprinderii în curent laminar pe suprafeţele de separare plane a amestecului combustibil, relaţia :

$$x_i \cong 2{,}9\; w_a \left(\frac{w_a}{l}\right)^{0.5} \left[(T_g - T_0)\,\frac{\tau\, C_p}{H}\, e^{\frac{A}{RT_g}}\right]^{3/2}, \tag{5}$$

unde

l este o lungime caracteristică a stabilizatorului,
T_g — temperatura gazelor care produc aprinderea,
T_0 — temperatura amestecului combustibil,
τ — timpul caracteristic al reacţiei chimice,
C_p — căldura specifică la presiune constantă,
H — puterea calorică a combustibilului pe unitate de masă,
$\exp \frac{A}{RT_g}$ — energia de aprindere.

Relaţia (5) poate fi valabilă şi în cazul flăcărilor turbulente, deoarece, fiind o relaţie care descrie procesul de aprindere din punctul de vedere al cineticii chimice, se referă la procese dintre particulele în contact.

Din această relaţie, factorul care depinde de viteza amestecului combustibil este numai T_g, deoarece τ, C_p şi H sînt constante pentru anumite amestecuri combustibile precizate, iar $\exp \frac{A}{RT_g}$, proporţional cu energia de aprindere, nu variază cu viteza în limitele experimentate de noi şi chiar pînă la 40 m/s. Acest lucru apare clar din cercetările

lui J. W. Mullen [6] și din experimentările proprii făcute asupra aprinderii în flux.

Variația temperaturii gazelor cu care se realizează aprinderea funcție de viteză a fost calculată în urma determinării acesteia din experimentările făcute.

În tabela 2 este dată variația temperaturii T_g cu viteza W_a și relația exponențială care rezultă.

Tabela 2

Variația temperaturii gazelor recirculate

$\alpha = 1$			$\alpha = 1{,}1$		
W_a	T_g		W_a	T_g	
8	1300	$T_g \cong W_a^{-0{,}51}$	5	1295	$T_g \cong W_a^{-0{,}54}$
9	1230		7	1130	
10	1170		8	1060	
12	1060		9	1000	
14	980		10	950	
15	945		12	845	
16	920		14	750	
17	900		15	715	

În consecință, ecuația lui Cheng și Kovitz, privită din punctul de vedere al dependenței $x_i - W_a$, devine :

$$x_i \cong W_a \cdot W_a^{0,5} [W_a^{-0,52}]^{3/2}, \tag{6}$$

deci

$$x_i \cong W_a^{(1+0,5-0,78)} = W_a^{0,72}. \tag{7}$$

Cercetările mai recente ale lui Cheng și Kovitz [7] arată că exponentul 3/2 din formula (6) are o valoare variabilă între 3/2 și 4/3, după felul în care este realizată separarea între amestecul combustibil și gazele calde de aprindere. Pentru o relație cu exponentul 4/3, proporționalitatea devine :

$$x_i \simeq W_a \cdot W_a^{0,5} [W_a^{-0,52}]^{4/3} = W_a^{0,8}. \tag{8}$$

În aceeași lucrare [5] se citează rezultatele obținute de T. C. Adamson, de forma :

$$x_i \simeq W_a [W_a^{-0,52}] = W_a^{0,48}, \tag{9}$$

care prezintă valoarea minimă a exponentului : 0,48.

Se observă că și valoric exoponentul 0,55, găsit experimental în lucrarea de față, concordă cu rezultatele obținute teoretic în cazuri similiare, de 0,43—0,8.

Faptul că exponentul din relația (4) nu depinde de excesul de aer se explică prin faptul că nici energia de aprindere și nici celelalte mărimi care determină lungimea de acroșare nu sînt funcții care să aibă la exponent dozajul amestecului.

În schimb este de așteptat ca factorul de multiplicare m să fie o funcție atît de excesul de aer, cît și de caracteristica geometrică a grilei.

Variaţia factorului m cu dozajul amestecului şi cu caracteristica geometrică a grilei este dată în figura 11.

Factorul m este proporţional cu distanţa de acroşare x_i la o viteză constantă şi, în consecinţă, după cum rezultă chiar din modelul fizic al procesului de stabilizare, trebuie să crească o dată cu mărirea cifrei caracteristice F_e/F_t a stabilizatorului.

Este însă deosebit de interesantă variaţia acestui factor cu dozajul amestecului, care, după cum se constată, prezintă două minime foarte clare la dozajele de 8,5% şi 10% CH_4/amestec. Prezenţa acestor minime aduce o clarificare în plus fenomenului fizic de stabilizare cu gaze recirculate. Pentru analiza fenomenelor trebuie în prealabil prezentate curbele de variaţie a energiei minime de aprindere şi a vitezei de ardere cu calitatea amestecului (fig. 12).

Energia de aprindere are un minim la dozajul 8,5% CH_4/amestec, ceea ce explică minimul curbei factorului m la dozajul de circa 8,5%. Energia de aprindere trebuie furnizată amestecului combustibil de către gazele de ardere recirculate şi, în consecinţă, cu cît va fi mai mică această energie, cu atît va fi mai mică distanţa de acroşare.

Prezenţa unui minim a factorului m la dozajul la care este maximă viteza de ardere se explică prin posibilitatea mai mare de dezvoltare a centrelor interioare de aprindere din curentul de amestec combustibil. Centrele de aprindere provin din schimbul de masă datorat difuziei turbulente din zona gazelor recirculate. Dacă un grup de molecule din gazele calde recirculate pătrund, datorită pulsaţiilor turbulente, în zona amestecului proaspăt, ele se vor deplasa mai departe înglobate în curentul de amestec combustibil în repaus relativ faţă de el. Dacă grupul de molecule nu este suficient de mare pentru a avea energia necesară de aprindere a amestecului combustibil din jurul său, atunci efectul pătrunderii lui în zona învecinată va fi numai transportul de căldură proprie care se adaugă schimbului de căldură gaz-gaz din suprafaţa de separaţie a jeturilor. Dacă însă grupul de molecule are suficientă energie şi temperatură ca să îndeplinească condiţiile de aprindere, condiţii de tipul sursă punctiformă de aprindere în mediu fără mişcare, atunci va produce aprinderea amestecului combustibil din jurul său cu un front sferic de flacără, care evoluează cu viteza normală de ardere, avînd viteză relativă nulă faţă de curentul de amestec proaspăt. În acest caz, căldura primită de amestecul combustibil nu va fi numai căldura fizică a grupului de molecule, ci şi căldura dezvoltată prin arderea locală ce se produce în frontul de flacără, contribuind la acoperirea energiei minime de aprindere a curentului de amestec combustibil.

Apare acum clară semnificaţia minimului curbei factorului m la dozajul la care este maximă viteza normală de ardere. La acest dozaj, centrele interioare de aprindere se dezvoltă cu maximum de viteză şi, în consecinţă, dînd mai repede căldura necesară aprinderii jetului principal de amestec combustibil, distanţa de acroşare va fi minimă.

Este de asemenea evident de ce acest minim este foarte accentuat la valori mari ale lui m, respectiv ale distanţei de acroşare x_i. Cu cît timpul necesar amestecului combustibil pentru a prelua energia minimă

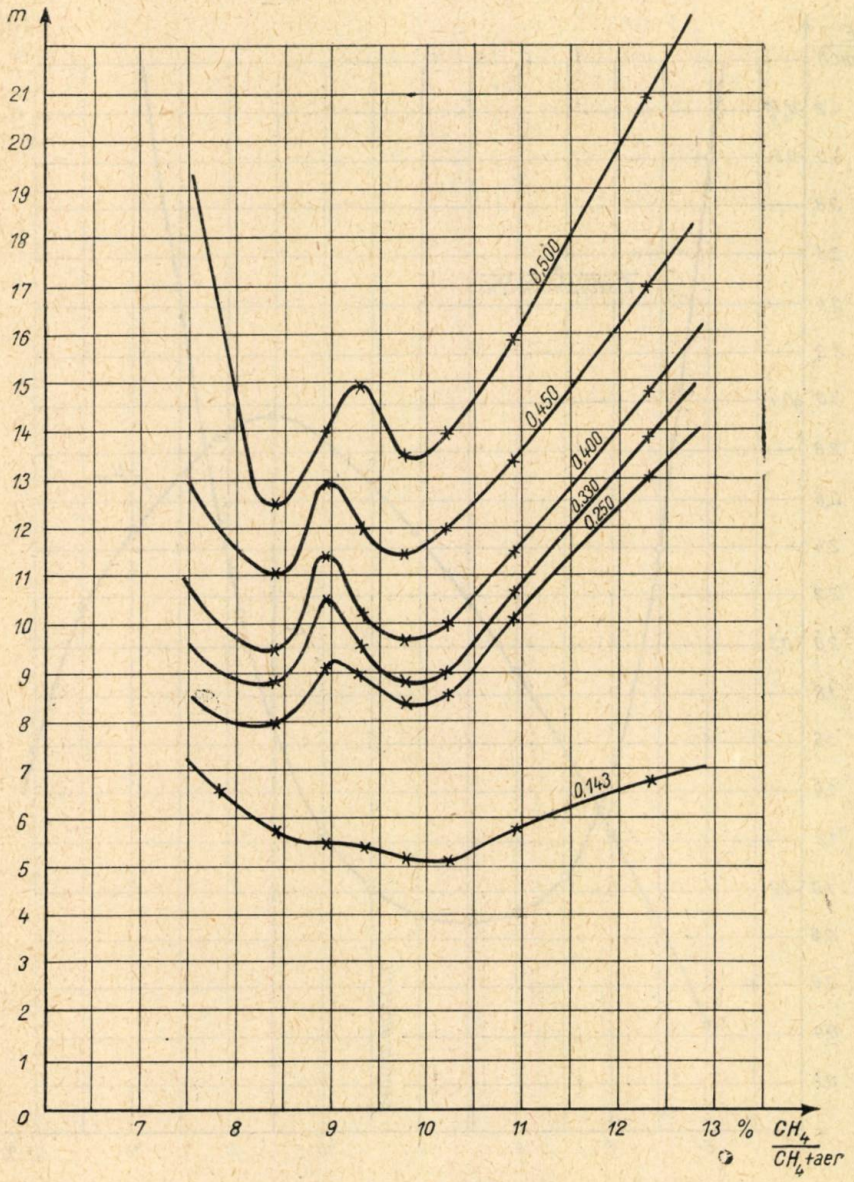


Fig. 11. — Variația factorului m cu dozajul amestecului.

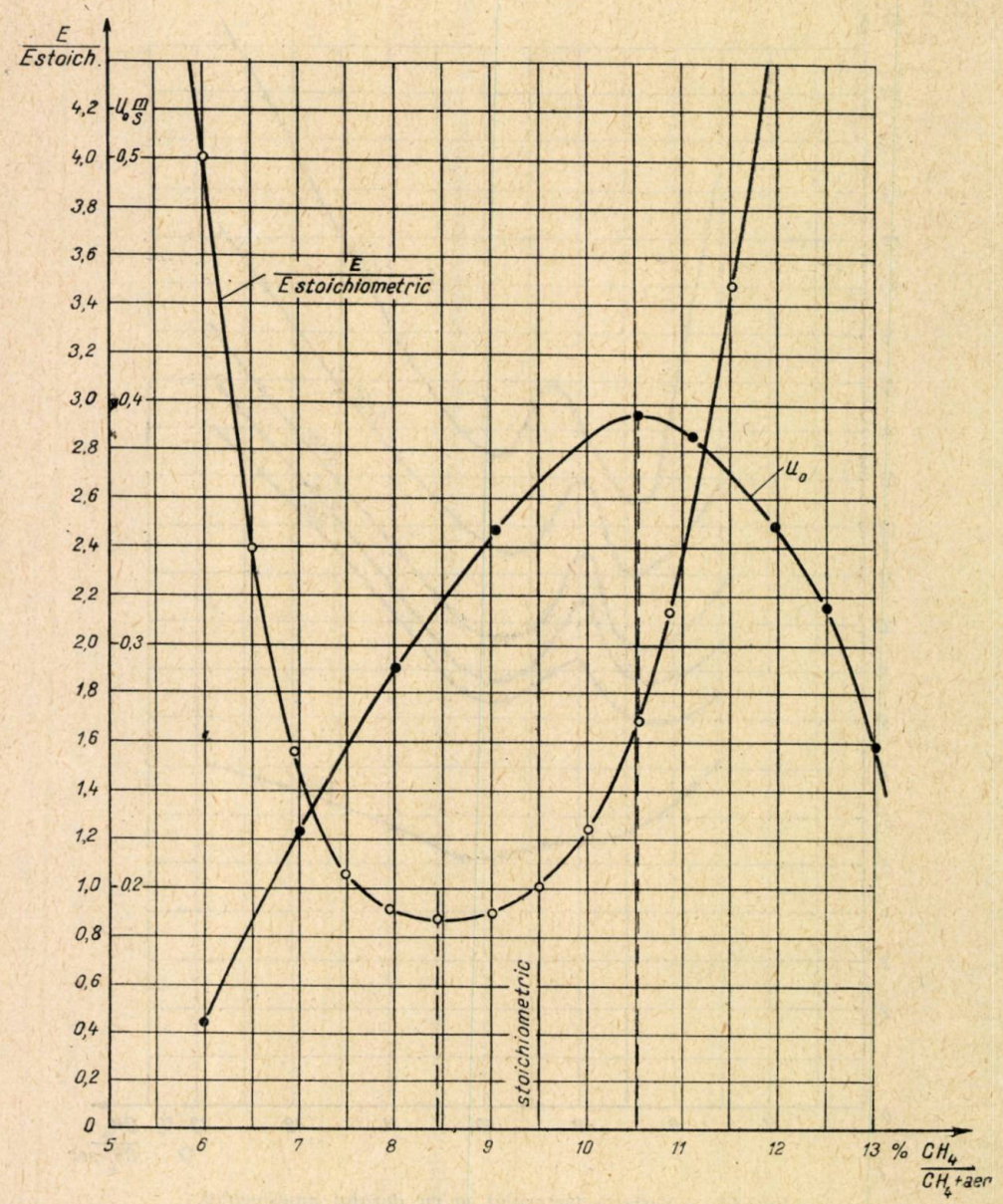


Fig. 12. — Energia de aprindere și viteza normală de ardere funcție de dozajul amestecului.

de aprindere va fi mai mare, cu atît și timpul disponibil centrelor interioare de aprindere pentru a se dezvolta va fi mai mare și ponderea căldurii furnizată de ele din totalul necesar va fi mai mare. În consecință,

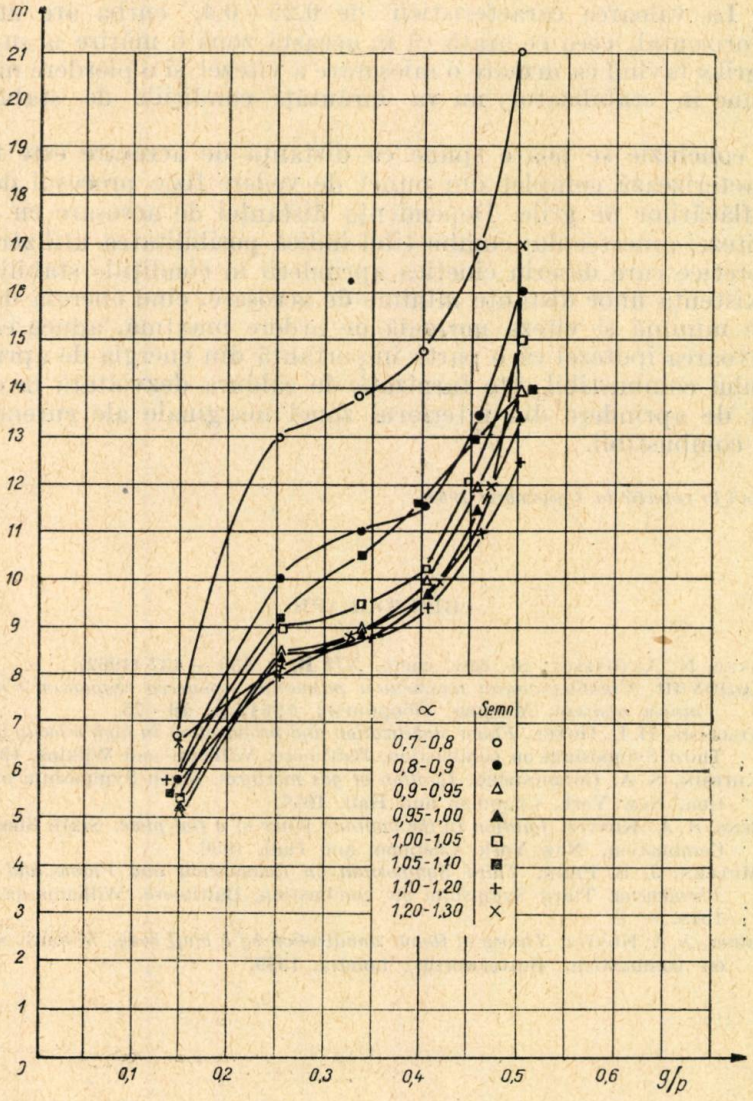


Fig. 13. — Variația factorului m cu geometria stabilizatorului.

curba lui m va fi mai puternic influențată de variația vitezei normale de ardere cu dozajul amestecului combustibil.

În figura 13 este dată variația lui m funcție de caracteristica geometrică a stabilizatorului, parametrul fiind excesul de aer.

S-a trasat această diagramă pentru a scoate în evidență faptul că influența factorului geometric nu este liniară cu distanța de acroșare.

Factorul m crește repede la grile cu caracteristica geometrică mică și mare. La valoarea caracteristicii de 0,25—0,4, curba are un palier aproape orizontal, ceea ce arată că în această zonă o mărire a suprafeței libere a grilei (avînd ca urmare o micșorare a vitezei și o pierdere mai mică de presiune în stabilizator) nu va înrăutăți condițiile de stabilitate a flăcării.

În concluzie se poate spune că distanța de acroșare este factorul care caracterizează complet din punct de vedere fizic procesul de stabilizare a flăcărilor pe grile. Dependența distanței de acroșare cu puterea 0,55 a vitezei amestecului combustibil indică posibilitatea utilizării ecuațiilor teoretice care descriu cinetica aprinderii în condițiile stabilizării pe grile. Existența unor distanțe minime de acroșare, cînd energia de aprindere este minimă și viteza normală de ardere maximă, aduce elemente noi în favoarea ipotezei că o parte importantă din energia de aprindere a amestecului combustibil este furnizată de căldura dezvoltată în evoluția centrelor de aprindere din interiorul zonei marginale ale curentului de amestec combustibil.

Primit la redacție la 1 octombrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. V. Pimsner, N. Antonescu, St. cerc. energ. *XII* **B**, *4*, 435 — 437 (1962).
2. Е.Л. Сойохин, *Стабилизация пламени и развитие процесса сгорания в турбулентном потоке*. Москва, Оборонгиз, 1961, p. 48—75.
3. G. C. Williams, H. L. Hotel, *Flame stabilization and propagation in high velocity gas streams* Third Symposium on combustion, Baltimore, Williams and Wilkins, 1949.
4. L. N. Khitrin, S. A. Goldenberg, *Ignition of gas mixtures*, Sixth Symposium on combustion, New York, Chapman and Hall, 1956.
5. S. I. Cheng, A. A. Kovitz, *Ignition in the laminar Wake of a flat plate*. Sixth Simposium on Combustion, New York, Chapman and Hall, 1956.
6. J. W. Mullen, J. B. Fenn, *Third Symposium on Combustion and Flame and Explosion Phenomena*. Third Sympsium on combustion, Baltimore, Williams and Wilkins, 1949.
7. S. I. Cheng, A. A. Kovitz, *Theory of flame stabilization by a bluff body*. Seventh Symposium on combustion, Butterworths, Londra, 1959.

CONTRIBUȚII LA CALCULUL SCHIMBĂTOARELOR DE CĂLDURĂ CU STRAT FLUIDIZAT

DE

A. PAVEL

536.3

Pornind de la premisa că în cadrul unei secții cu strat fluidizat procesul de schimb de căldură se desfășoară complet, atingîndu-se starea de echilibru termic între cele două medii care părăsesc stratul — agentul de fluidizare și particulele solide de purtător de căldură —, în prima parte a lucrării se stabilesc metodele de calcul grafic și analitic al numărului teoretic necesar de secții în cazul schimbătoarelor de căldură cu strate fluidizate dispuse în mai multe secții etajate.

În partea a doua a lucrării, după ce se definește indicele de schimb (transfer) de căldură atît pentru agentul de fluidizare, cît și pentru particulele de purtător de căldură solid, se stabilesc expresiile de calcul pentru diferența medie de temperatură corespunzătoare unei secții reale. Se arată astfel că, în condiții reale, în stratul fluidizat nu se atinge starea de echilibru termic. Se arată de asemenea că valoarea minimă a numărului necesar de secții corespunde numărului teoretic, numărul real necesar de secții fiind întotdeauna mai mare decît cel teoretic.

În ultima parte a lucrării se stabilește o metodă grafică de calcul a numărului real necesar de secții cu strat fluidizat și se face o prezentare sistematizată a principalelor concluzii.

În industria petrolieră prelucrătoare, chimică și petrochimică, stratul fluidizat a devenit de neînlocuit în desfășurarea unor procese eterogene cu fază solidă, ca, de exemplu, cataliza în instalațiile de cracare și reformare catalitică, adsorbția în instalațiile de adsorbție, cocsarea reziduurilor petroliere etc. De asemenea este în perspectivă [1] realizarea unor aparate de schimb de căldură cu strate fluidizate dispuse în mai multe secții. Schema de principiu a acestor aparate este dată în figura 1.

În timp ce prin partea inferioară în aparat pătrunde agentul de fluidizare gazos, rece sau încălzit, partea superioară este continuu alimentată

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 1 p. 103—119 București 1965

cu particule solide de purtător de căldură, încălzite sau reci. Circulația mediului gazos și a particulelor solide de la o secție la alta se face în contracurent.

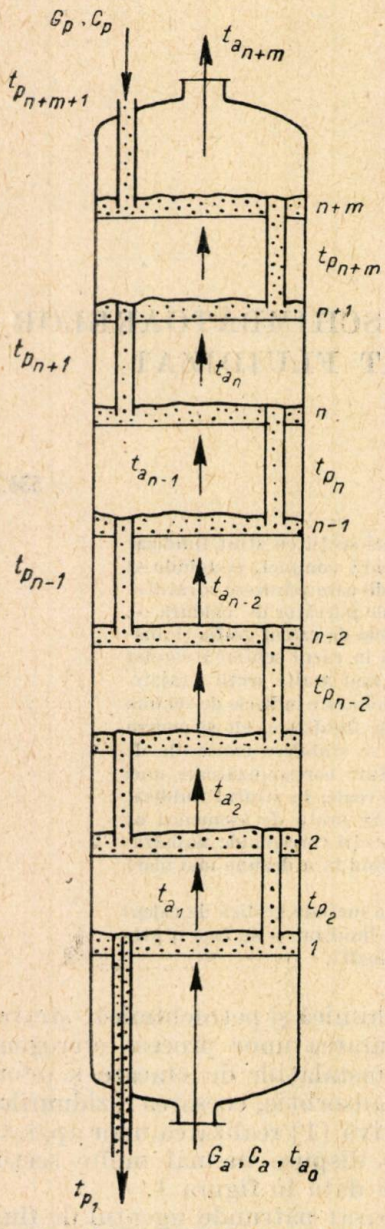


Fig. 1. — Schema principială a schimbătoarelor termice cu strate fluidizate multietajate.

În cadrul unei secții date, de exemplu n, se realizează schimbul de căldură în strat fluidizat între agentul de fluidizare G_a, care se ridică din secția inferioară celei date, de exemplu $n-1$, și particulele solide de purtător de căldură G_p, care coboară din secția superioară celei date, de exemplu $n+1$. În urma acestui proces, temperatura atît a agentului de fluidizare, cît și a particulelor solide se schimbă; pe măsură ce particulele solide se încălzesc sau se răcesc, agentul de fluidizare se răcește sau se încălzește. Mai departe particulele solide G_p, avînd o altă temperatură, trec în secția inferioară celei date, de exemplu $n-1$, iar agentul de fluidizare G_a în secția superioară celei date, de exemplu $n+1$. În aceste secții, procesul de schimb de căldură în strat fluidizat continuă, temperaturile mediilor se schimbă din nou ș.a.m.d.

Contactarea în acest mod a particulelor solide cu mediul gazos în strate fluidizate dispuse în mai multe secții trebuie să fie continuată pînă în momentul cînd temperatura — atît pentru mediul gazos în partea superioară a aparatului, cît și pentru particulele solide în partea inferioară a aparatului — atinge valoarea dorită.

Pentru scopurile practice este important de știut numărul de secții cu strate fluidizate necesar pentru realizarea unei anumite temperaturi atît pentru agentul de fluidizare, cît și pentru purtătorul de căldură solid. În cele ce urmează vor fi stabilite metodele de calcul al numărului teoretic și al numărului real de secții cu strate fluidizate.

CALCULUL NUMĂRULUI TEORETIC DE SECȚII CU STRATE FLUIDIZATE

Calculul numărului teoretic de secții cu strate fluidizate se poate face pe

cale grafică sau pe cale analitică. Pentru aceasta se admit următoarele ipoteze :

— schimbul de căldură se produce numai între particulele solide și mediul gazos ; pierderile de căldură în mediul înconjurător nu se iau în considerație ;

— temperatura la suprafața și în interiorul particulelor solide este aceeași :

— antrenarea de către agentul de fluidizare a particulelor solide din stratul fluidizat corespunzător secției superioare (fig. 1) este mică și nu se ia în considerație :

— regimul de lucru al aparatului este staționar.

Metoda grafică. În cazul determinării pe cale grafică (metoda Mc Cabe-Thiele [2]) a numărului teoretic de secții cu strate fluidizate, trebuie cunoscute :

— curba de echilibru a stratului fluidizat ;

— curba de lucru a aparatului.

Se notează (vezi fig. 1) :

G_a — debitul gravimetric al agentului de fluidizare, kgf/h ;

G_p — debitul gravimetric al particulelor solide, kgf/h ;

c_a, c_p — căldura specifică a agentului de fluidizare și, respectiv, a particulelor solide, kcal/kgf°C ;

t_{a_0} — temperatura agentului de fluidizare la intrarea în aparat, °C ;

t_{a_n} — temperatura agentului de fluidizare la ieșirea din secția n, °C ;

$t_{p_{n+1}}$ — temperatura particulelor solide la intrarea în secția n, °C ;

t_{p_1} — temperatura particulelor solide la ieșirea din secția cea mai de jos a aparatului ($n = 1$), °C ;

n — numărul de secții cu strate fluidizate.

Curba de echilibru a stratului fluidizat se determină din următoarea condiție ; temperatura agentului de fluidizare la părăsirea unei secții date este egală cu temperatura particulelor solide care coboară din aceeași secție dată, adică

$$t_{a_n} = t_{p_n} . \tag{1}$$

Așadar, curba de echilibru a stratului fluidizat este o dreaptă care trece prin origine (fig. 2), coeficientul unghiular al dreptei fiind egal cu unitatea.

Curba de lucru a aparatului se determină din ecuația bilanțului termic :

$$Q_{a_0} + Q_{p_{n+1}} = Q_{a_n} + Q_{p_1} , \tag{2}$$

unde

Q_{a_0} este cantitatea de căldură introdusă în aparat odată cu agentul de fluidizare, kcal/h ;

$Q_{p_{n+1}}$ — cantitatea de căldură introdusă în aparat odată cu particulele solide, kcal/h ;

Q_{a_n} — cantitatea de căldură antrenată de agentul de fluidizare la ieşirea din aparat, kcal/h;

Q_{p_1} — cantitatea de căldură antrenată de particulele solide la ieşirea din aparat, kcal/h.

Mărimile Q_{a_0}, $Q_{p_{n+1}}$, Q_{a_n} şi Q_{p_1} depind de debitele şi de temperaturile mediilor respective şi se calculează cu următoarele formule:

$$\begin{aligned} Q_{a_0} &= G_a c_a t_{a_0}, \\ Q_{a_n} &= G_a c_a t_{a_n}, \\ Q_{p_{n+1}} &= G_p c_p t_{p_{n+1}}, \\ Q_{p_1} &= G_p c_p t_{p_1}. \end{aligned} \tag{3}$$

De reţinut că, cu înălţimea aparatului mărimile G_a şi G_p rămîn constante, însă căldurile specifice c_a şi c_p variază, întrucît temperatura mediilor respective variază. Raportul căldurilor specifice însă are o valoare practic constantă pentru toate secţiile aparatului şi, în consecinţă, mărimea A (vezi formula 5) va fi practic constantă pentru toate secţiile aparatului.

Introducînd mărimile (3) în ecuaţia (2) şi efectuînd operaţiile de calcul respective, se obţine ecuaţia curbei de lucru a aparatului:

$$t_{a_n} = A t_{p_{n+1}} + B_1 \tag{4 a}$$

sau

$$t_{p_{n+1}} = \frac{1}{A} t_{a_n} + B_2, \tag{4 b}$$

în care:

$$A = \frac{G_p c_p}{G_a c_a}, \tag{5}$$

$$B_1 = t_{a_0} - A t_{p_1}, \tag{6}$$

$$B_2 = t_{p_1} - \frac{1}{A} t_{a_0} \tag{7}$$

sau

$$A = \frac{t_{a_n} - t_{a_0}}{t_{p_{n+1}} - t_{p_1}} = \frac{t_{a_0} - t_{a_n}}{t_{p_1} - t_{p_{n+1}}} = \frac{\Delta t_a}{\Delta t_p}, \tag{8}$$

$$B_1 = \frac{t_{a_0} t_{p_{n+1}} - t_{a_n} t_{p_1}}{t_{p_{n+1}} - t_{p_1}} = \frac{t_{a_0} t_{p_{n+1}} - t_{a_n} t_{p_1}}{\Delta t_p}, \tag{9}$$

$$B_2 = \frac{t_{a_0} t_{p_{n+1}} - t_{a_n} t_{p_1}}{t_{a_0} - t_{a_n}} = \frac{t_{a_0} t_{p_{n+1}} - t_{a_n} t_{p_1}}{\Delta t_a}. \tag{10}$$

Aşadar, curba de lucru a aparatului este o dreaptă care trece deasupra sau dedesubtul celei de echilibru a stratului fluidizat, după cum temperatura în aparat creşte (în cazul încălzirii particulelor solide) sau scade (în cazul răcirii particulelor solide) de sus în jos. Coeficientul unghiular A al acestei drepte poate fi mai mare sau mai mic decît unitatea. În cazul $A = 1$, curba de lucru a aparatului este paralelă cu curba de echilibru a stratului fluidizat şi diferenţa de temperatură are o valoare constantă pentru toate secţiile aparatului.

Numărul teoretic de secţii se determină prin trasarea unei linii frînte între curba de echilibru a stratului fluidizat şi curba de lucru a aparatului, bineînţeles în limitele temperaturilor dorite (fig. 2).

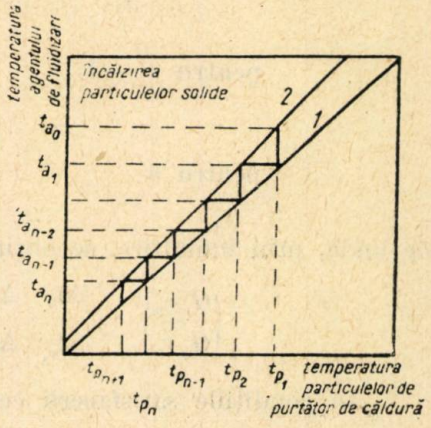


Fig. 2. — Determinarea grafică a numărului teoretic de secţii cu strat fluidizat : *1* — linia de echilibru ; *2* — linia de lucru.

Metoda analitică. Pentru determinarea pe cale analitică a numărului teoretic de secţii cu strate fluidizate se va folosi ecuaţia bilanţului termic, scrisă pentru fiecare secţie în parte, şi ecuaţia (1).

Ecuaţia bilanţului termic, scrisă pentru fiecare secţie în parte, conduce la următoarele rezultate ;

$$\text{pentru secţia } n = 1 \qquad G_p c_p \Delta t_{p_1} = G_a c_a \Delta t_{a_1},$$

$$\text{pentru secţia } n = 2 \qquad G_p c_p \Delta t_{p_2} = G_a c_a \Delta t_{a_2},$$

$$\text{pentru secţia } n = 3 \qquad G_p c_p \Delta t_{p_3} = G_a c_a \Delta t_{a_3},$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\text{pentru secţia } n-1 \qquad G_p c_p \Delta t_{p_{n-1}} = G_a c_a \Delta t_{a_{n-1}},$$

$$\text{pentru secţia } n \qquad G_p c_p \Delta t_{p_n} = G_a c_a \Delta t_{a_n},$$

sau

$$\text{pentru } n = 1 \qquad \frac{G_p c_p}{G_a c_a} = \frac{\Delta t_{a_1}}{\Delta t_{p_1}},$$

$$\text{pentru } n = 2 \qquad \frac{G_p c_p}{G_a c_a} = \frac{\Delta t_{a_2}}{\Delta t_{p_2}},$$

$$\begin{aligned}
&\text{pentru } n = 3 && \frac{G_p c_p}{G_a c_a} = \frac{\Delta t_{a_3}}{\Delta t_{p_3}},\\
&\qquad\vdots && \qquad\vdots\\
&\text{pentru } n-1 && \frac{G_p c_p}{G_a c_a} = \frac{\Delta t_{a_{n-1}}}{\Delta t_{p_{n-1}}},\\
&\text{pentru } n && \frac{G_p c_p}{G_a c_a} = \frac{\Delta t_{a_n}}{\Delta t_{p_n}},
\end{aligned}$$

de unde, prin înmulțire, se obține :

$$\left(\frac{G_p c_p}{G_a c_a}\right)^n = \frac{\Delta t_{a_1}}{\Delta t_{p_1}} \cdot \frac{\Delta t_{a_2}}{\Delta t_{p_2}} \cdot \frac{\Delta t_{a_3}}{\Delta t_{p_3}} \cdots \frac{\Delta t_{a_{n-1}}}{\Delta t_{p_{n-1}}} \cdot \frac{\Delta t_{a_n}}{\Delta t_{p_n}}. \tag{11}$$

În condițiile satisfacerii ecuației (1) se poate scrie (vezi fig. 2) :

$$\begin{aligned}
\Delta t_{p_1} &= \Delta t_{a_2}\\
\Delta t_{p_2} &= \Delta t_{a_3}\\
&\vdots\\
\Delta t_{p_{n-2}} &= \Delta t_{a_{n-1}}\\
\Delta t_{p_{n-1}} &= \Delta t_{a_n}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Ținînd cont de formulele (5), (11) și (12), rezultă :

$$A^n = \frac{\Delta t_{a_1}}{\Delta t_{p_n}} = \frac{t_{a_0} - t_{a_1}}{t_{p_n} - t_{p_{n+1}}}, \tag{13}$$

de unde, în urma logaritmării și considerării condiției (1) și formulei (8), se obține formula pentru calculul numărului teoretic de secții :

$$n = \frac{\log \dfrac{t_{a_0} - t_{p_1}}{t_{a_n} - t_{p_{n+1}}}}{\log \dfrac{t_{a_0} - t_{a_n}}{t_{p_1} - t_{p_{n+1}}}}. \tag{14}$$

Este interesant de arătat că în lucrarea [3] a fost obținută următoarea formulă de calcul a numărului teoretic de secții :

$$n = \frac{1}{\log A} \cdot \log \left[\frac{t_{p_1} - t_{p_{n+1}}}{t_{a_n} - t_{p_{n+1}}} (A - 1) + 1\right]. \tag{15}$$

Înlocuind în formula (15) mărimea A prin valoarea sa corespunzătoare din formula (8), după efectuarea calculelor auxiliare se obține formula (14).

Este, de asemenea, interesant de arătat că numărul teoretic de secții cu strate fluidizate poate fi calculat și printr-o metodă grafoanalitică, asemănătoare celei folosite pentru stabilirea numărului de camere în cazul unui aparat cu strat fluidizat cu mai multe camere, destinat răcirii prafului de alumină [4].

În metodele de calcul al numărului de secții cu strate fluidizate arătate mai sus s-a admis că în fiecare secție procesul de schimb de căldură se desfășoară complet, atingîndu-se starea de echilibru termic între agentul de fluidizare care se ridică din secția respectivă și particulele solide de purtător de căldură care coboară din aceeași secție. Cercetările experimentale, efectuate de autor (în condiții de laborator) pe un aparat de schimb de căldură cu strat fluidizat într-o singură secție [5], au arătat însă că o astfel de stare de echilibru între cele două medii — agent de fluidizare gazos și purtător de căldură solid — nu se atinge. Procesul de schimb de căldură este incomplet, randamentul său fiind mai mic decît unitatea. În consecință, numărul de secții cu strate fluidizate necesar pentru realizarea practică a procesului de schimb de căldură va fi mai mare decît cel teoretic.

CALCULUL INDICELUI DE SCHIMB (TRANSFER) DE CĂLDURĂ ÎN STRAT FLUIDIZAT

Cantitatea de căldură care trece dintr-un mediu în celălalt în cadrul secției n, de exemplu, este

$$Q = G_p\, c_p\, (t_{p_{n+1}} - t_{p_n}) \tag{16a}$$

sau

$$Q = G_a\, c_a\, (t_{a_n} - t_{a_{n-1}}). \tag{16b}$$

Aceeași cantitate de căldură poate fi exprimată și prin ecuația fundamentală a schimbului de căldură, și anume

$$Q = \alpha\, F\, \Delta t_n\,, \tag{17}$$

unde

F este suprafața de schimb de căldură corespunzătoare unei secții, m^2;

α — coeficientul de schimb de căldură, $kcal/m^2.h.°C$;

Δt_n — diferența medie de temperatură corespunzătoare unei secții (se mai numește forță motrice medie a procesului de schimb de căldură [5]), °C.

Dacă în formula (17) se introduce $F = f.G_1$ (unde G_1 este greutatea purtătorului de căldură solid aflat în secția considerată, kgf; f — su-

prafața specifică de schimb de căldură a particulelor de purtător de căldură solid, m²/kgf), atunci se obține

$$Q = \alpha f G_1 \Delta t_n . \tag{18}$$

Din egalarea expresiilor (16a) și (16b) cu (18) rezultă

$$m_p = \frac{t_{p_{n+1}} - t_{p_n}}{\Delta t_n} = \frac{\alpha f G_1}{G_p c_p}, \tag{19}$$

$$m_a = \frac{t_{a_n} - t_{a_{n-1}}}{\Delta t_n} = \frac{\alpha f G_1}{G_a c_a}, \tag{20}$$

unde

m_p este indicele de schimb (transfer) de căldură pentru faza solidă (particule de purtător de căldură solid);

m_a — indicele de schimb (transfer) de căldură pentru agentul de fluidizare.

Cu ajutorul formulelor (19) și (20) și al diagramei $t_a - t_p$ se poate obține, așa cum se va arăta mai jos, dependența dintre temperatura particulelor solide și temperatura agentului de fluidizare la intrarea și la ieșirea din secția respectivă, fără să fie necesară formularea unor ipoteze simplificatoare sau a unor condiții speciale. Cunoscînd această dependență, se poate trece la calculul numărului real de secții cu strat fluidizat.

Care este dependența dintre temperatura particulelor solide și temperatura agentului de fluidizare la intrarea și la ieșirea dintr-o secție dată?

Diferența medie de temperatură Δt_n, cuprinsă în formulele (19) și (20), depinde în mod deosebit de caracterul cîmpului de temperatură, deci depinde în mod deosebit de caracterul distribuției temperaturilor în cadrul unei secții. De la caz la caz se va putea exprima în mod diferit și tot în mod diferit pot fi exprimate și mărimile m_p și m_a.

Aparatele de schimb de căldură cu mai multe secții cu strat fluidizat (fig. 1), în funcție de caracterul distribuției temperaturilor și de alți factori, pot funcționa sau în regim cu dezlocuire totală, sau în regim cu amestecare totală sau, în sfîrșit, ca aparate de tip intermediar [6]. În majoritatea cazurilor însă, ele sînt mai apropiate de aparatele de tip intermediar, întrucît în cadrul unei secții, în timp ce temperatura agentului de fluidizare se schimbă necontenit pe măsura ridicării în strat, temperatura particulelor solide rămîne aproape neschimbată în orice punct al volumului stratului fluidizat [5].

Pentru aparatele de schimb de căldură cu mai multe secții cu strat fluidizat lucrînd ca aparate de tip intermediar, se consideră următoarele două cazuri:

Cazul a. În cuprinsul secției n este asigurată o agitație perfectă a particulelor solide, iar temperatura agentului de fluidizare variază liniar de la $t_{a_{n-1}}$ la t_{a_n}. În acest caz, pentru particulele solide avînd tempe-

ratura t_{p_n} la ieşirea din secţia respectivă corespund următoarele temperaturi pentru agentul de fluidizare (fig. 3):

— temperatura de echilibru : $t_{a_{ne}} = t_{p_n}$,

— temperatura de lucru : $t_{a_{n-1}}$.

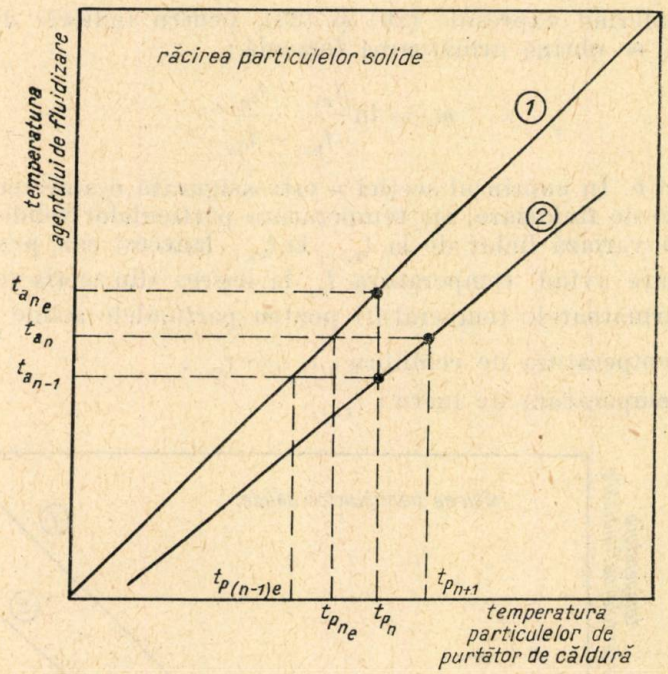


Fig. 3. — *1* — Linia de echilibru ; *2* — linia de lucru.

Diferenţa de temperatură dintre medii (particule solide de purtător de căldură şi agent de fluidizare) pentru secţia dată n va avea următoarele valori :

— la începutul procesului (21a)

$$\Delta t_{n_{max}} = t_{p_n} - t_{a_{n-1}},$$

— la sfîrşitul procesului (21b)

$$\Delta t_{n_{min}} = t_{p_n} - t_{a_n}.$$

Diferenţa medie de temperatură corespunzătoare unei secţii (calculată ca medie logaritmică) va fi :

$$\Delta t_n = \frac{\Delta t_{n_{max}} - \Delta t_{n_{min}}}{\ln \frac{\Delta t_{n_{max}}}{\Delta t_{n_{min}}}}, \tag{22}$$

de unde pentru secția n rezultă

$$\Delta t_n = \frac{t_{a_n} - t_{a_{n-1}}}{\ln \dfrac{t_{p_n} - t_{a_{n-1}}}{t_{p_n} - t_{a_n}}} . \tag{23}$$

Considerînd expresiile (20) și (23), pentru indicele de schimb de căldură m_a se obține următoarea formulă :

$$m_a = \ln \frac{t_{p_n} - t_{a_{n-1}}}{t_{p_n} - t_{a_n}} . \tag{24}$$

Cazul b. În cuprinsul secției n este asigurată o amestecare perfectă a agentului de fluidizare, iar temperatura particulelor solide de purtător de căldură variază liniar de la $t_{p_{n+1}}$ la t_{p_n}. În acest caz, pentru agentul de fluidizare avînd temperatura t_{a_n} la ieșirea din secția respectivă corespund următoarele temperaturi pentru particulele solide (fig. 4) :

— temperatura de echilibru : $t_{p_{n_e}} = t_{a_n}$;

— temperatura de lucru : $t_{p_{n+1}}$.

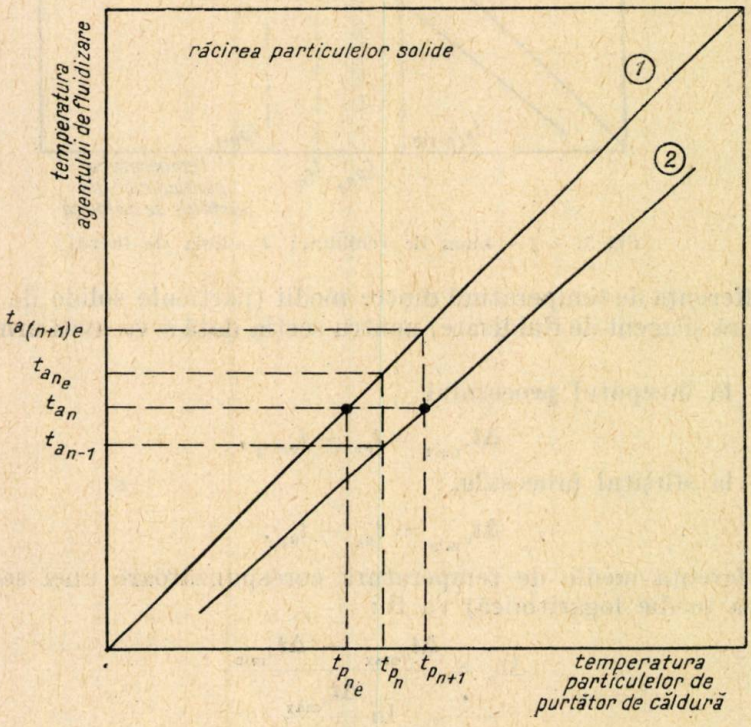


Fig. 4. — *1* — Linia de echilibru ; *2* — linia de lucru.

Diferența de temperatură între medii pentru secția dată n va avea următoarele valori :

— la începutul procesului

$$\Delta t_{n_{max}} = t_{p_{n+1}} - t_{a_n}, \tag{25a}$$

— la sfîrșitul procesului

$$\Delta t_{n_{min}} = t_{p_n} - t_{a_n}. \tag{25b}$$

Diferența medie de tempearatură corespunzătoare secției n (calculată ca medie logaritmică cu formula 22) va fi :

$$\Delta t_n = \frac{t_{p_{n+1}} - t_{p_n}}{\ln \frac{t_{p_{n+1}} - t_{a_n}}{t_{p_n} - t_{a_n}}}. \tag{26}$$

Considerînd expresiile (9) și (26), pentru indicele de schimb de căldură m_p se obține următoarea formulă :

$$m_p = \ln \frac{t_{p_{n+1}} - t_{a_n}}{t_{p_n} - t_{a_n}}. \tag{27}$$

CALCULUL NUMĂRULUI REAL DE SECȚII CU STRATE FLUIDIZATE

Cu ajutorul formulelor (19), (20), (24) și (27) se poate trece la elaborarea unei metode grafice de calcul al numărului real de secții cu strate fluidizate.

În metoda de calcul al numărului real de secții cu strat fluidizat, prezentată mai jos în forma generală, se consideră că coeficientul de schimb de căldură α are o valoare constantă pentru toate secțiile, iar antrenarea (elutrierea) din strat a particulelor solide lipsește atît în secțiile intermediare, cît și în ultima secție.

Curba de echilibru a stratului fluidizat este dată de ecuația (1), iar curba de lucru a aparatului de una din ecuațiile (4).

În coordonate $t_a - t_p$ (fig. 5) se trasează curba de echilibru corespunzătoare ecuației (1) și curba de lucru corespunzătoare ecuațiilor (4).

Se consideră secția n a aparatului de schimb de căldură cu strate fluidizate multietajate (fig. 1). Particulele solide care pătrund din secția $n + 1$ în secția n au temperatura $t_{p_{n+1}}$. Agentul de fluidizare care vine din secția $n - 1$ și pătrunde în secția n are temperatura $t_{a_{n-1}}$.

Din formula (24) rezultă

$$\frac{t_{p_n} - t_{a_{n-1}}}{t_{p_n} - t_{a_n}} = e^{m_a}. \tag{28}$$

Introducînd în expresia (28) valoarea numerică a indicelui de schimb de căldură m_a calculată cu formula (20), se obține valoarea numerică e^{m_a}. Pentru calculul numărului real de secții cu strat fluidizat se procedează în felul următor.

Pe dreapta temperaturilor de lucru (fig. 5) se fixează punctul A de ordonată $t_{a_{n-1}}$ și abscisă t_{p_n}. Pe dreapta temperaturilor de echilibru,

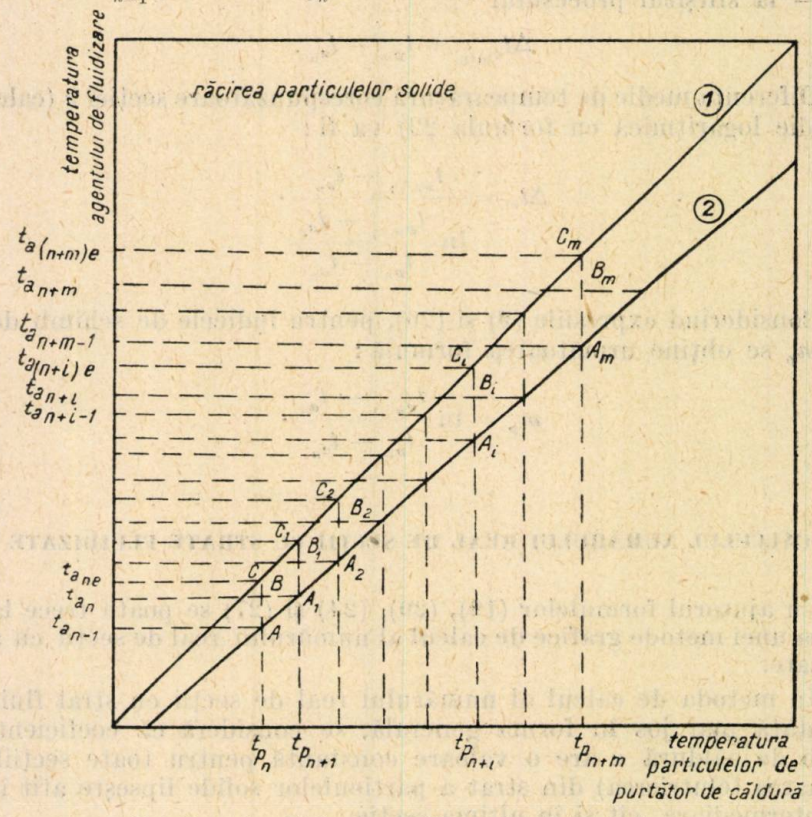


Fig. 5. — *1* — Linia de echilibru ; *2* — linia de lucru.

temperaturii t_{p_n} a particulelor solide îi corespunde punctul C de ordonată $t_{a_{n_e}} = t_{p_n}$ și de abscisă t_{p_n} (egală cu abscisa punctului A).

Temperatura agentului de fluidizare la ieșirea din secția n va fi întotdeauna mai mică decît temperatura de echilibru $t_{a_{n_e}}$. Acestei temperaturi îi va corespunde un punct B, situat mai jos de punctul C, pe segmentul AC. Poziția punctului B pe segmentul AC este determinată de următoarea egalitate :

$$\frac{t_{a_{n_e}} - t_{a_{n-1}}}{t_{a_{n_e}} - t_{a_n}} = \frac{t_{p_n} - t_{a_{n-1}}}{t_{p_n} - t_{a_n}} = e^{m_a} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}},$$

de unde rezultă

$$\overline{BC} = \frac{1}{e^{m_a}} \cdot \overline{AC} \cdot \tag{29}$$

Pentru o temperatură a agentului de fluidizare egală cu t_{a_n} la intrarea în secția $n + 1$, în diagrama din figura 5 îi corespunde o temperatură de lucru a particulelor solide egală cu $t_{p_{n+1}}$ (abscisă a punctului A_1).

Deasupra secției $n + 1$, agentul de fluidizare va avea temperatura de lucru $t_{a_{n+1}}$ (ordonată a punctului B_1) și temperatura de echilibru $t_{a_{(n+1)_e}} = t_{p_{n+1}}$ (ordonată a punctului C_1). Poziția punctului B_1 pe segmentul A_1C_1 va fi determinată de următoarea egalitate :

$$\overline{B_1C_1} = \frac{1}{e^{m_a}} \cdot \overline{A_1C_1}. \tag{30}$$

Continuînd în acest fel pentru toate secțiile aparatului, se poate determina poziția tuturor punctelor B. Apoi, în limitele temperaturilor date pentru particulele solide la intrarea și la ieșirea din aparat (respectiv $t_{p_{n+m+1}}$ și t_{p_n}), se construiește linia frîntă $ABA_1B_1A_2B_2 \ldots$ Numărul segmentelor AB; A_1B_1; A_2B_2; $\ldots A_mB_m$, obținuți în acest mod, reprezintă valoarea căutată a numărului real de secții cu strat fluidizat.

În același mod se desfășoară calculul numărului real de secții cu strat fluidizat și în cazul folosirii indicelului de schimb de căldură m_p (vezi formula 2).

De această dată însă, segmentele AC nu vor mai avea o poziție verticală ca în cazul precedent. Așa cum rezultă din următoarea expresie (vezi formula 27) :

$$\frac{t_{p_{n+1}} - t_{a_n}}{t_{p_n} - t_{a_n}} = e^{m_p}, \tag{31}$$

segmentele AC vor avea o poziție verticală (fig. 6), iar poziția punctelor B pe segmentele AC vor fi determinate de următoarea egalitate :

$$\frac{t_{p_{n+1}} - t_{p_{n_e}}}{t_{p_n} - t_{p_{n_e}}} = \frac{t_{p_{n+1}} - t_{a_n}}{t_{p_n} - t_{a_n}} = e^{m_p} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}},$$

de unde rezultă

$$\overline{BC} = \frac{1}{e^{m_p}} \cdot \overline{AC} \cdot \tag{32}$$

Pentru scopurile practice, calculul numărului real de secții cu strat fluidizat poate fi într-o oarecare măsură simplificat.

Dacă pentru toate secțiile m_a = const. (sau m_p = const.), atunci și mărimea e^{m_a} (sau e^{m_p}) va avea o valoare constantă și, în consecință, locul geometric al punctelor B va fi o dreaptă, care se denumește linie cinetică a procesului de schimb de căldură în aparatul considerat. Această

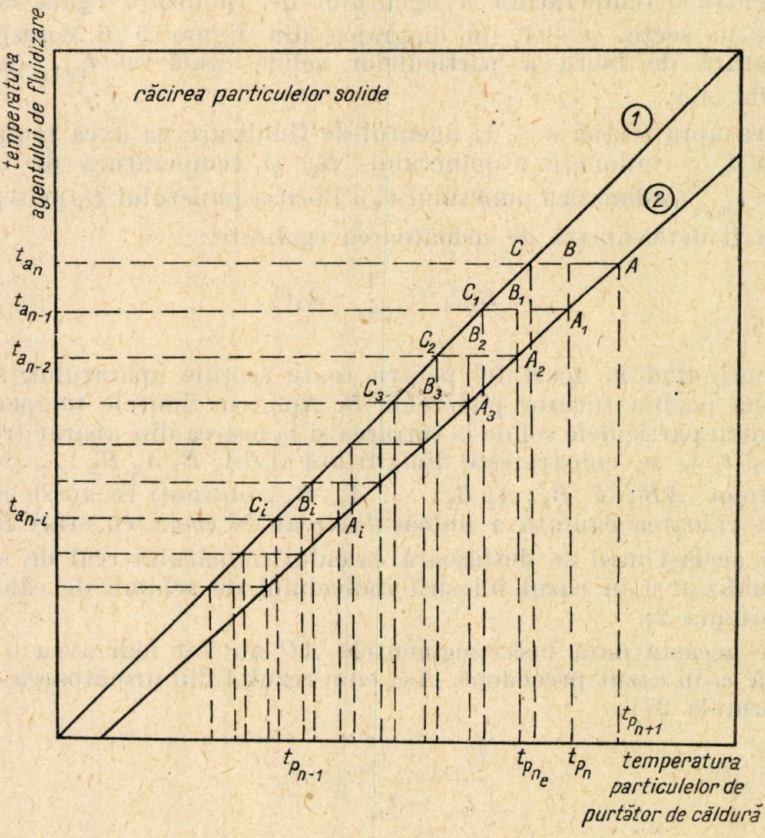


Fig. 6. — *1* — Linia de echilibru ; *2* — linia de lucru.

dreaptă se poate trasa în diagrama $t_a - t_p$ dacă se cunoaște valoarea mărimii m_a sau m_p.

Pentru aceasta, între dreapta de echilibru a stratului fluidizat și dreapta de lucru a aparatului se trasează în mod arbitrar segmentele $A_1 C_1$ și $A_2 C_2$, paralele cu axa ordonatelor pentru m_a cunoscut (fig. 7) sau cu axa absciselor pentru m_p cunoscut (fig. 8). Prin împărțirea acestor segmente pentru primul caz în raportul $e^{m_a} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$ și pentru al doilea caz în raportul $e^{m_p} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$ se găsesc punctele B_1 și B_2, prin care se

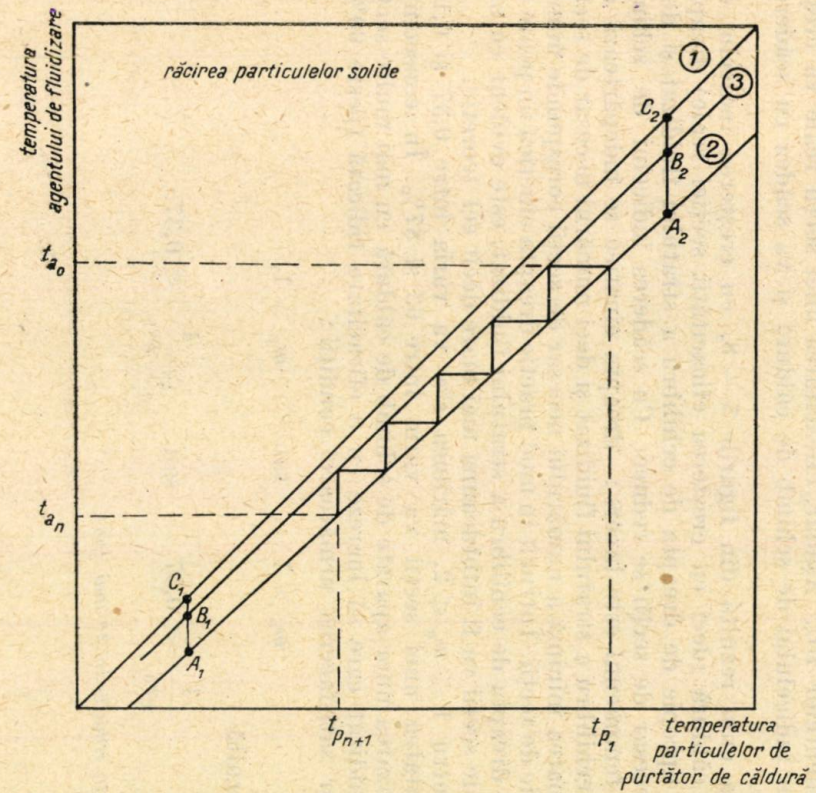


Fig. 7. — Determinarea grafică a numărului real de secţii cu strat fluidizat în cazul m_a cunoscut : *1* — linia de echilibru ; *2* — linia de lucru ; *3* — linia cinetică.

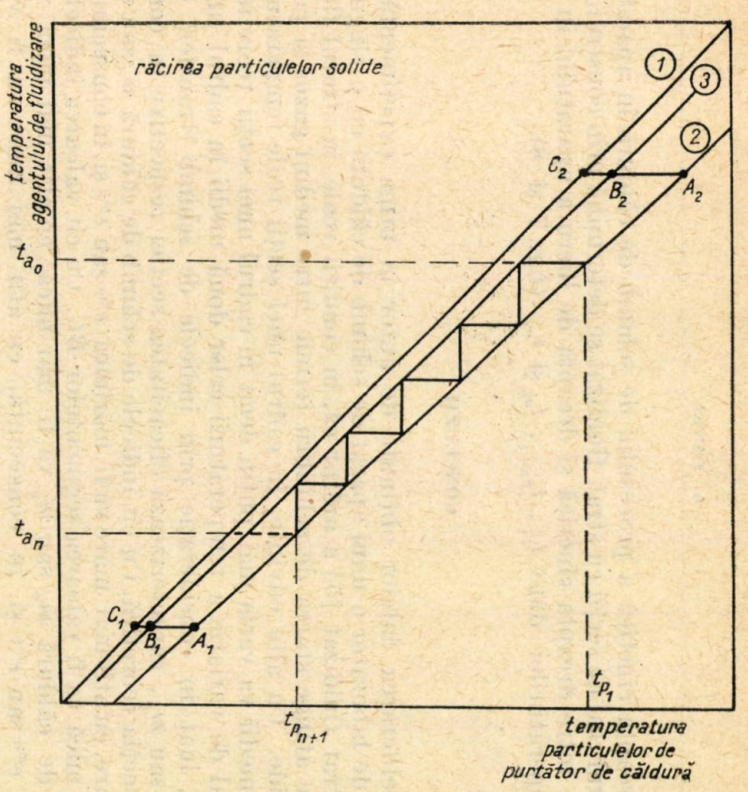


Fig. 8. — Determinarea grafică a numărului real de secţii cu strat fluidizat în cazul m_p cunoscut : *1* — linia de echilibru ; *2* — linia de lucru ; *3* — linia cinetică.

trasează dreapta cinetică a procesului de schimb de căldură în aparatul dat. Numărul real de secții cu strat fluidizat se determină prin construirea liniei frînte între dreapta cinetică și dreapta de lucru a aparatului în limitele temperaturilor date t_{T_1}, $t_{p_{n+1}}$, t_{a_0} și t_{a_n} (fig. 7 și 8).

CONCLUZII

1. Prelucrarea datelor obținute de autor în urma experimentării în condiții de laborator a unui aparat de schimb de căldură cu o singură secție cu strat fluidizat [5] a arătat că, în condiții reale, în stratul fluidizat nu se atinge starea de echilibru termic între mediul gazos și particulele solide. Cu alte cuvinte, în cadrul unei secții reale temperatura celor două medii va varia mai puțin decît în cadrul unei secții teoretice.

Gradul de variație a temperaturii celor două medii în cadrul unei secții reale, luat în considerație prin indicele de schimb (transfer) de căldură m_a sau m_p, caracterizează eficacitatea secției respective în comparație cu secția teoretică. Cu cît indicele de schimb de căldură m_a sau m_p va fi mai mare, cu atît mai mare va fi mărimea e^{m_a} sau e^{m_p} și, în consecință, cu atît mai mică va fi valoarea segmentelor BC. Cu cît valoarea indicelui de schimb de căldură m_a sau m_p va fi mai mică, cu atît mai mică va fi mărimea e^{m_a} sau e^{m_p} și, în consecință, cu atît mai mare va fi valoarea segmentelor BC. Așadar, eficacitatea unei secții reale va crește cu creșterea indicelului de schimb de căldură și va scădea cu scăderea valorii sale.

2. Așa cum rezultă din figurile 5 — 8, cu creșterea indicelui de schimb de căldură (deci cu creșterea eficacității secției reale) dreapta cinetică se apropie de dreapta de echilibru a stratului fluidizat și deci numărul necesar de secții se reduce. Cu scăderea indicelui de schimb de căldură fenomenul este invers: dreapta cinetică se îndepărtează de dreapta de echilibru a stratului fluidizat și deci numărul necesar de secții crește. Valoarea minimă a numărului necesar de secții corespunde numărului teoretic de secții. Întrucît în mod practic dreapta cinetică nu poate să coincidă cu dreapta de echilibru a stratului fluidizat, este evident că numărul real de secții va fi întotdeauna mai mare decît cel teoretic.

3. Pentru $1 \leqslant m_a \leqslant 2$, mărimea e^{m_a} va varia între 0,37 și 0,13, deci eficacitatea unei secții va varia între 63 și 87%. În consecință pentru realizarea unor aparate de schimb de căldură cu mai multe secții cu strat fluidizat care să lucreze cu o eficacitate ridicată (peste 60%) este necesar satisfacerea următoarei condiții:

$$m_a > 1 \qquad \text{sau} \qquad m_p > 1,$$

de unde rezultă

$$\frac{1}{e^{m_a}} < 0{,}37 \qquad \text{sau} \qquad \frac{1}{e^{m_p}} < 0{,}37.$$

Primit la redacție la 30 mai 1964

BIBLIOGRAFIE

1. A. Pavel, Petrol şi gaze, *2* (1963).
2. E. Em. Bratu, *Operaţii şi utilaje în industria chimică*, vol. II, Ed. tehnică, 1960, p. 400.
3. K. Rose, G. Wintertsein, Chem. Technik, *11* (1961).
4. Баскаков А. П., Инженерно-физический журнал, *1* (1963).
5. А. Павел, *Кандидатская диссертация*. МИНХ и ГП им. Губкина, Москва, 1963.
6. Касаткин А. Г. и др., *Расчет тарельчатых ректификационных и абсорбционных аппаратов*. Стандартгиз, Москва, 1961, стр. 11—18, 52—56.

PROBLEME ALE TIPIZĂRII AGREGATELOR DE SUPRAALIMENTARE ALE MOTOARELOR CU APRINDERE PRIN COMPRESIUNE

DE

VICTOR PIMSNER și CĂLIN ADRIAN VASILESCU

621.436

Lucrarea stabilește modul de variație a presiunii de supraalimentare și a debitului de aer, ale motoarelor cu aprindere prin compresiune supraalimentate, similar geometrice, care au însă aceleași solicitări termice.

Se constată posibilitatea supraalimentării mai multor tipuri de motoare cu grup turbocompresor și se elaborează metoda de determinare a performanțelor mașinilor cu palete componente, în acest caz analizîndu-se domeniul admisibil de variație a grupului turbocompresor sau al motorului.

1. Una din căile de modernizare a producției industriale, o constitue stabilirea tipurilor de utilaje complexe conform necesităților și standardizarea elementelor constituente astfel încît să se utilizeze cît mai multe repere comune. În cadrul acestei acțiuni unele produse, alcătuite din secțiuni identice, permit o tipizare mai largă creindu-se în cadrul tipului respectiv, o familie de specii, derivînd dintr-o specie de bază.

Este posibil ca în cazul produselor complexe un tip de agregat să deservească o parte din speciile unui tip de produse. În acest caz este necesar ca numărul de tipuri de agregate să nu devină prea mare pentru ca întreaga acțiune de tipizare să nu fie compromisă.

În această situație se află motoarele cu aprindere prin comprimare supraalimentate cu grup turbocompresor. Tipizarea motoarelor conduce

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 1 p. 121–136 București 1965

la familii de motoare bazate pe caracteristicile monocilindrului ; în schimb supraalimentarea se efectuează pe grupe de cilindri. Pentru a se asigura o producție ieftină a grupului de supraalimentare este necesar să se realizeze cît mai puține familii de asemenea agregate care să poată satisface la cît mai multe familii de motoare.

În această lucrare pornindu-se de la o schemă de tipizare a familiilor de motoare bazată pe similitudinea geometrică, amendată de condiția menținerii acelorași solicitări termice se obțin criteriile tipizării agregatelor de supraalimentare ale motoarelor cu aprindere prin compresiune.

2. Similitudinea geometrică presupune că în două motoare avînd elementele constructive analoge proporționale, adică

$$\frac{(D)_s}{(D)_m} = n \tag{1}$$

condițiile termodinamice și aerodinamice rămîn identice. Se va nota în cele ce urmează cu (m) motorul model și cu (s) motorul similar acestuia.

Se pune condiția ca parametrul greutate pe cal să nu varieze în cadrul familiilor de motoare similare geometric, ceea ce conduce la relația :

$$\frac{(P_e)_s}{(P_e)_m} = n^3, \tag{2}$$

adică puterea motorului variază cu cubul scării de similitudine ;

$$\frac{(n)_s}{(n)_m} = \frac{(S)_m}{(S)_s} r = 1, \tag{3}$$

turația familiilor de motoare este constantă de unde rezultă creșterea proporțională a vitezei medii a pistonului în raportul scării geometrice

$$\frac{(w_m)_s}{(w_m)_m} = r. \tag{4}$$

Admițîndu-se o variație a vitezei medii de $\pm 20\%$ similitudinea geometrică permite să se obțină puterile unitare prezentate în tabela 1 (păstrîndu-se în același timp greutatea pe cal constantă) și prin urmare aplicarea similitudinii geometrice la motoare nu permite obținerea unei game prea largi de puteri.

Tabela 1

Limitele similitudinei geometrice pentru motoarele cu admisie naturală

r	$(D)_s$	$(S)_s$	$(P_e)_s$
1,2	$1,2(D)_m$	$1,2(S)_m$	$1,73(P_e)_m$
0,8	$0,8(D)_m$	$0,8(S)_m$	$0,512(P_e)_m$

Introducerea supraalimentării la motoare conduce la apariția unor factori limitativi noi legați de creșterea tensiunilor termice. Cantitatea medie de căldură evacuată pe unitatea de suprafață din camera de ardere se poate scrie [1]

$$\Phi = b \frac{p_c^{0,7} w_m^{0,7}}{T_c^{0,7} D^{0,3}}. \tag{5}$$

Pentru ca atît motorul model cît și cel similar să aibă aceleași solicitări termice, va trebui ca încărcarea termică a suprafețelor să fie aceeași, adică

$$(\Phi)_m = (\Phi)_s, \tag{6}$$

care conduce la relația :

$$\left[\frac{(P_c)_s}{(P_c)_m}\right]^{0,7} = \frac{\left[\frac{(w_m)_m}{(w_m)_s}\right]^{0,7}}{\left[\frac{(T_c)_m}{(T_c)_s}\right]^{0,7}\left[\frac{(D)_m}{(D)_s}\right]^{0,3}}. \tag{7}$$

Pot apărea două cazuri : aerul este răcit înainte de a fi admis în motor în care caz

$$(T_c)_m = (T_c)_s \tag{8'}$$

avînd o valoare independentă de variația presiunii de supraalimentare și aerul nu se răcește înainte de intrare în motor ; se poate scrie (considerîndu-se compresiunea aerului în compresor izentropică)

$$\frac{(T_c)_s}{(T_c)_m} = \left[\frac{(p_c)_s}{(p_c)_m}\right]^{0,286}. \tag{8''}$$

Variația presiunii de supraalimentare se obține pentru cele două cazuri, introducîndu-se relațiile (1), (4) și (8') sau (8'') (după cum aerul este răcit sau nerăcit) în relația (7).

În cazul în care aerul este răcit înainte de a intra în motor, relațiile (1), (4), (7) și (8') dau :

$$\frac{(p_c)_s}{(p_c)_m} \cong \left(\frac{1}{r}\right)^{0,57}, \tag{9'}$$

dacă nu se produce răcirea aerului admis în motor valoarea presiunii de supraalimentare se obține din relațiile (1), (4), (7) și (8'') :

$$\frac{(p_c)_s}{(p_c)_m} \cong \left(\frac{1}{r}\right)^{0,8}, \tag{9''}$$

Deoarece turația este constantă, debitul de aer admis în motor va varia cu volumul și densitatea aerului care, în cazul în care aerul este răcit, variază cu presiunea de supraalimentare adică :

$$\frac{(\varrho_c)_s}{(\varrho_c)_m} \cong \left(\frac{1}{r}\right)^{0,57}, \tag{10'}$$

iar în cazul în care aerul nu este răcit variază direct proporţional cu presiunea şi invers proporţional cu temperatura, relaţiile (8″) şi (9″) dau :

$$\frac{(\rho_c)_s}{(\rho_c)_m} \cong \frac{1}{r^{0,57}}. \qquad (10'')$$

Din relaţiile (10′) şi (10″) se constată că, indiferent de temperatura de admisiune a aerului, densitatea acestuia va trebui să varieze în acelaşi mod, deoarece încărcarea termică depinde de cantitatea de aer admisă în motor (pentru aceeaşi valoare a coeficientului excesului de aer). La încărcare termică egală cantitatea de aer admisă în motor va trebui să fie identică.

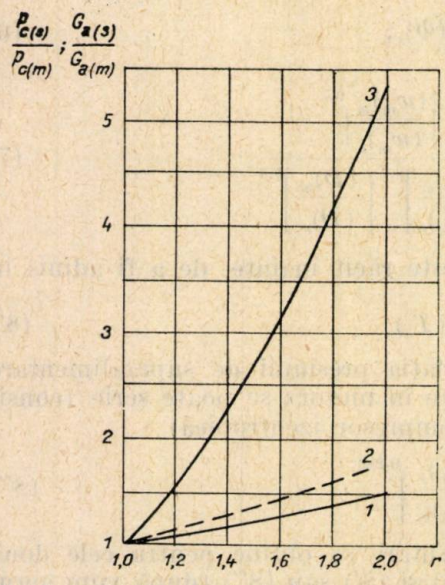


Fig. 1. — Variaţia presiunii de supraalimentare P_c (curba 1 — aer răcit ; 2 — aer nerăcit) şi a debitului de aer G_a (curba 3) cu scara geometrică r pentru motorul model (m) şi similar (s).

Debitul de aer prin motor depinde de volum şi de densitate şi va fi, indiferent dacă aerul este sau nu răcit :

$$\frac{(G)_s}{(G)_m} \cong r^{2,43}. \qquad (11)$$

Din analiza efectuată rezultă că pentru a se menţine nivelul solicitărilor termice relativ constant, va trebui ca o dată cu mărirea dimensiunilor motorului similar celui model, să se scadă presiunea de supraalimentare conform relaţiilor (9′) sau (9″) iar debitul de aer va creşte mai puţin decît volumul motorului — relaţia (11) — şi aceasta independent de faptul dacă se procedează sau nu la răcirea aerului.

Pentru exemplificare, figura 1 prezintă modul de variaţie a mărimilor analizate în funcţie de scara de similitudine a motorului diesel supraalimentat.

3. Analiza performanţelor maşinilor cu palete asemenea cu o maşină model, construită sau ce urmează a fi proiectată, se poate efectua pe baza condiţiilor rezultate din aplicarea teoriei similitudinii. În ipoteza că fluidul de lucru nu efectuează schimb de căldură cu exteriorul şi se neglijează unele aspecte ca răcirea discurilor, influenţa turbulenţei curgerii prin reţelele de palete etc., sînt necesari — în afara scării geometrice — opt parametri independenţi între ei pentru a preciza natura fluidului şi a procesului de lucru, pe baza cărora se poate obţine sistemul de criterii de similitudine [2] şi transpune pe maşina asemenea a performanţelor maşinii model.

În același timp, în baza teoriei similitudinii, la procese asemenea rămîn constanți toți parametri admisionali, formați din mărimi cu dimensiuni, cu condiția ca mărimile să corespundă aceluiași regim de lucru. Cu toată diversitatea produsă de modul de definire și de notații [3], [4], [5] etc., pot fi selecționați parametrii cei mai importanți care să caracterizeze procesul funcțional al mașinii cu palete, astfel:

— unghiurile vitezelor absolute și relative ale fluidului în rețelele de palete;

— randamentul rețelelor, al treptei și al mașinii în ansamblu;

— cifra caracteristică a debitului.

$$V_{sp} = \frac{4 V_{in}}{\pi d^2 u} = \frac{240}{\pi^2} \cdot \frac{G R T_{in}}{n' d^3 p_{in}} \tag{12}$$

în care V_{in} este debitul volumic intrat în mașină (m^3/s);

d — diametrul rețelei de palete a turbinei la fibra medie, sau al secțiunii de ieșire din rotorul compresorului centrifug;

u — viteza tangențială corespunzătoare diametrului d;

n' — turația mașinii;

— cifra caracteristică a lucrului mecanic

$$\overline{H}_{ad} = \frac{2g H_{ad}}{u^2} \tag{13}$$

unde

$$H_{ad} = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} R T_{in} \left[\left(\frac{p_{in}}{p_{es}} \right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}} - 1 \right]$$

este lucrul mecanic corespunzător evoluției izentropice între presiunile de intrare și ieșire;

— cifra caracteristică a turației

$$n_{sp} = K_1 \frac{n' V_{in}^{\frac{1}{2}}}{(2g H_{ad})^{\frac{3}{4}}} \tag{14}$$

— și cifra caracteristică a diametrului

$$d_{sp} = K_2 \frac{d (2g H_{ad})^{\frac{1}{4}}}{V_{in}^{\frac{1}{2}}} \tag{15}$$

se obțin pe baza constatării că, în mașinile cu palete, variația de entalpie este proporțională cu pătratul vitezei unghiulare și al diametrului, adică $2g H_{ad} \sim \omega^2 d^2$, iar $V_{in} \sim \omega d^3$;

— cifra caracteristică a vitezei

$$u_{sp} = \frac{u}{C_0} = \frac{u}{\sqrt{2gH_{ad}}} = \frac{1}{\sqrt{H_{ad}}}$$

este foarte des utilizată, în special la definirea randamentului treptei turbinei axiale.

Spre deosebire de criteriile de similitudine, deduse din relaţiile care exprimă transformările fluidului de lucru, care cuprind mărimi ce caracterizează corelaţia dintre proprietăţile sale fizice şi transformările suferite, cifrele caracteristice fac legătura directă între parametrii cinematici ai curgerii şi transformările fluidului de lucru. Avînd în vedere scopul lucrării, de a stabili parametrii şi relaţiile de bază care să permită aprecierea globală a performanţelor unui grup turbocompresor, format spre exemplu dintr-o turbină axială şi un compresor centrifug, pentru a stabili gama de agregate necesare în funcţie de cerinţele motoarelor cu ardere internă, se constată că cifrele caracteristice pot exprima explicit această dependenţă, în timp ce criteriile de similitudine stabilesc aceasta indirect, prin determinarea prealabilă a mărimilor cinematice. De remarcat că rezultatele obţinute sînt neinfluenţate atîta timp cît regimurile de lucru sînt în domeniul de automodelare în raport cu criteriile de similitudine, ceea ce presupune mişcarea permanentă, fără schimb de căldură cu mediul exterior, a unui fluid cu aceleaşi caracteristici fizice, iar curgerea să fie determinată de aceleaşi valori ale criteriilor $\mathcal{R}_e$ şi $\mathcal{M}$ sau variaţia lor să fie situată în domeniul $\mathcal{R}_e \geqslant 2.10^5$; $\mathcal{M} \leqslant 0{,}6 \div 0{,}7$.

Cum cifrele caracteristice menţionate caracterizează parametrii cinematici ai maşinii cu palete, variaţia redusă a parametrilor cinematici ai treptelor determină un domeniu relativ restrîns al cifrelor caracteristice ale diverselor soluţii constructive. Într-adevăr, reprezentînd într-un sistem de coordonate $\overline{H}_{ad}$, V_{sp} valorile diverselor tipuri de compresoare [6] se constată că, spre exemplu, compresoarele centrifuge au un domeniu bine definit, cuprins între $n_{sp} \cong 0{,}15 \div 0{,}50$ (fig. 2). În acelaşi timp diagrama $n_{sp} = f(d_{sp})$ pentru compresoarele axiale şi centrifuge (fig. 3) scoate în relief variaţia restrînsă ($0{,}6 \leqslant \overline{H}_{ad} < 1{,}3$) a domeniului compresoarelor centrifuge [7], limitat de valoarea $n_{sp} \leqslant 0{,}5$.

Pentru $n_{sp} \cong 0{,}1$ canalele rotorului sînt atît de mici încît această soluţie se utilizează extrem de rar la compresoare centrifuge; în schimb valori mari ale lui n_{sp} duc la scăderea rapidă a cifrei d_{sp}. Din datele prezentate se poate determina relaţia valorilor optime n_{sp} şi d_{sp}. În acest mod se poate preciza pentru un diametru dat, valoarea turaţiei la care randamentul este optim, ca şi domeniul admisibil de abateri, pentru o scădere dată a randamentului faţă de valoarea maximă. Pentru turbinele axiale, relaţiile $u_{sp}\sqrt{\overline{H}_{ad}} = 1$ şi $n_{sp}\, d_{sp} = K_1 K_2\, u_{sp}$ stabilesc legătura directă între randamentul turbinei şi mărimile energetice şi cinematice ale curgerii.

4. Criteriile stabilite permit analiza posibilității utilizării unui turbocompresor, sau a unei familii de turbocompresoare geometric ase-

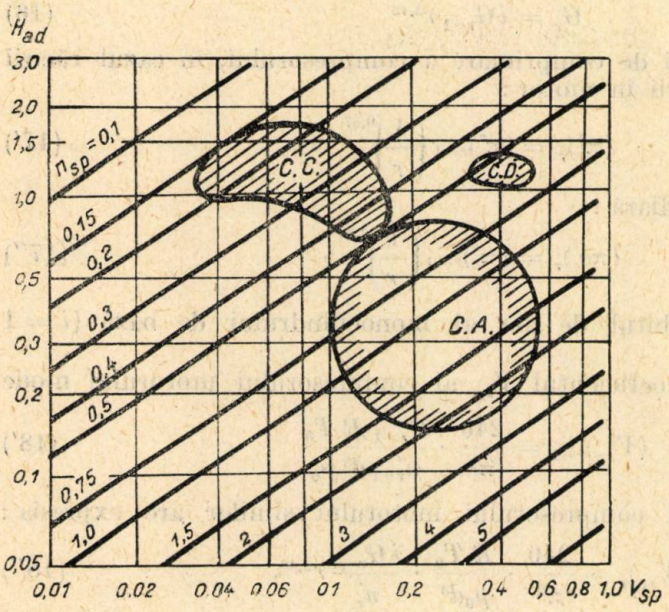


Fig. 2. — Variația cifrei caracteristice a lucrului mecanic $\bar{H}_{ad}$ în funcție de cifra caracteristică a debitului V_{sp} a compresoarelor centrifuge (*C.C*), axiale (*C.A*) și diagonale (*C.D*) cifra caracteristică a turației n_{sp} — parametru.

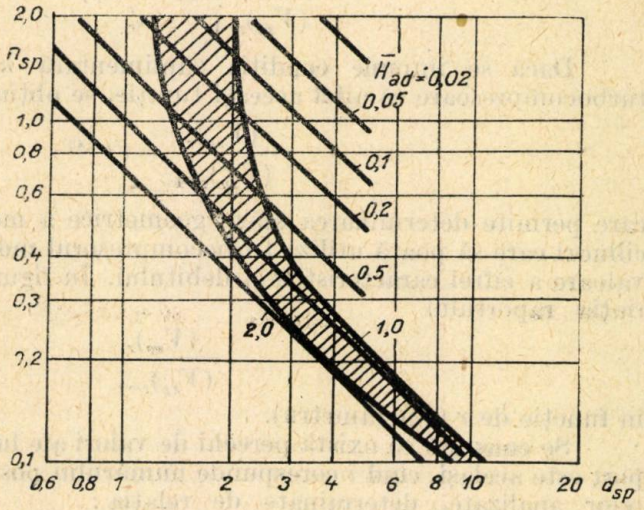


Fig. 3 — Variația cifrei caracteristice a turației n_{sp} în funcție de cifra caracteristică a diametrului d_{sp} pentru compresoare centrifuge (zona inferioară) și axiale (zona superioară). Cifra caracteristică a lucrului mecanic $\bar{H}_{ad}$ — parametru.

menea, care să satisfacă o familie de motoare, provenite din monocilindrul de bază prin mărirea numărului de cilindri sau prin modificarea scării geometrice a motorului.

Relaţiile stabilite anterior (11) precizează legea de variaţie a debitului de aer pentru motorul policilindric :

$$G_r = i G_{r=1} r^{2,43} \tag{16}$$

ca şi variaţia gradului de comprimare a compresorului, în cazul răcirii aerului înaintea intrării în motor :

$$(\pi_c^*)_r = (\pi_c^*)_{r=1} \left(\frac{1}{r}\right)^{0,57} \tag{17'}$$

şi fără răcire intermediară :

$$(\pi c_c^*)_r = (\pi_c^*)_{r=1} \left(\frac{1}{r}\right)^{0,80}, \tag{17''}$$

în care $G_{r=1}$ este debitul de aer al monocilindrului de bază ($i = 1$ $r = 1$).

În acest caz, coeficientul V_{sp} al compresorului motorului mode

$$(V_{sp})_{r=1} = \frac{240}{\pi^2} \cdot \frac{G_{r=1} R T_0}{n'_{r=1} d^3 p_0} \tag{18'}$$

iar coeficientul V_{sp} al compresorului motorului similar are expresia :

$$(V_{sp})_r = \frac{240}{\pi^2} \cdot \frac{R T_0}{p_0 d^3} \cdot \frac{i G_{r=1}}{n'_r} r^{2,43}. \tag{18''}$$

De unde rezultă :

$$\frac{(V_{sp})_r}{(V_{sp})_{r=1}} = \frac{n'_{r=1}}{n'_r} i r^{2,43} \tag{19}$$

Dacă se impune condiţia suplimentară $n'_{r=1} = n'_r$ adică ambele turbocompresoare să aibă aceeaşi turaţie, se obţine relaţia :

$$\frac{(V_{sp})_r}{(V_{sp})_{r=1}} = i r^{2,43}, \tag{20}$$

care permite determinarea scării geometrice a motorului cu piston, cu i cilindri care să poată utiliza turbocompresorul motorului model la aceeaşi valoare a cifrei caracteristice a debitului. În figura 4 s-a reprezentat variaţia raportului

$$\frac{(V_{sp})_r}{(V_{sp})_{r=1}}$$

în funcţie de r (i-parametru).

Se constată că există perechi de valori ale lui r pentru care acest raport este acelaşi, cînd i corespunde numărului posibil de cilindri ai motoarelor analizate, determinate de relaţia :

$$\frac{r_2}{r_1} = \left(\frac{i_1}{i_2}\right)^{\frac{1}{2,43}}. \tag{21}$$

Valorile acestui raport în funcție de soluțiile posibile de alegere a numărului de cilindri, este redat în tabela 2.

Tabela 2

Valorile raportului scării geometrice a motorului, în funcție de raportul numărului de cilindri i_1/i_2

i_1/i_2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	2	3	4
r_2/r_1	0,50	0,56	0,64	0,75	0,85	1,29	1,33	1,57	1,77

Rezultă că, dacă două motoare, care au raportul i_1/i_2 al cilindrilor, sînt geometric asemenea la o anumită scară r_2/r_1, ele pot fi supraalimentate cu același turbocompresor, fără a-și modifica cifra caracteristică a debitului V_{sp}.

Pentru a defini complet regimul de funcționare al mașinii cu palete, spre exemplu al compresorului centrifug, este necesară analiza unei noi cifre caracteristice, spre exemplu :

$$\overline{H}_{ad} = \frac{2g\,H_{ad}}{u_2^2},$$

deci, în cazul studiat :

$$\frac{(\overline{H}_{ad})_r}{(\overline{H}_{ad})_{r=1}} = \frac{(2g\,H_{ad})_r}{(2g\,H_{ad})_{r=1}} \cdot \frac{(u_2^2)_{r=1}}{(u_2^2)_r}. \tag{22}$$

În cadrul ipotezei anterioare ($n'_r = n'_{r=1}$) se constată că nu poate fi obținută valoarea $(\overline{H}_{ad})_r = (\overline{H}_{ad})_{r=1}$. Într-adevăr, cum

$$2g\,H_{ad} = 2g\,\frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\,RT_0\left(\pi_c^{*\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right)$$

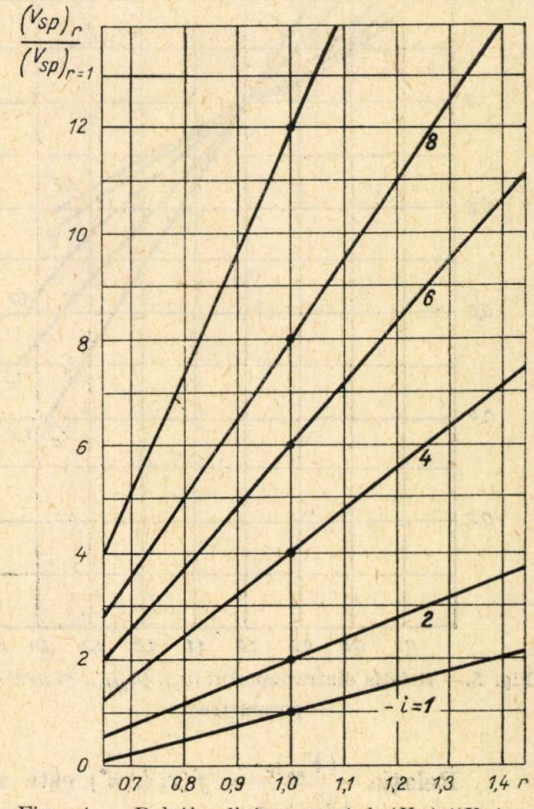


Fig. 4. — Relația dintre raportul $(V_{sp})_r/(V_{sp})_{r=1}$ și scara geometrică r. Parametru — numărul de cilindrii.

şi, în baza relaţiei (17') se obţine :

$$\frac{(2g\,H_{ad})_r}{(2g\,H_{ad})_{r=1}} = \frac{\left(\frac{\pi_c^*}{r^{0,8}}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1}{\pi_c^{*\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1}, \tag{23}$$

de unde :

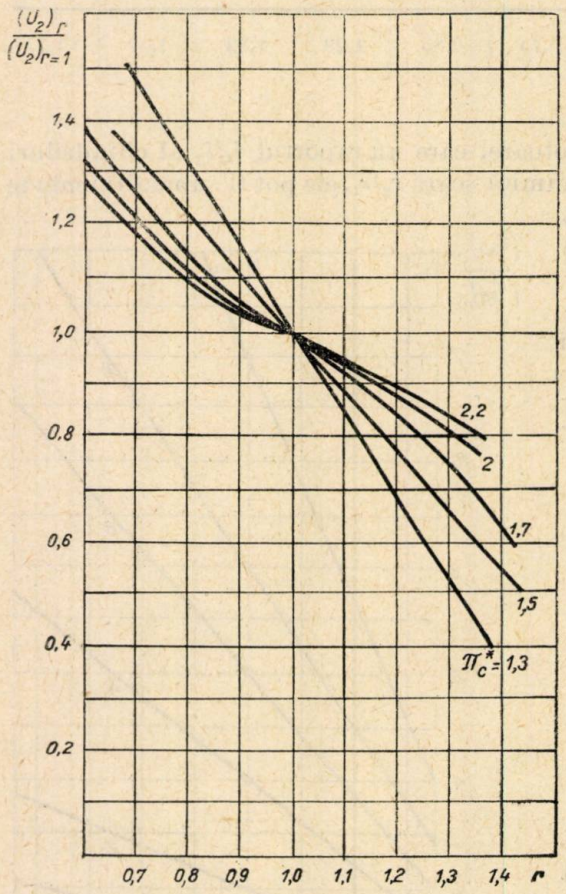


Fig. 5.— Relaţia dintre raportul $(u_2)_r/(u_2)_{r=1}$ şi $r(\pi_c^*$ — parametru).

$$\frac{n'_r}{n'_{r=1}} = \left[\frac{\left(\frac{\pi_c^*}{r^{0,8}}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1}{\pi_c^{*\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1}\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{24}$$

Valoarea relaţiei $\frac{n'_r}{n'_{r=1}} = f(\pi_c^*, r)$ este prezentată în figura 5, din care rezultă influenţa cu atît mai redusă a scării geometrice r, cu cît gradul de comprimare este mai mare.

Dacă turaţia turbocompresoarelor variază conform relaţiei (24) atunci raportul cifrelor caracteristice $(\overline{H}_{ad})_r/(\overline{H}_{ad})_{r=1}$ rămîne constant. În acest caz se poate scrie relaţia (19) astfel

$$\frac{(V_{sp})_r}{(V_{sp})_{r=1}} = (ir)^{2,43}\left[\frac{\left(\frac{\pi_c^*}{r^{0,8}}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1}{\pi_c^{*\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1}\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{25}$$

Relaţia $\frac{(V_{sp})_r}{(V_{sp})_{r=1}} = f(r, i, \pi_c^*)$ este reprezentată în figura 6, pentru $\pi_c^* = 1,3$ şi 2,2 trasîndu-se doar pentru $i = 12$ curbele $\pi_c^* = 1,3$; 1,5; 2 şi 2,2 pentru a nu încărca prea mult desenul. Din examinarea relaţiei

(25) se constată că parametrul suplimentar π_c^* în cazul compresorului (sau δ_t^* — pentru turbină) măresc gama posibilităţilor de tipizare a turbocompresoarelor ce pot fi utilizate la supraalimentarea motoarelor geometric

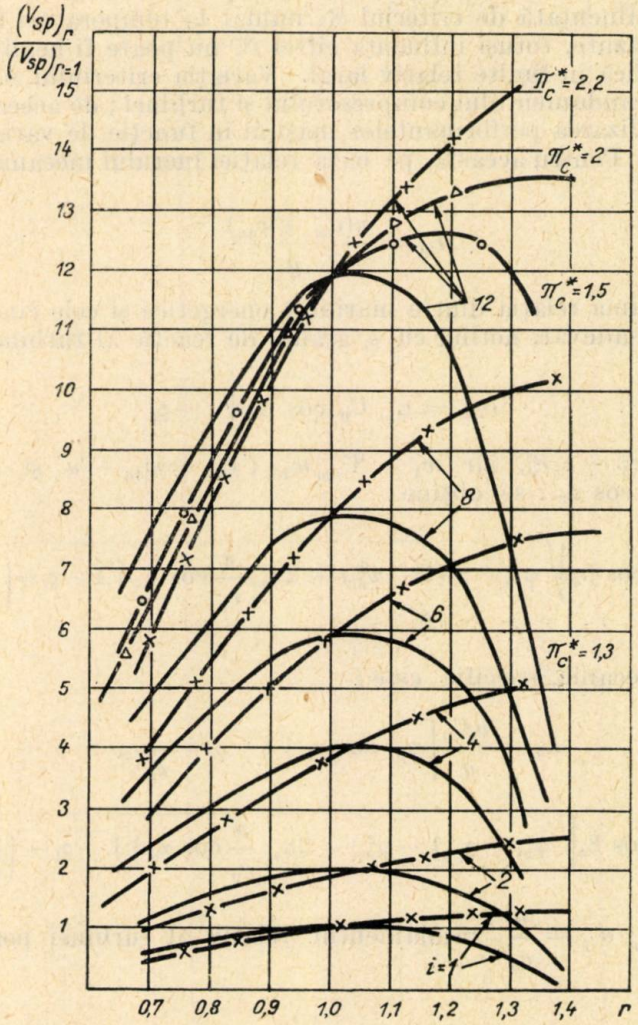


Fig. 6. — Variaţia raportului $(V_{sp})_r/(V_{sp})_{r=1}$ în funcţie de r (parametrii şi π_c^*) — $\pi_c^* = 1,3$; —×—×— $\pi_c^* = 2,2$.

asemenea, permiţînd obţinerea aceloraşi cifre caracteristice cînd se modifică r şi i în limite suficient de largi.

Trebuie reamintit însă că cifrele caracteristice reflectă satisfăcător similitudinea în maşinile cu palete, atîta timp cît influenţa criteriilor $\mathcal{R}_e$ şi $\mathcal{M}$ nu devin preponderente. Cum însă, variaţia turaţiei atrage variaţia

gradului de comprimare al compresorului (implicit şi gradul de destindere al turbinei), se va obţine o variaţie sensibilă a criteriilor $\mathcal{R}_e$ şi $\mathcal{M}$ în secţiunile de referinţă ale maşinii. Deşi compresorul centrifug funcţionează în general în domeniul de automodelare în raport cu cifra $\mathcal{R}_e$ iar turbina axială este influenţată de criteriul $\mathcal{R}_e$ numai la temperaturi foarte mari şi presiuni scăzute, totuşi influenţa cifrei $\mathcal{M}$ nu poate fi neglijată cînd π_c^* şi n' se modifică în limite relativ largi. Variaţia criteriului $\mathcal{M}$ produce o modificare a randamentului compresorului şi turbinei; de aceea este indispensabilă analizarea performanţelor maşinii în funcţie de variaţia cifrelor caracteristice. Pentru aceasta, pe baza relaţiei lucrului mecanic specific al turbinei:

$$L_u = \frac{u(c'_{3u} + c_{4u})}{g}$$

se poate exprima relaţia dintre mărimile energetice şi cele cinematice ale turbinei. Într-adevăr, notînd cu ρ_t gradul de reacţie al turbinei, se poate scrie:

$$c_{3'u} = \varphi_{pf}\, C_0 \cos \alpha_{3'} \sqrt{1-\rho_t} \tag{26}$$

cum $w_{4id}^2 = w_{3'}^2 + \rho_t c_0^2$, iar $w_4 = \Psi_{pm} w_{4id}$; $c_{4u} = w_{4u} - u$ şi $w_{3'}^2 = c_{3'}^2 + u^2 - 2 c_{3'} u \cos \alpha_{3'}$, se obţine:

$$c_{4u} = C_0 \left[\Psi_{pm} \cos \beta_4 \sqrt{\varphi_{pf}^2 + \rho_t (1-\varphi_{pf}^2) - 2\varphi_{pf} \frac{u}{c_0} \cos \alpha_{3'} \sqrt{1-\rho_t} + \left(\frac{u}{c_0}\right)^2} - \frac{u}{c_0} \right], \tag{27}$$

iar lucrul mecanic specific este:

$$L_u = \frac{u C_0}{g} \left[\varphi_{pf} \cos \alpha_{3'} \sqrt{1-\rho_t} - \frac{u}{c_0} + \right.$$

$$\left. + \Psi_{pm} \cos \beta_4 \sqrt{\varphi_{pf}^2 + \rho_t (1-\varphi_{pf}^2) - 2\varphi_{pf} \frac{u}{c_0} \cos \alpha_{3'} \sqrt{1-\rho_t} + \left(\frac{u}{c_0}\right)^2} \right]. \tag{28}$$

Cum $n_{sp} \cdot d_{sp} = \dfrac{u}{c_0}$, randamentul relativ al turbinei poate fi scris astfel:

$$\eta_{ju} = 2 n_{sp} d_{sp} \left[\varphi_{pf} \cos \alpha_{3'} \sqrt{1-\rho_t} - n_{sp} d_{sp} + \right.$$

$$\left. \Psi_{pm} \cos \beta_4 \sqrt{\varphi_{pf}^2 + \rho_t (1-\varphi_{pf}^2) - 2\varphi_{pf} n_{sp} d_{sp} \cos \alpha_{3'} \sqrt{1-\rho_t} + (n_{sp} d_{sp})^2} \right]. \tag{29}$$

Din datele experimentale existente [7], [8], [9] rezultă că mărimile φ_{pf}, $\alpha_{3'}$ şi β_4 sînt independente de regimul de lucru în regim subsonic,

iar în regim supersonic depind direct de gradul de destindere din rețeaua de palete fixe, respectiv mobile. În acest caz :

$$\alpha_{3'\,scr} = \arcsin \frac{[\sigma^*_{pf}\, q(\lambda_{c_{3'}})]_{cr} \sin \alpha_{3'f}}{[\sigma^*_{pf}\, q(\lambda_{c_{3'}})]_{scr}} \tag{30}$$

în care $\sigma^*_{pf} = \dfrac{p^*_{3'}}{p^*_3}$ reprezintă raportul presiunilor totale la ieșirea și intrarea la rețelele fixe, iar produsul

$$\sigma^*_{pf} q(\lambda c_{3'}) = \lambda c_{3'} \left(\frac{\varkappa+1}{2}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}} \frac{\left(1-\dfrac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\dfrac{\lambda^2_{c_{3'}}}{\varphi^2_{pf}}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}}{1-\dfrac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda^2_{c_{3'}}} \tag{31}$$

fiind calculat direct pentru diverse valori ale lui $\lambda_{c_{3'}}$. Variația unghiului $\beta_{3'}$ nu influențează valoarea unghiului β_4 cu excepția regimului supracritic, cînd :

$$\beta_4 = \arcsin \frac{[\sin \beta_{3'}\, q(\lambda_{w_{3'}})]_{cr}}{\sigma^*_{pm}\, q(\lambda_{w_4})} \tag{32}$$

Variația unghiului $\beta_{3'}$ produsă de modificarea vitezei $c_{3'}$ sau u, trebuie să modifice intensitatea pierderilor prin frecări, de aceea coeficientul Ψ_{pm} este funcție atît de valoarea vitezei relative λ_{w_4} cît și de unghiul $\beta_{3'}$. Se precizează [8], [10] că λ_{w_4} influențează insensibil valoarea lui Ψ_{pm}, în schimb unghiul $\beta_{3'}$ are o influență mare, în special pentru unghiuri de atac pozitive. Relația $\Psi_{pm} = f(\beta_{3'}, \lambda_{w_4})$ trebuie dedusă experimental, unele metode de calcul [11] au la bază ipoteze simplificatorii neverificate integral în practică. Valoarea lui Ψ_{pm}, la regimuri diferite de cel nominal se poate calcula [12], [13] cu relația :

$$\Psi_{mp} = (\Psi_{pm})_{\text{nom}} \sqrt{1 - A\bar{\alpha}^2}, \tag{33}$$

în care $\bar{\alpha} = 1 - \dfrac{\beta_{3'}}{\beta_{3'\,\text{nom}}}$ este un coeficient, corespunzător unghiului de atac ;

$A = 0{,}8 \div 1{,}0$ pentru unghiuri de atac pozitive ;

$A = 0{,}1 \div 0{,}2$ pentru cele negative.

Relația este valabilă pentru $\bar{\alpha} = 0{,}5 \div 1{,}25$ și $M_{w_4} \leqslant 0{,}9$ pentru rețelele active și reactive utilizate în mod curent în turbinele cu gaze. Determinarea variației coeficientului Ψ_{pm} permite calculul caracteristicii turbinei [14], pe baza căreia se poate trasa în planul $n_{sp} - d_{sp}$ variația randamentului η_u. Întrucît unul din parametrii principali care determină variația randamentului este criteriul $n_{sp} - d_{sp}$ este comodă reprezentarea caracteristicii

într-o diagramă dublu logaritmică (fig. 7) pe care s-au trasat curbele corespunzătoare condiţiilor $\alpha_4 = \text{const.}$

Diagrama obţinută, cu datele unui grup de supraalimentare fabricat în ţară, formează o imagine mai completă asupra performanţelor turbinei la regimuri diferite de cel nominal şi permite determinarea influenţei simultane a diverşilor parametrii funcţionali asupra regimului de lucru.

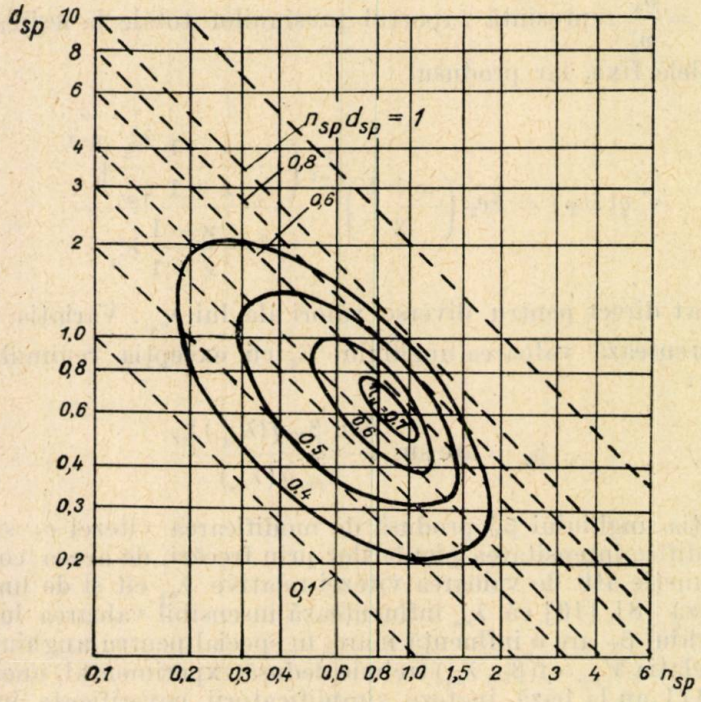


Fig. 7. — Diagrama $\eta_n = f(n_{sp}\, d_{sp})$. Parametru — α_4.

Pe baza ei se poate stabili în ce măsură se modifică performanţele grupului cînd condiţiile impuse de motor sînt schimbate, deci să se aprecieze dacă micşorarea performanţelor grupului, destinat altui tip de motor, sînt încă avantajoase, sau necesită realizarea unui grup nou. În mod invers, se poate stabili limita de variaţie a elementelor motorului astfel încît performanţele grupului să rămînă în limitele admisibile de variaţie a performanţelor.

INDICI ŞI NOTAŢII

1. Indici generali :
   - 0 — mediul ambiant
   - *ad* — adiabatic
   - *m* — model

pf — palete fixe
pm — palete mobile
r — corespunzător factorului de proporționalitate r
s — similar
u — componentă tangențială.

2. Indici pentru secțiuni
1 — intrarea în compresor;
2 — ieșirea din rotorul compresorului;
3 — intrarea în turbină;
3' — ieșirea din rețeaua fixă de palete a turbinei;
4 — ieșirea din rețeaua mobilă de palete a turbinei.

3. Notații:
D — diametrul cilindrului;
d — diametrul rotorului;
G — debitul de aer prin motor; debit pentru un cilindru;
i — numărul de cilindri;
$\mathcal{M}$ — criteriul Mach;
n — turația motorului;
n' — turația mașinii rotative;
P_e — puterea efectivă a motorului;
p_e — presiunea de supraalimentare;
R — constanta gazului;
$\mathcal{R}e$ — criteriul Reynolds
r — factor de proporționalitate la similitudinea geometrică;
S — cursa pistonului;
T_c — temperatura aerului de supraalimentare;
W_m — viteza medie a pistonului;
$\varkappa$ — raportul căldurilor specifice;
π_c^* — gradul de comprimare în compresor;
ρ_c — densitatea aerului după compresor.

Primit la redacție la 1 decembrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Cifra caracteristică a sarcinii termice la motoarele cu aprindere prin compresiune supraalimentate.* Studii și cercetări de energetică, **14**, *3* (1964).
2. V. Pimsner, *Unele aspecte ale similitudinii turbinelor cu gaze.* Studii și cercetări de energetică, **12**, *2* (1962).
3. B. Eckert, *Dimensionslose Kenngrossen von Gebläsen und Verdichtern* A T Z 1944, 1 — 7.
4. H. Marcinowski, *Kennwerte für Strömungsmaschinen,* VDI-Berichte, 1955, **3**.
5. W. Traupel, *Thermische Turbomaschinen,* Ester Band Thermodynamischer-strömungstechnische Berechnung, I. Springer, 1958, Berlin.
6. B. Eckert, E. Schnell, *Axial und Radialkompressoren.* Springer, 1953, Berlin-Göttingen-Heidelberg.
7. O. Cordier, *Aenlichkeitsbedingungen für Strömungsmaschinen.* BWK, **5**, 337 (1953).

8. В.Н. АБИАНЦ, *Теория авиационных турбин*, Оборонгиз, 1953, Москва.
9. — *Исследования рабочего процесса в ступени газовой турбины*. Оборонгиз, 1956, Москва.
10. Б.С. СТЕЧКИН и др., *Всория реа ктивных двигателей, часть I*. Оборонгиз, 1958. Москва.
11. М.К. МАКСУТОВА, *Влияние скоростного коефициента на характеристику турбины*. Известия В.У.З. серия Авиационная техника, *4* (1959).
12. В.И. ЛОКАЙ, *Зависимость профильных потери в решетке от угла атаки*. Известия Академий Наук СССР (О.Т.Н.). (1957) *6*.
13. Л.М., ЗЫСИНО-МОЛОЖЕН, *Расчет потери в решетках профилей турбомашин*. Аэрогидромеханика 1954, *27*, Москва.
14. V. PIMSNER, A. C. VASILESCU, G. A. RĂDULESCU, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*. Editura Academiei R.P.R., 1964, Bucureşti.

ASUPRA UNEI METODE DE DETERMINARE A CARACTERISTICII UNIVERSALE A COMPRESORULUI CENTRIFUG

DE

VICTOR PIMSNER

621.515

Lucrarea prezintă o metodă de determinare a caracteristicii universale a unui compresor centrifug, a cărui dimensiuni și performanțe la regim nominal sînt cunoscute. Pe baza interpretării datelor experimentale și a particularităților procesului de lucru se stabilesc mărimile principale care precizează valoarea parametrilor de similitudine și se stabilesc relațiile de calcul, a căror precizie este influențată de gradul în care valorile utilizate reflectă procesul de lucru din compresor.

Relațiile care determină performanțele unei mașini la diverse regimuri de lucru diferite de cel nominal poartă numele de caracteristici ale mașinii respective.

Fluidul de lucru schimbă cu exteriorul sau prin frecare un lucru mecanic care este determinat (în ipoteza gazelor perfecte, admisă la studiul mașinilor cu palete) dacă se cunoaște căldura sa specifică, masa unui kilomol de substanță $\mathfrak{M}$, viscozitatea cinematică ν și coeficientul transmiterii de căldură prin conductivitate λ.

Regimul de funcționare al unei mașini cu palete al cărui fluid de lucru nu schimbă în timpul comprimării căldură cu exteriorul este determinat de patru parametri, independenți între ei, a căror alegere este dictată de comoditatea prelucrării datelor de utilizarea convenabilă în practică etc.

Rezultă că în cadrul ipotezelor stabilite și neglijînd unele aspecte ale curgerii care au o influență secundară, ca turbulența curgerii prin rețea, răcirea discurilor etc., sînt necesari în general opt parametri independenți pentru a determina procesele din mașinile cu palete la regimuri diferite

St. cerc. energ. electr. Tom. 5 Nr. 1 p. 137–154 București 1965

de regimul de calcul, din care patru pentru precizarea naturii fluidului de lucru. Pentru a echivala regimurile compresoarelor asemenea este necesară cunoaşterea unui parametru suplimentar: scara geometrică a similitudinii.

Parametrii principali care caracterizează calităţile de exploatare ale compresorului la un anumit regim de lucru sînt gradul de comprimare π_c^* sau lucrul mecanic L_c, ca şi randamentul η_c^*. În cazul utilizării unui singur fluid de lucru, spre exemplu aerul, sînt necesari patru parametri pentru a determina transformările din compresor la orice regim diferit de cel nominal. Se numeşte caracteristica normală, sau de debit, relaţia care exprimă variaţia mărimilor π_c^* şi η_c^* în funcţie de parametrii de stare ai mediului ambiant (p_0 şi T_0), de debitul de fluid al compresorului G_c şi de turaţia acestuia n, adică

$$\pi_c^*,\ \eta_c^*,\ L_c = f(p_0,\ T_0,\ G_c,\ n). \tag{1}$$

Deoarece caracteristica normală depinde de parametrii de stare ai fluidului în amontele compresorului, este necesară cunoaşterea unei duble mulţimi de curbe pentru a reda regimurile de funcţionare ale maşinii. Din această cauză, performanţele compresorului se exprimă cu ajutorul parametrilor deduşi pe baza teoriei similitudinii, astfel încît un punct din diagramă nu reprezintă un singur regim de lucru, ci totalitatea regimurilor asemenea, cu toate că parametrii iniţiali ai fluidului de lucru sau regimul maşinii s-au modificat.

Criteriile de similitudine ale maşinilor cu palete, ca şi domeniile de automodelare ale diverşilor parametri, sînt precizate în literatură [1], [2] etc. Relaţiile care exprimă variaţia gradului de comprimare π_c^*, a randamentului η_c^* şi eventual al lucrului mecanic efectiv (sau a puterii efective P_e) în funcţie de parametrii care determină regimurile asemenea ale maşinii formează caracteristica universală sau caracteristica exprimată prin parametrii de similitudine ai maşinii. Astfel

$$\eta_c^*,\ \pi_c^*(\overline{L}_c) = f(\overline{G}_c,\ \overline{n}), \tag{2}$$

în care $\overline{L}_c$, $\overline{G}_c$ şi $\overline{n}$ sînt parametrii de similitudine ai lucrului mecanic, ai debitului şi ai turaţiei. La studiul unui compresor ce funcţionează cu acelaşi fluid de lucru, pentru a simplifica relaţiile de calcul se renunţă la forma adimensională a parametrilor, eliminîndu-se constantele. În acest caz parametrii de similitudine pot fi scrişi astfel:

$$\overline{n} = \frac{n}{\sqrt{T_0}};\quad \overline{G}_c = \frac{G_c\sqrt{T_0}}{p_0};\quad \overline{P}_c = \frac{P_c}{p_0\sqrt{T_0}}. \tag{3}$$

Ca şi în cazul caracteristicii normale, se consideră [3], [4] că determinarea caracteristicii universale se obţine pe cale experimentală, fără a se indica o metodă de calcul care, pe baza datelor obţinute, să permită analiza prealabilă a performanţelor scontate. În continuare se urmăreşte elaborarea unei metode de calcul a caracteristicii universale a compresorului centrifug care să reflecte în suficientă măsură influenţa soluţiei constructive a compresorului asupra parametrilor funcţionali.

Calculul caracteristicii universale revine la determinarea influenței parametrilor de similitudine $\overline{n}$ și G_c asupra gradului de comprimare π_c^*, a randamentului η_c^* și a puterii raportate $\overline{P}_c$, adică stabilirea corelației dintre parametrii de similitudine menționați și mărimile care determină intensitatea pierderilor din compresor.

Lucrul mecanic transmis de rotor fluidului de lucru este

$$L = \frac{c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1}{g} = \frac{u_2^2}{g}\left(\varphi_{2u} - \bar{D}_1 \frac{c_{1u}}{u_2}\right), \tag{4}$$

în care

$\varphi_{2u} = \frac{c_{2u}}{u_2}$ este raportul componentei tangențiale a vitezei absolute a fluidului la ieșirea din rotor și viteza periferică a rotorului u_2.

$\bar{D}_1 = \frac{D_1}{D_2}$ — raportul dintre diametrul fibrei medii în secțiunea de intrare și diametrul maxim al rotorului.

Relația (4) scoate în relief influența coeficientului φ_{2u} asupra transferului de energie dintre rotor și fluid, a cărui valoare este determinată de soluția constructivă a rotorului.

Spre exemplu, se propune relația [5]:

$$\varphi_{2u} = \frac{c_{2u}}{u_2} = 1 - \frac{\pi}{z_r}\sin\beta_{2f} - \frac{c_{2r}}{u_2}\operatorname{ctg}\beta_{2f} \tag{5}$$

sau [6]:

$$\varphi_{2u} = \frac{1 - \frac{c_{2r}}{u_2}\operatorname{ctg}\beta_{2f}}{1 + \frac{a + 1{,}2\sin\beta_{2f}}{z_r\left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right)}}, \tag{6}$$

unde $a = 1{,}1 - 1{,}36$ este un coeficient z_r numărul paletelor rotorului și β_{2f} unghiul de fixare a paletei la ieșirea din rotor. Pentru palete radiale se utilizează relația [3]:

$$\varphi_{2u} = \frac{1}{1 + \frac{2\pi}{3z_r\left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right)}}. \tag{7}$$

Cum debitul de fluid livrat de rotor este:

$$G_c = \pi D_2 b_2 \gamma_2 c_{2r}, \tag{8}$$

rezultă că $\varphi_{2u} = f(G_c, n)$. În figura 1 s-a reprezentat variația raportului $\frac{c_{2u}}{u_2}$ în funcție de $\frac{c_{2r}}{u_2}$. Se constată că variația este cu atît mai mare, cu cît unghiul β_2 este mai mic.

La limită, pentru palete radiale $\beta_{2f} = \frac{\pi}{2}$ (cazul cel mai des întîlnit în practica compresoarelor de supraalimentare), rezultă că variația debitului de aer nu influențează raportul $\frac{c_{2u}}{u_2}$; chiar pentru $M_2 \gg 1$ această influență este foarte redusă [7] valoarea raportului fiind determinată la regim nominal de forma constructivă a rotorului. Datele experimentale arată, ca și figura 1, o dependență lineară între φ_{2u} și $\varphi_{2r} = \frac{c_{2r}}{u_2}$, a cărei pantă este determinată în principal de β_{2f} și z_r, iar o influență mai redusă este produsă de raportul b_1/b_2, de diferența $D_3 - D_2$ și de raportul l/t_1 dacă

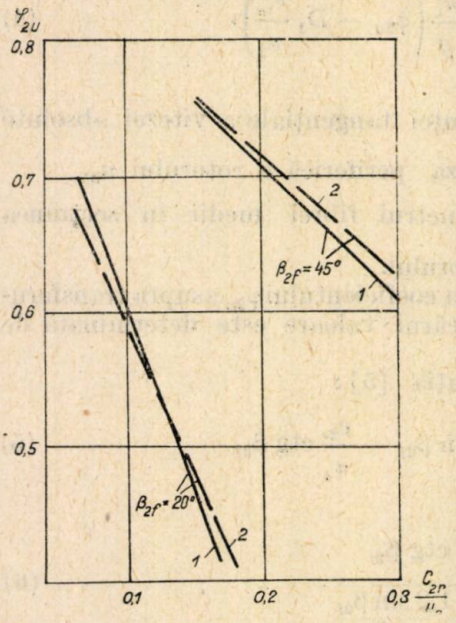


Fig. 1. — Variația coeficientului φ_{2u} în funcție de raportul c_{2r}/u_2 și de unghiul de fixare a paletelor β_{2f} în secțiunea de ieșire din rotor: *1* — calculat cu relația (5); *2* — calculat cu relația (6).

$$\frac{l}{t_1} = \frac{z_1\left(1 - \frac{D_1}{D_2}\right)}{\pi\left(1 + \frac{D_1}{D_2}\right)\sin\beta_1} < 2{,}0, \qquad (9)$$

în care 1 este lungimea paletei și t_1 pasul la diametrul mediu D_1. Dacă $D_3 > 1{,}1\, D_2$ (cazurile curent întîlnite în practică), influența difuzorului de ieșire este practic nulă asupra relației $\varphi_{2u} = f(\varphi_{2r})$. Pentru palete curbate înapoi, utilizate în special la compresoarele centrifuge staționare, determinarea variației coeficientului φ_{2u} în funcție de φ_{2r}, deci de regimul de lucru, se poate efectua, spre exemplu, din lucrarea [8], iar pentru $\beta_{2f} = \frac{\pi}{2}$, $\varphi_{2u} \neq f(\varphi_{2r})$.

Lucrul mecanic specific al forțelor de frecare dintre rotor și mediul înconjurător poate fi pus sub forma:

$$L_f = f\frac{u_2^2}{g}, \qquad (10)$$

în care

$$f = \frac{\pi}{10} g c_f D_2^2 \gamma_2 \frac{u_2}{G_c} = \frac{g}{10} c_f \left(\frac{D_2}{b_2}\right)\left(\frac{u_2}{c_{2r}}\right). \qquad (11)$$

Coeficientul de frecare c_f este determinat de gradul de prelucrare al suprafeţelor şi de soluţia constructivă a rotorului, deci $f = f\left(\frac{b_2}{D_2}, \frac{c_{2r}}{u_2}\right)$ depinde de regimul de lucru al compresorului prin termenul $\varphi_{2r} = \frac{c_{2r}}{u_2}$ şi poate fi determinat pentru fiecare valoare a acestui raport. Coeficientul c_f depinde şi de viscozitatea fluidului. Variaţia viscozităţii cu temperatura în lungul treptei compresorului centrifug este insignifiantă pentru a influenţa valoarea lui f. Modificarea viscozităţii prin schimbarea fluidului de lucru poate influenţa valoarea coeficientului C_f, însă acesta reprezintă multiplicarea valorii iniţiale a lui f cu raportul viscozităţilor celor două fluide fără a fi corelată de regimul de lucru al compresorului. În plus, lucrul mecanic de frecare reprezintă 4 — 10% din lucrul teoretic al compresorului, de aceea variaţiile sale reprezintă o influenţă minimă asupra valorii totale a lucrului mecanic. Parametrii φ_{2u} şi f determină mărimea lucrului mecanic specific pe care rotorul îl transmite fluidului. Din figura 2, care reprezintă în diagrama entropică evoluţia de comprimare din compresor, rezultă relaţia :

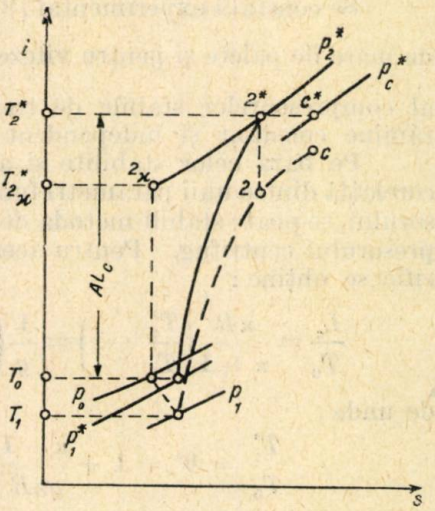


Fig. 2. — Reprezentarea în diagrama entropică a evoluţiei de comprimare din compresorul monoetajat.

$$\pi_c^* = \frac{p_c^*}{p_0} = \frac{p_1^*}{p_0}, \quad \frac{p_c^*}{p_2^*} \cdot \frac{p_2^*}{p_1^*}, \tag{12}$$

unde :

$\sigma_{ca}^* = \frac{p_1^*}{p_0}$ este coeficientul micşorării presiunii totale în canalizaţia de aspiraţie ;

$\sigma_{dr}^* = \frac{p_c^*}{p_2^*}$ — coeficientul micşorării presiunii totale în difuzorul de ieşire,

$\pi_r^* = \frac{p_2^*}{p_1^*}$ — gradul de comprimare al rotorului.

Se definește drept randament al rotorului raportul

$$\eta_{ir}^{*} = \frac{\pi_r^{*\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1}{\theta^* - 1}, \tag{13}$$

unde $\theta^* = \frac{T_c^*}{T_0}$ este raportul temperaturilor totale extreme din compresor.

Se constată experimental [9] că pentru rotoare cu un număr suficient de mare de palete și pentru viteze tangențiale $u_2 < 400 \frac{m}{s}$ (cazul general al compresoarelor stabile de tracțiune terestră), randamentul rotorului rămîne constant și independent de regimul de lucru.

Pe baza celor stabilite și a datelor existente în literatură privind corelația dintre unii parametri funcționali și soluția constructivă a compresorului, se poate stabili metoda de calcul a caracteristicii universale a compresorului centrifug. Pentru aceasta, din expresia lucrului mecanic specific se obține :

$$\frac{L_c}{T_0} = \frac{\varkappa R}{\varkappa - 1}\left(\frac{T_c^*}{T_0} - 1\right) = \frac{1}{g}\left(\frac{n}{\sqrt{T_0}}\right)^2\left(\frac{\pi D_2}{60}\right)^2\left(\varphi_{2u} + f - \bar{D}_1\frac{c_{1u}}{u_2}\right),$$

de unde

$$\frac{T_c^*}{T_0} = \theta^* = 1 + \frac{\varkappa - 1}{g\varkappa R}\left(\frac{\pi D_2}{60}\right)^2 \bar{n}^2\left(\varphi_{2u} + f - \bar{D}_1\frac{c_{1u}}{u_2}\right). \tag{14}$$

Coeficientul φ_{2u} poate fi pus sub forma

$$\varphi_{2u} = \frac{c_{2u}}{u_2} = \frac{\lambda_{2u}}{\frac{\pi D_2 n}{60\sqrt{g\varkappa R T_{cr}}}} = \frac{60}{\pi D_2}\sqrt{gR\frac{2\varkappa}{\varkappa+1}}\cdot\frac{\lambda_2\cos\alpha_2\sqrt{\theta^*}}{\bar{n}}, \tag{15}$$

iar coeficientul pierderilor se exprimă astfel :

$$f = c_f\frac{g}{10}\frac{D_2}{b_2}\cdot\frac{\pi D_2 n}{60\sqrt{T_0}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\theta^*}}\cdot\frac{\sqrt{T_c^*}}{c_2\sin\alpha_2} =$$

$$= \frac{\pi c_f}{600}\cdot\frac{D_2^2}{b_2}\sqrt{\frac{g}{R}\cdot\frac{\varkappa+1}{2\varkappa}}\,\bar{n}\,\frac{1}{\lambda_2\sin\alpha_2\sqrt{\theta^*}}. \tag{16}$$

Debitul de fluid la ieșirea din rotor este

$$G_c = S_2 q(\lambda_2)\sin\alpha_2\frac{p_2^*}{\sqrt{RT_2^*}}\sqrt{g\varkappa\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}}, \tag{17}$$

de unde

$$\bar{G}_c = \frac{G_c\sqrt{T_0}}{p_0} = S_2 q(\lambda_2)\sin\alpha_2\frac{\pi_r^*\sigma_{ca}}{\sqrt{\theta^*}}\sqrt{\frac{g\varkappa}{R}\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}}, \tag{17'}$$

în care

$$q(\lambda_2) = \lambda_2 \left[\frac{\varkappa+1}{2} \left(1 - \frac{\varkappa-1}{\varkappa+1} \lambda_2^2 \right) \right]^{\frac{1}{\varkappa-1}} , \qquad (18)$$

iar π_r^* se determină din relația (13). În majoritatea cazurilor $\sigma_{ca}^* \cong 1$, dacă însă există o canalizație de admisie care poate produce pierderi de presiune sensibile, ele pot fi determinate pe baza relației :

$$L_{ca} = \xi_{ca} \frac{c_1^2}{2g}, \qquad (19)$$

unde C_1 este viteza fluidului în secțiunea de intrare 1, iar coeficientul ξ_{ca} este reprezentat în figura 3 în funcție de raportul suprafețelor S_1/S_1' (S_1' — secțiunea de intrare în canalizația de admisie). Viteza C_1 se deduce din relația

$$G_c = S_1 q(\lambda_1) \sigma_{ca}^* \sqrt{\frac{g\varkappa}{R} \left(\frac{2}{\varkappa+1} \right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}} . \qquad (20)$$

Calculul caracteristicii universale a unui compresor ale cărui dimensiuni și performanțe la regim nominal sînt cunoscute se efectuează astfel :

— se alege un grup de valori a parametrilor G_c și $\overline{n}$;

— se determină variația lui σ_{ca}^* la regimurile respective ;

— cunoscîndu-se dimensiunile geometrice și fluidul de lucru pentru fiecare grupă de valori G_c și $\overline{n}$ din relațiile (14), (15), (16), (17'), (18) și (13) sedetermină necunoscutele θ^*, α_2, f, π_r^*, λ_2 și $q(\lambda_2)$. Pentru ușurința calculului se utilizează tabelele [10], [11] funcției $q(\lambda_2)$ pentru fluidul de lucru și se determină (fig. 4) relația $q(\lambda_2)$ sin $\alpha_2 = f(G_c, \overline{n})$.

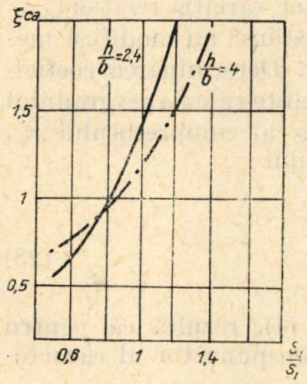


Fig. 3. — Variația coeficientului în ξ_{ca} în funcție de raportul suprafețelor S_1/S_2 (h,b — lățimea, respectiv grosimea canalului).

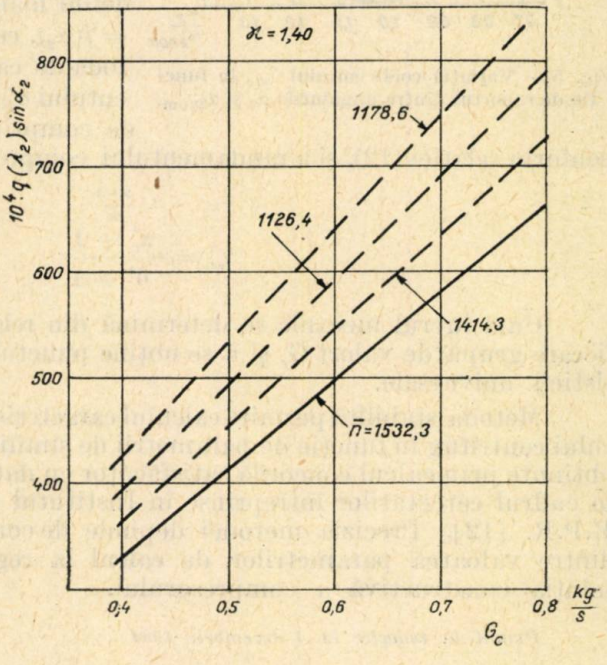


Fig. 4. — Variația relației $q(\lambda_2)/\sin\alpha_2$ în funcție de debitul de fluid G_c și de turația $\overline{n}$ pentru un compresor centrifug dat și pentru un anumit fluid de lucru ($\varkappa = 1{,}40$).

Se recomandă să se pornească de la regimuri apropiate de cel nominal, la care valoarea coeficientului f este cunoscută și poate fi apreciată suficient de exact.

Căderea de presiune din difuzorul de ieșire se determină din relația

$$\sigma^*_{de} = \frac{p^*_c}{p^*_2} = 1 - \zeta_{de} \frac{\varkappa}{\varkappa + 1} \lambda_2^2 \left(1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1} \lambda_2^2\right)^{\frac{1}{\varkappa - 1}}, \tag{21}$$

în care

$$\zeta_{de} = \frac{p^*_2 - p^*_0}{\frac{\rho_2 c^2}{2}} \tag{22}$$

este coeficientul care exprimă căderea de presiune din difuzor, a cărui variație cu regimul de lucru trebuie să depindă de abaterea acestuia de regimul nominal și de soluția constructivă a difuzorului de ieșire. Nu există suficiente date experimentale pentru a se putea stabili o dependență între arhitectura difuzorului de ieșire și variația lui ζ_{de}. Se admite că relația $\zeta_{de} = f(\alpha_2)$ este reprezentată de curba din figura 5. Influența eventuală a soluției constructive a difuzorului de ieșire, detectată experimental, poate defini mai exact variația relației $\zeta_{de} = f(\alpha_2)$, ceea ce însă nu modifică metoda de calcul. Determinarea coeficientului σ^*_{de} permite calcularea gradului de comprimare al compresorului π^*_c, conform relației (12), și a randamentului compresorului :

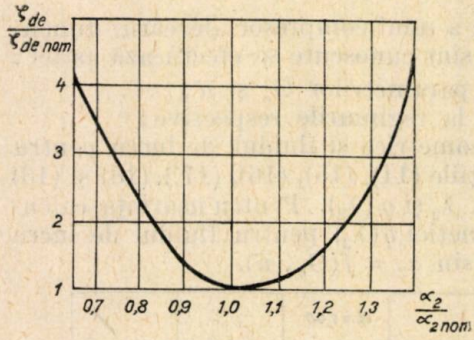


Fig. 5.— Variația coeficientului ζ_{de} în funcție de raportul dintre unghiurile α_2 și α_{2nom}.

$$\eta^*_c = \frac{\pi^{*\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}_c - 1}{\theta^* - 1}. \tag{23}$$

Cum lucrul mecanic se determină din relația (4), rezultă că pentru fiecare grupă de valori G_c și $\bar{n}$ se obține punctul corespunzător al caracteristicii universale.

Metoda stabilită permite calculul caracteristicii universale a compresorului centrifug în funcție de parametrii de similitudine necesari ; rezultatele obținute prin calcul concordă satisfăcător cu datele experimentale obținute în cadrul cercetărilor întreprinse în Institutul de energetică al Academiei R.P.R. [12]. Precizia metodei depinde de corecta apreciere a corelației dintre valoarea parametrilor de calcul la regimul respectiv de lucru și soluția constructivă a compresorului.

Primit la redacție la 1 decembrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. V. Pimsner, A. C. Vasilescu, G. A. Rădulescu, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*. Edit. Acad. R. P. R., Bucureşti, 1964.
2. Г.Ю. Степанов, *Основы теории лопаточных машин, комбинированных и газотурбинных двигателей*. Машгиз, Москва, 1958.
3. Б.С. Стечкин и др., *Теория реактивных двигателей*, Том I, Оборонгиз, Москва, 1956.
4. Ю.С. Подобуев, К.П. Селезнев, *Теория и расчет осевых и центробежных компрессоров*. Машгиз. Москва. 1957.
5. A. Stodola, *Dampf and Gasturbinen*, vol. I, Springer-Verlag, Viena, 1924.
6. C. Pfleider, *Strömungsmaschinen* vol. I, Springe-Verlag, Berlin, 1957
7. П.К. Казанджан, *Энергия передаваемая воздуху центробежным нагнетателем*. Издание ВВИА им. Н. Е. Жуковского, Москва. 1947.
8. В.Ф. Рис, *О возможностях теоретического определения КПД и характеристик компрессорных машин центробежного типа*. Энергомашиностроение, 10, 26—29, 1962.
9. H. E. Sheets, *Nondimensional Compressors Performance for a Range of Mach Numbers and Molecular Weights*. Transactions of the ASME, **74**, *1*, 93 — 102 (1952).
10. Г.Н. Абрамович, *Прикладная газовая динамика*. Гостехтеориздат, Москва, 1954
11. — *Isentropic Gas-Flow*. Publishing House o fthe Czechoslovak Academy of Sciences, Prague, 1961.
12. V. Pimsner, *Cercetări experimentale asupra turbocompresoarelor de supraalimentare a motoarelor cu ardere internă*. St. cerc. energetică şi electrotehnică, **14**, *2* (1964).

ASUPRA UNEI CONDIȚII DE MINIM A TEMPERATURII GAZELOR DE ARDERE LA MOTOARELE CU APRINDERE PRIN COMPRESIUNE SUPRAALIMENTATE

DE

CĂLIN ADRIAN VASILESCU și VICTOR PIMSNER

621.436

Lucrarea analizează existența unei valori minime a temperaturii gazelor de ardere în fața turbinei în funcție de presiunea de supraalimentare și de presiunea gazelor de ardere. Acest punct extrem și factorii care-l influențează sînt cercetate atît pentru gaze perfecte, cît și pentru gaze reale.

Funcționarea grupului de supraalimentare în anumite condiții de presiune impuse de motor necesită o valoare bine precizată a temperaturii gazelor de ardere, care este cu atît mai mare cu cît presiunea de refulare a compresorului este mai mare și randamentul grupului mai mic.

La grade de supraalimentare înaltă, valoarea temperaturii gazelor de ardere, impusă de condiția de funcționare a grupului, poate deveni prohibitivă, aceasta cu atît mai mult cu cît în aceste situații, prin mărirea coeficientului excesului de aer și al coeficientului de baleiaj, se realizează uneori o reducere a temperaturii gazelor de ardere. Pentru aceasta este necesar să se urmărească condițiile în care grupul poate fi pus să funcționeze cu temperatura minimă a gazelor de ardere.

1. Ecuația de echilibru energetic a grupului turbocompresor, scrisă în ipoteza că același fluid (considerat gaz ideal) parcurge cele două mașini, conduce la relația

$$\eta_G\left(1+\frac{1}{\varphi\alpha\min l}\right)T_t\left[1-\left(\frac{\tau}{\pi}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right]=T_0\left[\pi^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}-1\right], \qquad (1)$$

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 1 p. 147 – 152 București 1965

unde

η_G este randamentul grupului,
φ — coeficientul de baleiaj,
α — coeficientul excesului de aer,
$\min l$ — cantitatea teoretică de aer necesară arderii corect chimice a unui kg de combustibil,
T_t — temperatura gazelor de ardere în faţa turbinei,
τ — coeficientul presiunii de evacuare, $\tau = \frac{p_e}{p_t}$,
p_e — presiunea de supraalimentare,
p_t — presiunea gazelor în faţa turbinei,
π — gradul de supraalimentare, $\pi = \frac{p_c}{p_0}$,
p_0 — presiunea aerului la admisia în compresor,
T_0 — temperatura aerului la admisia în compresor,
$\varkappa$ — raportul căldurilor specifice.

Expresia (1) permite să se determine valoarea temperaturii gazelor de ardere :

$$T_t = \frac{T_0}{\eta_G\left(1+\frac{1}{\alpha\varphi \min l}\right)} \frac{\pi^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}-1}{1-\left(\frac{\tau}{\pi}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}, \tag{2}$$

care arată că acesta depinde şi de parametri ai grupului de supraalimentare şi de parametri ai motorului. Variaţia (calculată) a temperaturii T_t pentru un caz curent este redată în figura 1.

Temperatura minimă în funcţie de gradul de supraalimentare se obţine din condiţia $\frac{dT_t}{d\pi} = 0$, care conduce la expresia

$$\frac{dT_t}{d\pi} = \frac{T_0}{\eta_G\left(1+\frac{1}{\alpha\varphi \min l}\right)} \frac{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}\pi^{-\frac{1}{\varkappa}}}{\left(\pi^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}-\tau^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right)^2}\left[\pi^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\left(\pi^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}-2\tau^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right)+\tau^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right] \tag{3}$$

şi la soluţia :

$$\pi = \left[\tau^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} + \sqrt{\tau^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\left(\tau^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}-1\right)}\right]^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}. \tag{4}$$

Se observă că valoarea gradului de supraalimentare care determină valoarea de minim a temperaturii de funcţionare a grupului turbocompresor este dependentă de calitatea gazului (prin raportul căldurilor specifice $\varkappa$) şi de coeficientul presiunii de evacuare τ.

În figura 2 se prezintă valorile calculate pentru relaţia (4), unde s-a variat raportul căldurilor specifice între $\varkappa = 1{,}4$ şi $\varkappa = 1{,}1$.

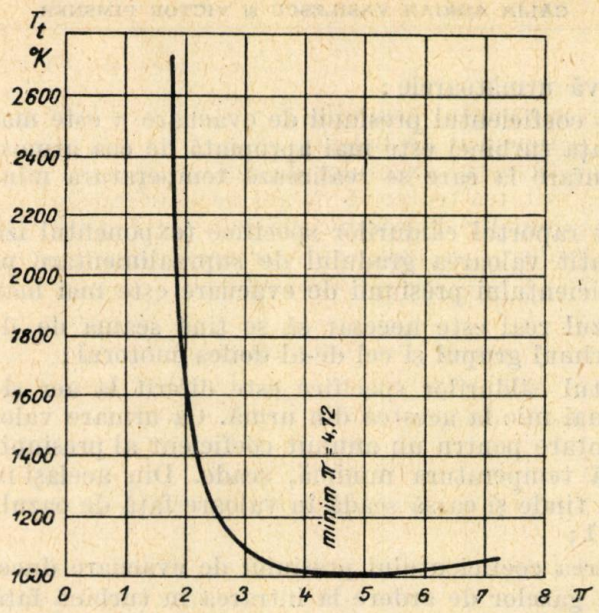


Fig. 1. — Variația temperaturii gazelor de ardere T_t în funcție de gradul de supraalimentare π pentru : $T_0 = 300$ °K, $\eta_G = 0,6$, $\alpha = 1,5$, $\varphi = 1,5$, min $l = 15$ kg, $\tau = 1,6$, $\varkappa = 1,4$.

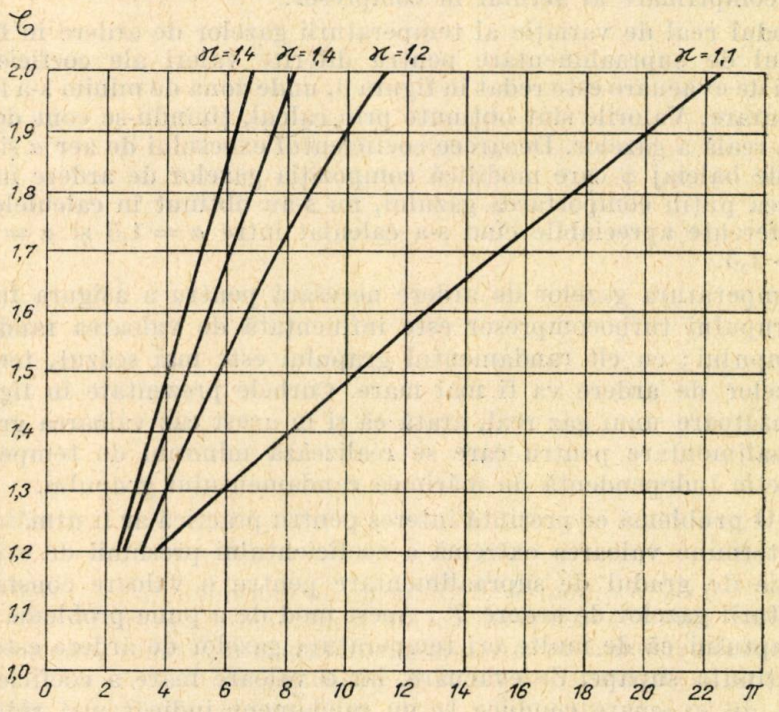


Fig. 2. — Variația coeficientului presiunii de evacuare τ în funcție de gradul de supraalimentare π pentru condiția de minim al temperaturii gazelor de ardere T_t; diferite valori ale raportului căldurilor specifice $\varkappa$.

Se observă următoarele :

— cu cît coeficientul presiunii de evacuare τ este mai mare, adică presiunea în faţa turbinei este mai apropiată de cea atmosferică, gradul de supraalimentare la care se realizează temperatura minimă este mai mare ;

— cu cît raportul căldurilor specifice (exponentul izentropic) este mai mic, cu atît valoarea gradului de supraalimentare pentru aceeaşi valoare a coeficientului presiunii de evacuare este mai mare.

2. În cazul real este necesar să se ţină seama de două elemente care privesc primul grupul şi cel de-al doilea motorul ;

— raportul căldurilor specifice este diferit la aer şi la gazele de ardere, fiind mai mic la acestea din urmă. Ca urmare valoarea gradului de supraalimentare pentru un anumit coeficient al presiunii de evacuare care realizează temperatura minimă, scade. Din acelaşi motiv, temperatura minimă tinde şi ea să scadă în valoare faţă de cazul ideal studiat la paragraful 1 ;

— creşterea coeficientului presiunii de evacuare duce la o scădere a temperaturii gazelor de ardere la intrarea în turbină faţă de valoarea temperaturii gazelor de ardere la ieşirea din motor, datorită destinderii în conducta de evacuare. Prin urmare, se micşorează întrucîtva raportul real de comprimare al aerului în compresor.

Modul real de variaţie al temperaturii gazelor de ardere în funcţie de gradul de supraalimentare pentru diferite valori ale coeficientului presiunii de evacuare este redat în figura 3, unde zona de minim s-a indicat prin haşurare. Valorile sînt obţinute prin calcul, ţinîndu-se cont de comportarea reală a gazelor. Deoarece coeficientul excesului de aer α şi coeficientul de baleiaj φ care modifică compoziţia gazelor de ardere influenţează prea puţin comportarea gazului, nu s-au obţinut în calculele efectuate diferenţe apreciabile cînd s-a calculat între $\alpha = 1{,}5$ şi $\alpha = 2{,}5$ la $\varphi = 1 - 1{,}3$.

Temperatura gazelor de ardere necesară pentru a asigura funcţionarea grupului turbocompresor este influenţată de valoarea randamentului grupului ; cu cît randamentul grupului este mai scăzut, temperatura gazelor de ardere va fi mai mare. Curbele prezentate în figura 4, corespunzătoare unui gaz real, arată că şi în acest caz valoarea gradului de supraalimentare pentru care se realizează minimul de temperatură este practic independentă de mărimea randamentului grupului.

3. O problemă ce prezintă interes pentru practică ar fi următoarea : să se determine valoarea extremă a coeficientului presiunii de evacuare în funcţie de gradul de supraalimentare pentru o valoare constantă a temperaturii gazelor de ardere T_t. Acest mod de a pune problema corespunde faptului că de multe ori temperatura gazelor de ardere este limitată de ţinuta supapei de evacuare, iar o valoare mare a coeficientului presiunii de evacuare conduce la un randament indicat mai ridicat al motorului.

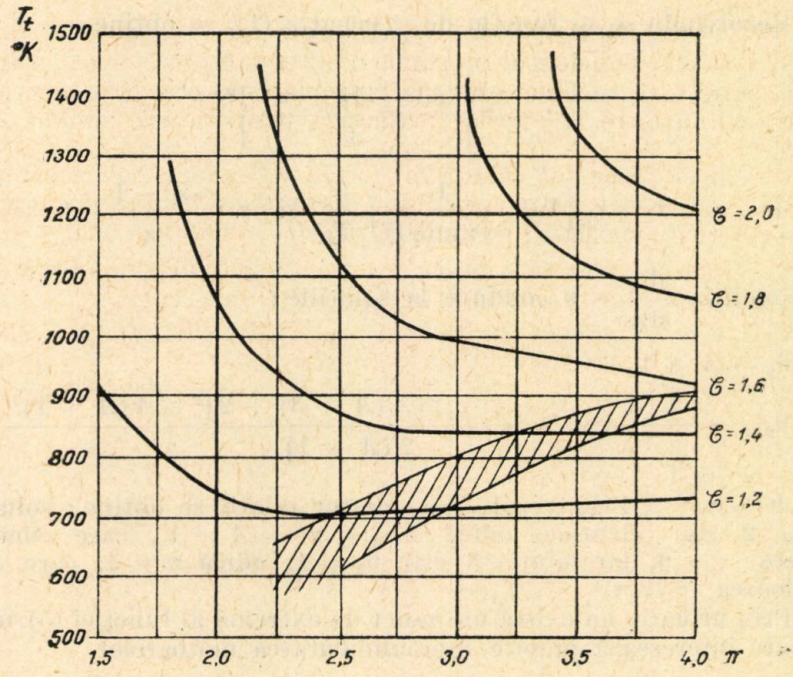


Fig. 3. — Variaţia temperaturii gazelor de ardere T_t în funcţie de gradul de supraalimentare π pentru diferite valori ale coeficientului presiunii de evacuare τ; gaze reale. Haşurat zona de minimum; $T_0 = 300$ °K.

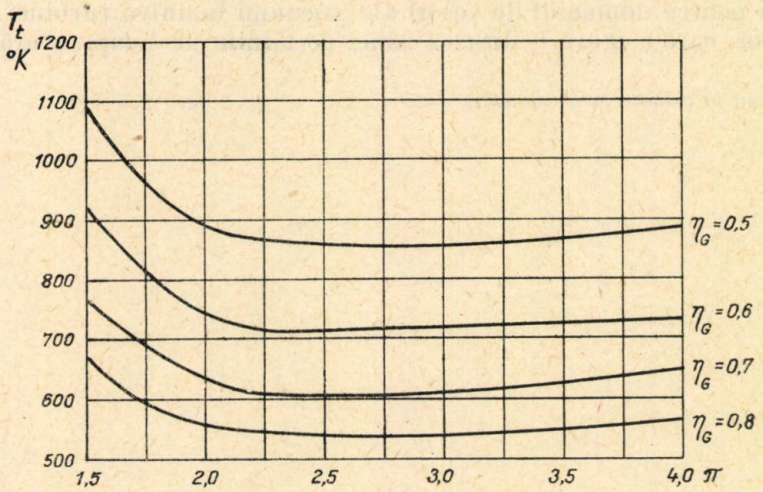


Fig. 4. — Variaţia temperaturii gazelor de ardere T_t în funcţie de gradul de supraalimentare π pentru diferite valori ale randamentului grupului η_G; gaze reale. $T_0 = 300$ °K, $\alpha = 1,5$, $\varphi = 1$, $\tau = 1,2$.

Rezolvîndu-se în funcţie de τ ecuaţia (1), se obţine

$$\tau = \pi \left[\frac{(A+1) - \pi^a}{A} \right]^{\frac{1}{a}}, \tag{5}$$

unde

$$A = \eta_G \left(1 + \frac{1}{\varphi \alpha \min l)} \right) \frac{T_t}{T_0} \quad \text{şi} \quad a = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}.$$

Condiţia $\frac{d\tau}{d\pi} = 0$ conduce la soluţiile:

$$\theta_1 = A + 1$$

$$\theta_{2,3} = \frac{A(A+3) + 2 \pm \sqrt{[A(A+3)+2]^2 - 4(A+1)^3}}{2(A+1)},$$

unde $\theta = \pi^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}$. Prin rezolvarea acestor relaţii se obţine: soluţia 1 şi soluţia 2 sînt identice, adică $\theta_{1,2} = \pi^a = A + 1$, care conduce la valoarea $\tau = 0$, iar soluţia 3 este $\theta_3 = 1$, adică $\pi = 1$, care conduce la valoarea $\tau = \pi$.

Prin urmare, nu există un punct de extremă al funcţiei (5) în domeniul care interesează practic supraalimentarea motoarelor.

*

Aplicarea în practică a concluziilor acestui studiu trebuie efectuată în faza de adaptare a grupului turbocompresor la motor. Jonglînd cu unele elemente constructive ale acestuia, se poate stabili funcţionarea grupului pentru domeniul de valori ale presiunii înaintea turbinei şi după compresor, care asigură utilizarea zonei de minim de temperatură.

Primit la redacţie la 5 decembrie 1964

CALCULUL EVOLUŢIEI DE ARDERE LA MOTORUL CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE CU AJUTORUL DIAGRAMELOR TERMODINAMICE

DE

CĂLIN ADRIAN VASILESCU

621.43.01

Se prezintă o metodă de calcul pe intervale a arderii în motorul cu aprindere prin scînteie, care ţine seama de comportarea reală a gazelor, de fenomenul de disociere, de arhitectura camerei de ardere, de schimbul de căldură cu pereţii şi presupune viteza frontului de flacără constantă. Calculul se conduce în diagrame entropice pentru amestec proaspăt şi pentru gaze de ardere.

Procesul de ardere din motorul cu aprindere prin scînteie este un fenomen complex şi care se prinde greu în calcul, din cauză că este condiţionat de factori multipli şi interdependenţi, cum ar fi cinetica reacţiei chimice, factorii gazodinamici, schimbul de căldură etc. Metodele de calcul propuse introduc elemente simplificatorii şi au în general un caracter convenţional. Totuşi, metodele de calcul ale arderii au importanţă, deoarece contribuie la precizarea ciclului real şi prin aceasta permit analiza comparativă a influenţei diferiţilor factori.

În cele ce urmează se prezintă o metodă de calcul pe etape a evoluţiei de ardere în motorul cu aprindere prin scînteie, care este aproximativă prin aceea că schematizează procesul de ardere, considerînd diferitele procese simultane petrecîndu-se succesiv în timp, frontul de flacără ca avînd o suprafaţă medie de formă regulată şi viteza de ardere constantă.

Metoda ţine cont de arhitectura camerei de ardere, de procesele diferite care au loc în faţa şi în spatele frontului de flacără, de comportarea reală a gazelor, precum şi de fenomenul de disociere, şi prin aceasta metoda propusă este mai exactă decît alte metode cunoscute.

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 1 p. 153 – 161 Bucureşti, 1965

În calcule se folosesc diagrame termodinamice, ceea ce simplifică apreciabil volumul de lucru.

1. NOTAȚII FOLOSITE

Se vor folosi următoarele simboluri :

m — cantitatea de substanță ;
$\mathfrak{M}$ — masa kilomolului de gaz ;
n — turația motorului ;
p — presiunea ;
Ψ_2 — cantitatea de căldură util disponibilă prin arderea unui kg de amestec proaspăt ;
R — constanta gazului ;
$\mathfrak{R}$ — constanta universală a gazelor ;
s — entropia ;
T — temperatura ;
U — energia internă a gazului ;
u — energia internă determinată în diagrama pentru 1 kg de substanță ;
$\mathfrak{u}$ — energia internă determinată în diagrama pentru 1 kmol de substanță ;
V — volume măsurate în motorul real ;
v — volume măsurate în diagrama pentru 1 kg de substanță ;
$\mathfrak{v}$ — volume măsurate în diagrama pentru 1 kmol de substanță ;
x — spațiul parcurs de frontul de flacără ;
θ — unghiul de rotație al arborelui cotit ;
w — viteza frontului de flacără.

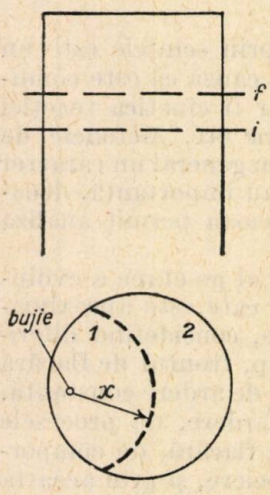


Fig. 1.— Schema notațiilor pentru calculul procesului de ardere pe interval.

Se folosesc în general trei indici :

Primul indice se referă la situația în cadrul intervalului de calcul după cum urmează (fig. 1) :

i — momentul inițial al intervalului ;
f — momentul final al intervalului ;
a — finele încălzirii la volum constant ;
b — finele evoluției izentropice determinată de deplasarea pistonului.

Al doilea indice se referă la compoziția gazelor din camera de ardere, și anume (fig. 1) :

1 — gazele de ardere aflate în spatele frontului de flacără ;

2 — amestecul proaspăt aflat înaintea frontului de flacără.

Al treilea indice, pus în paranteză, arată numărul de ordine al intervalului de calcul la care se referă mărimea respectivă ; el se notează cu litere romane. Se vor nota cu indicele m valorile medii.

2. DIAGRAMELE DE CALCUL FOLOSITE

Calculul se execută (pentru a putea preciza variația căldurilor specifice cu temperatura) folosind diagrame termodinamice construite separat pentru amestecul proaspăt și separat pentru gazele de ardere [1]. Pentru amestecul proaspăt se folosește o diagramă entropică temperatură absolută — entropie ($T - s$), construită pentru 1 kmol de substanță, avînd

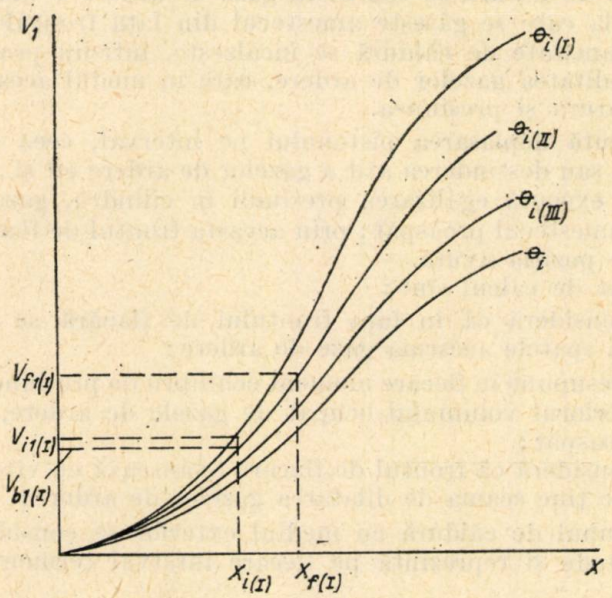


Fig. 2. — Diagrama de variație a volumului gazelor de ardere aflate în spatele frontului de flacără V_1, în funcție de drumul parcurs de la bujie x.

axe curbe în scopul înscrierii proprietăților amestecului proaspăt de diferite dozaje. În această diagramă se pot citi valori pentru amestec proaspăt (aer și combustibil), pentru amestec proaspăt și 5% gaze produse de ardere (care ar rămîne din ciclul precedent) și pentru gaze de ardere.

Pentru gazele de ardere se folosesc diagrame entropice energie internă totală — entropie totală ($u_t - s_t$), construite pentru 1 kg de substanță și un anumit dozaj; aceste diagrame permit aprecierea disociației.

În plus se folosește o diagramă a volumului gazelor de ardere V_1 aflat în spatele frontului de flacără în funcție de distanța acestuia de la bujie x (fig. 2) pentru diferite poziții θ ale arborelui motor în jurul p.m.i. corespunzător unghiurilor de început și de sfîrșit de calcul ale intervalelor. Această diagramă se construiește făcîndu-se o ipoteză asupra modului de deplasare al frontului de flacără de la bujie: deplasare sferică sau cilindrică.

3. SCHEMA DE CALCUL; IPOTEZE

Calculul proceselor de ardere se face pe intervale, după următoarea schemă de desfășurare a proceselor. Pistonul este ținut pe loc și frontul de flacără avansează cu o viteză constantă, cu o distanță corespunzătoare intervalului de timp pentru care se face calculul. Căldura dezvoltată în procesul de ardere se extrage în exterior, iar gazele peste care a trecut frontul de flacără se consideră gaze de ardere avînd presiunea și temperatura la care se găsește amestecul din fața frontului de flacără. Cu această cantitate de căldură se încălzește, într-un proces la volum constant, totalitatea gazelor de ardere, care în modul acesta își măresc mult temperatura și presiunea.

Se execută deplasarea pistonului pe interval, ceea ce determină compresiunea sau destinderea atît a gazelor de ardere cît și a amestecului proaspăt. Se execută egalizarea presiunii în cilindru, gazele de ardere comprimînd amestecul proaspăt; prin aceasta frontul de flacără se deplasează față de poziția avută.

Ipotezele de calcul sînt:

— se consideră că în fața frontului de flacără se află amestec proaspăt și în spatele acestuia gaze de ardere;

— se presupune în fiecare moment echilibru de presiune și de temperatură în interiorul volumului ocupat de gazele de ardere, respectiv de amestecul proaspăt;

— se consideră că frontul de flacără avansează cu viteză constantă cît timp nu se ține seama de dilatarea gazelor de ardere;

— schimbul de căldură cu mediul exterior se consideră cunoscut prin alte metode și reprezintă pe fiecare interval termenul $(1 - \psi)\, q$.

4. CALCULUL PRIMULUI INTERVAL

Calculul primului interval se face pornind de la unghiul $\theta_{i(1)}$, care corespunde momentului de început de ardere, în general momentul comandării declanșării scînteii electrice. Pentru acest unghi se cunoaște, din calculele efectuate pentru evoluția de compresiune, valoarea presiunii amestecului proaspăt $p_{i(1)}$ și a volumului camerei de ardere $V_{i(1)}$, din care, cunoscîndu-se masa amestecului m, se poate calcula temperatura întregului amestec $T_{i(1)} = \dfrac{p_{i(1)} V_{i(1)}}{m R_2}$.

Fie $\Delta\theta_{(1)}$ primul interval de calcul. Spațiul parcurs de frontul de flacără pe primul interval este $x_{i(1)} = \dfrac{\Delta\theta}{6n} w$ (unde $w = \text{const.}$ pe interval). În diagrama $V_1 - x$ (fig. 2) se citește la acest $x_{i(1)}$, pentru poziția pistonului corespunzătoare începutului intervalului de calcul $(\theta_{i(1)})$, volumul $V_{i1(1)}$ pe care îl au gazele de ardere în spatele frontului de flacără.

Volumul pe care îl ocupă amestecul proaspăt în fața frontului de flacără la începutul intervalului este

$$V_{i2\,(I)} = V_{i\,(I)} - V_{i1\,(I)}.$$

Se calculează cantitatea de substanță aflată în spatele frontului de flacără $m_{1(I)}$ și în fața frontului de flacără $m_{2\,(I)}$. Considerîndu-se o repartizare uniformă a substanței în volumul camerei de ardere, rezultă :

$$m_{1\,(I)} = m \frac{V_{i1\,(I)}}{V_{i\,(I)}}$$

și

$$m_{2\,(I)} = m - m_{1\,(I)}.$$

Calculul se conduce mai departe în diagrame. Se procedează la calculul încălzirii gazelor din spatele frontului de flacără, folosindu-se relația :

$$u_{a1\,(I)} = u_{i1\,(I)} + \psi_{(I)}\, q,$$

unde $u_{a1\,(I)}$ reprezintă energia internă pentru 1 kg de gaze de ardere după încălzire, iar $u_{i1\,(I)}$ energia internă a gazelor de ardere aflate, pe primul interval, în spatele frontului de flacără la temperatura $T_{i\,(I)}$. Temperatura $T_{i(I)}$ fiind relativ scăzută, energia internă se determină din diagrama $\mathcal{U} - T$ (considerîndu-se fluidul alcătuit din gaze de ardere de dozajul considerat), fie ea $\mathcal{U}_{i1\,(I)}$, care se raportează la cantitatea de substanță de 1 kg cu relația $u_{i1\,(I)} = \frac{\mathcal{U}_{i1\,(I)}}{\mathfrak{M}_1}$.

Pentru a fixa punctul $a1(I)$, care reprezintă finele procesului de încălzire la volum constant, este necesar să se stabilească valoarea volumului (în diagrama pentru 1 kg de substanță) care corespunde volumului ocupat de gazele de ardere în cantitatea $m_{1\,(I)}$. El se determină din ecuația caracteristică a gazelor perfecte, $v_{i1\,(I)} = \frac{R_1 T_{i\,(I)}}{p_{i\,(I)}}$.

Cunoscîndu-se volumul $v_{i1(I)}$ și energia internă $u_{i1\,(I)}$, se fixează în diagrama $u_t - s_t$ punctul de la sfîrșitul încălzirii la volum constant $a1(I)$ (fig. 3). În acest punct se poate citi presiunea $p_{a1\,(I)}$ și, de asemenea, temperatura $T_{a1\,(I)}$.

Se determină în continuare mărimile de stare de la sfîrșitul evoluției izentropice (care pentru primul interval, dată fiind aprinderea cu avans, este o compresiune) a gazelor de ardere aflate

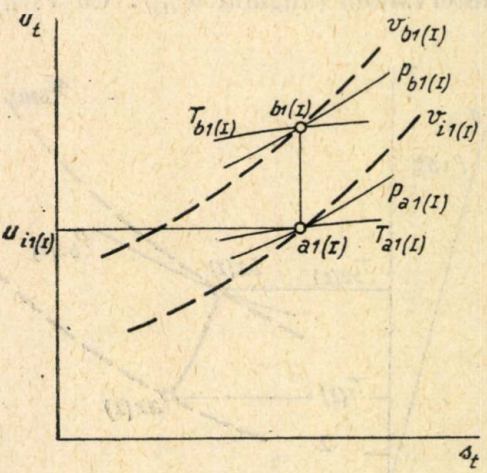


Fig. 3. — Calculul încălzirii și comprimării gazelor din spatele frontului de flacără cu ajutorul diagramei $u_t - s_t$.

în spatele frontului de flacără (punctul $b1(I)$). Pentru aceasta se calculează volumul pe care gazele de ardere aflate în spatele frontului de flacără îl vor avea cînd pistonul s-a deplasat cu $\Delta\theta$ grade rotație arbore cotit (de la $\theta_{i(I)}$ la $\theta_{f(I)} = \theta_{i(II)}$), corespunzător intervalului de calcul, în ipoteza că frontul de flacără a rămas nemișcat. Dacă $v_{b1(I)}$ este volumul corespunzător în diagrama pentru 1 kg de substanță, se duce compresiunea izentropică de la $a1(I)$ la $b1(I)$ și se obține starea gazelor din spatele frontului de flacără cînd pistonul a ajuns la finele intervalului, iar frontul de flacără este considerat tot nemișcat. Pentru acest punct se citește presiunea $p_{b1(I)}$ și temperatura $T_{b1(I)}$.

Calculul volumului la finele compresiunii $v_{b1(I)}$ se face cu relația $v_{b1(I)} = \frac{V_{b1(I)}}{m_{1(I)}}$, unde $V_{b1(I)}$ reprezintă volumul din spatele frontului de flacără cînd acesta este în continuare nemișcat (aceeași poziție $x_{i(I)}$ de la bujie), însă pentru valoarea $\theta_{f(I)} = \theta_{i(II)}$ a poziției pistonului; citirea volumului $V_{b1(I)}$, se face în diagrama $V_1 - x$ (fig. 2).

Se procedează la realizarea compresiunii izentropice datorită deplasării pistonului pentru amestecul proaspăt din fața frontului de flacără. Pentru aceasta este necesar să se cunoască volumele $\mathcal{V}_{a2(I)}$ și $\mathcal{V}_{b2(I)}$ (raportate la 1 kmol) între care se execută comprimarea. Acestea se calculează cu relațiile

$$\mathcal{V}_{a2(I)} = V_{i2(I)} \frac{\mathcal{M}_2}{m_{2(I)}} \text{ și } \mathcal{V}_{b2(I)} = V_{b2(I)} \frac{\mathcal{M}_2}{m_{2(I)}},$$

unde $V_{i2(I)} = V_{i(I)} - V_{i1(I)}$, reprezintă volumul amestecului proaspăt din fața frontului de flacără la începutul intervalului (poziția pistonului pentru $\theta_{i(I)}$) și $V_{b2(I)} = V_{f(I)} - V_{b1(I)}$ este volumul respectiv la finele intervalului (unghiul $\theta_{f(I)}$). Cu $V_{i(I)}$ și $V_{f(I)}$ s-a notat volumul întregii camere de ardere la începutul și la sfîrșitul intervalului.

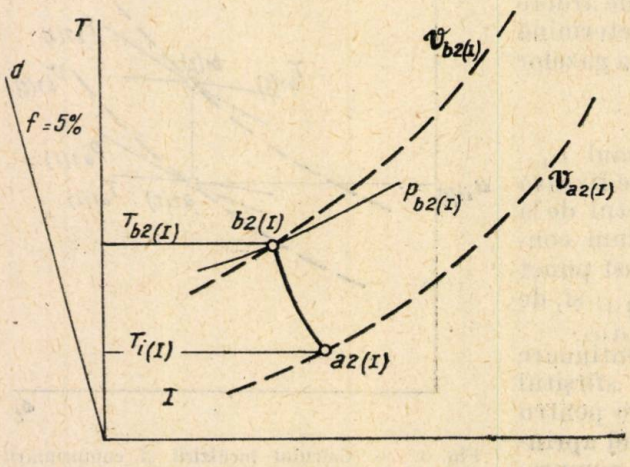


Fig. 4. — Calculul comprimării gazelor proaspete din fața frontului de flacără cu ajutorul diagramei $T - \mathcal{S}$.

Între aceste volume se execută în diagrama entropică $T - \mathcal{S}$ (fig. 4) comprimarea izentropică între punctul $a2(I)$, determinat de temperatura $T_{i(I)}$ și de volumul $\mathcal{V}_{a2(I)}$, și punctul $b2(I)$, determinat de volumul $\mathcal{V}_{b2(I)}$. Se citește presiunea $p_{b2(I)}$ și temperatura $T_{b2(I)}$ pe care o are amestecul proaspăt din fața frontului de flacără la sfîrșitul primului interval.

În urma acestor procese, în spatele frontului de flacără se află gaze avînd o temperatură și o presiune ridicată, iar în fața frontului de flacără gaze cu o temperatură și o presiune mai scăzute.

În realitate, presiunea se egalizează în camera de ardere; gazele de ardere se destind, comprimînd amestecul proaspăt, ceea ce are drept efect împingerea frontului de flacără. Procesul este ireversibil, căci cele două medii care acționează unul asupra altuia nu se află în echilibru mecanic și termic.

Pentru a calcula aceste procese ireversibile este necesar să se cunoască date suplimentare asupra modului în care se execută. Se poate face ipoteza că gazele proaspete sînt comprimate izentropic, iar gazele de ardere se destind ireversibil. Se poate scrie în fiecare moment relațiile

$$V_{1(I)} + V_{2(I)} = V_{(I)},$$

unde V pentru primul interval este $V = V_{f(I)}$ și

$$U_{1(I)} + U_{2(I)} = U_I,$$

unde $U_{(I)} = U_{b1(I)} + U_{b2(I)}$; valorile $U_{b1(I)}$ și $U_{b2(I)}$ se citesc în diagrame și se raportează apoi la cantitatea de substanță din motorul real. Se duce apoi în diagrama $T - s$ evoluția de compresiune izentropică a amestecului de la starea cunoscută $b2(I)$ în continuare și se citesc, la presiuni arbitrar alese, volumul $v_{2(I)}$ și energia internă $u_{2(I)}$. Se transformă aceste mărimi, raportîndu-le la motorul real cu relațiile $V_{2(I)} = v_{2(I)} \frac{m_{2(I)}}{\mathfrak{M}_2}$ și $U_{2(I)} = u_{2(I)} \frac{m_{2(I)}}{\mathfrak{M}_2}$. Se calculează volumul ocupat, la aceste presiuni arbitrar alese, de către gazele de ardere cu relația $V_{1(I)} = V_{f(I)} - V_{2(I)}$ și se transformă această valoare, raportîndu-se la cantitatea de 1 kg, folosindu-se relația $V_{1(I)} = \frac{V_{1(I)}}{m_{1(I)}}$. Presiunile $p_{(I)}$ alese arbitrar și volumele $v_{1(I)}$ care le corespund definesc un punct în diagrama entropică pentru 1 kg de substanță pentru care se citește energia internă $u_{t1(I)}$; pe aceasta o transformăm prin raportare la motorul real cu relația $U_{1(I)} = m_{1(I)} u_{t1(I)}$.

Se însumează $U_{1(I)} + U_{2(I)}$ și se trasează aceste valori într-o diagramă în funcție de presiune $p_{(I)}$ (fig. 5). Se intersectează curba cu valoarea $U_{(I)}$ a energiei interne calculate; punctul de intersecție dă presiunea de echilibru $p_{f(I)}$. Se pune presiunea respectivă pe curba de compresiune izentropică în diagrama

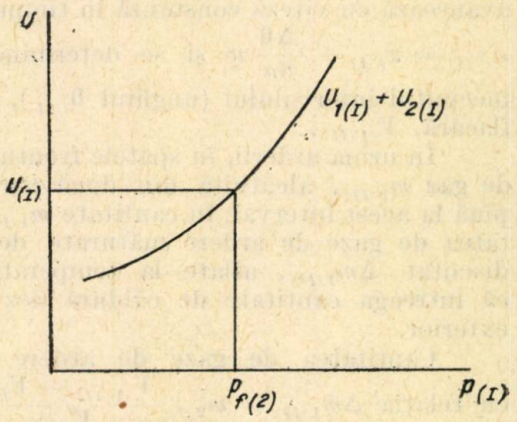


Fig. 5. — Determinarea presiunii de echilibru în camera de ardere a motorului la sfîrșitul intervalului de calcul.

$T - S$ și se determină temperatura amestecului proaspăt $T_{2f(I)}$ și volumul acestuia $\mathcal{V}_{2f(I)}$, care se raportează la motorul real $V_{2f(I)} = \mathcal{V}_{2f(I)} \frac{m_{2(I)}}{\mathfrak{M}_2}$. Se calculează volumul gazelor de ardere $V_{1f(I)} = V_{f(I)} - V_{2f(I)}$; se transformă acest volum, raportîndu-l la 1 kg de substanță $v_{1f(I)} = \frac{V_{f1(I)}}{m_{1(I)}}$. Se pune volumul $v_{1f(I)}$ și presiunea $p_{f(I)}$ în diagrama $u_t - s_t$ și se citește temperatura $T_{f1(I)}$ a gazelor de ardere.

În urma destinderii gazelor de ardere, frontul de flacără se află într-o nouă poziție, care se determină din diagrama $V_1 - x$ (fig. 2), fixîndu-se pe ordonată volumul $V_{f1(I)}$ și mergînd pe curba corespunzătoare unghiului de rotație al arborelui cotit $\theta_{f(I)} = \theta_{i(II)}$; se citește astfel pe abscisă poziția frontului de flacără $x_{f(I)}$. Viteza medie aparentă pe primul interval este

$$w_m = \frac{6n}{\Delta\theta} x_{f(I)}.$$

5. CALCULUL INTERVALULUI AL DOILEA

Pentru intervalul al doilea se pornește de la datele cunoscute:

— presiunea în cilindru, $p_{i(II)} = p_{f(I)}$;

— temperatura gazelor de ardere din spatele frontului de flacără, $T_{i1(II)} = T_{f1(i)}$;

— temperatura gazelor amestec proaspăt din fața frontului de flacără, $T_{i2(II)} = T_{f2(II)}$;

— cantitatea de gaze de ardere la începutul celui de-al doilea interval, $m_{i1(II)} = m_{1(I)}$;

— poziția frontului de flacără la începutul intervalului $x_{f(I)}$.

Se calculează mai întîi poziția frontului de flacără după ce acesta avansează cu viteză constantă în timpul cît durează intervalul de calcul: $x_{i(II)} = x_{f(I)} + \frac{\Delta\theta}{6n} w$ și se determină, pentru poziția pistonului de la începutul intervalului (unghiul $\theta_{i(II)}$), volumul din spatele frontului de flacără, $V_{i1(II)}$.

În urma arderii, în spatele frontului de flacără se găsește cantitatea de gaz $m_{1(II)}$, alcătuită din două porțiuni de gaze: gazele care au ars pînă la acest interval, în cantitate $m_{1(I)}$, la temperatura $T_{f1(I)}$, și cantitatea de gaze de ardere măturate de frontul de flacără pe intervalul discutat $\Delta m_{1(II)}$, aflate la temperatura $T_{f2(I)}$, deoarece s-a presupus că întreaga cantitate de căldură dezvoltată pe interval se extrage în exterior.

Cantitatea de gaze de ardere pe interval $\Delta m_{1(II)}$ se determină cu relația $\Delta m_{1(II)} = m_{2(I)} \frac{V_{i1(II)} - V_{f1(I)}}{V_{f2(I)}}$, astfel că se pot obține: cantitatea de substanță din spatele frontului de flacără $m_{1(I)} = m_{i(I)} + \Delta m_{1(II)}$ și cantitatea de substanță din fața frontului de flacără $m_{2(II)} = m - m_{1(II)}$.

Pentru a încălzi întreaga cantitate de gaze aflate în spatele frontului de flacără cu căldură obținută prin ardere pe un interval, trebuie să se stabilească valoarea mai multor mărimi. Astfel, energia internă a gazelor de ardere din spatele frontului de flacără este

$$U_{i1\,(II)} = m_{1\,(I)}\, u_{f1\,(I)} + \Delta m_{1\,(II)} \frac{\mathcal{U}_{f1\,(I)}}{\mathfrak{M}_1},$$

unde valoarea energiei interne $\mathcal{U}_{f1\,(I)}$ se calculează în diagrama entropică $T - \mathcal{S}$ la temperatura $T_{f2\,(I)}$, însă pentru gaze de ardere, deoarece s-a presupus că, după trecerea frontului de flacără, în spatele acestuia nu se află decît gaze de ardere. Energia internă echivalentă lui $U_{i1\,(II)}$ raportată la 1 kg de substanță este

$$u_{i1\,(II)} = \frac{U_{i1\,(II)}}{m_{1\,(II)}},$$

iar cantitatea de căldură dezvoltată într-un fluid de masă 1 kg și avînd compoziția gazului din spatele frontului de flacără este

$$q_{(II)} = \psi_{(II)}\, q \frac{\Delta m_{1\,(II)}}{m_{1\,(II)}},$$

Cunoscîndu-se căldura dezvoltată și energia internă, se poate calcula energia internă totală la sfîrșitul încălzirii izovolumetrice a 1 kg de substanță de gaze de ardere:

$$u_{a1\,(II)} = u_{i1\,(II)} + q_{(II)}.$$

În continuare, calculul pentru intervalul al doilea se conduce ca și pentru primul interval.

*

Calcularea evoluției de ardere se realizează pentru primul interval conform metodei descrise în § 4 al acestei lucrări, iar pentru intervalele următoare conform celor arătate în § 5. Calculul se conduce fie pînă ce frontul de flacără a măturat complet camera de ardere, fie pînă ce s-au dezvoltat 90—95 % din cantitatea de căldură disponibilă în amestecul proaspăt. Aplicarea acestei metode de calcul a arătat, pe de o parte, posibilitatea urmăririi mulțumitoare a proceselor ce se petrec în fața și în spatele frontului de flacără și, pe de altă parte, timpul relativ scurt necesitat pentru efectuarea calculelor.

Primit la redacție la 5 decembrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. G. BĂRĂNESCU, *Calculul proceselor de ardere*. Edit. Acad. R.P.R., București, 1955.

INFLUENȚA INDICILOR TEHNICI-ECONOMICI ASUPRA TEMPERATURII OPTIME A APEI DE ALIMENTARE ȘI A NUMĂRULUI OPTIM DE PREÎNCĂLZITORI REGENERATIVI ÎN TREAPTA NUCLEARĂ A CENTRALELOR ATOMOELECTRICE COMBINATE CU REACTORI CU APĂ SUB PRESIUNE[1]

DE

C. HAIDUC

621.311

În lucrare se studiază influența indicilor tehnico-economici asupra determinării temperaturii optime de preîncălzire regenerativă și a numărului optim de preîncălzitori regenerativi din treapta nucleară a centralei atomoelectrice combinate echipate cu reactori cu apă sub presiune.

Se prezintă rezultatele calculului pentru parametrii $P_0 = 35$ ata; $t_0 = 435°C$ și $P_c = 0{,}05$ ata și se compară rezultatele cu datele folosite la o serie de centrale atomoelectrice.

Optimizarea parametrilor centralelor atomoelectrice ridică probleme deosebite atît în ceea ce privește necesitatea luării în considerare a unui număr mare de parametri termodinamici și indici tehnici-economici, cît și prin volumul deosebit de mare de calcule pe care îl necesită. În legătură cu aceasta prezintă interes elaborarea unor metode parțiale de optimizare a unuia sau cîtorva parametri mai importanți ai centralei atomoelectrice care să poată fi luați ca bază în efectuarea optimizării generale.

În lucrarea de față se tratează problema optimizării temperaturii apei de alimentare și a numărului de trepte de preîncălzire regenerativă a apei în partea nucleară a centralelor atomoelectrice combinate (CAEC).

[1]) Articol apărut și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ., **10**, 1 (1965).

Asupra CAEC cu reactori cu apă sub presiune anterior au fost publicate lucrările [1], [2], [3].

După cum este cunoscut, determinarea parametrilor optimi în energetică trebuie să se facă din condiția asigurării minimului cheltuielilor de calcul specifice la producția de energie electrică. Avînd în vedere însă că în energetica nucleară există publicate puține date relativ la valorile absolute ale indicilor tehnici-economici, se va folosi ca criteriu de bază în optimizare variația relativă a cheltuielilor de calcul la producerea de energie electrică $\Delta\bar{z}_e$. În cazul cînd se admite constantă componenta de exploatare relativă a cheltuielilor de calcul $\bar{z}^0_{ex} = 0{,}1$ și nedepinzînd de temperatura apei de alimentare, pentru variația relativă a cheltuielilor de calcul se poate obține relația

$$\Delta\bar{z}_e = \bar{z}^0_c \, \Delta\eta_n + (0{,}9 - \bar{z}^0_c)\,\Delta q, \tag{1}$$

unde

$\bar{z}^0_c$ este componenta de combustibil relativă a cheltuielilor de calcul,

$\Delta\eta_n$ — variația relativă a randamentului net al părții nucleare a CAEC,

Δq — variația relativă a investițiilor specifice în treapta nucleară a CAEC.

Variația relativă a randamentului net al treptei nucleare a CAEC se exprimă

$$\Delta\eta_n = \frac{N^{b0}_e - N^0_{c.i}}{N^b_e - N_{c.i}} - 1, \tag{2}$$

unde

N^{b0}_e și N^b_e reprezintă puterea electrică brută a treptei nucleare a CAEC pentru o temperatură a apei de alimentare t^0_a dată și t_a oarecare,

$N^0_{c.i}$ și $N_{c.i}$ — consumul intern de putere în treapta nucleară a CAEC pentru o temperatură a apei de alimentare t^0_a dată și t_a oarecare.

În cazul cînd la determinarea lui $N_{c.i}$ se ține seama de consumul de putere la recircularea agentului de răcire prin reactorul nuclear și generatorul de abur, la pompele de alimentare, la pompele de recirculație a condensatorilor și la instalațiile auxiliare ale părții nucleare a CAEC pentru $\Delta\eta_n$ se poate obține o relație de forma [4]:

$$\Delta\eta_n = \frac{\dfrac{1}{d^0_e} - \dfrac{1}{(0{,}985-a)\,29{,}4\,.\,10^3}\,[P_0 + m\,.\,\Delta P\,.\,(1-\alpha_i)_0]}{\dfrac{1}{d^0_e} - \dfrac{1}{(0{,}985-a)\,29{,}4\,.\,10^3}\left[P_0 A \dfrac{d_e}{d^0_e} + m\,.\,\Delta P\,(1-\sum\alpha_i)_0\right]} - 1, \tag{3}$$

unde

d^0_e și d_e reprezintă consumul specific de abur la producerea de energie electrică pentru t^0_a dată și t_a oarecare,

P_0 — presiunea inițială a aburului pentru t^0_a dat;

$(1-\sum\alpha_i)_0$ — debitul relativ de abur în condensator pentru t_a^0 dat,

m — factorul de circulație al condensatorului,

ΔP — pierderile de presiune în condensator,

a — partea din puterea electrică brută consumată de pompele de circulație ale primului circuit al CAEC,

$A = \frac{d_e^0(1-\sum\alpha_i)_0}{d_e(1-\sum\alpha_i)}$ — exprimă influența variației cu t_a a raportului $\frac{N_e^b}{N_e^{b0}}$ asupra lui $\Delta\eta_r$.

Pentru obținerea funcției $\Delta\eta_n = f(t_a)$, mărimile P_0, a, m și ΔP se consideră constante, iar d_e și $(1-\sum\alpha_i)$ se calculează pentru o schemă termică dată în funcție de t_a, obținîndu-se curbe de forma celor prezentate în figurile 1 și 2.

Curbele de $d_e = f(t_a)$ și $(1-\sum\alpha_i) = f(t_a)$ au fost calculate pentru parametrii inițiali $P_0 = 35$ ata, $t_0 = 435°C$, o presiune în condensator de $P_c = 0{,}05$ ata și un număr de trepte de preîncălzire regenerativă $3 < z < 10$. Mărimile d_e și $(1-\sum\alpha_i)$ depind mult de t_a și z, și această influență nu poate fi neglijată.

Cu ajutorul datelor din figurile 1 și 2 se pot calcula curbe de forma $\Delta\eta_n = f(t_a)$ pentru $z = \text{const}$.

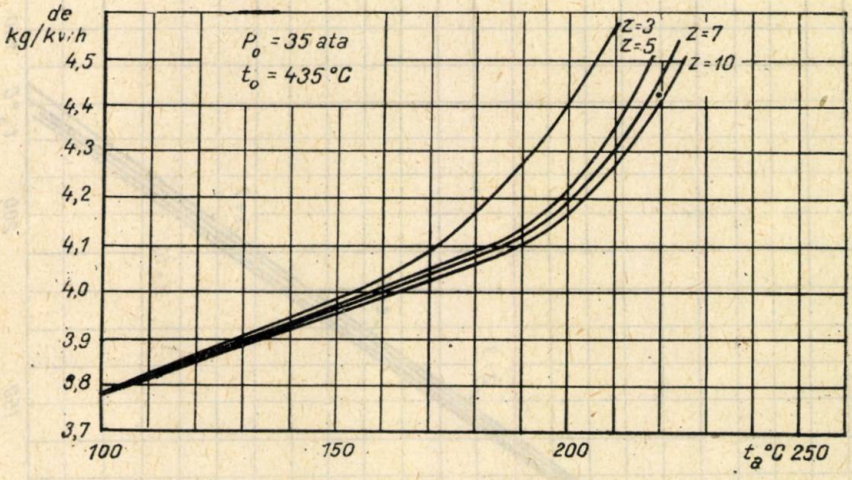


Fig. 1. — Consumul specific de abur în funcție de temperatura apei de alimentare. $P_0 = 35$ ata, $t_0 = 435°C$, $P_c = 0{,}05$ ata.

În figura 3 se dau astfel de curbe pentru $P_0 = 35$ ata $t_0 = 436°C$, $a = 0{,}03$; $\Delta P = 1{,}5$ ata și $m = 60$.

Mărimea $\Delta\eta_n$ depinde mult de t_a și de z. Pentru fiecare z există o valoare pentru ta pentru care $\Delta\eta_n$ atinge valoarea maximă. Caracterul

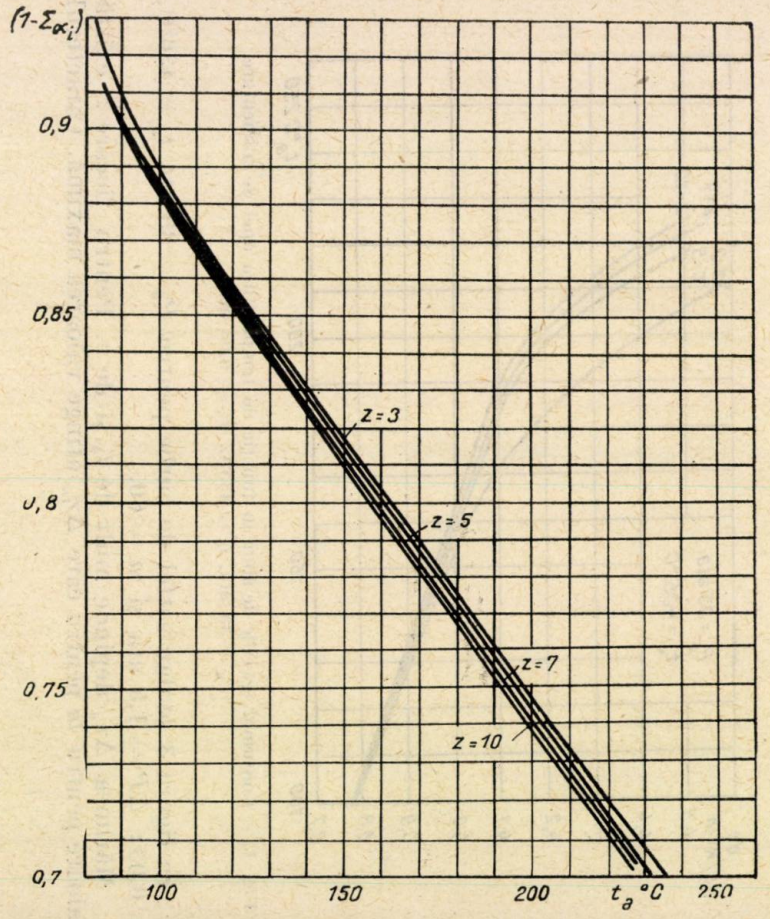


Fig. 2. — Debitul relativ de abur în condensatoare în funcție de temperatura apei de alimentare. $P_0 = 35$ ata, $t_0 = 435°C$.

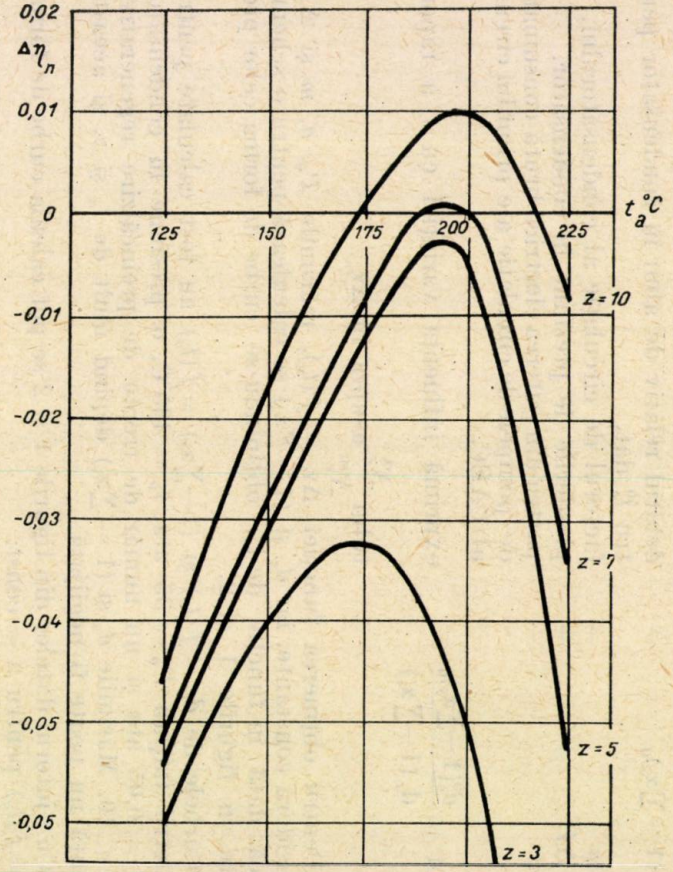


Fig. 3. — Variația relativă a randamentului net al treptei nucleare a CAEC în funcție de temperatura apei de alimentare. $P_0 = 35$ ata, $t_0 = 435°C$.

funcției $\Delta\eta_n = f(t_a)$ determină influența componentei de combustibil a $\bar{z}_{0c}^{0}$ asupra lui t_a^{opt}.

Influența investițiilor asupra lui t_a^{opt} este de asemenea însemnată și este comparabilă cu a componentei de combustibil. O analiză detaliată a elementelor părții nucleare a CAEC a arătat că pentru Δq se poate obține o relație de forma [4]

$$\Delta q = \bar{K}_{s.m}^{0}(\delta q_{s.m} + \bar{K}_c^0\,\delta q_c + \bar{K}_{s.i}^{0}\,\delta q_{s.i}) + \\ + [1 - (1 + \bar{K}_c^0 + \bar{K}_{s.i}^{0} + \bar{K}_{e.l}^{0})\,\bar{K}_{s.m}]\,\Delta\eta_n \qquad (4)$$

unde

$\bar{K}_{s.m}^{0}$, $\bar{K}_c^0$, $\bar{K}_{s.i}^{0}$, $\bar{K}_{el}^{0}$ sînt componentele relative ale investițiilor respectiv pentru sala mașinilor, în sistemul de circulație a condensatorilor, în supraîncălzitorul părții nucleare a CAEC și în instalațiile electrice pentru t_a dată,

$\delta q_{s.m}$, δq_c, $\delta q_{s.i}$ — variația relativă a investițiilor specifice respectiv pentru sala mașinilor, sistemul de circulație a condensatorilor și în supraîncălzitorul părții nucleare a CAEC.

În relația (4), $\delta q_{s.m}$ se exprimă

$$\delta q_{s.m} = \bar{K}_{p.r}^{0}\,\delta q_{p.r} + \bar{K}_t^0\,\delta q_t + \bar{K}_{g.e}^{0}\,\delta q_{g.e} + \bar{K}_p^0\,\delta q_p + \bar{K}_{con}^{0}\,\delta q_{con} \qquad (5)$$

unde

$\bar{K}_{p.r}^{0}$, $\bar{K}_t^0$, $\bar{K}_{g.e}^{0}$, $\bar{K}_p^0$, $\bar{K}_{con}^{0}$ sînt componentele relative ale investițiilor pentru preîncălzitorii regenerativi, turbine, generatorii electrici, pompele de alimentare și condensat și în condensatori față de investițiile în sala mașinilor,

$\delta q_{p.r}$, δq_t, δq_{ge}, δq_{con} — variația relativă a investițiilor specifice pentru preîncălzitorii regenerativi, turbine, generatorii electrici, pompele de alimentare și condensat și în condensatori față de investițiile în sala mașinilor.

Termenii variabili din relațiile (4) și (5) se calculează cu relațiile:

$$\delta q_{p.r} = \frac{d_e\,(1 - \sum\alpha_i)\,[x + y\,(\sum F_i)_0]}{d_e^0\,(1 - \sum\alpha_i)_0\,[x + y\,(\sum F_i)]} - 1, \qquad (6)$$

$$\delta q_t = \delta q_{g.e} = \left[\frac{d_c^0\,(1 - \sum\alpha_i)_0}{d_e\,(1 - \sum\alpha_i)}\right]^a - 1, \qquad (7)$$

$$\delta q_c = \left[\frac{d_e\,(1 - \sum\alpha_i)^2}{d_e^0\,(1 - \sum\alpha_i)} - 1\right], \qquad (8)$$

$$\delta q_{s.i} = \left(\frac{d_e}{d_e^0} - 1\right), \qquad (9)$$

$$\delta q_p = \bar{K}_{p.a}\,\delta q_{p.a} + \bar{K}_{p.c}\,\delta q_{p.c}, \qquad (10)$$

$$\delta q_{p.a} = \left(\frac{d_e}{d_e^0} - 1\right), \qquad (11)$$

$$\delta q_{p.c} = \left[\frac{d_e\,(1 - \sum\alpha_i)^2}{d_e^0\,(1 - \sum\alpha_i)_0^2} - 1\right]. \qquad (12)$$

unde

x și y — sînt coeficienți în componenta constantă și variabilă a investițiilor în preîncălzitori regenerativi,

$(\sum F_i)_0$ și $(\sum F_i)$ — suma suprafețelor de transfer de căldură a preîncălzitorilor regenerativi respectiv pentru t_a^0 dată și t_a oarecare,

a — coeficient variabil în funcție de puterea turbinelor, care se ia din [5],

$\bar{K}_{p.a}$ și $\bar{K}_{p.c}$ — componenta investițiilor pentru pompa de alimentare și de condensat,

$\delta q_{p.a}$ și $\delta q_{p.c}$ — variația relativă a investițiilor specifice în pompa de alimentare și de condensat.

În figurile 4, 5 și 6 se dau mărimile $\delta q_{p.r}$, δq_t, $\delta q_{g.e}$, δq_c, δq_{con}, $\delta q_{p.c}$, $\delta q_{p.a}$, $\delta q_{s.i}$ în funcție de t_a pentru $P_0 = 35$ ata :

$$t_0 = 435°\text{C}; \; P_c = 0{,}05 \text{ ata}; \; \bar{K}^0_{p.r} = 0{,}1; \; \bar{K}^0_t = 0{,}365; \; \bar{K}^0_{g.e} = 0{,}315;$$

$$\bar{K}^0_p = 0{,}085; \; \bar{K}^0_{con} = 0{,}105 \; [6]; \; \bar{K}^0_c = 0{,}25 \; \bar{K}^0_{s.m}; \; \bar{K}^0_{s.i} = 0{,}07 \; \bar{K}^0_{s.m};$$

$$\bar{K}^0_{el} = 0{,}15 \; \bar{K}^0_{s.m}.$$

Pentru determinarea valorilor lui t_a^{opt} este necesară obținerea curbelor $\Delta_{\delta e} = f(t_a)$ cu relațiile (1), (3), (4) și (5) și a formulelor ajutătoare. În figura 7 se dau curbele $\Delta_{\delta e} = f(t_a)$ pentru datele de mai sus, $\bar{K}^0_{s.m} = 0{,}2$ și $Z = 3$.

După cum rezultă din figura 7, componenta combustibilului influențează asupra valorii lui t_a^{opt}. Cu creșterea lui $\bar{\delta}^0_c$ mărimea $\Delta_{\delta e}$ atinge valoarea minimă pentru valori mai ridicate a temperaturii apei de alimentare.

După cum s-a arătat mai sus la determinarea lui t_a^{opt}, inițial se alege o valoare dată a temperaturii apei de alimentare t_a^0, pentru care se iau din literatura de specialitate și din documentațiile pentru centralele atomoelectrice existente valorile constantelor necesare studiului. Ca rezultat al calculelor, în prima fază se obțin valorile lui t_a^{opt} în funcție de z pentru $\bar{\delta}^0_c = \text{const}$ și $\bar{K}^0_{s.m} = \text{const}$. Dar pentru numărul de preîncălzitori regenerativi ce s-a considerat inițial (Z_0) se obține o temperatură $t_a^{opt'}$ care diferă de t_a^0. Datorită acestui fapt, pentru z_0 vor corespunde alte valori ale componentelor investițiilor decît cele luate în considerație inițial pentru t_a^0. Acest fapt conduce la necesitatea corectării componentelor investițiilor pentru $t_a^{opt'}$, corespunzător cu z_0, și deci la necesitatea corectării tuturor curbelor $\Delta_{\delta e} = f(t_a)$.

Noua valoare a mărimii $\bar{K}^0_{s.m}$ corespunzătoare lui $t_a^{opt'}$ se determină cu relația

$$\bar{K}^{0'}_{s.m} = \bar{K}^0_{s.m} \frac{1 + \Delta\bar{K}^0_{s.m}}{(1 + \Delta\bar{K})^2}, \tag{13}$$

unde $\Delta\bar{K}^0_{s.m}$ și $\Delta\bar{K}$ reprezintă variațiile componentelor investițiilor în sala mașinilor și în partea nucleară a CAEC la variația lui t_a^0 pînă la $t_a^{opt'}$.

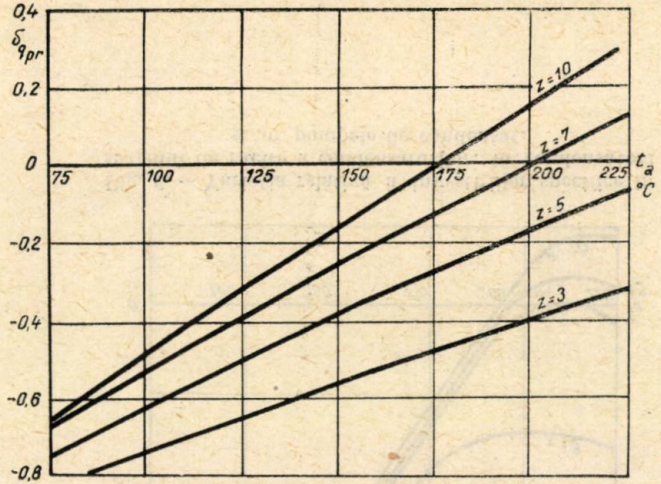


Fig. 4. — Variația relativă a investițiilor specifice în sistemul de preîncălzire regenerativă în treapta nucleară a CAEC în funcție de temperatura apei de alimentare.

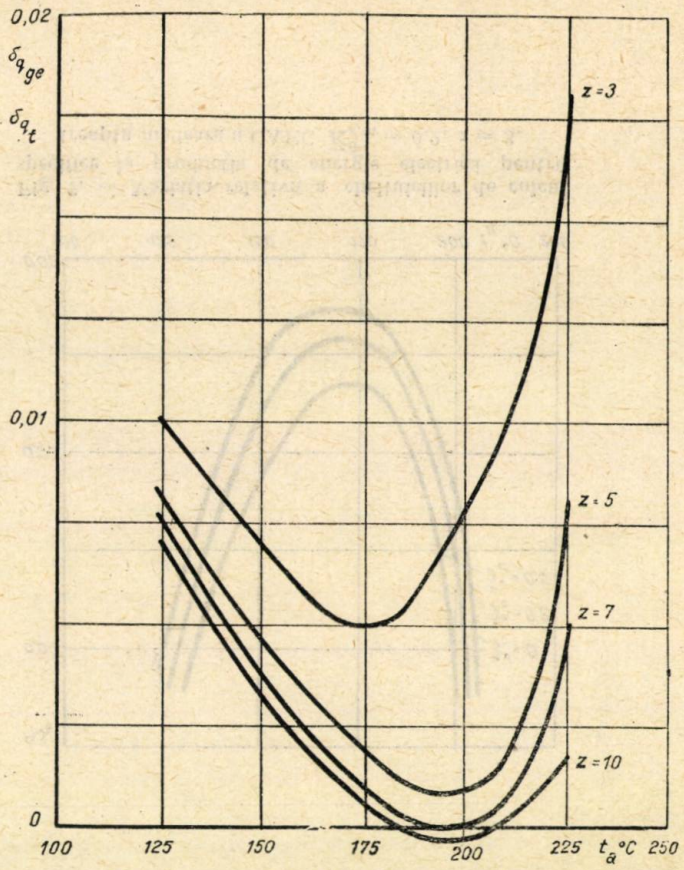


Fig. 5. — Variația relativă a investițiilor specifice în turbină și generatorul electric în funcție de temperatura apei de alimentare.

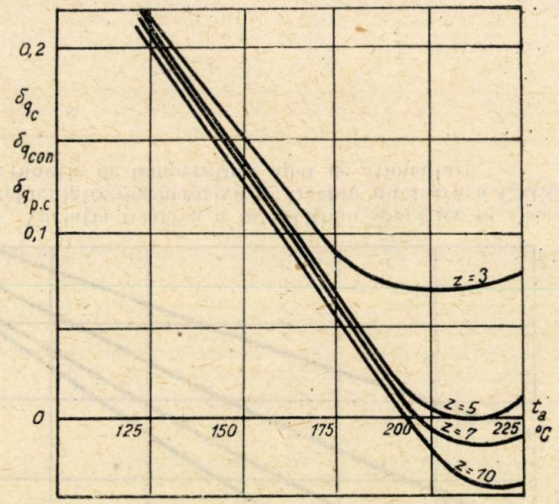


Fig. 6. — Variația relativă a investițiilor specifice în sistemul de răcire a condensatorilor, în condensatori și în pompele de condensat.

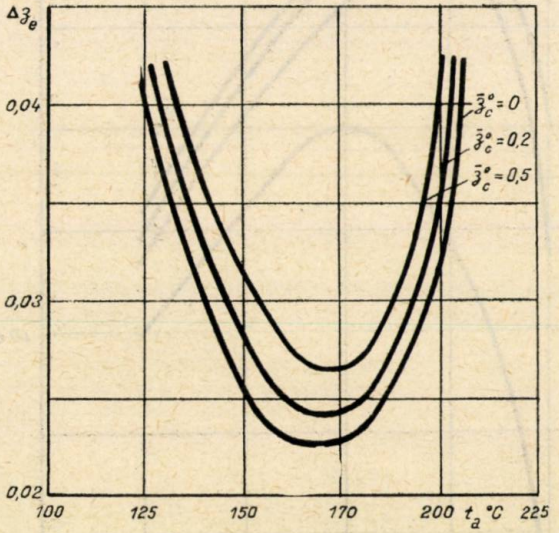


Fig. 7. — Variația relativă a cheltuielilor de calcul specifice la producția de energie electrică pentru treapta nucleară a CAEC $\overline{K}_{s.m}^0 = 0,2$, $z = 3$.

În (13):

$$\Delta\overline{K}^0_{s.m} = \overline{K}^0_{p.r}\,\delta\overline{K}^0_{p.r} + \overline{K}^0_{t}\,\delta K^0_{t} + \overline{K}^0_{g.e}\,\delta K^0_{g.e} + \overline{K}^0_{p}\,\delta K^0_{p} + \overline{K}^0_{con}\,\delta K^0_{con}, \quad (14)$$

unde

$$\delta\overline{K}^0_{p.r} = \left(1 - \frac{K^{0'}_{pr}}{K^0_{p.r}}\right), \quad (15)$$

$$\delta K^0_{t} = \delta K^0_{g.e} = \left[1 - \left(\frac{d^0_e\,(1-\sum\alpha_i)_0}{d_e\,(1-\sum\alpha_i)'_0}\right)^{(1+a)}\right], \quad (16)$$

$$\delta K^0_{p} = \delta K^0_{con} = \left[1 - \frac{d^0_e\,(1-\sum\alpha_i)'_0}{d^{0'}_e\,(1-\sum\alpha_i)_0}\right], \quad (17)$$

iar

$$\Delta\overline{K}^0 = \overline{K}^0_{s.i}\,\delta K^0_{s.i} + \overline{K}^0_{c}\,\delta K^0_{c} + \overline{K}^0_{el}\,\delta K^0_{el} + \overline{K}^0_{s.m}\,\delta K^0_{s.m}, \quad (18)$$

unde

$$\delta K^0_{s.i} = \left[1 - \frac{(1-\sum\alpha_i)_0}{(1-\sum\alpha_i)'_0}\right], \quad (19)$$

$$\delta K^0_{c} = \left[1 - \frac{(1-\sum\alpha_i)'_0}{(1-\sum\alpha_i)_0}\right]. \quad (20)$$

În cazul cînd diferențele t^0_a și t^{opt}_a sînt mici, nu este necesar să se calculeze mai precis componentele investițiilor, deoarece această corecție nu influențează practic asupra lui t^{opt}_a.

În figura 8 se dă temperatura apei de alimentare pentru treapta nucleară a CAEC în funcție de numărul de preîncălzitori regenerativi pentru $P_0 = 35$ ata, $t_0 = 435°C$, $\overline{K}^0_{s.m} = 0{,}2$ și $0 < \bar{\delta}^0_c < 0{,}9$. În figura 9 se dau curbe analoge pentru $\overline{K}^0_{s.m} = 0{,}3$. Se dă de asemenea temperatura optimă obținută din condiția ca randamentul termic al ciclului să fie maxim $t^{opt'}_a$. Diferența $(t^{opt'}_a - t^{opt}_a)$ crește cu creșterea lui Z.

Cu creșterea componentei de combustibil a cheltuielilor de calcul este necesar să se ridice temperatura apei de alimentare. Influența nu prea mare a lui $\bar{\delta}^0_c$ asupra lui t^{opt}_a pentru $\overline{K}^0_{s.m} = 0{,}2$ se explică prin faptul că componenta investițiilor are un rol mai important în determinarea lui t^{opt}_a.

Valorile lui t^{opt}_a sînt comparabile cu cele ce se folosesc la centrale atomoelectrice cu abur saturat. Pentru comparație, în figurile 8 și 9 sînt notate valorile lui t^{opt}_a și Z corespunzătoare următoarelor centrale atomoelectrice: 1) Novo-Voronej (U.R.S.S.), 2) Reinsberg (R.D.G.), 3) Shippingport (S.U.A.), 4) Indian Point (S.U.A.), 5) Punta Fiume (Italia) și 6) Drezden (S.U.A.).

În centrala Indian Point, cu supraîncălzire cu combustibil clasic, t^{opt}_a este mai scăzut datorită faptului că presiunea aburului este mai scăzută ($P_0 = 26$ ata) decît în lucrarea de față ($P_0 = 35$ ata). Folosirea la CAE Drezden a unei temperaturi t^{opt}_a mai ridicate decît în cazul de față (vezi § 6, fig. 8 și 9) se explică prin folosirea ciclului cu două presiuni (la 70 și 33,4 ata).

Ca rezultat al analizei de mai sus s-au obținut curbe de forma $t_a^{opt} = f(z)$ (vezi fig. 8 și 9). Aceste date permit determinarea numărului optim de preîncălzitori regenerativi din condiția $\Delta_{\vartheta_e} = \min$. Pentru

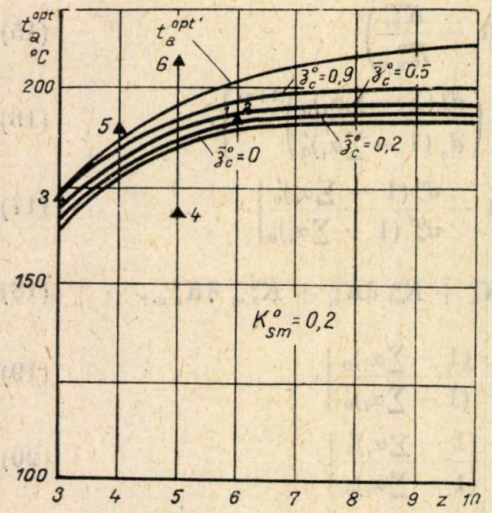


Fig. 8. — Temperatura optimă a apei de alimentare pentru treapta nucleară a CAEC în funcție de numărul de trepte de preîncălzire regenerativă. $P_0 = 35$ ata, $t_0 = 435°C$, $\bar{K}_{s.m}^0 = 0,2$.

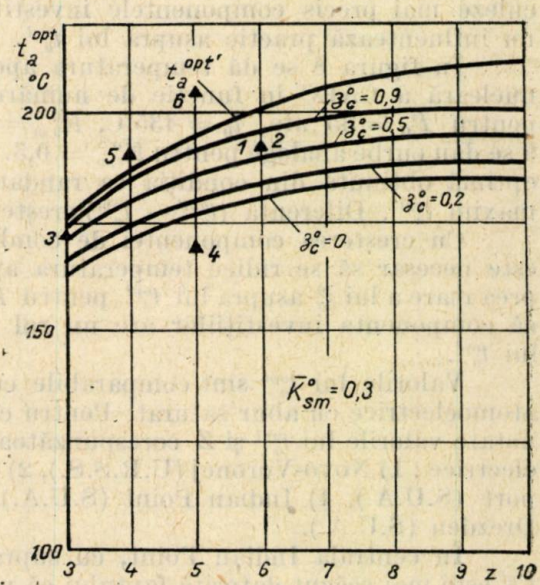


Fig. 9. — Temperatura optimă a apei de alimentare pentru treapta nucleară a CAEC în funcție de numărul de trepte de preîncălzire regenerativă. $P_0 = 35$ ata, $t_0 = 435°C$, $\bar{K}_{s.m}^0 = 0,3$.

aceasta este necesar să se obțină curbe de forma $\Delta\eta_n = f(z)$ și $\Delta q = f(z)$ cu relația (3) și (4). Pentru astfel de calcule se folosesc curbele $t_a^{opt} = f(z)$ și graficele $d_e = f(t_a)$ și $(1 - \Sigma\alpha_i) = f(t_a)$ pentru $z = \text{const}$.

În figurile 10 și 11 se dau astfel de grafice, calculate pentru condițiile de mai sus și pentru t_a = var.

Din figura 11 rezultă că, o dată cu creșterea lui $\bar{K}^0_{s.m}$, Δq atinge

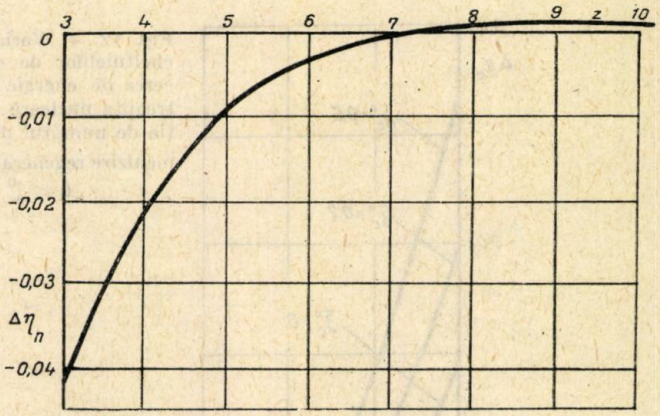


Fig. 10. — Variația relativă a randamentului net al treptei nucleare a CAEC în funcție de numărul de trepte de preîncălzire regenerativă.

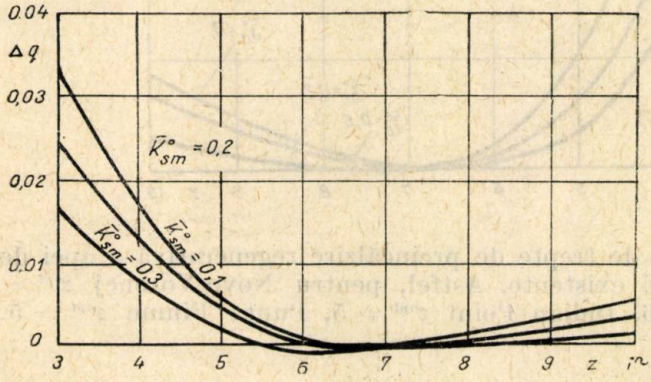


Fig. 11. — Variația relativă a investițiilor specifice în treapta nucleară a CAEC în funcție de numărul de preîncălzitori regenerativi.

valoarea minimă pentru z mai scăzuți. Caracterul acestor curbe determină forma curbelor $\Delta_{\delta_e} = f(z)$ (vezi fig. 12).

Din figura 12 reiese că pentru $\bar{K}^0_{s.m} = 0{,}3$ și $0 < \bar{z}^0_{\delta c} < 0{,}5$, $\Delta_{\bar{z}_{\delta e}} = \min$ pentru $z = 6 \div 7$. Cu creșterea lui $\bar{z}^0_{\delta c}$ valoarea optimă pentru z crește, adică este necesar să se folosească cicluri termice mai economice. Trebuie remarcat că curbele $\Delta_{\bar{z}_{\delta e}} = f(z)$ au în domeniul minimului o formă mult aplatizată, ceea ce permite alegerea unui număr de preîncălzitori regenerativi mai scăzut decît z^{opt}, fără ca $\Delta_{\bar{z}_{\delta e}}$ să crească însemnat. Aceasta permite o oarecare simplificare a schemei termice, folosirea unor preîncălzitori de puteri mai mari, simplificarea turbinei etc. Pornind de la considerentele de mai sus, este evident că pentru $\bar{K}^0_{s.m} =$

$= 0{,}3$ şi $0 < \bar{\mathfrak{z}}_c^0 < 0{,}5$ valoarea lui z^{opt} este egală cu 5 sau 6. Aceste valori ale lui z^{opt} determină valoarea temperaturii optime a apei de alimentare (vezi fig. 8) : $190 < t_a^{opt} < 193$°C. Aceste valori ale lui z^{opt} concordă

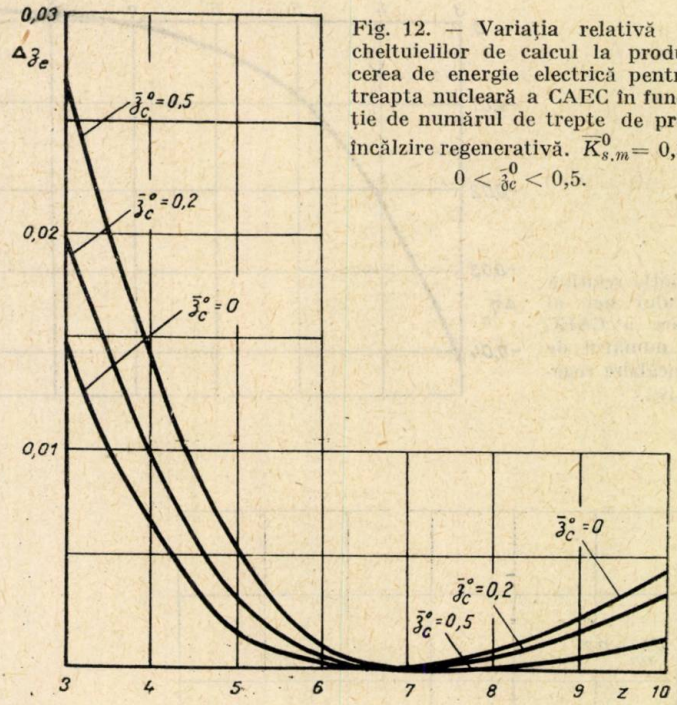


Fig. 12. — Variaţia relativă a cheltuielilor de calcul la producerea de energie electrică pentru treapta nucleară a CAEC în funcţie de numărul de trepte de preîncălzire regenerativă. $\overline{K}_{s.m}^0 = 0{,}3$, $0 < \bar{\mathfrak{z}}_c^0 < 0{,}5$.

foarte bine cu numărul de trepte de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare pentru CAE existente. Astfel, pentru Novo-Voronej $z^{opt} = 6$, Reinsberg $z^{opt} = 6$, Indian Point $z^{opt} = 5$, Punta Fiume $z^{opt} = 5$.

CONCLUZII

1. În lucrarea de faţă se prezintă metoda de calcul a temperaturii optime de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare şi a numărului de preîncălzitori regenerativi în partea nucleară a centralei atomoelectrice combinate.

Componenta de combustibil a cheltuielilor de calcul influenţează valoarea lui t_a^{opt}.

2. Metoda expusă este suficient de precisă şi poate fi folosită, în afară de CAEC, şi la CAE cu supraîncălzirea nucleară sau clasică a aburului, precum şi la CAE cu reactori cu apă sub presiune.

Primit la redacţie la 2 noiembrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. C. Haiduc, *Centrale atomoelectrice combinate şi eficacitatea lor termică.* (St. cerc. energ., *4* (1962).
2. — *Determinarea temperaturii optime de preîncălzire regenerativă* a apei de alimentare la centrale atomoelectrice combinate. St. cerc. energ., **B XIII** *2* (1963).
3. Т.Х. Маргулова, Л.С. Стерман, К. Хайдук, *Комбинированные атомные электрические станции и их тепловая экономичность.* Теплоэнергетика, *6*, (1964).
4. К. Хайдук, *Исследование тепловой экономичности и выбор оптимальных параметров комбинированных атомных электростанций с реакторами ВВЭР*, Диссертация МЭИ, Москва, 1964.
5. В.Б. Пакшвер, *Технико-экономические показатели тепловых электростанций большой мощности.* Госэнергоиздат, 1957.
6. Ю.Д. Арсеньев, *Анализ термодинамического цикла атомных электростанций методом базовой точки.* Госатомиздат, 1962.

MODELAREA ANALOGICĂ A MOTORULUI SINCRON ÎN REGIMURI TRANZITORII ELECTROMAGNETICE ȘI DINAMICE

DE

MIHU BÎRGĂUANU, DUMITRU CREȚU, POMPILIU OPRIȘAN
și NICOLAE TĂTARU

1. ALEGEREA EXPRESIEI ȘI NORMAREA ECUAȚIILOR

Pentru modelarea analogică a proceselor eletromagnetice și dinamice la resincronizarea mașinii sincrone s-au ales ecuațiile Park [1] în forma :

$$u_d = -U \sin \theta; \tag{1}$$

$$u_q = U \cos \theta; \tag{2}$$

$$p\psi_d = u_d - ri_d + \psi_q (1 - s)\, \omega_s; \tag{3}$$

$$p\psi_q = u_q - ri_q - \psi_d (1 - s)\, \omega_s; \tag{4}$$

$$i_d = \frac{\dfrac{\psi_d - \psi_e}{X_d(p)}}{p}; \tag{5}$$

$$i_q = \frac{\dfrac{\psi_q}{X_q(p)}}{p}; \tag{6}$$

$$\psi_e = K(p)\, U_e; \tag{7}$$

$$-Jp\Omega = M_r - \frac{3}{2} [\psi_d i_q - \psi_q i_d] P. \tag{8}$$

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. p. 177–186 București 1965

Semnele din relații sînt corespunzătoare regimului motor, mărimile (considerate pe fază în valori efective) sînt în unități fizice curente și notațiile sînt cele clasice, $K(p)$ fiind operatorul de transfer a excitației și P numărul perechilor de poli. Ecuațiile sînt în funcție de timp, în care $p = \frac{d}{dt}$, și descriu funcționarea mașinii sincrone idealizate în sensul Park [2].

Parametrii legăturii dintre mașină și sistemul energetic de putere infinită au fost incluși în rezistența și impedanțele indusului pe cele două axe (3), (4), (5), (6).

Această formă de scriere a ecuațiilor este avantajoasă pentru că :

a) înlesnește operațiile de programare ;

b) introduce parametri funcționali care pot fi determinați experimental prin încercări simple ;

c) modelează mașina sincronă pentru procese complexe electromagnetice și dinamice.

Pentru a ajunge la forma adimensională a ecuațiilor se merge la o normare a acestora. Mărimile normate le vom nota aici cu asterisc. Ulterior vom renunța la asterisc, reținînd că se vor folosi doar mărimi normate. Cu indicele nm se va nota amplitudinea mărimilor nominale ale mașinii sincrone.

Normarea se face introducînd în ecuațiile (1 — 8) mărimile normate :

$$u^* = \frac{u}{U_{nm}}; \; i^* = \frac{i}{I_{nm}}; \; Z^* = \frac{Z}{Z_{nm}} = \frac{ZI_{nm}}{U_{nm}}; \qquad (9, 10, 11)$$

$$t^* = \omega_s t; \; \omega^* = \frac{\omega}{\omega_s}; \; \Omega^* = \frac{\omega^*}{P}; \qquad (12, 13, 14)$$

$$\psi^* = \frac{\omega_s \psi}{U_{nm}}; \; p^* = \frac{p}{\omega_s}; \; S^* = \frac{S}{S_{nm}} = \frac{2S}{3U_{nm}I_{nm}}; \qquad (15, 16, 17)$$

$$M^* = \frac{M}{M_{nm}} = \frac{2M\omega_s}{3P \cdot U_{nm}I_{nm}}; \; H^* = \frac{2J\,\omega_s^3}{3P^2 I_{nm}U_{nm}}. \qquad (18)$$

Mărimile se pot norma luînd ca bază valorile lor efective. Rezultatele la care se ajunge în acest caz sînt identice. Trebuie însă ținut seama că în ecuația (8) coeficientul termenului 2 al membrului 2 este 3 și nu 3/2, deoarece în expresia cuplului intervin amplitudini și nu valori efective.

Ecuațiile capătă deci forma

$$u_d^* = -U^* \sin \theta, \qquad (19)$$

$$u_q^* = U^* \cos \theta, \qquad (20)$$

$$p^*\psi_d^* = u_d^* - ri_d^* + \psi_q^*\left(1 - \frac{d\theta}{dt^*}\right), \qquad (21)$$

$$p^*\psi_q^* = \mu_q^* - ri_q^* - \psi_d^*\left(1 - \frac{d\theta}{dt^*}\right), \tag{22}$$

$$i_d^* = \frac{\psi_d^* - \psi_e^*}{\frac{X_d^*(p)}{p^*}}, \tag{23}$$

$$i_q^* = \frac{\psi_q^*}{\frac{X_q^*(p)}{p^*}}, \tag{24}$$

$$\psi_e^* = K^*(p)\, U_e^*, \tag{25}$$

$$H^* p^2 \theta = M_r^* - (\psi_d^* i_q^* - \psi_q^* i_d^*). \tag{26}$$

Aceste ecuații vor fi cele modelate de calculator.

2. DETERMINAREA PARAMETRILOR MAȘINII SINCRONE PRIN METODA FUNCȚIILOR DE TRANSFER ȘI MODELAREA LOR ANALOGICĂ

Ecuațiile (1) — (8), repectiv (19) — (26), au fost scrise considerînd mașina sincronă ca o mașină difazată cu circuite echivalente pe cele două axe și pe cele două armături cuplate inductiv. În acest fel se poate considera că comportarea în regimul tranzitoriu electromagnetic poate fi descrisă cu ajutorul răspunsului tranzitoriu în curent și în tensiune [3] după cum urmează :

a) admitanța tranzitorie de transfer a indusului în raport cu el însuși (răspunsul tranzitoriu în curent), respectiv reciproca acesteia adică impedanța tranzitorie de transfer pentru axele longitudinală și transversală, și

b) răspunsul tranzitoriu în tensiune (funcția de transfer) a circuitului indus în raport cu circuitul inductor.

Deoarece răspunsul tranzitoriu în curent e o funcție de timp 'a' cărei imagine Carson este egală cu admitanța operațională, respectiv reciproca ei este egală cu impedanța operațională corespunzătoare, la determinarea experimentală a parametrilor ce intervin în ecuațiile (5), (6), (7) și (22) ,(23) și (24) se poate porni direct de la încercări care la funcția în treapta unitară a tensiunii aplicate ne dă răspunsurile tranzitorii specificate mai sus.

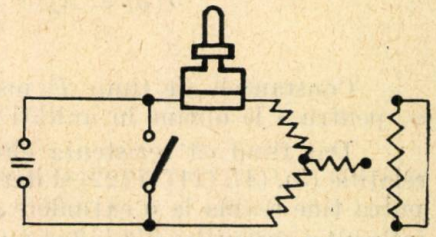


Fig. 1. — Schemă pentru determinarea răspunsului tranzitoriu de reacție în curent.

Încercările necesare pentru determinarea răspunsului tranzitoriu de reacție pe axele *d* și *q* [4] decurg în felul următor : indusul mașinii sincrone este alimentat în curent continuu la două din bornele sale (fig. 1), inductorul în repaus este dispus astfel încît axele *d* respectiv *q* să corespundă axei

cîmpului produs de înfășurarea alimentată. Înfășurarea de excitație este scurtcircuitată sau conectată la excitatoarea proprie, complet demagnetizată. Se scurtcircuitează înfășurarea alimentată a indusului și se oscilografiază curentul prin această înfășurare. Precauții deosebite trebuie luate în privința vitezei de desfășurare a hîrtiei oscilografului și a amplitudinii înregistrării. Unii autori [5] propun chiar modificarea vitezei și a amplitudinii în cursul oscilografierii.

Ceea ce se obține în acest mod reprezintă variația curentului la dispariția tensiunii în treaptă unitară, fapt de care se ține seama la prelucrarea rezultatelor. Acest procedeu se justifică prin aceea că exclude introducerea parametrilor sursei de alimentare în rezultat, lucru inevitabil dacă s-ar proceda prin aplicare de treaptă de tensiune.

Se reproduce pe scară semilogaritmică oscilograma obținută și se determină amplitudinile la origine și constantele de timp ale exponențialelor componente.

Pentru determinarea scării în unități relative a amplitudinilor la originea exponențialelor, se are în vedere că suma acestora este egală cu inversul rezistenței circuitului realizat prin scurtcircuitare. Dacă la scurtcircuitare se obține un curent în funcție de timp de forma

$$i(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i \, e^{t/T_i}, \tag{27}$$

atunci, în cazul saltului unitar de tensiune, relația devine

$$i(t) = A_0 - \sum_{i=1}^{n} A_i' \, e^{t/T_i} \tag{28}$$

a cărei imagine Carson este admitanța operațională a circuitului considerat :

$$I(p) = A_0 - \sum_{i=1}^{n} \frac{T_i A_i p}{T_i p - 1} = Y(p). \tag{29}$$

Constantele de timp T_i măsurate în secunde trebuie înmulțite cu ω_s pentru a le obține în unități de timp normat.

Dat fiind că rezistența circuitului indus este introdusă explicit în relațiile (3), (4), (21) și (22) și dat fiind că influența saturației de care s-ar putea ține seama la o extindere a schemei și la o eventuală considerare a influenței curenților din indus asupra curentului din excitație este necesară separarea rezistențelor și a inductivității de scăpări a indusului. Se obține astfel :

$$pL_{ad}(p) = \frac{1}{y(p)} - r - pL_r(p) = X_{ad}(p). \tag{30}$$

Se determină răspunsul tranzitoriu în curent care se descompune în fracții simple de forma

$$\frac{p}{X_{ad}(p)} = \frac{1}{L_{aa}(p)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{p\beta_i}{p-\alpha_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\frac{1}{\beta_i} - \frac{\alpha_i}{p\beta_i}}, \qquad (31)$$

unde

$\frac{1}{\beta_i}$ reprezintă o rezistență corespunzătoare inductivității reale,

$\frac{\beta_i}{\alpha_i}$ — o capacitate corespunzătoare inversului rezistenței reale.

Dacă parametrii circuitelor echivalente de pe cele două axe se cunosc din alte încercări sau sînt predeterminate prin calcul, schemele echivalente care se introduc în calculatorul analogic se calculează în modul următor :

Din reactanțele sincrone longitudinală și transversală X_d și X_q după scăderea reactanței de scăpări X_σ se obține reactanța mutuală X_{ad} care se introduce, sub formă de rezistență R, în prima ramură din figura 2.

La fel se procedează și în privința reactanțelor tranzitorii și supratranzitorii. În serie cu acestea din urmă se introduc capacități cu valoare reciprocă corespunzătoare rezistenței respective raportate la circuitul indusului, a cărei rezistență proprie a fost în prealabil scăzută. Rezistențele se deduc direct din măsurătorile de putere sau din constantele de timp. Pot apărea diferențe între valorile rezistențelor determinate pe anumite căi, deoarece frecvențele la care au loc determinările sînt diferite.

Pentru determinarea răspunsului tranzitoriu în tensiune a circuitului indus în raport cu circuitul inductor este necesară următoarea încercare. Mașina sincronă fiind în rotație și demagnetizată, se aplică circuitului de excitație o treaptă unitară de tensiune și se oscilografiază variația tensiunii la bornele circuitului indusului sau variația curentului din circuitul de excitație. Din aceleași motive ca la determinarea răspunsurilor tranzitorii în curent pe axele d și q se preferă oscilografierea la dispariția în treaptă a tensiunii de excitație, realizată în schema din figura 3.

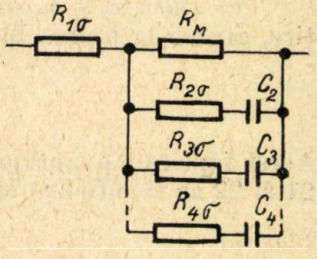


Fig. 2. — Schema pentru modelarea analogică a derivatei răspunsurilor tranzitorii de reacție pe cele două axe.

Prin prelucrarea oscilogramei se obțin constantele de timp și amplitudinile exponențialelor componente ale înfășurătoarei tensiunii la bornele indusului funcționînd în gol, care este proporțională cu fluxul inductiv. Cu ajutorul amplitudinelor și constantelor astfel determinate se realizează, de exemplu, schemele din figura 4, în care, conform normării după relația (15), se determină parametrii schemei după cum urmează :

a) suma rezistențelor din reacție este egală cu rezistența de intrare;

b) rezistențele din reacție sînt proporționale cu amplitudinile la origine ale exponențialelor;

c) capacitățile se aleg astfel încît în fiecare ochi format produsul RC să fie egal cu constanta de timp normată corespunzătoare.

Se pot realiza și astfel de circuite echivalente ca cele descrise în [5].

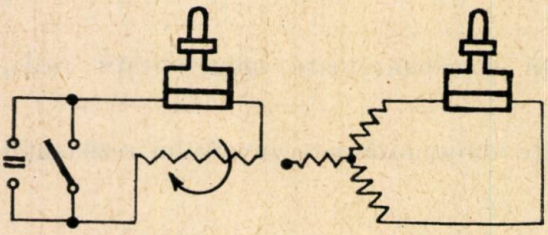


Fig. 3. — Schemă pentru determinarea răspunsului tranzitoriu în tensiune a circuitului indus în raport cu circuitul inductor.

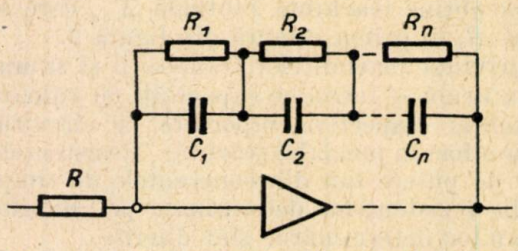


Fig. 4. — Schemă pentru modelarea analogică a răspunsului tranzitoriu în tensiune a circuitului indus în raport cu circuitul inductor.

3. PROGRAMAREA ANALOGICĂ ȘI OPTIMIZAREA CALCULULUI REGIMULUI DE RESINCRONIZARE

Schema-bloc de calcul realizată pe calculatorul analogic (s-a avut în vedere calculatorul MECAN-II al Institutului de energetică) este cea reprezentată în figura 5.

Pornind de la relația (21), respectiv (22), suma din membrul al doilea se integrează pentru a obține fluxurile ψ_d și ψ_q. În prealabil se realizează produsele din ultimul termen, înmulțiri la care trebuie observate următoarele la calculatorul analogic MECAN-II:

a) Dacă x_1 și x_2 sînt cele două mărimi de intrare în blocul de înmulțire, atunci la ieșirea blocului se obține expresia

$$y = x_1 \left(1 - \frac{x_2}{100}\right). \tag{32}$$

Acest fapt este avantajos, deoarece în cazul ultimilor termeni ai ecuațiilor 21 și 22 ar fi suficient să se introducă de exemplu

$$x_1 = \psi_q \text{ și } x_2 = 100 \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t},$$

b) dacă nu ar exista obligativitatea ca x_2 să fie o mărime pozitivă, dar ea există. Or, atît ψ_q, cît și $\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ în procesul de resincronizare sînt cînd pozitive, cînd negative. Și deci una din mărimile de intrare trebuie pozitivată, prin adăugarea unei constante care, la ieșire, va trebui eliminată.

Se mai observă că partea ce nu constituie produsul este utilă a fi micşorată, astfel încît partea de produse să aibă o pondere mai mare, de exemplu micşorînd coeficientul lui x_1 şi majorîndu-l pe cel al lui x_2.

După obţinerea fluxurilor pe cele două axe, drumul urmat diferă întrucîtva, prin faptul că pe axa d apare şi fluxul de excitaţie, aşa cum

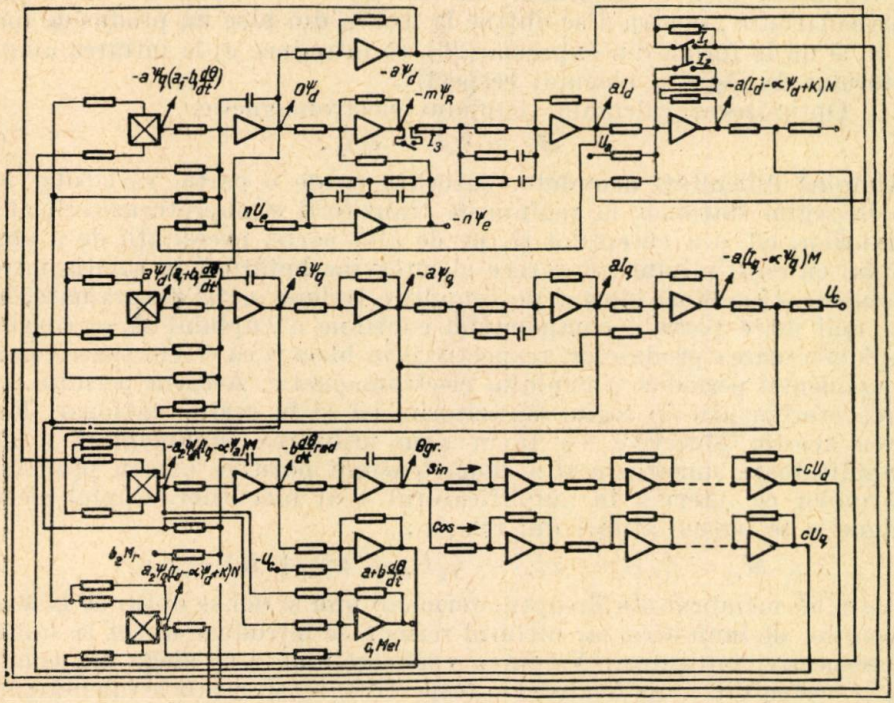


Fig. 5. — Schema-bloc a modelului analogic al maşinii sincrone funcţionînd în regim tranzitoriu şi dinamic.

rezultă din compararea relaţiilor (23) şi (24). Fluxul de excitaţie se obţine, în regim tranzitoriu, dependent atît de tensiunea aplicată circuitului inductor, cît şi de cuplajul magnetic cu curenţii induşi în înfăşurarea de amortizare; în regim staţionar, fluxul de excitaţie depinde numai de tensiunea aplicată.

Componentele curentului din indus pe cele două axe rezultă din împărţirea fluxului la integrala impedanţei operaţionale corespunzătoare. Pentru ca în condiţiile maşinii excitate şi necuplate încă la reţea să nu se obţină o anumită valoare pentru curentul de pe axa d din circuitul indus (valoare echivalentă fluxului de excitaţie), a fost necesar să se prevadă posibilitatea sincronizării cuplării maşinii reale la reţea cu cuplarea circuitului echivalent al integralei impedanţei operaţionale pe axa longitudinală la amplificatorul la a cărei ieşire se obţine în schema analogică fluxul rezultant din înfăşurarea indusului.

Unghiul θ se obține, conform ecuației (26), prin două integrări succesive a sumei din membrul al doilea. Primul termen este reprezentat de cuplul rezistent care se modelează printr-o tensiune aplicată din exterior, constantă sau variabilă după legile care-i sînt proprii acționării respective. Termenii din paranteză constituite din cele două produse se realizează prin două blocuri de înmulțire, care prezintă următoarea particularitate : pentru a se obține la ieșirea din bloc un produs de forma $x_1 x_2$ și nu în forma din expresia (26), se introduce x_1 la intrarea amplificatorului de ieșire a blocului respectiv.

Optimizarea calculului cuplului electromagnetic,

$$M_{el} = \psi_d i_q - \psi_q i_d, \tag{33}$$

întîmpină dificultăți deosebite, datorită, pe de o parte, variațiilor mari de la regim staționar la regimurile tranzitorii și supratranzitorii atît a fluxurilor, cît și a curenților și, pe de altă parte, necesității de a obține cuplul cu erori minime, deoarece el intervine hotărîtor în soluția întregii probleme. Cele două blocuri de înmulțire trebuie astfel programate, încît cea mai mare parte a componentei continue a cuplului să se considere după efectuarea produselor, respectiv prin blocuri să se efectueze calculul componentei periodice a cuplului electromagnetic. Aceasta permite reducerea erorilor atît în regim tranzitoriu, cît și în regim staționar. Realizarea acestor obiective s-a făcut prin utilizarea suplimentară a două amplificatoare sumatoare și a două tensiuni pozitive pentru pozitivarea mărimilor ce intervin în amplificatorul 4 al blocurilor. Cuplul electromagnetic se obține atunci din relația :

$$M_{el} = \psi_d (i_q - \alpha\psi_q) - \psi_q (i_d - \alpha\psi_d + K) + K\psi_q, \tag{34}$$

în care, în membrul din dreapta, termenii unu și doi se obțin de la ieșirea blocurilor de înmulțire, iar ultimul termen se introduce direct la sumator și, respectiv, integrator. Valoarea coeficientului α se alege din condiția ca, la ieșirea din amplificatoarele respective, tensiunea echivalentă curentului i_q și a părții corespunzătoare din i_d să se compenseze în cea mai mare parte de tensiunea echivalentă lui $\alpha\psi_q$ și, respectiv, $\alpha\psi_d$, perechi de mărimi valorice care, la scări diferite, au aceleași legi de variație.

Valoarea coeficientului K se alege din condiția ca tensiunea echivalentă componentei i_d corespunzătoare fluxului de excitație să se compenseze cu tensiunea K [v] în regim staționar.

Pentru a îmbunătăți și mai mult funcționarea blocurilor înmulțitoare s-a folosit un comutator dublu, sincronizat, care, după trecerea procesului electromagnetic supratranzitoriu, modifică simultan și invers proporțional coeficientul de amplificare de la intrarea și ieșirea blocului înmulțitor.

Blocurile neliniare sinus și cosinus avute la dispoziție au funcționat pentru argumente $\pm$ 120°. Extinderea acestor limite a condus la creșterea erorilor, ceea ce a impus studiul resincronizării numai pentru cazurile în care sincronizarea avea loc în prima oscilație a rotorului mașinii sincrone.

La programare s-a avut în vedere ca mărimile ce trebuiau citite sau înregistrate să se obțină la ieșirea din amplificatoarele operaționale

și nu după scheme pasivizate. Aceasta era necesar pentru ca aparatele de citire sau înregistrare să nu modifice parametrii schemei și, în același timp, să indice corect valorile.

Scările la care intră diferitele mărimi în calculator se aleg astfel încît în regimurile calculate nici o mărime de ieșire din amplificator să nu depășească unitatea calculatorului (la MECAN-II 100 V). Pentru aceasta trebuie ținut seama de limitele de variație ale diferitelor mărimi în regimurile tranzitorii ce se studiază.

Alegerea scării timpului pe calculator se face prin încadrarea între limita inferioară, determinată de mărimea erorilor ce se obțin la blocurile înmulțitoare datorită circuitelor proprii R.C., precum și de posibilitățile pe care le oferă aparatele de înregistrare, și limita superioară, determinată de acumularea în timp de către integratoare a erorilor proprii și de durata prea mare a calculului unui regim, ceea ce ar conduce la anularea principalului avantaj al calculatorului analogic, acela de a lucra repede.

Scara timpului folosită în calculator determină unele modificări ale circuitelor echivalente folosite și ale mărimilor p^*, $X_d^*(p)$, $X_q^*(p)$, $K^*(p)$ și $H^*(p)$. Modificările de făcut nu comportă dificultăți.

4. ÎNCHEIERE

Modelul analogic realizat permite studiul unor regimuri complexe, ca sincronizarea și resincronizarea, stabilitatea statică și dinamică, forțarea excitației ș.a. în ipoteza mașinilor sincrone idealizate. Cu unele modificări, schema poate sta la baza unor studii în care să se considere saturația unora din părțile circuitului magnetic. În cazul realizării funcțiilor sinus și cosinus pentru argumente oricît de mari, va permite și studiul pornirii în asincron.

Schema permite studierea atît a regimului dinamic, cît și a regimului electromagnetic tranzitoriu.

Se poate de asemenea studia influența variației parametrilor principali ai mașinii sincrone asupra comportării ei în regimurile tranzitorii și dinamice.

Cu extinderile necesare se pot studia probleme privind comportarea aparatelor conexe separat sau în ansamblu (de exemplu regulatorul de tensiune, sarcina variabilă după diferite legi etc.).

Una din sursele importante de erori o constituie elementele de înmulțire, care, în schema prezentată, s-a căutat să fie parțial reduse. Pentru regimurile staționare calculate sau obținute erori sub 1%. Pentru regimurile tranzitorii erorile nu au putut fi determinate, însă în condiții identice abaterile mărimilor s-au obținut de ordinul $\pm 5\%$.

Colectivul de autori mulțumește tov. M. V. Popov, membru corespondent al Academiei R.P.R., pentru ajutorul important și permanent adus în programarea și experimentarea schemei pe calculatorul analogic MECAN-II.

Primit la redacție la 1 decembrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. R. Park, *Two reactions theory of synchronous machines*, Tr. AIEE v. **48** (1929); **52** (1933).
2. — *Definition of an ideal synchronous machine and formula for the armature flux linkages* General Electric Review, **31** (1928).
3. R. Răduleț, *Bazele teoretice ale electrotehnicii* vol. 3, București, Min. înv., 1955.
4. Е. И. Казовский и Г. Г. Рогозин, *Экспериментальное определение частотных характеристик турбогенераторов.* Электричество, 10, 14—22 (1963).
5. И.А. Бахвалов, *Математическое моделирование переходных процессов синхроной машины на основе экспериментальных динамических характеристик.* Известия ВУЗ — Электромеханика, *2*, 155—167 (1962).
6. C. V. Bălă, M. E. Bîrgăuanu, D. V. Cretu, *Zur Frage der Anlauf- und Wiedersynchronisierfähigkeit von Synchronomotoren unter Belastung.* R. E. E. — **A** VIII, *1* p. 77 — 97 (1963).

ASUPRA ARDERII ȘI RADIAȚIEI FLĂCĂRII LA ARZĂTOARELE TURBIONARE CU PULVERIZARE MIXTĂ

DE

V. V. GHIA, L. COSTEA, E. FERCALĂ și S. TĂBĂCARU

536.4

Ne vom referi la arzătoarele de păcură, la care turbionarea se realizează de către un injector dotat cu cameră de turbionare și de către carcasa spirală a arzătorului în care se insuflă aerul necesar arderii. La aceasta, variația momentului cantității de mișcare al aerului M în raport cu axa de simetrie longitudinală a injectorului s-a realizat prin manevrarea deschiderii unei clapete directoare, montată la intrarea aerului în carcasa arzătorului [1].

REZULTATE EXPERIMENTALE

Cercetările s-au efectuat pe un focar experimental descris într-o lucrare anterioară [2]. S-a ars combustibil de calorifer, având caracteristicile fizico-chimice de mai jos :

- densitate . . . . . d_4^{20} = 0,8721,
- punct de congelare . . . . . p_c = − 8 °C,
- temperatura de inflamabilitate . . t_i = 73 °C,
- conținut : rășini + asfaltene . . . R = 24,2%,
- viscozitate la 20 °C . . . . . η = 2,015 °E,
- compoziția structurală (metoda $n-d-m$) :
  - procent de carboni aromatici, C_A = 14,
  - procent de carboni naftenici, C_N = 22,
  - procent de carboni parafinici, C_P = 54,
  - procent de carboni ciclici, C_T = 46,
  - număr total cicluri, R_T = 1,66,

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 1 p. 187–194 București 1965

— număr cicluri aromatice, $R_A = 0{,}55$,
— număr cicluri naftenice, $R_N = 1{,}11$,
— analiza elementară C = 85%; H = 14,8%; S = 0,2%.

S-a funcţionat la un debit de combustibil lichid: $B \cong 100$ kg/h, debitul de aer insuflat fiind $D_a = 1\,000$ Nm³/h, deci combustibilul a ars şi cu aer fals, aspirat prin diferite neetanşeităţi.

Caracteristica geometrică a injectorului $A = 9{,}8$ s-a ales astfel încît pentru presiunea de injecţie $p_i = 5$ kgf/cm², $M = 7{,}93 \cdot 10^{-3}$ kgf.m·s şi caracteristica geometrică a carcasei arzătorului $\psi = 3{,}2$, în condiţiile de funcţionare amintite anterior, arderea să se desfăşoare în condiţii optime.

La al doilea ciclu de experienţe s-au modificat $A = 10{,}9$ şi $p_i = 8$ kgf/cm².

Caracteristica geometrică s-a variat prin modificarea poziţiei unei clapete directoare, montată pe porţiunea de intrare a aerului în arzător. Rezultă astfel că paralel cu modificarea lui ψ s-a variat şi momentul cantităţii de mişcare a aerului insuflat M în raport cu axa de simetrie longitudinală a injectorului.

Pentru fiecare dintre cele două cicluri de experienţe s-au studiat cîte patru regimuri de funcţionare, corespunzătoare la:

$\psi = 3{,}2$, adică $M = 7{,}93 \cdot 10^{-3}$ kgf · m · s; $\psi = 6{,}2$, adică $M = 15{,}24 \cdot 10^{-3}$ kgf · m · s; $\psi = 10{,}6$, adică $M = 26{,}5 \cdot 10^{-3}$ kgf · m · s, şi $\psi = 17{,}5$, adică $M = 43{,}4 \cdot 10^{-3}$ kgf · m · s.

Pentru $p_i = 5$ kgf/cm², mărindu-se momentul M în domeniul $M > 7{,}93 \cdot 10^{-3}$ kgf · m · s, arderea combustibilului se înrăutăţeşte.

Ca exemplificare, în figura 1 se prezintă cîmpul de concentraţii în CO_2, pentru $M = 7{,}93 \cdot 10^{-3}$ kgf · m · s, $M = 26{,}5 \cdot 10^{-3}$ kgf · m·s şi $M = 43{,}4 \cdot 10^{-3}$ kgf · m · s.

Se poate aprecia că pentru $M = 7{,}93 \cdot 10^{-3}$ kgf · m · s lungimea flacării a fost de 2,83 m, arderea desfăşurîndu-se complet la $\alpha = 1{,}06$.

Pentru celelalte regimuri studiate nu s-a depăşit $CO_2 = 14\%$, deci arderea nu s-a terminat în interiorul focarului.

Faptul se explică prin aceea că, la presiunea de injecţie de 5 kgf/cm², fineţea de pulverizare este redusă. Astfel apare ca o necesitate de prim ordin ca aerul insuflat să fie debitat în zona de ardere cît mai proporţional cu cantitatea de combustibil injectat. Din experimentări a rezultat că această condiţie este îndeplinită la $M = 7{,}93 \cdot 10^{-3}$ kgf · m · s.

După cum s-a constatat prin experimentările la „rece" [1], prin creşterea lui ψ masa de combustibil pulverizat se îndepărtează de axa de simetrie longitudinală a focarului (Δ). Un fenomen similar se întîmplă şi cu masa de aer insuflat, numai că o dată cu creşterea lui ψ se îndepărtează mai mult de axa (Δ) decît masa de combustibil, ceea ce conduce la înrăutăţirea procesului de ardere.

Trebuie ţinut seamă că o dată cu creşterea momentului M se măreşte depresiunea în zona iniţială a focarului, ceea ce accelerează procesul de recirculare a gazelor de ardere. Această recirculare, pe de o parte, frînează

procesul de ardere, deoarece produsele arderii acţionează ca înhibitori, şi pe de altă parte, gazele de ardere, fiind fierbinţi, accelerează vaporizarea combustibilului şi reacţiile de aprindere.

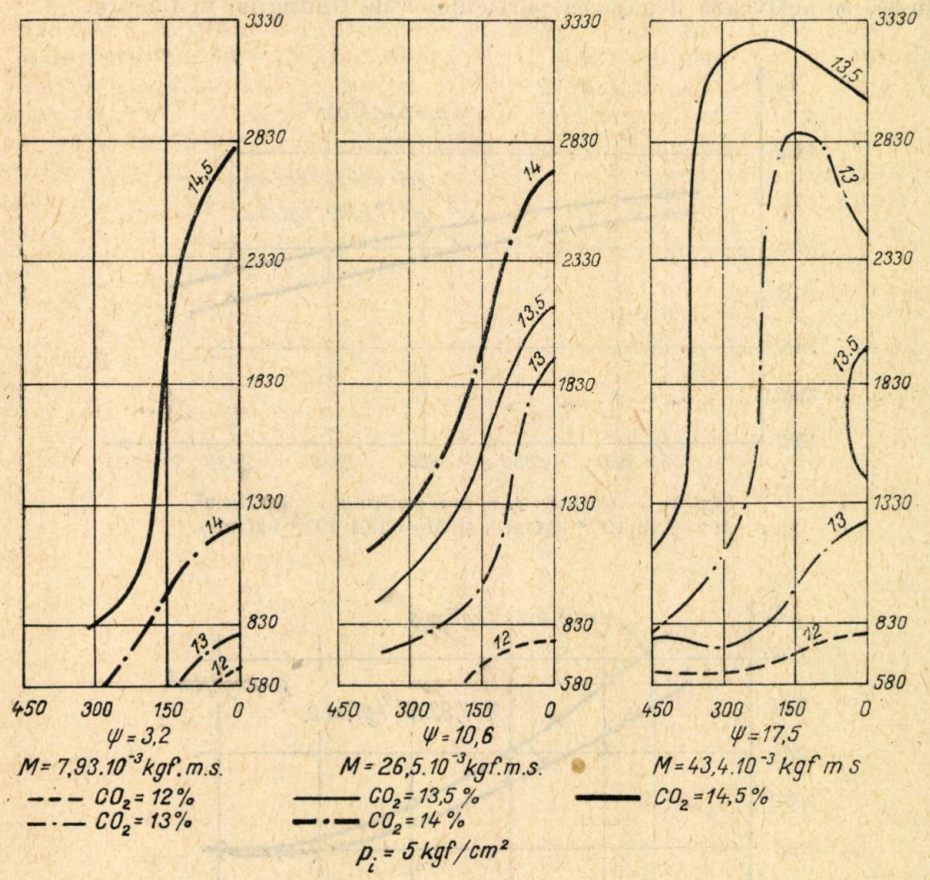


Fig. 1. — Izoconcentraţiile în CO_2 pentru regimurile caracterizate prin $M = 7{,}93.10^{-3}$ kgf.m.s, $M = 26{,}5.10^{-3}$ kgf.m.s şi $M = 43{,}4.4.10^{-3}$ kgf.m.s.

Judecînd după efectul rezultant, se poate aprecia că activarea vaporizării şi aprinderii combustibilului nu joacă un rol preponderent asupra desfăşurării arderii faţă de primele două fenomene prezentate anterior.

În figurile 2 şi 3 se prezintă variaţia temperaturilor de radiaţie [1]: $t_r = T_r - 273\,°C$, respectiv $t'_r = T'_r - 273\,°C$, funcţie de distanţa x de la injector la secţiunea considerată pentru $M = 7{,}93 \cdot 10^{-3}$ kgf · m · s şi $M = 43{,}4 \cdot 10^{-3}$ kgf · m · s.

Se constată că pentru aceeaşi valoare a lui x temperatura t_r se măreşte cu scăderea lui M, iar temperatura t'_r se măreşte cu creşterea lui M.

Din figura 4 rezultă că ε_g, coeficientul de negreală al flăcării, are o valoare cu atît mai mare, cu cît M este mai mare. Aceasta se explică prin faptul că o dată cu creşterea lui M, condiţiile de ardere înrăutăţindu-se, se activează degajarea particulelor de funingine în flacără.

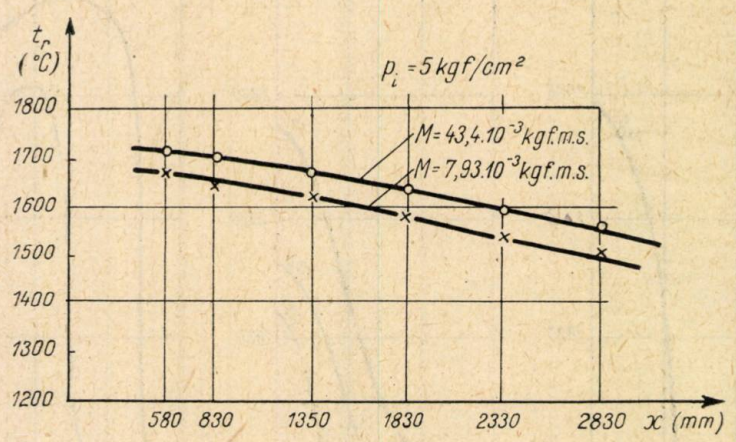


Fig. 2. — Curbele $t_r = f(x)$ pentru $p_i = 5$ kgf/cm², $M = 7{,}93.10^{-3}$ kgf.m.s şi $M = 43{,}4.10^{-3}$ kgf.m.s.

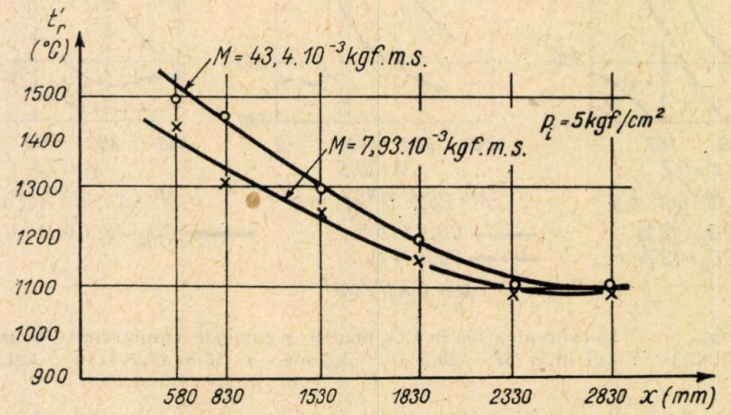


Fig. 3. — Curbele $t'_r = \varphi(x)$ pentru $p_i = 5$ kgf/cm², $M = 7{,}93.10^{-3}$ kgf.m.s şi $M = 43{,}4.10^{-3}$ kgf.m.s.

Din figura 5 se observă că la presiunea de injecţie de 8 kgf/cm² nu se poate face o distincţie netă între regimurile limită. Pentru toate regimurile studiate, combustibilul a ars bine, flacăra a fost scurtă şi puţin radiantă. Lungimea flacării a atins 1,83 m, arderea efectuîndu-se la un exces de aer de 1,02.

Explicarea acestor rezultate constă în special în faptul că la $p_i = 8$ kgf/cm² s-a mărit fineţea şi unghiul de pulverizare.

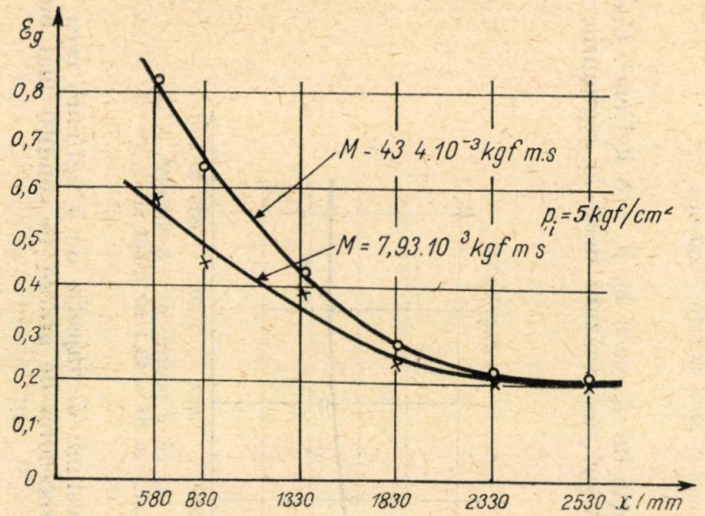


Fig. 4. — Variația lui ε_g cu x pentru $p_i = 5$ kgf/cm², $M = 7{,}93.10^{-3}$ kgf.m.s și $M = 43{,}4.10^{-3}$ kgf.m.s.

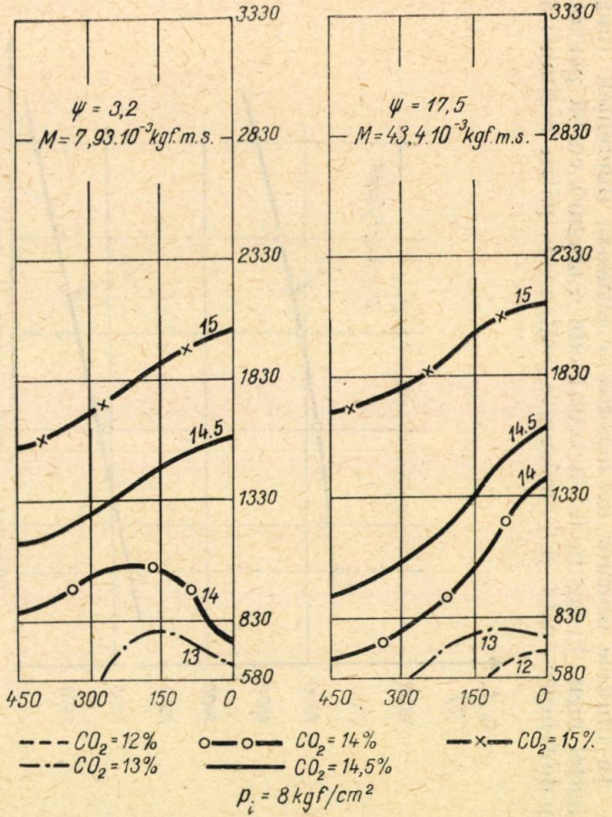


Fig. 5. — Izoconcentrațiile în CO_2 pentru $p_i = 8$ kgf/cm², $M = 7{,}93.10^{-3}$ kgf.m.s și $M = 43{,}4.10^{-3}$ kgf.m.s.

În limitele erorilor de măsură se situează diferenţele dintre t_r şi t'_r, astfel încît în figura 6 s-a trasat cîte o singură curbă pentru fiecare grup de temperaturi t_r şi t'_r, măsurate pentru cele patru regimuri studiate.

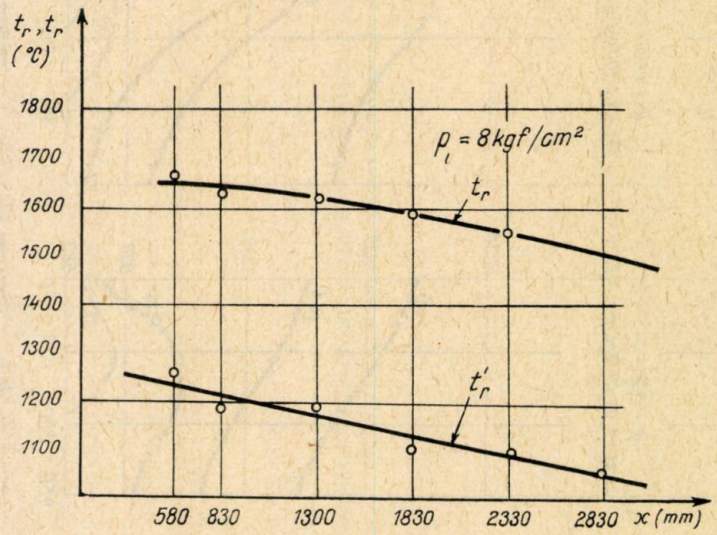


Fig. 6. — Curbele $t_r = f(x)$ şi $t'_r = \varphi(x)$ pentru $p_i = 8$ kgf/cm², $M = 7{,}93.10^{-3}$ kgf.m.s şi $M = 43{,}4.10^{-3}$ kgf.m.s.

În figura 7 se arată variaţia lui ε_g cu x la $p_i = 8$ kgf/cm². Coeficientul de negreală prezintă valori mai scăzute decît la regimurile de

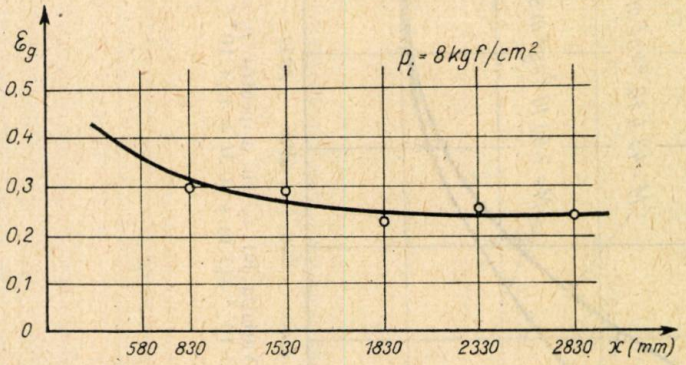


Fig. 7. — Variaţia lui ε_g cu x pentru $p_i = 8$ kgf/cm², $M = 7{,}93.10^{-3}$ kgf.m.s şi $M = 43{,}4.10^{-3}$ kgf.m.s.

funcţionare corespunzătoare presiunii de injecţie de 5 kgf/cm², ceea ce se explică prin desfăşurarea procesului de ardere în condiţii mai bune pentru presiuni mai mari.

Pentru a se ilustra clar modul în care se desfăşoară procesul de ardere, s-au calculat [3] pentru regimurile studiate ecuaţiile $\Omega = f(x)$, care precizează cît din cantitatea totală din combustibilul introdus în focar arde la diferite distanţe de arzător.

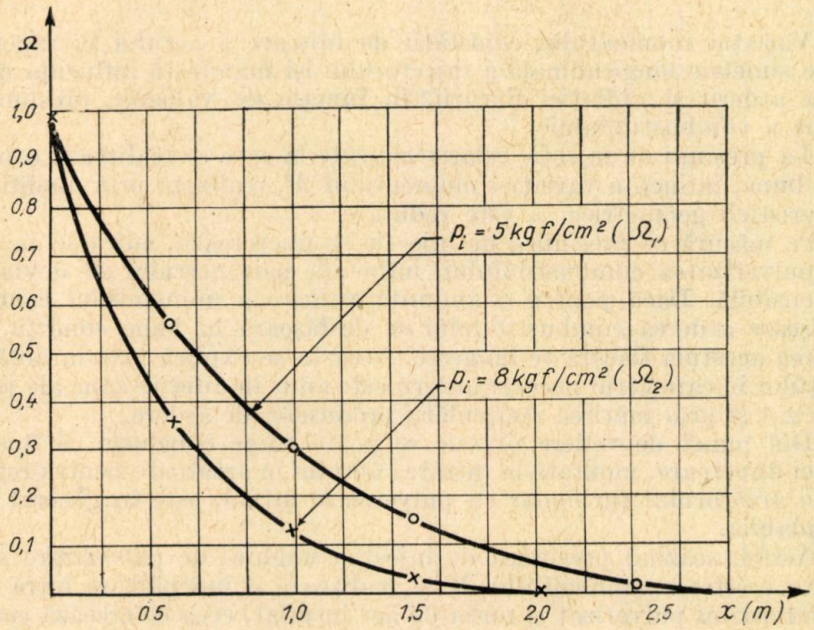


Fig. 8. — Curbele $\Omega = f(x)$ pentru $M = 7{,}93.10^{-3}$ kgf.m.s $p_i = 5$ kgf/cm² (Ω_1) şi $p_i = 8$ kgf/cm² (Ω_2).

A rezultat astfel :

$$\Omega_1 = \frac{1{,}06}{e^{1{,}08x}} - 0{,}06,$$

$$\Omega_2 = \frac{1{,}02}{e^{1{,}98x}} - 0{,}02.$$

Determinînd mărimea lui x, pentru care funcţia $\Delta\Omega = \Omega_1 - \Omega_2$ este maximă, se obţine şi poziţia zonei pentru care diferenţa dintre temperaturile medii ale gazelor de ardere, pentru cele două regimuri studiate, are valoarea maximă.

Funcţia

$$\Delta\Omega = \frac{1{,}06}{e^{1{,}08x}} - \frac{1{,}02}{e^{1{,}98x}} - 0{,}04$$

are maximul pentru $x \cong 0{,}55$ m, adică în imediata apropiere a primei fante a focarului, care a fost folosită la determinarea temperaturilor

t'_r şi t_r. Aceasta explică de ce diferenţierile cele mai mari între valorile coeficienţilor ε_φ şi temperaturile t'_r au loc în această zonă.

CONCLUZII

Variaţia momentului cantităţii de mişcare a aerului în raport cu axa de simetrie longitudinală a injectorului îşi manifestă influenţa diferit asupra arderii şi radiaţiei flacării, în funcţie de valoarea presiunii de injecţie a combustibilului.

La presiuni de injecţie relativ ridicate la care se realizează o pulverizare bună, influenţa variaţiei momentului M, realizată prin modificarea caracteristicii geometrice ψ, este redusă.

Pe măsură ce presiunea de injecţie se micşorează, adică se înrăutăţeşte pulverizarea combustibilului, influenţa parametrului M devine tot mai sensibilă. Dacă pentru o anumită valoare a momentului cantităţii de mişcare arderea combustibilului se desfăşoară în bune condiţii, prin creşterea acestuia flacăra se lungeşte. Aceasta se explică prin înrăutăţirea condiţiilor în care aerul necesar arderii este adus în diferite zone ale jetului pulverizat şi prin mărirea recirculării produselor de ardere.

Din punct de vedere practic se poate trage concluzia că folosirea clapetei directoare, montată la intrarea aerului în arzătoare pentru reglajul sarcinii arzătorului turbionar cu pulverizare mixtă, este în general nerecomandabilă.

Astfel, scăzînd presiunea de injecţie, unghiul de pulverizare scade, iar prin creşterea momentului M se realizează o îndepărtare între masa de combustibil pulverizat şi masa de aer insuflat, ceea ce creează condiţii proaste de ardere. Acest efect preponderează faţă de problematica activare a fineţei de pulverizare, datorită creşterii, extinderii şi intensităţii cîmpului de viteze negative ale aerului, cît şi faţă de activarea recirculaţiei gazelor fierbinţi din focar, fenomene care apar prin creşterea momentului M.

Primit la redacţie la 5 noiembrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. V. V. Ghia, L. Costea, E. Fercală, S. Tăbăcaru, *Cercetări privind influenţa geometriei arzătorului turbionar de combustibil lichid, asupra arderii şi radiaţiei flacării.* S.C.E 4 (1963) seria B, 479 — 497.
2. V. Ghia, S. Tăbăcaru, *Influenţa aerului insuflat şi a geometriei carcasei, asupra unghiului de pulverizare, la arzătoarele turbionare cu pulverizare mixtă.* S.C.E. *3* (1963), seria B, p. 345 — 359.
3. B. V. Kontorovici, *O raspredelenii konţentraţii i temperatur v zone gorenia potoka topliva,* Teploenergetica *8* (1958) 78 — 82.

FACTORII DETERMINANȚI AI OXIREACTIVITĂȚII CU APLICAȚII LA UNII COMBUSTIBILI SOLIZI DIN R.P.R.

DE

VALENTINA BĂLAN

662.613.122

Arderea combustibilului solid este un proces fizico-chimic complex. În acest proces complex este extrem de important de a identifica și cerceta veriga principală.

Masa combustibilă a combustibilului solid are un caracter dublu : o fracțiune bituminoasă, termic nestabilă (volatile), și un reziduu solid, combustibil stabil din punct de vedere termic.

În conformitate cu aceasta, cele mai importante faze ale transformării combustibilului prin ardere sînt :

1) faza de degajare a materiilor organice volatile la încălzirea combustibilului înainte de combustie (însoțită uneori de arderea materiilor volatile în faza gazoasă și

2) faza de ardere a carbonului fix din reziduul solid (care se numește în mod obișnuit reziduul de cocsificare al combustibilului [2]).

Transformarea chimică (combinarea carbonului cu oxigenul) constitue baza procesului de ardere a carbonului. Dar, din cauza naturii eterogene a fenomenului, condițiile fizice în care decurge transformarea chimică (concentrația oxigenului la suprafața carbonului, temperatura procesului) sînt consecința interacțiunii cîtorva procese de natură diferită, și anume : transformarea chimică ca atare și două procese fizice : transportul de căldură, care reglează în linii generale regimul termic al arderii, și transportul substanțelor, care participă la procesul chimic (aducerea oxigenului la suprafața carbonului și evacuarea produșilor de ardere).

Aceste procese reglează în general mărimea concentrațiilor la suprafața carbonului.

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 1 p. 135—203 București 1965

În funcţie de însumarea concretă a acestor trei procese, procesul global de ardere al carbonului poate suferi diferite transformări cantitative şi calitative, supunîndu-se în anumite condiţii regulilor proprii proceselor pur chimice, iar în alte condiţii sau pentru un alt fel de combustibil urmînd regulile specifice procesului pur fizic de transport al substanţei în mediul gazos.

A doua latură importantă a procesului de ardere a carbonului, care deosebeşte acest proces eterogen de alte procese chimice analoge, este varietatea reacţiilor chimice legate de arderea carbonului. Prin combinarea carbonului cu oxigenul se formează ambii oxizi ai carbonului : CO şi CO_2. Apariţia celor doi oxizi determină posibilitatea unei desfăşurări în condiţiile corespunzătoare a proceselor secundare : combinarea oxidului de carbon cu oxigenul în fază gazoasă şi reducerea bioxidului de carbon pe carbon.

În prezenţa umidităţii în mediul gazos este posibil şi un alt proces secundar, şi anume reducerea vaporilor de apă pe carbon.

Însumarea acestor procese chimice, care depind în măsură diferită de concentraţia reactanţilor şi de temperatură, precum şi interacţiunea lor cu procesele fizice, indicate mai sus, determină caracteristicile procesului de ardere a carbonului din punctul de vedere al compoziţiei produşilor de ardere a carbonului care se formează.

De aceea procesul de ardere al carbonului nu se caracterizează numai printr-o mare varietate a regimurilor procesului, ci şi prin varietatea compoziţiei produselor de ardere obţinute şi deci prin posibilitatea unei abateri însemnate de la compoziţia aşa-numitelor produse de ardere primare.

În fine, o altă latură importantă a procesului de ardere este legată de varietăţile diferite de carbon care constă în faptul că reacţia cu oxigenul nu se petrece numai la suprafaţa exterioară a carbonului, ci se poate propaga şi în interiorul masei de carbon, din cauza structurii poroase a acesteia.

Activitatea cărbunelui se defineşte astfel : fie $\frac{dx}{dt}$ viteza de reacţie cu oxigenul, p_0 presiunea O_2, S suprafaţa exterioară a combustibilului, σ mărime dependentă de grosimea grăunţelor ; suprafaţa de contact cărbune-gaz funcţie de suprafaţa probelor se poate scrie :

$$\frac{dx}{dt} = K.p.S.\sigma.$$

Dacă se admite că presiunea O_2 este constantă (presupunînd că se lucrează cu un exces suficient de O_2 pentru a elimina efectul difuziei), expresia devine : $\frac{dx}{dt} = A.S.\sigma$, unde A este prin definiţie activitatea combustibilului, adică un factor caracteristic de natură chimică. Oxireactivitatea depinde în acelaşi timp de proprietăţile sale chimice şi fizice şi înglobează factorii A şi σ [1].

Aceasta înseamnă că procesul de difuziune şi transferul de căldură asociate cu procesele chimice care au loc în interiorul masei de carbon pot da o grupă aparte de fenomene de interacţiune a factorilor fizici şi chimici şi să influenţeze în mod profund manifestarea proprietăţilor reactive ale carbonului din reziduul de cocs al diferiţilor combustibili.

Cercetările efectuate au urmărit punerea în evidenţă a caracteristicii de capacitate de ardere a unor combustibili solizi prin oxireactivitatea lor.

Oxireactivitatea este viteza cu care, în anumite condiţii, combustibilul reacţionează cu oxigenul conform reacţiei exprimate prin ecuaţiile :

$$\text{I} \qquad C + O_2 \rightarrow CO_2 + 94 \text{ cal}$$

$$\text{II} \qquad C + CO_2 \rightarrow 2CO - 39 \text{ cal}$$

Există două mecanisme : primul constă în formarea unei molecule de CO_2 prin şoc, cu o moleculă de O_2 pe suprafaţa cărbunelui, şi, al doilea, descompunerea spontană sau prin şoc a oxidului de suprafaţă, cu o producere simultană de CO şi CO_2.

Mărimile ce caracterizează această reacţie sînt concentraţia de CO, concentraţia de CO_2 şi concentraţia O_2.

Întrucît reacţia I dă naştere la bioxid de carbon, care în condiţiile procesului general al determinării este susceptibil să reacţioneze cu carbonul după reacţia II, transformînd determinarea de oxireactivitate într-o măsurare de reactivitate, caracterul dominant al acestor experienţe de oxireactivitate se va putea determina numai în strînsă legătură cu compoziţia gazelor de reacţie. Pentru acest motiv s-a ales măsurarea oxireactivităţii prin determinarea vitezei de reacţie, şi anume determinarea analizei de gaz : variaţia % vol. CO_2 şi % vol CO în funcţie de timpul de contact şi de temperatura de reacţie.

REZULTATE ŞI CONCLUZII

Cercetările s-au efectuat pe următorii cărbuni la granulaţia 0,5—1 mm :

1. Sărmăşag, 30—350
2. Schitu-Goleşti, 30—700
3. Căpeni, 0—700
4. Vîrghişi, prod. crt.
5. Rovinari, 80—350
6. Filipeşti de Pădure, 0—700
7. Lupeni, brut
8. Petrila, brut
9. Comăneşti, 0—300

Experimentările s-au făcut în funcţie de timpul de contact şi de temperatură [3]. Rezultatele încercărilor şi caracteristicile experienţelor de oxireactivitate sînt prezentate în tabelele 1—4 şi în diagramele 1—12.

a) Experimentările au confirmat faptul că CO creşte cu creşterea temperaturii, în timp ce cantitatea de CO_2 scade (diagramele 9—10, 11—12).

b) Oxireactivitatea crește cu temperatura pentru toți cărbunii studiați; spre exemplificare se dau cărbunii de : Filipești de Pădure, Lupeni, Petrila, Sărmășag, Schitul Golești, Căpeni (diagramele 3—8).

c) La oxireactivitatea în funcție de timpul de contact al O_2 cu suprafața reactantă a combustibilului, se observă o variație sistematică în funcție de transformările :

$$3C + 2O_2 \rightleftarrows 2CO + CO_2,$$

care oscilează în jurul unei valori medii pentru toți cărbunii (vezi diagramele 3—8).

În diagramele 9—12 sînt reprezentate variațiile CO_2 și CO în funcție de temperatură la diferite timpuri de contact pentru cărbunele de Lupeni și Căpeni, din care se observă o variație liniară. Procentajul CO_2 scade cu creșterea temperaturii, iar procentajul CO crește cu ridicarea temperaturii.

Ligniții experimentați, considerați ca reprezentativi pentru cărbunii cu suprafață mare de contact, au condus la valori mari ale oxireactivității, de peste 98% la temperatura de 750°C (ex. Sărmășag, Schitu-Golești, Căpeni, Vîrghiș, Rovinari), în timp ce unii combustibili cu volatile mai puține și umiditate mai mică au corespunzător oxireactivitatea micșorată (ex. cărbunii de Petrila, Lupeni, Comănești).

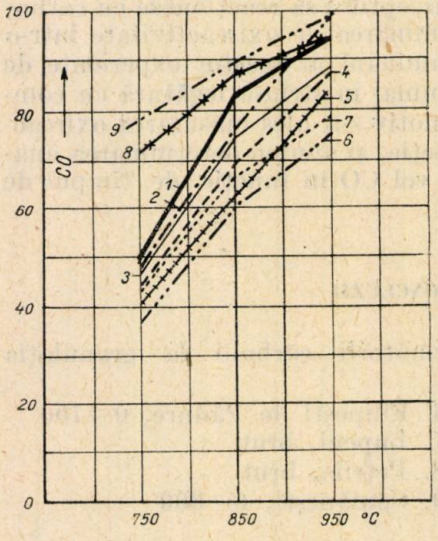


Fig. 1. — Compoziția gazului de combustie în funcție de temperatură. Reacția $C + O_2 — CO_2$

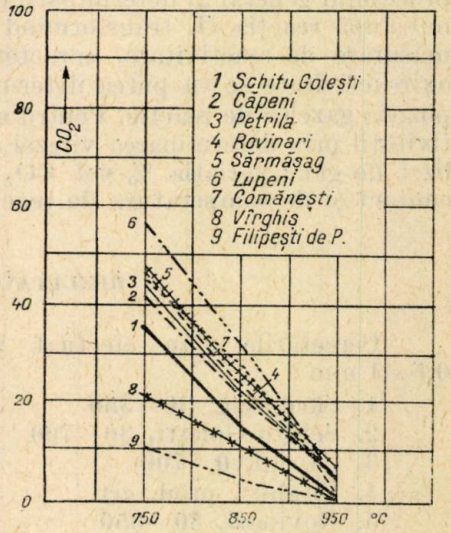


Fig. 2. — Compoziția gazului de combustie în funcție de temperatură. Reacția $C + CO_2 = 2\ CO$

Dacă nivelul oxireactivității este determinat în general de suprafața internă a materialului carbonos și de gradul lui de carbonificare, panta curbei de oxireactivitate în funcție de temperatură pare să fie influențată

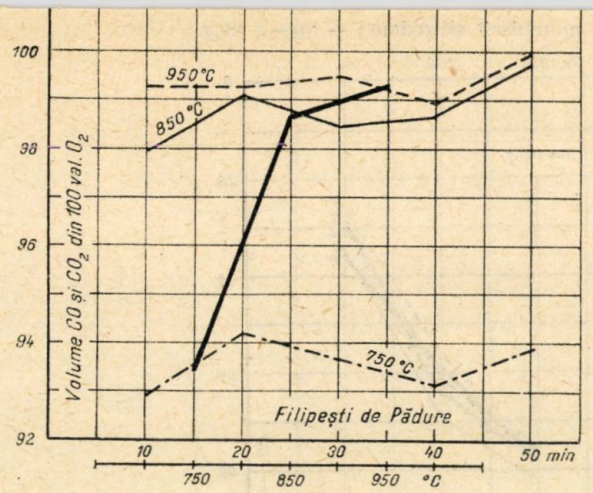


Fig. 3

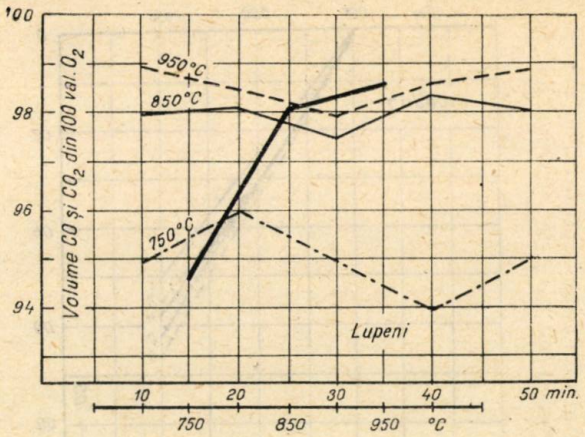


Fig. 4

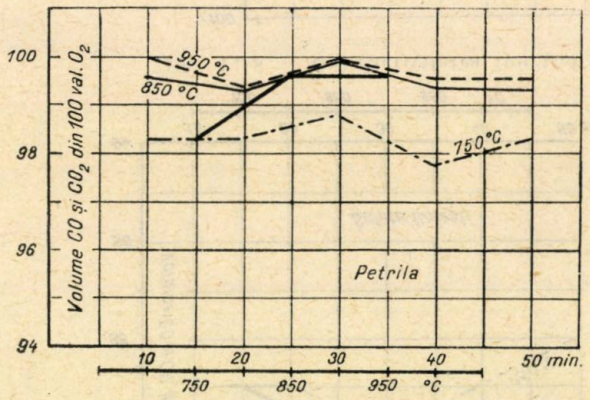


Fig. 5

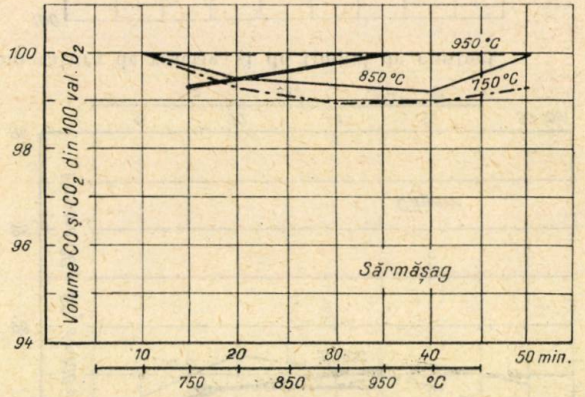


Fig. 6

Fig. 3—6. — Oxireactivitatea funcției de temperatura de reacție și de timpul de contact.

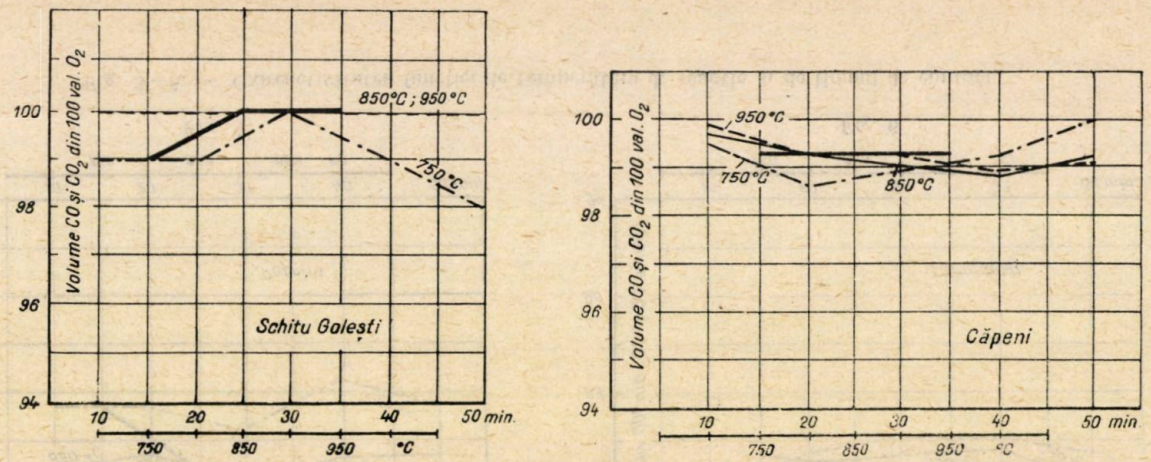


Fig. 7—8. — Oxireactivitatea funcției de temperatura de reacție și de timpul de contact.

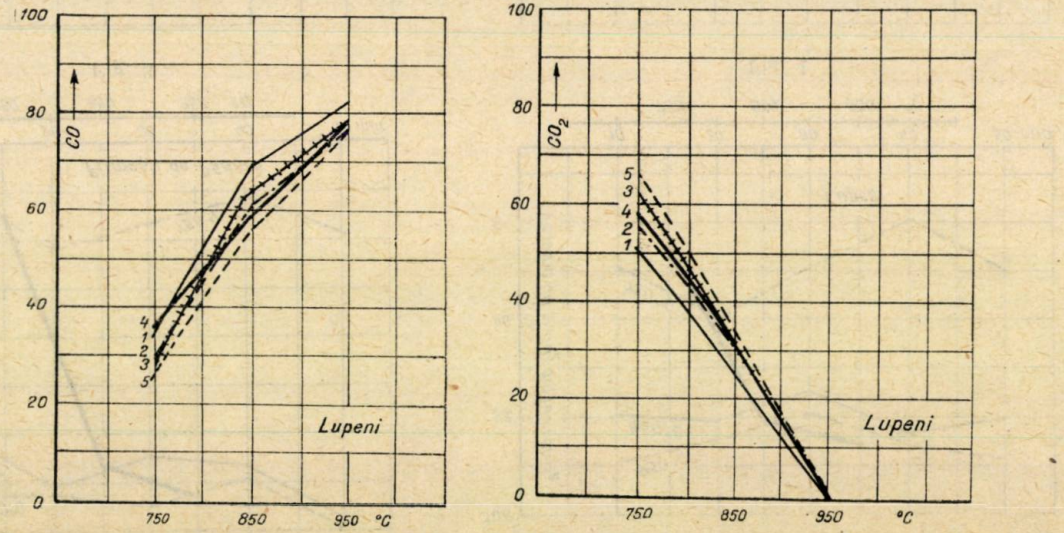


Fig. 9—10. — Compoziția gazului de combustie în funcție de temperatură la diferite timpuri de contact

de conținutul de cenușă (ex. materialul carbonos provenit de la cărbunele de Filipești de Pădure), a cărui cenușă, în proporție de 44,30%, prezintă pantă mare. La fel cele provenite de la cărbunii de Lupeni, Petrila, Rovinari, Vîrghis ; cu conținut de cenușă între 34 și 40%.

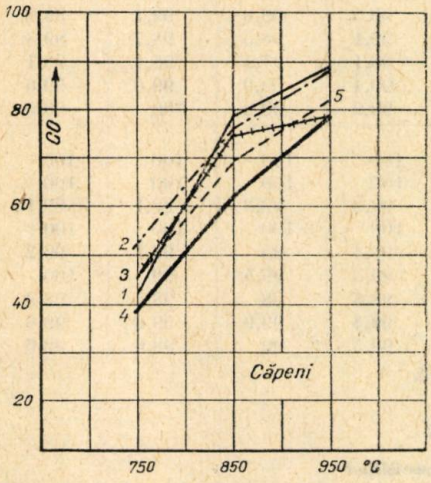


Fig. 11

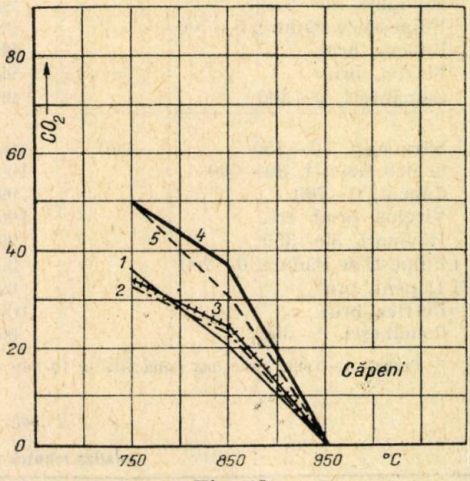


Fig. 12

Fig. 11—12. — Compoziția gazului de combustie în funcție de temperatură la diferite tipuri de contact.

Materialul carbonos provenit de la cărbunele de Sărmășag, a cărui cenușă este de 28,84%, și Schitu-Goleşti, a cărui cenușă este de 27%, are pantă mică, după cum reiese din diagramele (3—4, 6—7).

În general, oxireactivitățile cărbunilor studiați sînt mari și, din punct de vedere practic, au curbele de capacitate de ardere cuprinse în zonele teoretice de 66 și 100%, deci cărbunii pot fi arși relativ ușor în focar.

Tabela 1

Oxireactivitatea combustibililor solizi funcție de timpul de contact

Probele	Temp. °C	Volume CO și CO_2 din 100 de volume O_2				
		1	2	3	4	5*)
Sărmășag, 30—350	750	100	99,5	99	99	99,3
Schitu-Goleşti, 30—700		99	99	100	99	98
Căpeni, 0—700		99,5	98,7	98,9	99,3	100
Vîrghiș, prod. crt.		98	98,8	100	98,8	99,4
Rovinari, 80—350		98	99	100	98,6	98,9
Filipești de Pădure, 0—700		93	94,2	93,7	93,2	93,9
I Lupeni, brut		95	96	95	94	95
Petrila, brut		98,3	98,3	98,8	97,8	98,3
Comănești, 0—300		97,6	97,3	97,5	97,5	97,6
Sărmășag, 30—350	850	100	99,5	99,4	99,2	99,3
Schitu-Goleşti, 30—700		100	100	100	100	100
Căpeni, 0—700		99,7	99,3	99,1	98,9	99,3
Vîrghiș, prod. crt.		100	100	100	100	100

Tabela nr. 1 (continuare)

	Probele	Temp. °C	Volume CO și CO_2 din 100 de volume O_2				
			1	2	3	4	5*)
II	Rovinari, 80—350		99	99,5	99,8	99,4	99,2
	Filipești de Pădure, 0—700		98	99,1	98,5	98,7	99,8
	Lupeni, brut		98	98,1	97,5	98,4	98,1
	Petrila, brut		99,6	99,4	99,9	99,6	99,6
	Comănești, 0—300		99,2	99,9	99,2	100	99,6
III	Sărmășag, 30—350	950	100	100	100	100	100
	Schitu-Goleşti, 30—700		100	100	100	100	100
	Căpeni, 0—700		99,9	99,3	99,3	99,1	99,1
	Vîrghiș, prod. crt.		100	100	100	100	100
	Rovinari, 80—350		99,4	99,4	95	99,1	99,2
	Filipești de Pădure, 0—700		99,3	99,3	99,5	99	100
	Lupeni, brut		99	98,5	98	98,6	98,9
	Petrila, brut		100	99,4	99,9	99,6	99,6
	Comănești, 0—300		99,6	99,5	99	99,6	99,6

*) Probele 1—5 sînt luate una după alta la 10 min diferență.

Tabela nr. 2

Analiza tehnică a combustibililor

Combustibilul	Analiza tehnică a cărbunelui			Analiza tehnică a cocsului			Cărbune	Cocs
	W^a	A^{anh}	V^{mc}	W^a	A^{anh}	V^{mc}		
Sărmășag 30—350	22,52	9,79	54,20	9,78	28,84	12,6	95,20	31,60
Schitu-Goleşti, 30—700	12,05	11,34	61,12	11,40	27,00	8,05	73,17	26,65
Căpeni 0—700	16,72	12,93	61,20	9,32	30,80	11,30	89,20	26,30
Vîrghiș, prod. crt.	20,88	14,10	62,06	6,86	34,40	9,25	96,36	20,85
Rovinari, 80—350	16,30	15,78	62,6	8,36	38,50	8,90	92,90	24,60
Filipești de Pădure 0—700	16,38	18,60	61,02	3,72	44,30	7,85	81,82	14,95
Lupeni, brut	1,95	21,89	46,65	4,46	39,80	4,10	49,37	11,90
Petrila, brut	2,77	22,00	48,70	6,30	40,10	7,85	52,00	19,55
Comănești, 0—300	8,70	29,15	48,72	5,44	53,00	6,87	64,02	20,64

Tabela 3

Principalele caracteristici ale experienței de oxireactivitate [1] prin determinarea vitezei de reacție

Metoda	Temp. °C	Debitul gazului	Volumul de carbon	Determinarea oxireactivității
Koppers	750 850 950	10,8 l/min	34 cm^2	% vol. CO și % vol. CO_2 din 100% vol. O_2 după 10, 20, 30, 40, 50 min

Metodica de lucru este descrisă pe larg în [3], [4].

[1]) Oxireactivitatea se determină măsurînd cantitatea de CO_2 și CO formată într-un timp dat, trecînd un curent de O_2 peste un volum cunoscut al probei; rezultatele se exprimă prin procentajul de O_2 consumat în raport cu cel introdus.

Tabela 4

Compoziția gazelor de reacție

Nr. crt.	Combustibilul	Temp. °C	Compoziția procentuală a gazului ieșit din tub				Oxireactivitatea
			% CO_2	% CO	% O_2	% N_2 + hidrocarburi	
1	Sărmășag, 30—350	750	43—48	44—40	0,4	6	99,3
2	Căpeni, 0—700		43—51	52—45	0,4	4	99,3
3	Petrila, brut		47—48	48—46	1,2	3	98,3
4	Rovinari, 80—350		43—49	46—44	0,8	4	98,9
5	Schitu-Goleşti, 30—700		34—39	56—50	0,6	5	99
6	Comăneşti, 0—300		46—48	44—42	1,7	6	97,5
7	Vîrghiş, prod. crt.		19—24	76—70	0,5—0,4	4	99,2
8	Filip. de Păd., 0—700		11	78—80	2,7—2,5	5	93,5
9	Lupeni, brut		57—58	37—35	4	3	94,9

Primit la redacție la 12 octombrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. H. Guerin, *Le problème de la réactivité des combustibles solides*, Paris, Dunod, 1945, p. 80 — — 120.
2. H. E. Bloyden, *The science of coal carbonisation*. Coke and gas, 415(1959).
3. Valentina Bălan, *Oxireactivitatea combustibililor solizi*. Memoriu I. E., 1963.
4. Valentina Bălan, *Factorii determinanți ai oxireactivității cu aplicații la unii combustibili solizi din R. P. R.* Comunicare la sesiunea I. E. al Academiei R. P. R., martie 1964.

V. PIMSNER, C. A. VASILESCU şi G. A. RĂDULESCU, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, Bucureşti, Edit. Acad. R.P.R., 1964, 756 p. + 366 fig.

Turbomotoarele cu ardere internă de diverse puteri şi soluţii constructive încep a fi utilizate pe scară largă în cele mai variate ramuri ale tehnicii, datorită simplităţii lor constructive, a puterilor unitare mari, a uşurinţei de exploatare etc. Deşi satisfacerea cerinţelor specifice diverselor utilizări influenţează soluţia constructivă şi prin aceasta, într-o oarecare măsură, parametrii economici ai turbomotoarelor, aspectele privind teoria proceselor de lucru ale acestor motoare rămîn generale, indiferent de particularităţile lor constructive. Lucrarea *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă* îşi propune să trateze probleme generale de această natură, spre exemplu analiza funcţionării motorului după diverse scheme, studiul transformărilor fluidului motor în decursul ciclului de lucru, analiza caracteristicilor energetice ale soluţiilor constructive, modul de adaptare la regimuri variate de funcţionare, combustibilii utilizaţi etc.

Lucrarea este organizată în şapte capitole şi o serie de anexe. Capitolul I al lucrării, „Elemente de termodinamica gazelor", cercetează posibilitatea calculului evoluţiilor simple ale gazelor reale cu ajutorul tabelelor de gaze. Autorii arată imperfecţiunea de principiu a calculelor cu călduri specifice medii şi introduc o metodă originală de calcul a evoluţiilor termodinamice, inclusiv cele de curgere, folosind funcţii termodinamice (energie internă, entalpie şi entropie), tabelate din grad în grad de temperatură. Autorii se situează în ipoteza gazelor perfecte (căldurile specifice variabile numai cu temperatura), ipoteză care asigură o precizie mulţumitoare pentru calculul proceselor din turbomotoare.

Capitolul II „Ciclul turbomotoarelor cu ardere internă", studiază ciclurile ideale şi reale, precum şi influenţa parametrilor funcţionali asupra performanţelor turbomotorului cu ardere internă. După analiza ciclurilor simple se trece la studiul unor cicluri reale complexe, cum ar fi : ciclul cu compresiune adiabatică, ardere izobară şi recuperare de căldură ; ciclul cu ardere izobară şi compresiune adiabatică, în trepte ; ciclul cu răcire intermediară ; ciclul cu ardere în trepte şi răcire intermediară. Într-un paragraf separat se studiază problema ciclului turbomotorului cu ardere internă de aviaţie. Analiza fiecărui ciclu de lucru scoate în evidenţă avantajele energetice ale proceselor utilizate, concluziile fiind ilustrate cu diagrame sugestive.

Capitolul III, „Combustibilii turbomotoarelor cu gaze", prezintă combustibilii obţinuţi din ţiţeiul indigen. În acest capitol sînt inserate date privind caracteristicile combustibililor lichizi atît pentru turbomotoarele folosite în instalaţii fixe, cît şi pentru cele de aviaţie. Pe

baza unor experienţe de laborator sînt date soluţii concrete privind obţinerea unor combustibili cu proprietăţi optime.

Capitolul IV, „Studiul proceselor din camera de ardere a turbomotorului", se ocupă cu problemele de injecţie şi cu aspecte de bază ale proceselor de ardere, în principal de problema arderii picăturii de combustibili şi producerea şi dezvoltarea flacării. Studierea unor aspecte generale de asemenea natură este justificată de faptul că arderea în turbomotoare depinde de mulţi factori, dintre care arhitectura camerei de ardere, specifică fiecărui tip de motor, este unul din factorii cei mai importanţi.

În capitolul V „Similitudinea motoarelor cu ardere internă", se studiază problema stabilirii prin similitudine a caracteristicilor unei maşini cu palete. Autorii au completat relaţiile uzuale de similitudine cu termeni care ţin seama şi de natura fluidului de lucru ; rezultatele experimentale, obţinute de autori în laboratoarele Institutului de energetică al Academiei R.P.R., confirmă formulele de calcul stabilite.

În capitolul VI „Funcţionarea turbomotorului cu ardere internă la regimuri diferite de cel nominal", se studiază variaţia caracteristicii turbomotorului la sarcini parţiale, cercetîndu-se comportarea în aceste condiţii a turbinei şi a compresorului ; în continuare se analizează caracteristicile de funcţionare ale turbomotorului cu un grup turbocompresor şi a celui cu două grupuri turbocompresoare.

Ultimul capitol al lucrării, „Domenii de aplicare a turbomotoarelor cu ardere internă" studiază utilizarea acestor motoare în centrale electrice de bază şi de vîrf, în instalaţii mixte abur-gaze, în tracţiune, precum şi în alte domenii de utilizare, cum ar fi transportul gazelor naturale sau siderurgia ; se dau exemple de realizări, parametrii obţinuţi şi se discută domeniile de utilizare.

Anexele care încheie lucrarea cuprind tabelele cu proprietăţile termodinamice ale aerului şi ale gazelor rezultate din arderea la diverse valori ale coeficientului excesului de aer ($\alpha = 1$, 2, 3, 4 şi 5) ale unui combustibil lichid standard. În afara mărimilor termodinamice — energie internă entalpie şi entropie — anexele cuprind şi valorile altor funcţii deduse de autori, care permit un calcul comod atît al proceselor din turbomotoare, cît şi al proceselor termodinamice în general. Exemple de calcul conţinute în lucrare arată în mod clar cum se folosesc datele din tabele.

În încheiere se rezumă în trei limbi modul de lucru cu aceste tabele, fapt care permite folosirea lucrării şi în străinătate.

Privită în ansamblu, lucrarea îmbrăţişează aspectele principale ale teoriei turbomotoarelor cu ardere internă, dînd elemente asupra calculului exact al performanţelor motorului şi prezentînd aspectul practic al diferitelor scheme de realizare. Lucrarea conţine şi rezultatele cercetărilor autorilor sau cercetări din domeniu efectuate în ţara noastră.

Faţă de alte lucrări similare se remarcă în primul rînd metoda riguroasă de calcul a ciclului de lucru, atenţia dată performanţelor maşinilor cu palete pe baza relaţiilor de similitudine, tratarea complexă şi cuprinzătoare a utilizării turbomotoarelor. Combustibilii pentru turbomotoare sînt studiaţi complet ; pornind de la ţiţeiurile reprezentative din R.P.R., se examinează posibilitatea producerii petrolurilor pentru turbomotoare atît din punctul de vedere al randamentului de extragere, cît şi din punctul de vedere al calităţii lor, fiind luate astfel în considerare criteriul economic şi criteriul funcţional. Este de remarcat de asemenea grija autorilor de a elimina elementele particulare şi neesenţiale. Acest lucru se observă în special la studiul problemelor de ardere ; neexistînd încă posibilitatea studierii pe cale de calcul a arhitecturii camerei de ardere, autorii prezintă bazele acestui proces, dezvoltînd aspecte care sînt atacate pentru prima dată în literatura tehnică în limba romînă.

O menţiune specială trebuie făcută pentru datele cuprinse în anexe. Faţă de date cunoscute în literatură (Hottel, Gayer, Keenan şi Kay, lucrări în general mai vechi, sau

cele sovietice foarte recente, de exemplu Rifkin, *Tabliți termodinamiceskie svoistva gazov*, Moscova, Energ hia, 1964) cele prezentate de autori au avantajul că sînt legate de metode de calcul mai simple, adecvate și curgerilor, se referă la gazele de ardere ale combustibililor folosiți în turbomotoare și sînt prezentate în unități MKS.

O altă latură pozitivă a lucrării este elaborarea ei în sistemul internațional de unități de măsură, legal în R.P.R.

Energetica turbomotoarelor cu ardere internă reprezintă o reușită îmbinare a unei lucrări monografice de înalt nivel științific cu cercetările originale ale autorilor, efectuate în cadrul Institutului de energetică al Academiei R.P.R. și al laboratoarelor depinzînd de M.I.P.C., și constituie o lucrare de bază în acest domeniu al energeticii.

Prof. ing. G. Bărănescu
membru corespondent al Academiei R.P.R.

P. G. ROMANKOV, N. B. ROȘKOVSKAIA, *Sușka v kipeașcem sloe* (Uscarea în strat fluidizat). Moscova, 1964, 288 p.

Lucrarea *Uscarea în strat fluidizat*, tipărită de Editura de chimie din Leningrad, tratează problemele teoretice ale procesului de uscare în strat fluidizat, hidrodinamica stratului fluidizat, legile cinetice ale schimbului de masă și de căldură în strat, precum și metodele de calcul ale instalațiilor de uscare pentru diverse materiale.

Sînt prezentate rezultatele cercetărilor experimentale asupra procesului de uscare, efectuate sub conducerea autorilor în cadrul catedrei de procese și aparate a Institutului de tehnologie din Leningrad.

În capitolul I se prezintă problemele teoretice ale hidrodinamicii stratului fluidizat. Pe baza unui bogat material experimental se propune o metodă de calcul grafoanalitică simplă care pune în evidență dependența criteriului Leașcenko (*Ly*) de criteriul lui Arhimede (*Ar*) și factorul de porozitate al stratului (ε) și permite determinarea vitezei critice și a altor caracteristici ale stratului. Relațiile matematice prezentate de autori se referă numai la cazul modelului ideal al stratului fluidizat, iar trecerea la analiza procesului real impune determinarea unor coeficienți de corecție care să țină seama de condițiile concrete ale fiecărei instalații.

Teoria schimbului de căldură și masă în stratul fluidizat și influența acestor fenomene asupra procesului de uscare sînt tratate în capitolul II al lucrării. Din materialul prezentat reiese că calculul procesului de uscare în strat fierbător cu ajutorul coeficienților de transmisie a căldurii nu este concludent, deoarece nu se poate calcula cu o exactitate mai mare sau mai mică gradientul mediu de temperatură în strat. De aceea calcularea procesului de uscare în intervalul în care viteza este constantă se poate face cu ajutorul ecuațiilor de bilanț termic. În cazul în care uscarea are loc în mod precumpănitor în zona vitezelor variabile (vitezele scad), apare avantajos calculul cu ajutorul ecuației cinetice a procesului.

În capitolul III se dau o clasificare și o reușită trecere în revistă a principiului și construcției celor mai reprezentative tipuri de instalații de uscare în strat fluidizat. Din cele prezentate se vede că în prezent tehnica uscării dispune deja de diferite tipuri de instalații cu

strat fluidizat. Cu toate acestea, la alegerea unei instalații concrete trebuie să se țină seama în primul rînd de proprietățile materialului supus uscării, de costul instalației și de al exploatării.

Capitolul IV tratează comportarea diverselor materiale în timpul procesului de uscare în strat fluidizat și se încheie cu un calcul tehnic-economic de comparare a acestei metode cu metodele clasice de uscare. Din datele prezentate rezultă că uscarea în strat fierbător este cu mult mai eficace decît alte metode și, datorită economicității sale, a simplității constructive a instalației și posibilităților de automatizare, constituie tipul de instalație cu perspectivele cele mai mari.

Ultimul capitol prezintă metoda de calcul a instalațiilor de uscare în strat fluidizat.

Pe lîngă nivelul teoretic ridicat de tratare a problemelor, lucrarea conține un bogat material experimental. Concluziile sînt fundamentate științific și prezintă mult interes datorită aspectelor cercetate pentru prima dată. Se desprind totodată și problemele insuficient studiate la ora actuală și cărora va trebui să li se acorde o atenție deosebită : cercetări asupra structurii stratului, hidrodinamica stratului fierbător conic și prin țîșnire într-un cîmp de forțe centrifugal, cinetica procesului de uscare a diverselor materiale, precum și generalizarea teoretică a materialului experimental existent în lucrările diverșilor autori.

Cele peste 275 de titluri bibliografice consultate de autori și prezentarea datelor în sistemul internațional de unități constituie o contribuție importantă la studierea, alegerea și proiectarea instalațiilor de uscare în strat fluidizat.

I. Carabogdan

INDEX ALFABETIC, 1964

Energetică generală

	Nr.	Pag.
V. CARACUDOVICI, S. MANEA, Aspecte energo-economice ale producerii frigului în gospodăriile casnice	1	15
V. CARACUDOVICI, C. NAGY, Evoluţia consumului de energie în gospodăriile casnice	2	273
M. ELEFTERESCU, ST. KOVACS, G. TRANDAFIRESCU, Indici comparativi ai transportului de combustibil şi energie electrică	1	3
T. MICLESCU, A. PAP, I. NICULESCU, S. IORDACHE, Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanţului energetic general	3	469
A. SOCI, C. GUŢU, M. PETCU, Evaluarea efectelor variaţiilor de tensiune	2	255
M. WEISS, V. CARACUDOVICI, Consumul de energie în gospodăriile casnice pentru radio şi televiziune	1	23

Electroenergetică şi electrotehnică

I. ADĂMUŢ, Analiza fenomenului de deconectare a unei linii în gol cu un întreruptor cu ulei puţin	1	99
I. ADĂMUŢ, M. PETCU, Rezultate privind măsurarea curenţilor de conducţie la izolatoare contaminate în condiţii naturale	3	579
E. ARIE, M. POMÎRLEANU, P. NICOLAE, Analiza factorilor ce determină repartiţia economică a puterilor între centralele unui sistem electroenergetic	2	337
E. ARIE, N. DAMIAN-IORDACHE, Determinarea caracteristicii dinamice frecvenţă-putere a unui sistem electroenergetic din comportarea sa la perturbaţii statistice. Metode şi algoritme de calcul	4	951
A. AVRAMESCU, G. DRĂGAN' I. ADĂMUŢ, M. PETCU, Studiul supratensiunilor ce apar la declanşarea liniilor în gol cu ajutorul calculatoarelor analogice	2	319
C. V. BĂLĂ, Despre posibilitatea de rezolvare analogică a problemei încălzirii polilor inductori masivi ai maşinilor sincrone	1	71
C. V. BĂLĂ, C. APETREI, Reducerea forţelor electrodinamice de scurtcircuit la transformatoarele cu înfăşurări cilindrice stratificate	3	521

	Nr.	Pag.
C. V. BĂLĂ, Contribuţii la problema producerii forţelor şi cuplului în maşinile electrice	4	899
M. E. BÎRGĂUNU, C. V. BĂLĂ, Metode electrice şi mecanice de integrare a pătratului unei mărimi date	1	113
H. CRISTEA, Folosirea coeficienţilor de repartiţie la determinarea influenţei structurii reţelei electrice asupra repartiţiei optime a puterilor	3	565
PAUL DIMO, Tipizarea totală a studiului reţelelor cu ajutorul „Analizei nodale"	4	869
GLEB DRĂGAN, Contribuţii la determinarea supratensiunilor atmosferice induse în liniile aeriene de înaltă tensiune	4	969
M. MARINESCU, Indici tehnico-economici pentru studiul comparativ al motoarelor parametrice	2	311
M. MARINESCU, Asupra unui proces de transformare a energiei electrice de înaltă frecvenţă în lucru mecanic de joasă frecvenţă. Perspective pentru dezvoltarea a noi tipuri de motoare electrice	3	533
C. I. MOCANU, Calculul rezistenţei în alternativ a barelor cu secţiune poligonală la refulare netă a curentului electric	3	501
C. I. MOCANU, Calculul pierderilor de putere în ecrane electromagnetice ideale	4	839
C. I. MOCANU, Asupra transmisiunii energiei electromagnetice pe o linie electrică lungă multifilară	4	853
AUGUSTIN MORARU, Asupra legii de variaţie a întrefierului maşinii sincrone cu poli aparenţi	3	539
C. NEMOIANU, Refularea curentului armonic de aducţie în bare cilindrice de conductivităţi şi permeabilităţi diferite şi în contact în capete	4	793
A. C. NICOLAIDE, Contribuţii la studiul încălzirii rotoarelor masive ale maşinilor sincrone la pornire în asincron	3	549
C. PENESCU, M. CEAPÎRU, Element de cuadrare cu diode fără amplificator operaţional sumator	2	357
C. PENESCU, PETRE DIMO, Convertor analog-numeric complet tranzistorizat	2	369
A. PETROIANU, V. ROMERT, B. UNGUREANU, I. ZAMFIRESCU, Rezultate obţinute în R.P.R. privind calculul regimurilor staţionare de funcţionare a sistemului energetic, cu ajutorul calculatoarelor electronice numerice	1	83
M. PREDA, F. SPINEI, Forme generale de interconexiune a reţelelor fictive, corespunzătoare sistemelor de componente utilizate în studiul reţelelor trifazate	4	877
V. M. POPOV, Proprietăţi de stabilitate şi de optimalitate pentru sistemele automate cu mai multe funcţii de comandă	3	913
R. RĂDULEŢ, C. I. MOCANU, O nouă aproximare a factorilor de formă ai şarjei cuptoarelor de inducţie fără fier la refulare netă a curentului indus	1	33
R. RĂDULEŢ, C. I. MOCANU, O aproximaţie a fenomenelor de refulare netă a curentului electric alternativ în conductoarele prismatice cu oricîte feţe	1	47
R. RĂDULEŢ, PAUL DIMO, Teoria celor mai simple scheme complete echivalente cu reţelele electrice liniare în raport cu o latură a lor (I)	2	283
R. RĂDULEŢ, C. I. MOCANU, Calculul exact al factorului de formă al rezistenţei echivalente a şarjei cuptoarelor de inducţie fără fier pe baza barei model	3	285

	Nr.	Pag.
A. TIMOTIN, Asupra cuadritensorului energie-impuls macroscopic al cîmpului electromagnetic în medii cu proprietăţi de material arbitrare	4	745
A. ŢUGULEA, Efectul de proximitate dintre un fir rectiliniu parcurs de curentul alternativ şi un cilindru conductor paralel cu firul	1	63
A. ŢUGULEA, Cîteva exemple de sinteze de cîmp magnetic în regim staţionar	4	735
A. ŢUGULEA, C. FLUERAŞU, Tensiuni electromotoare induse prin mişcare şi forţe electrodinamice în cazul conductoarelor ecranate magnetic . .	4	773
A. ŢUGULEA, Cîmpul electromagnetic cvasistaţionar al conductoarelor rectilinii parcurse de curenţi alternativi, în prezenţa ecranelor electromagnetice cilindrice	4	807

Termoenergetică şi termotehnică

N. ANTONESCU, C. ARIEŞANU, Eficienţa turbionării amestecului combustibil în mărirea vitezei de ardere a combustibililor gazoşi	1	123
I. CSERVENY, D. GRECOV, Cicluri mixte gaz-abur cu reacţii endotermice	3	629
I. CSERVENY, Asupra posibilităţilor de aplicare a turbinelor de trecere în centrale termoelectrice	3	665
VICTOR GHIA, Metoda de calcul al arzătoarelor cu amestec prealabil funcţionînd cu gaze recirculate	2	413
D. GRECOV, I. IORDACHE, E. GUŢU, ATH. TRUŢEA, Cercetări asupra radiaţiei flăcărilor obţinute în cazul arderii în două etape a gazului metan	1	143
D. GRECOV, I. IORDACHE, Gradul de negreală al flăcărilor autocarburate	3	595
B. GRÜNWALD, Un model fizic nou privind arderea combustibilului în motorul cu aprindere prin scînteie	2	425
B. GRÜNWALD, Cercetarea procesului de ardere din motorul cu aprindere prin scînteie cu considerarea adîncimii zonei de ardere din flacăra turbulentă	3	653
S. KUCZEWSKI, Unele probleme energetice ale construcţiei ventilatoarelor în R.P. Polonă	1	183
M. NĂSTASE, AL. DĂNESCU, N. BLEZU, Influenţa temperaturii pereţilor antecamerei asupra proceselor de ardere din motoarele Diesel în regim de turaţie variabil	2	401
N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, G. SINGER, C. CRĂCIUNEANU, Interdependenţa parametrilor geometrici şi funcţionali la modelarea izotermică monofazică a focarului ciclon orizontal	3	609
V. PIMSNER, Eforturile axiale ale turbocompresoarelor de supraalimentare a motoarelor cu ardere internă	1	173
A. RADU-CERNEA, Influenţa turbulenţei în curent organizat asupra arderii în motoarele cu aprindere prin scînteie	1	133
I. TEOREANU, Contribuţii la studiul transferului de căldură fluid-particule în sisteme gazodisperse (cu aplicaţii la industria cimentului)	2	391
C. A. VASILESCU, Schimbul de căldură în canalul de evacuare la motoarele cu ardere internă	1	161
C. A. VASILESCU, V. PIMSNER, Diagrama entropică cu axe curbe pentru 1 kg. substanţă	2	385
C. A. VASILESCU, V. PIMSNER, Cifra caracteristică a sarcinii termice la motoarele cu aprindere prin compresiune supraalimentate	3	639

Comunicări

	Nr.	pag.
A. AVRAMESCU, Timpul de difuziune în axa profilelor pătrate şi dreptunghiulare	1	209
P. DIMO, Schema radială, structură simplă tip, reprezentativă, în studiul sistemelor electroenergetice	1	203
M. MARINESCU, Asupra unor noi proprietăţi ale electromagneţilor de tip solenoidal	1	195
M. MARINESCU, Despre principiul „transformării extremale a energiei" în sisteme electromecanice cuplate electromagnetic	2	439

Note

N. ANTONESCU, Posibilităţi de generalizare a formulelor de calcul pentru viteza de ardere în curent turbulent	3	705
V. GHIA, E. FERCALĂ, Arzătorul combinat cu pulverizare mixtă de 190 kg/h	1	213
V. GHIA, E. FERCALĂ, Studiul influenţei momentului cantităţii de mişcare a aerului asupra unghiului de pulverizare la arzătoarele turbionare	3	691
I. GRISTESCU, M. ROSENBERG, I. NISTOR, Instalaţii de fluidizare pentru prelucrarea cărbunilor	1	241
C. MANEA, În legătură cu influenţa supapei de refulare asupra legii de injecţie	1	227
AUGUSTIN MORARU, Cîmpul dintre două armături cilindrice cu axele paralele	3	683
N. PĂNOIU, Focarul turbionar	1	231
N. PĂNOIU, I. MAGHIAR, Consideraţii privind arderea ligniţilor din R.P.R. pe grătarul Jungk	2	449
V. PIMSNER, Cercetări experimentale asupra turbocompresoarelor de supraalimentare a motoarelor cu ardere internă	2	443
C. A. VASILESCU, B. BARBESCU, Îmbunătăţirea performanţelor motoarelor Diesel cu antecameră prin modificarea desfăşurării arderii	1	221
I. VLĂDEA, Z. ARDELEAN, Camera de amestec a ejectoarelor	3	713

MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1893

E R A T Ă

Pag.	rîndul	în loc de :	se va citi :
53	1	$P = -\frac{\omega^2}{pR}$	$P = \frac{\omega^2}{pR}$
55	4	$e + \ldots$	$e = \ldots$

St. cerc. energ. electr., nr. 1/1965.

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile: discuții, recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. Structura lucrării.

a) *Introducerea* va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate;

b) *Tratarea* (despărțită pe subcapitole numerotat după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorile, posibilitățile și comoditatea aplicării;

c) *Concluziile* vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la 2 rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; figurile pe calc în tuș, însoțite de cîte 2 copii și de o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, șase rînduri; un rezumat de circa 2 000 semne.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internațională.

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție: București, Șos. Vitan, nr. 236, raionul Tudor Vladimirescu.

1965 / DG 31

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI R.P.R.

V. PIMSNER, C. A. VASILESCU și GH. RĂDULESCU, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, 1964, 756 p., 45 lei.

D. DAMSKER, *Principii și mijloace noi de automatizare a acționărilor electrice*, 1964, 439 p., 24,50 lei.

N. TIPEI, V. N. CONSTANTINESCU, AL. NICA și O. BIȚĂ, *Lagăre cu alunecare (calcul, proiectare, ungere)*, (în limba rusă), 1964, 459 p., 30 lei.

GH. CARTIANU, *Modulația de frecvență* (în limba rusă), 1961, 579 p. + 7 pl., 39,10 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, *Lubrificația cu gaze*, 1963, 635 p., 31 lei.

SUZANA GÎDEA, M. PROTOPOPESCU, D. DRIMMER, *Metalurgia fizică a semiconductorilor*, 1963, 501 p. + 4 pl., 31 lei.

VASILE MARCU, *Metalizarea prin pulverizare*, 1963, 340 p., 21 lei.

A. MORARU, *Amplidina (mașina electrică amplificatoare de curent continuu cu cîmp transversal)*, 1962, 328 p. + 2 pl., 14,90 lei.

T. OROVEANU, *Scurgerea fluidelor prin medii poroase neomogene*, 1963, 329 p., 16,30 lei.

TRAIAN SĂLĂGEAN, *Fenomene fizice și metalurgice la sudarea cu arcul electric a oțelurilor*, 1963, 219 p., 12,10 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS și VICTOR PIMSNER, *Exploatarea rațională a gazelor naturale*, 1963, 367 p. + 7 pl., 26,40 lei.

I. P. „Informația" — c. 267

43 821

Lei 18.—

F1736

BIBLIOTECA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

2

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÂNE
St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 2 p. 213—458 Bucureşti 1965

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — redactor responsabil;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R. — redactor responsabil adjunct;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Ing. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Ing. V. PIMSNER;
Ing. C. A. VASILESCU;
Ing. ECATERINA ARIE — secretar de redacție.

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 72 lei.

În țară, abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS CENTRUM

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 15, nr. 2 1965

SUMAR

Pag.

Energetică generală

MIHAI PETCU, Modele matematice pentru optimizarea programului de dezvoltare a centralelor din sistemele energetice 215

Electroenergetică şi electrotehnică

CONSTANTIN NEMOIANU, Dispersiunea şi refularea curentului armonic în conductoare cilindrice drepte de secţiuni cu variaţie discontinuă . . . 235
C. V. BĂLĂ şi S. Şt. GHEŢARU, Cîmpul magnetic alternativ tangenţial în mediul feromagnetic 267
E. ARIE şi M. POMÎRLEANU, Căi de evaluare a performanţelor reglajului automat frecvenţă-putere în sisteme electroenergetice 293
VASILE-MIHAI POPOV, Stabilitatea sistemelor automate cu parametri variabili în timp 311

Termoenergetică şi termotehnică

C. HAIDUC, Particularităţi ale calculului termic al reactorilor fierbători cu supraîncălzire nucleară a aburului 327
CĂLIN ADRIAN VASILESCU şi VICTOR PIMSNER, Studiul termodinamic al funcţionării motorului diesel supraalimentat la valori mari ale gradului de supraalimentare 343
CĂLIN ADRIAN VASILESCU şi BOGDAN BARBESCU, Efectul gradului de supraalimentare asupra presiunii maxime din camera de ardere principală a motorului diesel cu antecameră 361
VICTOR PIMSNER şi CĂLIN ADRIAN VASILESCU, Asupra unei metode de răcire a paletelor turbinei cu gaze 371
D. GRECOV, I. IORDACHE şi E. GUŢU, Stabilitatea flăcărilor difuzive în jeturi de combustibil gazos 381
I. CARABOGDAN, Timpul de ardere a particulei de combustibil solid şi influenţa factorului geometric 397

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 2 p. 213—458 Bucureşti 1965

Pag.

I. NISTOR, I. HRISTESCU şi M. ROSENBERG, Reducerea conţinutului de sulf din cocsul de fluidizare (fază laborator) 413

Note

M. MARINESCU, Schimb de experienţă cu R.D.G. privind aplicarea oscilomotoarelor parametrice la acţionarea compresoarelor pentru frigidere . . 421

LUCIAN TEODORESCU şi SORIN GHEŢARU, Modelarea proceselor din echipamentul de injecţie al motoarelor diesel pe un calculator de tip analogic 423

C. CRĂCIUNEANU, Relaţii între parametrii focarului ciclon teoretic, tip orizontal, la funcţionarea izotermică monofazică 437

I. NISTOR şi F. ŞTEFĂNESCU, Obţinerea cocsului mărunt din cărbuni energetici în cuptoare verticale. Cercetări în fază pilot şi semiindustrială . . . 445

Recenzii 455

MODELE MATEMATICE PENTRU OPTIMIZAREA PROGRAMULUI DE DEZVOLTARE A CENTRALELOR DIN SISTEMELE ENERGETICE [1])

DE

MIHAI PETCU

Institutul de energetică al Academiei R.P.R., Şos. Vitan nr. 236, Bucureşti

620.92.336.12

Pornind de la ipoteze succesiv generalizate, se elaborează trei modele matematice, denumite prescurtat : *STRUCTURĂ*, *EXTINDERE*, *PROGRAM*, fiecare dintre ele putînd conduce la soluţionarea problemei stabilirii planului optim de dezvoltare a centralelor electrice şi termice. Toate cele trei modele sînt probleme de programare liniară, ale căror dimensiuni cresc o dată cu generalitatea.

Soluţia optimă care se obţine indică puterile centralelor de diferite tipuri, data instalării lor şi regimul de lucru al fiecăreia.

1. INTRODUCERE

Importanţa crescîndă a energiei electrice în viaţa economică şi socială, manifestată prin creşterea exponenţială a consumului de energie electrică într-un ritm superior ansamblului economiei, a făcut necesară elaborarea programelor de dezvoltare a instalaţiilor pentru producerea, transportul şi distribuţia energiei electrice, iar mărimea cheltuielilor de investiţii şi exploatare legate de realizarea acestor instalaţii a provocat apariţia cercetărilor pentru optimizarea programelor de dezvoltare, adică pentru găsirea acelor soluţii care asigură satisfacerea cererilor de energie electrică în modul cel mai avantajos din punct de vedere economic.

[1]) Un articol pe aceeaşi temă a apărut şi în „Rev. Roum. Sci. Techn. — Electro energ. Electrotechn., **10**, 2 (1965).

Stimulate de recentele progrese în domeniul metodelor matematice de abordare a problemelor foarte complexe, cercetările de acest fel, întreprinse mai ales în ultimii 10—15 ani în Franţa, S.U.A., U.R.S.S. şi în alte cîteva ţări, au fost, de regulă, subordonate rezolvării unor probleme practice imediate; de aceea studiile efectuate pînă în prezent poartă o puternică amprentă a condiţiilor concrete de dezvoltare a sistemelor energetice din ţările respective în funcţie de resursele lor energetice primare şi de conjuctura economică.

Aşa se face că, deşi au fost elaborate mai multe modele matematice vaste, deşi s-a organizat utilizarea unui volum mare de informaţii pentru formularea lor concretă şi deşi s-au obţinut chiar unele realizări practice, totuşi folosirea experienţei cîştigate în acest domeniu, generalizarea metodelor de lucru şi aplicarea lor în alte ţări decît cele de origine s-au dovedit dificile, datorită diversităţii modurilor cum este principial abordată problema alcătuirii programelor de dezvoltare a sistemelor energetice [2]).

Astfel, în Franţa studiile au început cu examinarea competitivităţii centralelor termo- şi hidroelectrice, extinzîndu-se apoi asupra unei diversităţi mai largi de tipuri de centrale şi adîncindu-se prin abordarea aspectelor privitoare la rolul lacurilor de acumulare, la influenţa transportului energiei etc. În U.R.S.S., distanţele foarte mari dintre regiunile siberiene bogate în resurse hidroenergetice şi centrele de consum al energiei electrice au condus la o abordare specifică a problemei, în care se acordă rolul cuvenit transportului energiei. În S.U.A., studiile s-au dezvoltat pornind de la examinarea regimurilor de funcţionare a sistemelor şi evoluînd către estimarea regimurilor lor viitoare şi corespunzător alegerii investiţiilor celor mai avantajoase, ţinînd seama şi de regimurile viitoare.

Este de subliniat că aceste studii s-au dovedit dificile, datorită complexităţii deosebite a problemelor care interferează şi datorită volumului mare de date şi de informaţii ce trebuie prelucrat. Se consideră [8] că, înainte de a aduce metodele de planificare optimală a dezvoltării sistemelor la stadiul de instrument practic pentru adoptarea deciziilor de construcţie, trebuie parcursă o etapă destul de lungă de studii teoretice, de pregătire a datelor necesare, de verificare a metodelor şi datelor prin aplicaţii numerice simplificate şi, paralel cu aceasta, de creare a bazei materiale pentru efectuarea calculelor.

2. CADRUL ŞI DELIMITAREA PROBLEMEI

Studiul planificării optimale a dezvoltării sistemului energetic cuprinde multiple aspecte, de la analiza principială a ipotezelor şi schematizărilor care delimitează domeniul de optimizat la formularea matematică a problemei şi la studiul modului de obţinere a datelor iniţiale pentru modelul matematic. În prezentul articol se tratează numai unele aspecte

[2]) Acest fapt a fost pus în evidenţă cu ocazia colocviului organizat la Lisabona în 1960 de către UNIPEDE asupra criteriilor şi metodelor folosite la elaborarea programelor de dezvoltare a sistemelor energetice [2], [5], [10], [14], [15].

referitoare la formularea matematică a problemei ; iar pentru aceasta este necesară o scurtă prezentare a cadrului și delimitării problemei, fără a intra însă în analiza implicațiilor și admisibilității ipotezelor și schematizărilor făcute.

2.1. Datorită multiplelor conexiuni economice și tehnologice ale producerii energiei electrice — cu bazele de producere a energiei primare, cu mijloacele de transport a energiei primare și a energiei electrice, precum și cu instalațiile consumatoare de energie electrică din sfera producției materiale (industrie, agricultură, transporturi) și din sfera consumului (sector casnic, administrație, cultură, învățămînt, gospodărie comunală etc.) —, găsirea unei soluții optime absolute pentru dezvoltarea sistemului energetic este posibilă, în principiu, numai prin optimizarea dezvoltării economiei naționale în ansamblu.

În calea formulării matematice a acestei probleme extrem de complexe [11] stau deocamdată importante dificultăți de ordin teoretic și metodic, pentru depășirea cărora sînt necesare noi și importante progrese ale științelor economice. De aceea în prezent dezvoltarea economiei naționale în ansamblu (și în cadrul său dezvoltarea sistemului energetic) se planifică cu ajutorul unor metode izvorîte din practică, astfel încît, pornind de la legile generale ale economiei socialiste, se întocmește un plan de dezvoltare coordonat care asigură proporționalitatea între diferite ramuri și atingerea obiectivelor propuse. Planul elaborat în acest mod este un plan avantajos, ales dintre mai multe variante de planuri posibile ; el însă nu prezintă garanția că ar fi planul optim, deoarece metodele curente de planificare nu permit examinarea tuturor variantelor posibile în vederea alegerii variantei optime.

Soluția avantajoasă oferită de utilizarea metodelor curente de planificare poate fi îmbunătățită dacă măcar pentru unele subansambluri ale economiei se aplică metode matematice de optimizare. Optimul astfel obținut este însă un optim relativ, reprezentînd cea mai bună soluție pentru ansamblul respectiv în condițiile utilizării, pentru planificarea ansamblului economiei, a metodelor curente bazate pe comparații și tatonări.

Diferența dintre optimul relativ și cel absolut este cu atît mai mică, cu cît subansamblul considerat este mai mare sau, mai precis exprimat, cu cît schematizările și ipotezele simplificatoare efectuate pentru delimitarea subansamblului din cadrul economic general sînt mai puține și mai apropiate de realitate.

2.2. Ipoteza consumului impus (generalizată pentru toate formele de energie cerute de consumatori) restrînge cadrul problemei la optimizarea bilanțului energetic de perspectivă ; iar ipoteza că și resursele primare disponibile sînt date, restrînge cadrul problemei la optimizarea sistemului energetic.

Aceste două ipoteze permit ca problema optimizării sistemului energetic să poată fi desprinsă din problema generală a optimizării planului economiei naționale și să poată fi abordată separat, pornind de la cea mai bună soluție realizabilă cu metodele actuale, deci fără a introduce nici o aproximație suplimentară.

De asemenea nu se introduc aproximații suplimentare față de cele proprii metodelor curente, adoptînd schematizări ale conexiunilor economice la un nivel de generalitate cel puțin egal celui practicat în calculele actuale de planificare.

2.3. Pentru delimitarea precisă a cadrului problemei de optimizat este necesar să se recurgă la schematizarea conexiunilor tehnologice dintre producerea energiei electrice și alte activități economice, conexiuni care apar datorită existenței unor instalații complexe, în care, pe lîngă producerea energiei electrice, au loc și alte procese, ca : transportul și distribuția energiei electrice pînă la consumatori, producerea de căldură sub formă de abur și apă caldă, regularizarea debitelor cursurilor de apă pentru navigație sau irigații, producerea de gaze artificiale etc. Examinînd implicațiile diferitelor schematizări posibile, practicate sau recomandate și ținînd seama că aceste schematizări trebuie să se adopte într-o anumită ordine pentru ca extinderea și complicarea problemei să fie însoțită de scăderea maximă a aproximațiilor aferente schematizărilor făcute, se ajune la concluzia că este principial posibil a se elabora un model matematic cu ajutorul căruia să se supună unei optimizări relative numai subansamblul economic constituit de centralele electrice și termice.

De mare importanță pentru stabilirea acestei concluzii este, între altele, constatarea că soluția optimă de dezvoltare a centralelor este slab influențată de restrîngerea cadrului problemei de optimizat, prin cuprinderea numai a centralelor în locul tuturor instalațiilor sistemului, deoarece tratarea numai a centralelor fără transportul combustibililor și fără transportul energiei electrice este mai corectă decît tratarea unui subansamblu „centrale + transportul combustibililor" sau a unui subansamblu „centrale + rețea electrică".

Studiind optimizarea subansamblului economic constituit de centralele electrice și termice, prezenta lucrare este principial mai generală decît alte studii cunoscute [1], [7], [8], [12], în care se dă o mare atenție rețelelor electrice, dar în schimb se restrîng posibilitățile de optimizare a structurii centralelor, presupunînd impuse puterile sau regimurile de funcționare ale unor categorii de centrale.

2.4. O dată cu restrîngerea cadrului problemei are loc și modificarea formei sub care se prezintă criteriul de optimizare. Cea mai generală formă a criteriului, utilizabilă pentru optimizarea dezvoltării economiei naționale în ansamblu, se poate obține din legea economică fundamentală a socialismului sau din sarcina economică principală a lagărului socialist în etapa istorică a întrecerii pașnice cu capitalismul.

Studiind ce devine acest criteriu general prin restrîngerea succesivă a cadrului problemei de optimizare, se ajunge la concluzia că pentru optimizarea dezvoltării centralelor electrice trebuie să se utilizeze criteriul cheltuielilor minime.

Pentru cheltuielile făcute în diferite etape ale dezvoltării trebuie să se aplice operația actualizării, bazată pe utilizarea unui factor supraunitar :

$$s_t \frac{\text{lei în momentul } t}{\text{lei în momentul } (t-1 \text{ an})},$$

denumit factor de actualizare, care este un raport de schimb între prezent și viitor, un preț al disponibilității fondurilor [8].

Valoarea actuală V a unei cheltuieli V_T ce urmează a se face în viitor (în anul $t = T$) este

$$V = \frac{V_T}{S_T}, \tag{1}$$

unde S_T este raportul total în care se face actualizarea pe întreaga perioadă T. Acest raport total de actualizare se poate calcula cu una din formulele următoare :

$$S_T = s^T \tag{2}$$

dacă s este constant de-a lungul perioadei T,

$$S_T = \prod_{t=1}^{T} s_t \tag{3}$$

dacă s_t ia valori discrete $s_1, s_2, \ldots, s_T$ în anii $1, 2, \ldots, T$ sau

$$S_T = e^{\int_0^T \ln s_t \, dt} \tag{4}$$

dacă $s_t(t)$ este o funcție continuă de timp.

Determinarea valorii factorului de actualizare s sau a dinamicii sale $s(t)$ este o problemă economică foarte complexă, care pentru economia socialistă nu a primit pînă în prezent o rezolvare teoretică satisfăcătoare. Pentru conducerea calculelor, în U.R.S.S. s-a recomandat oficial valoarea $s = 1{,}125$ [16] care se utilizează și în țara noastră alături de valoarea $s = 1{,}1$.

2.5. Stabilirea datelor inițiale pentru formularea concretă a problemei optimizării dezvoltării centralelor necesită un mare volum de informații și o metodologie specială de tratare a acestora.

Datele inițiale sînt de trei categorii :

— date energetice de bază (necesitățile de energie electrică și de căldură, disponibilitățile de combustibili pentru producerea energiei electrice și a căldurii etc.);

— date tehnice asupra echipamentelor pentru producerea energiei electrice și a căldurii (tipuri, puteri unitare, randamente etc.);

— date economice asupra echipamentelor, exploatării și combustibililor.

Toate datele inițiale se referă la o anumită etapă viitoare și de aceea au caracter de prognoze, adică nu sînt cu desăvîrșire certe, deoarece printre informațiile care stau la baza obținerii lor intervin și estimații ale unor factori aleatori ca : descoperiri științifice și invenții, rezultate ale prospecțiunilor geologice etc. Fiind prognoze, datele inițiale sînt mărimi aleatoare, care în mod riguros trebuie prezentate prin indicarea curbei lor de repartiție. În acest scop este necesar ca toate informațiile utilizate pentru stabilirea datelor inițiale să fie luate în considerare împreună cu indicele lor de precizie — calculat sau apreciat — folosindu-se apoi regulile

calculului probabilităţilor pentru urmărirea propagării indicilor de precizie pînă la datele iniţiale ale modelului matematic.

După gradul de rigurozitate urmărit şi după importanţa practică a problemei studiate se poate aprecia dacă este necesar să se păstreze toate datele iniţiale sub formă de mărimi aleatoare (în care caz modelul matematic este foarte complicat) sau este posibil ca unele dintre ele, eventual toate, să fie considerate ca date certe şi bine determinate (în care caz modelul matematic devine mult mai simplu şi mai uşor de rezolvat).

2.6. Elaborarea programului de dezvoltare a centralelor este o problemă tehnică, economică şi metodologică foarte complexă, pentru a cărei abordare şi soluţionare practică se pot imagina mai multe căi de urmat, precum :

— *metoda combinatorie*, care constă din alegerea celui mai avantajos dintre cele

$$N = A! \prod_{a=1}^{A} B_a$$

programe distincte ce pot fi concepute combinînd în toate modurile posibile proiectele compatibile în număr de A (prin „proiect" se înţelege orice variantă posibilă de centrală electrică sau termică ; A este numărul de amplasamente, iar B_a este numărul de variante dintr-un amplasament a ; numărul total de proiecte este

$$n = \sum_{a=1}^{A} B_a$$

dar dintre ele pot figura în acelaşi program numai cel mult A proiecte) ;

— *metoda „pas cu pas"*, care constă din alegerea celui mai economic proiect dintre cele n proiecte posibile pentru extinderea sistemului existent, apoi alegerea celui mai economic dintre cele $n - 1$ proiecte rămase, considerînd extinderea sistemului ce conţine şi proiectul reţinut la pasul precedent, şi aşa mai departe ;

— *metoda optimului momentan*, care constă din : alegerea unui grup de proiecte compatibile ce satisfac în modul cel mai avantajos necesităţile de energie electrică şi de căldură la un anumit moment viitor ; repetarea acestui calcul în mod independent pentru o succesiune de momente de-a lungul perioadei viitoare studiate ; şi coordonarea rezultatelor astfel ca ele să formeze un program coerent.

Dintre acestea, teoretic doar metoda combinatorie (în varianta proiectelor individualizate sau în varianta globală [2] a proiectelor-tip pe categorii de centrale) poate conduce la soluţia optimă. Celelalte căi, mai simple şi mai uşor de aplicat, pot furniza în general numai o soluţie apropiată de cea optimă, care însă în practică poate fi eventual considerată acceptabilă, fiind în orice caz mai avantajoasă decît soluţia care s-ar obţine prin utilizarea metodelor curente.

În unele cazuri particulare, metoda optimului momentan poate şi ea să conducă la soluţia optimă a programului de dezvoltare a centralelor, acest fapt verificîndu-se prin coerenţa strictă a structurilor optime succesive.

Alegerea căii de abordare a problemei într-un caz practic concret depinde de scopul urmărit (plan general de perspectivă sau decizii operative), de volumul și de precizia informațiilor ce stau la baza datelor inițiale precum și de capacitatea mașinilor de calcul existente.

3. NECUNOSCUTELE

Din punctul de vedere al naturii matematice, problema stabilirii planului optim de dezvoltare a centralelor este o problemă de extremum condiționat. Formularea sa constă din precizarea necunoscutelor și din exprimarea cantitativă în raport cu ele a funcției-criteriu și a relațiilor ce descriu condițiile restrictive.

Necunoscutele $x_k, (k = 1, 2, \ldots, N_k)$ sînt capacitățile de producție ale centralelor, exprimate prin puterile lor nete disponibile. Numărul N_k al necunoscutelor este egal cu numărul variantelor de proiecte viabile de centrale concrete sau cu numărul tipurilor distincte de centrale ce pot fi luate în considerare. Variantele sau tipurile de centrale, diferă între ele nu numai ca gen tehnic, ci și ca regim de lucru.

Pentru centralele electrice (inclusiv cele de termoficare), x_k reprezintă puterea electrică în MW iar pentru centralele termice pure x_k indică mărimea puterii termice în Gcal/h. Puterea termică a centralelor de termoficare este

$$Q_k = q_k x_k , \tag{5}$$

unde

$$q_k = \frac{1}{\tau_k \varphi_k}, \tag{6}$$

în care τ_k este coeficientul de termoficare caracteristic agregatului de termoficare considerat $\left(\text{în } \frac{\text{MW}}{\text{Gcal/h}}\right)$, iar φ_k indicele de termoficare (raportul dintre puterea termică a agregatului de termoficare și puterea termică totală cerută centralei de termoficare). Pentru omogenitate, puterea termică a centralelor termice pure se va exprima tot cu relația (5), în care $q = 1$ Gcal/MWh.

Puterea instalată P_i a centralelor se obține din puterea netă disponibilă x, ținînd seama de relația

$$P_i = \frac{x}{\varepsilon}, \tag{7}$$

unde

$$\varepsilon = (1 - K_{teh}) K_d , \tag{8}$$

K_{teh} fiind coeficientul consumului propriu tehnologic, iar K_d coeficientul de disponibilitate a puterii instalate.

4. CONDIȚIILE RESTRICTIVE

Dezvoltarea centralelor trebuie să respecte anumite condiții-limită, care exprimă posibilitatea preluării variațiilor zilnice, săptămînale și anuale ale sarcinii sistemului, limitarea cantităților de energie primară disponibile pentru producția de energie electrică și de căldură, limitarea debitelor maxime disponibile ale unor tipuri de energie primară, necesitatea de a consuma anumite cantități minime de energie primară deșeu etc. Deoarece aceste condiții trebuie să fie respectate permanent (în fiecare oră a zilei și în fiecare zi a anului), pe baza lor s-ar putea scrie un număr foarte mare de relații de legătură.

Totuși observînd că pericolul încălcării unor condiții devine foarte mic atunci cînd alte anumite condiții sînt respectate, numărul relațiilor ce trebuie păstrate în formularea problemei se poate reduce substanțial, evitînd astfel creșterea exagerată a dimensiunilor modelului matematic. În funcție de caracterul concret al problemei ce trebuie rezolvată se va selecta un grup cît mai restrîns de condiții, capabil să garanteze cu o mare probabilitate îndeplinirea implicită a tuturor celorlalte condiții-limită. Reducerea numărului condițiilor restrictive trebuie să fie cu atît mai accentuată, cu cît datele inițiale sînt cunoscute cu precizie mai mică.

În scopul urmăririi în continuare a formulării problemei, se vor menționa aici un număr minim de condiții-limită.

Dintre relațiile date de bilanțul puterilor electrice trebuie reținută condiția acoperirii sarcinii de vîrf în ziua cea mai încărcată a anului :

$$\sum_{k=1}^{N_k} u_k x_k \geqslant P, \tag{9}$$

unde $u_k x_k$ reprezintă puterea netă utilizabilă a centralelor de tipul k, iar P puterea netă utilizabilă necesară întregului sistem :

$$P = V + R, \tag{10}$$

V fiind sarcina de vîrf maxim anual, obținută din studiile de prognoză a cererilor viitoare de energie electrică [13], iar R rezerva de putere minimă necesară pentru atingerea unui anumit indice de siguranță în alimentarea consumatorilor [3].

Într-un sistem cu profil pronunțat termoenergetic este importantă condiția trecerii golului de noapte, care se verifică tot numai pentru ziua cea mai încărcată :

$$\sum_{k=1}^{N_k} u_k^0 x_k \leqslant P^0, \tag{11}$$

unde u_k^0 este coeficientul minimului tehnic, iar P^0 sarcina sistemului la golul de nopate.

Dintre relațiile date de bilanțul energiei, cele mai importante sînt cele referitoare la bilanțul anual al energiei electrice,

$$\sum_{k=1}^{N_k} T_k x_k = E, \tag{12}$$

și la bilanțul anual al căldurii, pe fiecare tip i de consum termic :

$$\sum_{k=1}^{N_k} \ddot{T}_{ki}\, q_{ki}\, x_{ki} = W_i\,, \qquad i = 1, 2, \ldots, N_i\,, \tag{13}$$

unde E reprezintă energia electrică netă ce trebuie produsă anual, iar W_i căldura necesară anual pentru consumatorii termoficabili de tipul i. Gruparea consumatorilor de căldură termoficabili în cîteva tipuri i se face ținînd seama de concentrarea teritorială a consumului termic, de regimul acestui consum și de parametrii la care este cerută căldura (apă fierbinte sau abur de 7—14 at). T_k și $\ddot{T}_{ki}$ reprezintă durata de utilizare anuală a puterii nete electrice, respectiv termice. Ținînd seama că centralele termice și cele de termoficare nu funcționează în general interconectate pe partea termică, duratele $\ddot{T}_{ki}$ sînt egale, fiind impuse de consumator $\ddot{T}_{ki} = \ddot{T}_i$. Atunci relația (13) devine

$$\sum_{k=1}^{N_k} q_{ki}\, x_{ki} = Q_i\,, \qquad i = 1, 2, \ldots, N_i\,, \tag{14}$$

unde $Q_i = \dfrac{W_i}{\ddot{T}_i}$ reprezintă puterea termică totală de vîrf cerută de consumatorii termoficabili de tipul i.

Caracterul limitat al resurselor de energie primară și regimul disponibilităților lor impune o serie de condiții, dintre care principalele sînt cele referitoare la cantitățile B_j anual disponibile din resursele de sortul j :

$$\sum_{k=1}^{N_k} e_{kj}\, x_k \leqslant B_j\,, \qquad j = 1, 2, \ldots, N_j\,, \tag{15}$$

și cele referitoare la limitarea debitului orar B^h al unor resurse primare :

$$\sum_{k=1}^{N_k} b_{kj}\, u_k\, x_k \leqslant B_j^h\,, \qquad j = j_1, j_2, \ldots, j_p\,, \tag{16}$$

unde b_{kj} reprezintă consumul specific de resurse primare de tipul j pe kWh netă produsă în centralele electrice (inclusiv CET), respectiv pe Gcal netă produsă în centralele termice, iar e_{kj} reprezintă consumul anual de resurse primare de tipul j pe unitatea de putere netă disponibilă în centrale de tipul k (în $\dfrac{\text{tcc/an}}{\text{MW}}$ pentru termocentralele electrice, inclusiv CET ; în $\dfrac{\text{tcc/an}}{\text{Gcal/h}}$ pentru centralele termice ; și în ore/an pentru hidrocentrale).

Toate relaţiile de mai sus sînt de forma

$$\sum_{k=1}^{N_k} h_{mk}\, x_k \pm X_m = g_m\,, \tag{17}$$

unde indicele m este numărul relaţiei din sistemul de N_m relaţii scrise mai sus

$$N_m = 1 + 1 + 1 + N_i + N_j + p\,, \tag{18}$$

h_{mk} mărimile ce definesc variantele (indicii tehnici ai centralelor), g_m mărimile energetice de bază din membrul drept, iar X_m sînt necunoscute care se introduc în inegalităţi pentru a le echilibra. Acestea din urmă se pot scrie sub forma

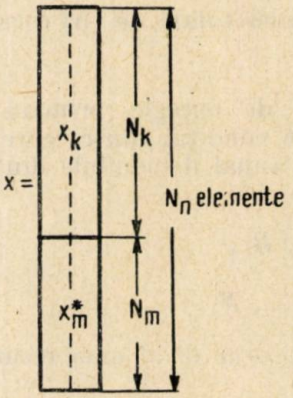
$$\pm X_m = h^*_m\, x^*_m\,, \tag{19}$$

unde h^*_m este o mărime ce are valoarea $+1$ dacă relaţia m este o inegalitate $\leqslant$, are valoarea -1 în cazul inegalităţii de sens contrar şi are valoarea zero dacă relaţia m este o egalitate.

Atunci sistemul de ecuaţii (17) se poate scrie matricial

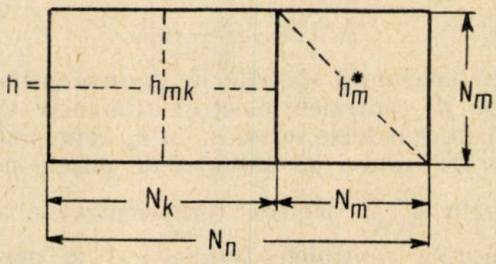
$$h\, x = g\,, \tag{20}$$

unde x şi g sînt vectorii-coloană



(21)

iar h este matricea



(22)

a cărei parte din dreapta este o matrice diagonală.

Relaţia (20) exprimă toate condiţiile restrictive de ordin tehnic sau datorite regimului sarcinilor şi al resurselor primare. Ea a fost construită aici pornind numai de la condiţiile restrictive principale, dar este valabilă pentru un număr oricît de mare de condiţii restrictive.

5. MODELUL „STRUCTURĂ"

Modelul matematic prin care se urmăreşte determinarea structurii optime a centralelor într-un anumit an viitor (denumit prescurtat modelul „*structură*") constituie veriga cu ajutorul căreia se poate alcătui programul optim de dezvoltare a centralelor prin metoda optimului momentan (§ 2.6.).

La determinarea structurii optime a centralelor într-un anumit an viitor se face abstracţie de evoluţia structurii înaintate şi după anul considerat.

Structura centralelor este reprezentată de primele N_k elemente ale vectorului x (21). Găsirea structurii optime înseamnă deci stabilirea nu numai a puterilor nete disponibile ale diferitelor genuri tehnice de centrale (definite după felul echipamentului, puterea unitară, combustibilul folosit etc.), ci şi a regimului lor optim de exploatare.

În ceea ce priveşte criteriul de optimizare, pentru modelul structurii fiind vorba de un optim momentan, nu este necesar să se utilizeze forma generală a criteriului cheltuielilor minime actualizate, ci este mai adecvată forma simplificată

$$F = I + ND, \tag{23}$$

în care F reprezintă cheltuieli pe perioada normată, I investiţii, D cheltuieli anuale de exploatare directe şi N termen de recuperare normat. Criteriul de optimizare a structurii centralelor se scrie

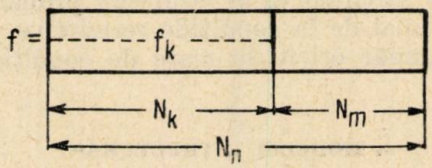
$$F = \sum_{k=1}^{N_k} F_k = \sum_{k=1}^{N_k} f_k x_k = \text{minim}, \tag{24}$$

unde

$$f_k = i_k + N d_k, \tag{25}$$

i_k şi d_k reprezentînd investiţiile specifice şi cheltuielile anuale directe de exploatare specifice, raportate la puterea electrică $\left(\frac{\text{lei}}{\text{MW}}\right)$ sau la puterea termică $\left(\frac{\text{lei}}{\text{Gcal/h}}\right)$, după cum indicele k desemnează o centrală electrică sau una termică.

Fie f vectorul linie



(26)

ale cărui prime N_k elemente, f_k, sînt cheltuielile specifice pe perioada normată, următoarele N_m elemente fiind nule. Cu această notație criteriul de optimizare se scrie

$$F = f\,x = \text{minim}\,. \tag{27}$$

Problema determinării structurii optime a centralelor se formulează atunci în modul următor: să se găsească vectorul

$$\left.\begin{array}{l} x \geqslant 0\,, \\ \text{care face} \\ fx = \text{minim}\,, \\ \text{cu condiția} \\ h\,x = g\,. \end{array}\right\} \tag{28}$$

5.1. Relațiile (28) constituie formularea tipică a unei probleme de programare liniară. Ținînd seama că datele inițiale concentrate în vectorul g (datele energetice de bază), în matricea h (indici tehnici ai echipamentelor) și în vectorul f (indici economici ai echipamentelor) sînt toate prognoze, deci mărimi aleatoare, rezultă că avem de-a face cu o problemă de programare liniară stohastică de tipul cel mai general.

Cum însă pentru multe dintre datele inițiale precizia prognozelor ajunge destul de apropiată de certitudine, caracterul aleator al acestor date se poate neglija, considerîndu-le cu valori unice și bine determinate.

Dacă această presupunere este admisibilă pentru toate datele inițiale, se ajunge la o problemă de programare liniară simplă.

Dacă însă unele dintre date trebuie menținute ca aleatoare, curba lor de repartiție poate fi schematizată printr-o repartiție discretă cu un număr destul de mic de valori, creîndu-se posibilitatea rezolvării practice a problemei prin repetarea calculelor pentru fiecare valoare în parte și combinarea rezultatelor ținînd seama de probabilitatea aferentă fiecăreia dintre ele [9].

Dacă numărul de date ce trebuie menținute cu caracterul lor aleator este mic, se ajunge la tipul de problemă de programare liniară parametrică întîlnit curent.

În anumite cazuri poate deveni necesar să se ia în considerare faptul că unele necunoscute sînt obligate să ia valori discrete; atunci problema de programare liniară se rezolvă prin metodele cunoscute [4], [6], special elaborate în acest scop.

6. MODELUL „EXTINDERE"

Modelul „*extindere*" prin care se urmăreşte determinarea extinderii optime a unui sistem dat, constituie veriga cu ajutorul căreia se poate alcătui programul de dezvoltare a centralelor prin metoda „pas cu pas" (§ 2.6). În acest model se consideră o structură dată a centralelor (reprezentînd fie un sistem energetic realmente existent în prezent, fie o etapă viitoare a dezvoltării sistemului), şi se caută o structură ulterioară optimă. Intervalul de timp, „pasul", care desparte cele două structuri poate fi un an sau cîţiva (2—5) ani. În cadrul modelului „*extindere*" nu ne preocupăm de evoluţia sistemului de-a lungul acestui interval, ci urmărim doar determinarea structurii sale finale.

Necunoscutele sînt puterile $x_k = x_{\varkappa\nu}$ care figurează în noua structură; indicele $\varkappa$ arată genul tehnic al centralei ($\varkappa = 1, 2, \ldots, N_\varkappa$), iar indicele ν regimul de lucru ($\nu = 1, 2, \ldots, \mathcal{N}_\varkappa$). Puterea centralelor de un anumit gen tehnic din noua structură este

$$x_\varkappa = \sum_{\nu=1}^{\mathcal{N}_\varkappa} x_{\varkappa\nu} \,. \tag{29}$$

Ea trebuie să satisfacă condiţia de conservare

$$x_\varkappa \leqslant x_{\varkappa 0} - \grave{x}_\varkappa + \hat{x}_\varkappa \,, \tag{30}$$

unde $x_{\varkappa 0}$ este puterea centralelor de genul $\varkappa$ existente în structura iniţială, $\grave{x}_\varkappa$ este puterea centralelor ce trebuie casate datorită atingerii limitei de uzură fizică în intervalul dintre momentul iniţial şi momentul final, iar $\hat{x}_\varkappa$ este puterea nou instalată. Pentru echilibrarea inegalităţii (30) se introduce necunoscuta suplimentară $\acute{x}_\varkappa$ care este puterea scoasă din exploatare prin uzură morală. Notînd cu $g_\varkappa$ puterea maximă ce ar putea fi menţinută,

$$g_\varkappa = x_{\varkappa 0} - \grave{x}_\varkappa \,, \tag{31}$$

se poate scrie relaţia de legătură

$$\sum_{\nu=1}^{\mathcal{N}_\varkappa} x_{\varkappa\nu} + \acute{x}_\varkappa - \hat{x}_\varkappa = g_\varkappa \,, \tag{32}$$

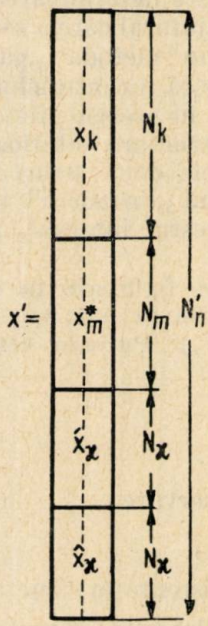
care împreună cu condiţiile (20) formează sistemul de constrîngeri al modelului „*extindere*".

Criteriul de optimizare rămîne acelaşi ca la modelul „*structură*" întrucît şi aici ne preocupăm de un singur „moment" al dezvoltării—cel corespunzător structurii finale căutate.

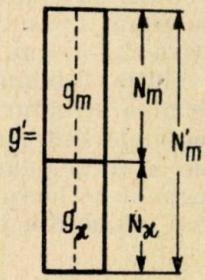
Modelul „*extindere*" se poate scrie tot sub forma unei probleme de programare liniară:

$$\left.\begin{aligned} f'x' &= \text{minim} \,, \\ h'x' &= g' \,, \\ x' &\geqslant 0 \,, \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

unde în vectorul necunoscutelor intră și $\hat{x}_\varkappa$ și $\acute{x}_\varkappa$:

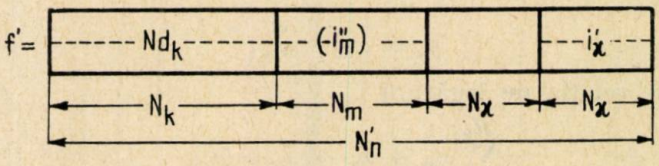


(34)

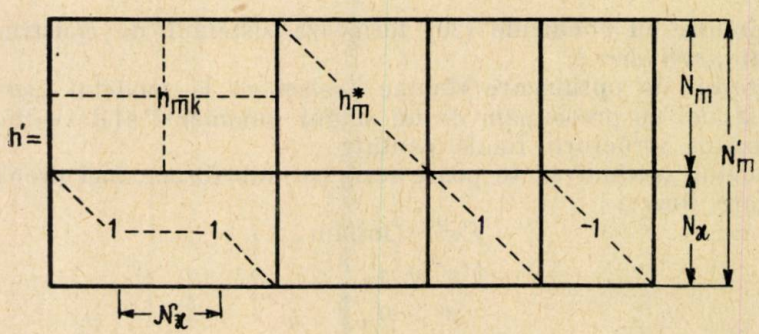


(35)

în vectorul datelor energetice de bază intră și puterile $g_\varkappa$:
iar vectorul f' și matricea h' se completează cu elemente corespunzătoare :



(36)



(37)

Din alcătuirea vectorului f' se observă că investițiile în centrală i' înmulțesc numai puterile nou instalate și depind numai de genul acestor puteri, regimul centralelor fiind reflectat în cheltuielile de exploatare d. Cu i''_m s-a notat investiția specifică la baza de combustibil (dacă relația m nu se referă la combustibil $i''_m = 0$).

Se observă că modelul „*extindere*" se aseamănă formal cu modelul „*structură*" dar este mai voluminos decît acesta din urmă, conținînd un număr mai mare de necunoscute. El permite ca, pornind de la o structură cunoscută, să se determine o structură ulterioară optimă, în care se precizează ce puteri noi urmează să se instaleze, care dintre puterile vechi capabile să mai funcționeze trebuie scoase din exploatare ca uzate moral și care este regimul optim de exploatare a centralelor din noua structură.

7. MODELUL „PROGRAM"

Determinarea directă a unei succesiuni de structuri a centralelor, care în ansamblu să conducă la un minimum al cheltuielilor totale actualizate, se va obține printr-un model matematic mai complex, denumit aici modelul „*program*". Programul se consideră deci nu ca o desfășurare continuă, ci ca o succesiune discretă de structuri, caracteristice momentelor $t = 1, 2, \ldots, N_t$ între care intervalele π sînt de unul sau mai mulți (2 — 5) ani.

Puterea centralelor de genul $\varkappa$ care figurează în structura t se scrie

$$x_{\varkappa t} = \sum_{\nu=1}^{\mathcal{N}_{\varkappa t}} x_{\varkappa\nu t} = x_{\varkappa(t-1)} - \grave{x}_{\varkappa t} - \acute{x}_{\varkappa t} + \hat{x}_{\varkappa t}\,, \tag{38}$$

notațiile fiind asemănătoare cu cele din paragraful precedent, cu diferența că se adaugă indicele t. Însumînd relațiile (38) de la $t = 1$ pînă la un t oarecare, se obține

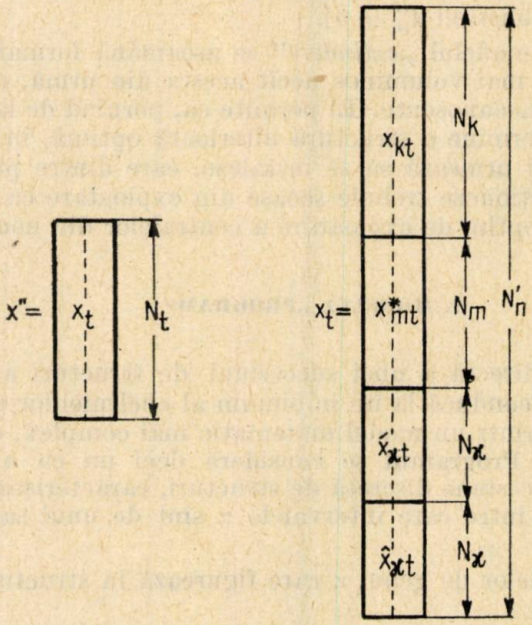
$$\sum_{\nu=1}^{\mathcal{N}_{\varkappa t}} x_{\varkappa\nu t} + \sum_{t=1}^{t} (\acute{x}_{\varkappa t} - \hat{x}_{\varkappa t}) = x_{\varkappa 0} - \sum_{t=1}^{t} \grave{x}_{\varkappa t}\,, \tag{39}$$

unde în membrul stîng figurează necunoscute, iar în membrul drept date inițiale (structura sistemului în momentul $t = 0$ fiind cunoscută, se știe și data la care echipamentele își pot atinge limita de uzură fizică). Pentru o structură t există $N_\varkappa$ relații (39).

Modelul matematic al programului optim de dezvoltare a centralelor se aduce tot la forma unei probleme de programare liniară :

$$\left.\begin{aligned} c''\,x'' &= \text{minim}, \\ h''\,x'' &= g'', \\ x'' &\geqslant 0\,, \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

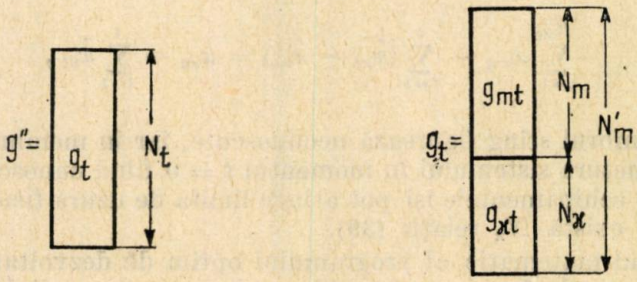
unde vectorul necunoscutelor x'' este format asociind cei N_t vectori x_t care caracterizează fiecare dintre structurile componente ale programului :



(41)

Se observă că vectorii x_t sînt asemănători vectorului x', întîlnit la modelul „*extindere*".

La fel se formează vectorul g'' :



(42)

unde

$$g_{\varkappa t} = x_{\varkappa 0} - \sum_{t=1}^{t} \hat{x}_{\varkappa t} \,. \tag{43}$$

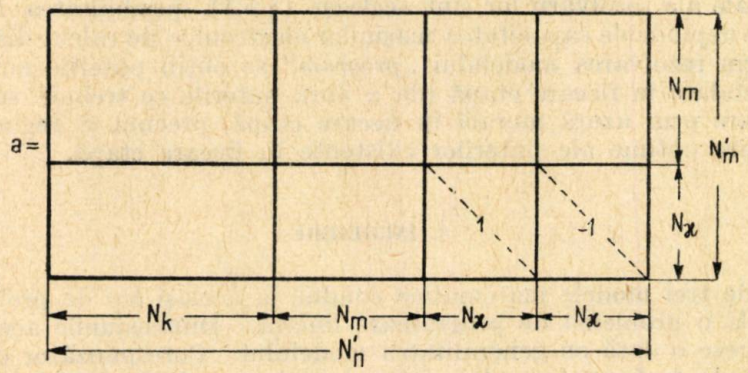
Vectorii x'' și g'' au de N_t ori mai multe elemente decît vectorii corespunzători x' și g' din modelul „*extindere*" :

$$\begin{aligned} N_n'' &= N_t N_n', \\ N_m'' &= N_t N_m'. \end{aligned} \tag{44}$$

Matricea h'' are N_m'' linii și N_n'' coloane, avînd deci de N_t^2 ori mai multe elemente decît matricea h'.

Fie h_t matricele cu N_m' linii și N_n' coloane, similare ca alcătuire cu h' (37), dar avînd elementele calculate pentru anul t. Evident matricele h_t diferă între ele numai prin valoarea acelor elemente — puține la număr — care variază în timp. Ținînd seama că indicii tehnici ai centralelor evoluează lent, s-ar putea admite pentru simplificare că matricele h_t rămîn invariabile (această simplificare nu este însă necesară modelului matematic).

Matricea h'' se poate împărți în N_t^2 submatrice cu cîte N_m' linii și N_n' coloane. Dintre acestea, submatricele de pe diagonala principală sînt h_t, cele de deasupra diagonalei principale sînt nule, iar cele de sub diagonala principală sînt de forma



(45)

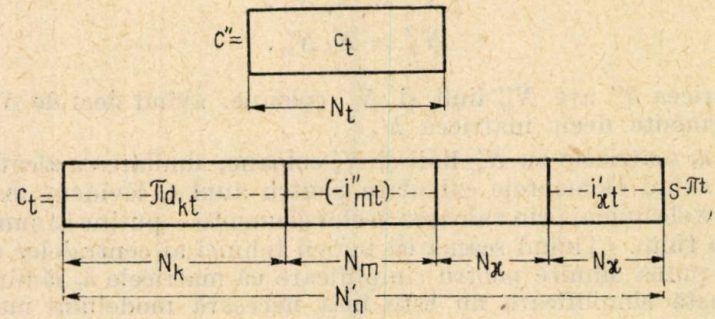
Atunci, luînd de exemplu $N_t = 5$ pentru simplificarea scrierii, matricea h'' are expresia

$h'' =$

h_1				
a	h_2			
a	a	h_3		
a	a	a	h_4	
a	a	a	a	h_5

(46)

Vectorul datelor economice c'' se formează din vectorii c_t — asemănători vectorilor f' de la modelul „*extindere*" — ţinînd însă seama şi de actualizarea cheltuielilor :



(47)

Precum se vede, modelul „*program*" este o generalizare a modelului „*extindere*" (după cum modelul „*extindere*" este o generalizare a modelului „*structură*"). Dimensiunile modelelor cresc o dată cu generalitatea lor, rămînînd însă de aceeaşi natură matematică ; aşa încît, deşi problemele principiale ale rezolvării lor sînt aceleaşi (§ 5.1), posibilitatea rezolvării practice depinde de capacitatea maşinilor electronice de calcul disponibile.

Prin rezolvarea modelului „*program*" se obţin puterile noi ce trebuie instalate în fiecare etapă (de π ani), puterile ce trebuie scoase din exploatare prin uzură morală în fiecare etapă, precum şi regimurile de exploatare optime ale puterilor existente în fiecare etapă.

8. ÎNCHEIERE

Cele trei modele matematice conduc la acelaşi tip de problemă, şi anume la o problemă de programare liniară. Dimensiunile acestei probleme cresc o dată cu generalitatea modelului. Corespunzător cresc atît dificultăţile de formulare (datorită volumului sporit de date iniţiale pentru a căror stabilire sînt necesare studii de prognoză şi informaţii mai ample), cît şi dificultăţile de rezolvare.

Transformarea metodelor expuse aici în instrumente practice pentru proiectarea de perspectivă a sistemului energetic R.P.R. necesită încă cercetări suplimentare, mai ales în direcţia perfecţionării schematizărilor adoptate şi a stabilirii datelor iniţiale pentru modelele matematice.

Pe de altă parte, paralel cu continuarea cercetărilor — şi în interesul acestei continuări — este util să se treacă la aplicarea concretă a procedeelor elaborate, care fac posibilă realizarea de economii prin adoptarea deciziilor de construcţie conform unei soluţii optime pentru programul de dezvoltare a centralelor pe următorii 15—20 de ani.

Operaţia de elaborare a programului optim de dezvoltare trebuie însă repetată la intervale destul de mici (2—5 ani), pentru a putea perfecţiona soluţia pe baza noilor date şi informaţii survenite şi pe baza

perfecționărilor metodice. Prin aceasta programul de dezvoltare devine un program glisant, care servește mereu numai pentru adoptarea deciziilor asupra primelor obiective, urmînd ca pentru cele mai îndepărtate să se corecteze soluția preconizată printr-o nouă elaborare a programului optim pe o perioadă de 15—20 de ani.

Pentru desfășurarea cu succes a acestor lucrări, în care sarcina găsirii soluțiilor concrete se îmbină cu cercetarea, este necesară o strînsă colaborare între specialiștii din diferitele compartimente ale proiectării, planificării și cercetării, realizată în modalitatea specifică a „cercetărilor operaționale", apărută și dezvoltată în ultimele decenii la abordarea unor probleme foarte complexe.

Experiența aplicării acestor metode arată că în general se pot obține economii în raport cu soluțiile curente de 5—20% și chiar mai mult. Apreciind anticipat o economie de numai 1% față de cheltuielile de investiții și exploatare ce vor fi făcute în centralele electrice în perioada 1965—1975 s-ar obține o economie de peste un miliard de lei, care arată că eforturile cerute de rezolvarea matematică merită să fie făcute.

Primit la redacție la 29 ianuarie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. C. J. Baldwin, C. H. Hoffman, *System planning by simulation with mathematical models.* Proceedings of the American Power Conference, **XXII**, 29, 30, 31 March, 598 — 609 (1960).
2. Marcel Boiteux, Francis Bessiere, *Sur l'emploi des méthodes globale et marginale dans le choix des investissements.* L'Économie Électrique, **34**, *24*, 168—173 (1960).
3. G. Brossa, *Determinazione dello sviluppo dei sistemi elettrici di produzione con il metodo probabilistico.* L'Elettrotecnica, **48**, *4*, 251—262 (1961).
4. Ralph E. Gomory, *Outline of an Algorithm for Integer Solutions to linear Programs.* Bulletin of the American Mathematical Society, **64**, *5*, 275—278 (1958).
5. Ivo Gonçalves Cruz Morais, Teixeira Bastos, *Critères techniques et économiques à suivre dans l'élaboration d'un programme de production d'énergie électrique.* L'Économie Électrique, **35**, *26*, 54—90 (1961).
6. A. H. Land, A. G. Doig, *An automatic Method of Solving Discrete Programming Problems.* Econometrica, **28**, *3*, 497—520 (1960).
7. I. M. Markovici, V. P. Brailov, V. I. Denisov, *Folosirea metodelor de programare matematică pentru rezolvarea problemei privind dezvoltarea în perioada de perspectivă a sistemului electroenergetic.* An. rom.-sov., Seria automatica și cibernetica, **2**, *3*, 43—50 (1963).
8. Pierre Massé, *Le choix des investissements.* Dunod, Paris, 1959.
9. Gh. Mihoc, V. Urseanu, *Matematici aplicate în statistică.* București, Edit. Acad. R.P.R., 1962.
10. R. Müller, *Considérations en matière de souplesse des programmes à long terme dans le secteur des installations de production d'énergie électrique.* L'Économie Électrique, **35**, *27*, 123—130 (1961).
11. V. Nemcinov, *Folosirea metodelor matematice în cercetările economice și în planificare.* An. rom.-sov., Seria economie, **14**, *9*, 44—61 (1960).
12. René Pélissier, Jean Carteron, Jacques Carpentier, *La simulation de la gestion d'un ensemble de centrales hydrauliques et thermiques.* Revue Générale de l'Électricité, **71** (46), *4*, 215—224 (1962).

13. Petcu Mihai, Nagy Csaba, Manea Sora, *Prognoza necesarului de putere şi energie electrică*. St. cerc. energ., **12**, *3—4*, 367—384 şi 535—551 (1962).

14. Hans K. Schneider, *Critères économiques du choix des investissements considérés sous l'aspect de l'économie générale et de l'économie de l'entreprise*. L'Économie Électrique, **34**, *24*, 159—168 (1960).

15. * * * *Conclusions du Colloque de Lisbonne sur les critères économiques du choix des investissements*. L'Économie Électrique, **36**, *30*, 68—71 (1962).

16. * * * *Основные методические положения технико-экономических расчетов в энергетике*. Теплоэнергетика, **6**, *8*, 92—94 (1959).

DISPERSIUNEA ŞI REFULAREA CURENTULUI ARMONIC ÎN CONDUCTOARE CILINDRICE DREPTE DE SECŢIUNI CU VARIAŢIE DISCONTINUĂ [1])

DE

CONSTANTIN NEMOIANU

Institutul politehnic, „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Cal. Griviţei nr. 132, Bucureşti

537.311.5

Se studiază trecerea curentului armonic prin contacte cilindrice masive, perfecte, folosind modelul aducţiei prin un fir subţire, în care densitatea de curent este uniformă. Se calculează rezistenţa în alternativ şi factorul în alternativ, la frecvenţa industrială.

I. TEORIA REFULĂRII CURENTULUI ARMONIC ÎN CONTACTELE CILINDRICE PERFECTE

Evaluarea pierderilor prin efect electrocaloric în contactele cilindrice ale întrerupătoarelor electrice funcţionînd în regim cvasistaţionar se face în mod obişnuit cu ajutorul unor formule aproximative care reflectă mai mult sau mai puţin realitatea.

În cele ce urmează se caută să se exprime prin ecuaţii fenomenul de strictţiune a curentului la trecerea de la un contact la celălalt în vederea calculului puterii pierdute prin încălzire în regim staţionar, precum şi în regim armonic cvasistaţionar. Nu se va ţine seama de modificarea rezistivităţii datorită încălzirii din regiunea de trecere.

Se admite că trecerea curentului între două contacte cilindrice *1* şi *2* se face nu pe întreaga secţiune de contact, ci numai printr-un fir de curent mult mai subţire decît diametrul contactelor. Deoarece din motive de simetrie repartiţia densităţii de curent se face în mod identic în ambii cilindri, studiul se va face privitor la numai unul din ei; dacă cei doi cilindri au grosimi diferite, rezultatele se menţin valabile cu condiţia

[1]) *Articol apărut şi în „Rev. Roum. Sci. Techn.-Electroenerg. Electr."* **10**, *2* (1965).

înlocuirii în formule a razei corespunzătoare a cilindrului a cărui încălzire se calculează. Acest lucru este posibil deoarece grosimea firului de trecere este aceeaşi pentru ambii cilindri.

Pentru a determina cîmpul electric şi prin aceasta componentele densităţii de curent dintr-un punct oarecare, se înlocuieşte, spre exemplu, cilindrul *2* cu unul avînd un diametru mult mai mic decît diametrul real al contactelor, şi anume de grosime egală cu diametrul firului de trecere a curentului.

Avantajul acestei înlocuiri constă în admiterea unei densităţi de curent constante în secţiunea de contact propriu-zisă, ceea ce permite determinarea în cilindrul considerat a cîmpului electric prin cele două componente ale sale : componenta radială $\underline{E}_r$ şi componenta longitudinală $\underline{E}_z$.

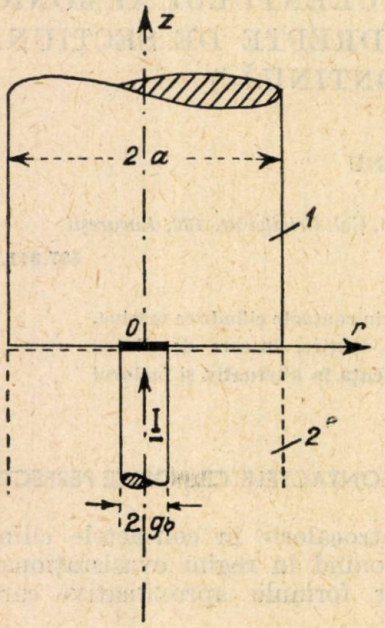


Fig. 1

Modelul contactului cilindric este compus deci din secţiunea de contact propriu-zisă, avînd forma unui disc concentric cu axa principală de simetrie de secţiune πg_0^2 mult mai mică decît secţiunea πa^2, la care se racordează un cilindru masiv de aceeaşi conductivitate şi de aceeaşi secţiune πg_0^2, prin care admitem că se face aducţia curentului.

În acest fel, cîmpul magnetic din exteriorul firului subţire de aducţie se calculează extrem de simplu cu ajutorul formulei :

$$\underline{H} = \frac{\underline{I}}{2\pi r}, \qquad r \geqslant g_0.$$

La prima vedere s-ar părea însă că intensitatea cîmpului magnetic din aer în regiunea situată sub suprafaţa plană de bază a cilindrului masiv ar putea fi modificată de componentele radiale ale densităţii de curent din interiorul şi de la suprafaţa de bază a cilindrului mare, astfel încît cîmpul magnetic din punctul considerat să nu mai aibă valoarea $\underline{I}/2\pi r$.

Este adevărat că densitatea de curent din fiecare punct al cilindrului de diametru $2a$ contribuie la cîmpul magnetic rezultant din punctul exterior considerat, dar aceasta se face de aşa manieră încît să fie satisfăcută legea circuitului magnetic. Cu alte cuvinte, densitatea de curent din cilindru ia o astfel de repartiţie, încît, dacă s-ar aplica teorema lui Biot-Savart-Laplace pentru fire de curent elementare şi dacă apoi s-ar integra pentru întregul volum al cilindrului, s-ar obţine exact valoarea $\underline{I}/2\pi r$ care intră în discuţie. Valabilitatea modelului ales mai sus nu poate fi pusă deci la îndoială.

Componenta normală a cîmpului electric în cilindru la nivelul $z = 0$ are valoarea în complex simplificat:

$$\frac{\underline{I}}{\pi \sigma g_0^2}, \qquad \text{pentru } z = 0$$

uniformă în intervalul $0 \leqslant r \leqslant g_0$ și nulă în exterior.

Această reprezentare este admisă, deoarece grosimea $2g_0$ a fîșiei de trecere este, de regulă, mult mai mică decît adîncimea de pătrundere a undelor electromagnetice la frecvența industrială pentru contacte confecționate din cupru sau din alamă.

Constantele de integrare care apar la integrarea ecuației lui Helmholtz, scrisă pentru vectorul cîmp electric în cilindrul 2, se determină din următoarele condiții la limită:

— pentru $z = 0$, componenta verticală a cîmpului electric este egală cu

$$\underline{E}_z(r, 0) = \frac{\underline{I}}{\pi \sigma g_0^2} \qquad \text{pentru } z = 0$$

atunci cînd $0 \leqslant r \leqslant g_0$ și este nulă pentru exterior;

— pentru $r = a$, componenta radială a cîmpului electric este nulă;

— pentru $z \to \infty$, componenta verticală a cîmpului electric are următoarea expresie:

$$\underline{E}_z(r, \infty) = \frac{\underline{I}}{\pi \sigma a^2} \frac{\underline{\gamma} a}{2} \frac{I_0(\underline{\gamma} r)}{I_1(\underline{\gamma} a)},$$

în care

$\underline{I}$ este curentul total din cilindru în complex simplificat,

$\underline{\gamma} = \sqrt{\mathrm{j}\, \omega \sigma \mu}$,

I_0, I_1 — funcțiile Bessel modificate de specia întîia și de ordinele zero și unu.

În regim cvasistaționar, repartiția intensității cîmpului electric se face astfel încît să fie satisfăcută ecuația lui Helmholtz:

$$\Delta \overline{\underline{E}} = \underline{\gamma}^2 \overline{\underline{E}}.$$

Simetria axială a problemei impune alegerea sistemului de coordonate cilindric. Observînd că din motive de simetrie componenta tangențială $\underline{E}_\varphi$ a cîmpului electric este nulă, intensitatea cîmpului electric se poate pune sub forma:

$$\overline{\underline{E}} = \underline{E}_r \overline{u}_r + \underline{E}_z \overline{u}_z.$$

Ecuația lui Helmholtz se mai scrie deci astfel:

$$\Delta(\underline{E}_r \overline{u}_r + \underline{E}_z \overline{u}_z) = \underline{\gamma}^2 (\underline{E}_r \overline{u}_r + \underline{E}_z \overline{u}_z).$$

Membrul întîi al acestei ecuații se dezvoltă în felul următor :

$$\Delta(\underline{E}_r\,\overline{u}_r + \underline{E}_z\,\overline{u}_z) = \Delta(\underline{E}_r\,\overline{u}_r) + \Delta(\underline{E}_z\,\overline{u}_z) =$$

$$= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial}{\partial r}(\underline{E}_r\,\overline{u}_r)\right] + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}(\underline{E}_r\,\overline{u}_r) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}(\underline{E}_r\,\overline{u}_r) +$$

$$+ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial}{\partial r}(\underline{E}_z\,\overline{u}_z)\right] + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}(\underline{E}_z\,\overline{u}_z) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}(\underline{E}_z\,\overline{u}_z).$$

Avem succesiv următoarele derivate :

$$\frac{\overline{u}_r}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial}{\partial r}(\underline{E}_r)\right] = \overline{u}_r\left(\frac{\partial^2\underline{E}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\underline{E}_r}{\partial r}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}(\underline{E}_r\,\overline{u}_r) = \underline{E}_r\frac{\partial\overline{u}_r}{\partial\varphi},$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}(\underline{E}_r\,\overline{u}_r) = -\,\underline{E}_r\,\overline{u}_r\,\frac{1}{r^2}$$

$$\frac{\partial^2(\underline{E}_r\,\overline{u}_r)}{\partial z^2} = \overline{u}_r\frac{\partial^2\underline{E}_r}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(\underline{E}_z\,\overline{u}_z) = \overline{u}_z\,\frac{\partial\underline{E}_z}{\partial r}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\overline{u}_z\frac{\partial\underline{E}_z}{\partial r}\right)\right] = \overline{u}_z\left(\frac{\partial^2\underline{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\underline{E}_z}{\partial r}\right)$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}(\underline{E}_z\,\overline{u}_z) = 0$$

și, în sfîrșit,

$$\frac{\partial^2(\underline{E}_z\,\overline{u}_z)}{\partial z^2} = \overline{u}_z\frac{\partial^2\underline{E}_z}{\partial z^2}.$$

Cu aceste derivate, ecuația lui Helmholtz are următoarea expresie :

$$\overline{u}_r\left(\frac{\partial^2\underline{E}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\underline{E}_r}{\partial r}\right) - \underline{E}_r\,\overline{u}_r\,\frac{1}{r} + \frac{\partial^2\underline{E}_r}{\partial z^2}\,\overline{u}_r + \overline{u}_z\left(\frac{\partial\underline{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\underline{E}_z}{\partial r}\right) +$$

$$+ \frac{\partial^2\underline{E}_z}{\partial z^2}\,\overline{u}_z = \underline{\gamma}^2\underline{E}_r\,\overline{u}_r + \underline{\gamma}^2\underline{E}_z\,\overline{u}_z.$$

Prin identificare rezultă următoarele ecuații cu derivate parțiale :

$$\frac{\partial^2\underline{E}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\underline{E}_r}{\partial r} - \left(\underline{\gamma}^2 + \frac{1}{r^2}\right)\underline{E}_r + \frac{\partial^2\underline{E}_r}{\partial z^2} = 0$$

și

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial r} - \underline{\gamma}^2 \underline{E}_z + \frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial z^2} = 0.$$

Notînd : $\underline{E}_r(r, z) = R_1(r)Z_1(z)$ și $\underline{E}_z = R_2(r)Z_2(z)$ și înlocuind în ecuațiile de mai sus, se pot separa variabilele, obținîndu-se următoarele ecuații diferențiale :

$$\frac{\mathrm{d}^2 R_1}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}R_1}{\mathrm{d}r} - \left(k^2 + \frac{1}{r^2}\right) R_1 = 0,$$

avînd ca soluții funcțiile Bessel modificate de ordinul întîi ;

$$\frac{\mathrm{d}^2 Z_1}{\mathrm{d}z^2} - (\underline{\gamma}^2 - k^2) Z_1 = 0,$$

avînd ca soluție funcțiile exponențiale ;

$$\frac{\mathrm{d}^2 R_2}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}R_2}{\mathrm{d}r} - k'^2 R_2 = 0,$$

avînd ca soluții funcțiile Bessel modificate de ordinul zero, și

$$\frac{\mathrm{d}Z_2}{\mathrm{d}z^2} - (\underline{\gamma}^2 - k'^2) Z_2 = 0,$$

avînd ca soluții funcțiile exponențiale.

În aceste ecuații, k și k' sînt parametri complecși , care apar în procesul de separare a variabilelor. Componenta radială a cîmpului electric se pune sub forma următoarei serii de produse :

$$E_r = \sum_k [\underline{A}_{1k} I_1(k r) + \underline{B}_{1k} K_1(k r)] [\underline{C}_{1k} e^{z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}} + \underline{D}_{1k} e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}}],$$

în care

$I_1(k r)$ este funcția Bessel modificată de specia întîi și de ordinul unu ;

$K_1(k r)$ — funcția Bessel modificată de specia a doua și de ordinul unu.

Din motive de simetrie, componenta radială trebuie să se anuleze pentru $r = 0$. Deoarece

$$|\lim_{r \to 0} K_1(k r)| \to \infty$$

și deoarece la distanțe mari de locul contactului $\underline{E}_r(r, \infty) = 0$, vom lua $\underline{B}_{1k} = 0$, $\underline{C}_{1k} = 0$ și vom nota $\underline{A}_{1k}\,\underline{D}_{1k} = \underline{G}_{1k}$.

Rezultă

$$\underline{E}_r = \sum_k \underline{G}_{1k} I_1(k r) e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}} \qquad \text{cu } \mathrm{Re}\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} \geqslant 0$$

Să studiem cazul în care parametrul complex k ia astfel de valori încît Re $\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} = 0$. Punînd

$$\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} = g_k + j\ \delta_k$$

în care

$$g_k = \text{Re}\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}$$

$$\delta_\kappa = \text{Im}\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}$$

ar rezulta ca în componenţa sumei lui $\underline{E}_r$ să existe şi termeni care să cuprindă exponenţiala

$$e^{-j\delta_k z} = \cos\ \delta_k z + j \sin\ \delta_k z.$$

Deoarece, la distanţe mari de locul contactului, $\underline{E}_r$ trebuie să fie independent de variabila z (trebuie să fie nul), vom lua $\delta_k = 0$. Dacă atît $g_k = 0$, cît şi $\delta_k = 0$, înseamnă că însuşi numărul complex

$$\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}$$

este identic nul. Valorile proprii ale lui k pentru care $\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} = 0$ sînt $k = \pm\underline{\gamma}$. Avem deci

$$\underline{E}_r = \underline{G}_{1\underline{\gamma}} I_1(\underline{\gamma} r) + \underline{G}_{1(-\underline{\gamma})} I_1(-\underline{\gamma} r) + \sum_{k \neq \pm\underline{\gamma}} \underline{G}_{1k} I_1(k\ r)\ e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}}$$

$$= \underline{G}_{10} I_1(\underline{\gamma} r) + \sum_{k \neq \pm\underline{\gamma}} \underline{G}_{1k} I_1(k\ r)\ e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}},\ \text{cu Re}\ \sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} > 0,$$

unde, deoarece $I_1(-x) = -I_1(x)$, s-a notat : $\underline{G}_{1\underline{\gamma}} - \underline{G}_{1\,(-\underline{\gamma})} = \underline{G}_{10}$.

Deoarece la distanţe foarte mari de locul contactului ($z \to \infty$) componenta radială este nulă, vom lua $\underline{G}_{10} = 0$, aşa încît această componentă este :

$$\underline{E}_r = \sum_{k \neq \pm\underline{\gamma}} \underline{G}_{1k} I_1(k\ r)\ \ e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2}}\ \text{cu Re}\ \sqrt{\underline{\gamma}^2 - k^2} > 0$$

Să vedem acum care sînt valorile proprii ale parametrului k ce satisfac condiţia de frontieră privitoare la anularea componentei radiale $\underline{E}_r$ pe suprafaţa cilindrică laterală ($r = a$). Deoarece funcţia $I_1(x)$ nu se anulează decît pentru rădăcina banală $x = 0$, este necesar să luăm astfel de valori pentru k încît funcţia Bessel modificată să se transforme în funcţia Bessel ordinară, care, aşa cum se ştie, pe lîngă rădăcina banală $x = 0$, mai admite o infinitate de rădăcini x_{1m} (zerourile ecuaţiei $J_1(x) = 0$). Valorile proprii căutate sînt

$$K = j\,\frac{x_{1m}}{a}.$$

Știind că $I_1(j\,x) = jJ_1(x)$ și notînd $j\,\underline{G}_{1k} = \underline{G}_{1m}$, componenta radială a cîmpului electric va fi

$$\underline{E}_r\,(r,\ z) = \sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{1m}\, J_1\left(x_{1m}\,\frac{r}{a}\right) e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2+\left(\frac{x_{1m}}{a}\right)^2}}\,.$$

Componenta longitudinală a cîmpului electric se poate pune, de asemenea, sub următoarea formă:

$$\underline{E}_z = \sum_{k'} [\underline{A}_{2k'}\, I_0(k'r) + \underline{B}_{2k'}\, K_0(k'r)]\, [\underline{C}_{2k'}\, e^{z\sqrt{\underline{\gamma}^2-k'^2}} + \underline{D}_{2k'}\, e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2-k'^2}}].$$

Deoarece componenta $\underline{E}_z$ este finită atît în axul de simetrie ($r = 0$), cît și la distanțe mari de locul contactului ($z\to\infty$), vom lua $\underline{B}_{2k'} = 0$, $\underline{C}_{2k'} = 0$. Notînd $\underline{A}_{2k'}\underline{D}_{2k'} = \underline{G}_{2k'}$, avem $\underline{E}_z = \sum_{k'} \underline{G}_{2k'}\, I_0\,(k'r)\, e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2-k'^2}}$, cu $\mathrm{Re}\,\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k'^2} \geqslant 0$, sau, urmînd un raționament similar cu cel folosit la componenta radială și ținînd seama de valorile proprii ale lui k' care anulează pe $\mathrm{Re}\,\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k'^2}$, vom putea scrie

$$\underline{E}_z = \underline{G}_{20} I_0\,(\underline{\gamma}\,r) + \sum_{k' \neq \pm\underline{\gamma}} \underline{G}_{2k'}\, I_0\,(k'r)\, e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2-k'^2}},\ \text{cu}\ \mathrm{Re}\,\sqrt{\underline{\gamma}^2 - k'^2} > 0,$$

în care, știind că $I_0(-x) = I_0(x)$, s-a notat $\underline{G}_{2\underline{\gamma}} + \underline{G}_{2(-\underline{\gamma})} = \underline{G}_{20}$.

Deoarece, așa cum se știe, la distanțe mari de locul contactului cîmpul electric este $\dfrac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2}\,\dfrac{\underline{\gamma}a}{2}\,\dfrac{I_0(\underline{\gamma}r)}{I_1(\underline{\gamma}a)}$, vom lua

$$\underline{G}_{20} = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2}\,\frac{\underline{\gamma}a}{2}\,\frac{1}{I_1\,(\underline{\gamma}a)}.$$

Dacă ținem seama de valorile proprii ale parametrului k', egale din condiția $\mathrm{div}\,\underline{E} = 0$ cu valorile stabilite anterior pentru parametrul k, și dacă notăm $\underline{G}_{2k'} = \underline{G}_{2m}$, componenta longitudinală va fi

$$\underline{E}_z\,(r,\ z) = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2}\,\frac{\underline{\gamma}a}{2}\,\frac{I_0\,(\underline{\gamma}\,r)}{I_1\,(\underline{\gamma}\,a)} + \sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{2m}\, J_0\left(x_{1m}\,\frac{r}{a}\right) e^{-z\sqrt{\underline{\gamma}^2+\left(\frac{x_{1m}}{a}\right)^2}}\,,$$

pentru $z \geqslant 0$, în care s-a ținut seama de relația $I_0(jx) = J_0(x)$.

Pentru a putea pune condițiile la limită, este necesar să se cunoască dezvoltarea în serie Fourrier-Bessel a unei funcții $f(r)$. Deoarece în tratatele de specialitate descompunerea în serie Fourier-Bessel este cunoscută, de regulă, numai pentru dezvoltări de forma:

$$f(r) = \sum_{m} G_m\, J_n\left(x_{nm}\,\frac{r}{a}\right), \qquad \text{pentru } 0 \leqslant r \leqslant a$$

în care deci ordinul funcţiilor Bessel este identic cu ordinul funcţiei Bessel ale cărei rădăcini apar în argument (în cazul de mai sus ordinul n), este necesar ca în problema noastră să se studieze modul în care se face o dezvoltare de forma

$$f(r) = \sum_m G_m J_n\left(x_{pm}\frac{r}{a}\right), \qquad \text{pentru } 0 \leqslant r \leqslant a$$

în care $p \neq n$. O astfel de dezvoltare nu este tratată în manualele de specialitate. În cazul nostru interesează cum se face dezvoltarea atunci cînd $n = 0$ şi $p = 1$, adică modul în care se face o dezvoltare de forma

$$f(r) = \sum_m G_m J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right), \qquad \text{pentru } 0 \leqslant r \leqslant a.$$

Pentru aceasta vom folosi următoarele integrale:

$$\int_0^1 xJ_n(\lambda x)J_n(\mu x)\,dx = \frac{1}{\lambda^2-\mu^2}\left\{\mu J_n(\lambda)J_n'(\mu) - \lambda J_n(\mu)J_n'(\lambda)\right\},$$

$$\int_0^1 x[J_n(\lambda x)]^2\,dx = \frac{1}{2}\left\{[J_n'(\lambda)]^2 + \left(1-\frac{n^2}{\lambda^2}\right)[J_n(\lambda)]^2\right\};$$

punînd $n = 0$ şi $x = \dfrac{r}{a}$ vom avea:

$$\frac{1}{a^2}\int_0^a rJ_0\left(\lambda\frac{r}{a}\right)J_0\left(\mu\frac{r}{a}\right)dr = \frac{1}{\lambda^2-\mu^2}\left[\mu J_0(\lambda)J_0'(\mu) - \lambda J_0(\mu)J_0'(\lambda)\right],$$

$$\frac{1}{a^2}\int_0^a r\left[J_0\left(\lambda\frac{r}{a}\right)\right]^2 dr = \frac{1}{2}\left\{[J_0'(\lambda)]^2 + [J_0(\lambda)]^2\right\}.$$

Dacă λ şi μ sînt două rădăcini diferite ale ecuaţiei $J_0'(x) = 0$ (adică ale ecuaţiei $J_1(x) = 0$), atunci avem

$$\int_0^a r\,J_0\left(\lambda\frac{r}{a}\right)J_0\left(\mu\frac{r}{a}\right)dr = 0$$

şi

$$\int_0^a r\left[J_0\left(\lambda\frac{r}{a}\right)\right]^2 dr = \frac{a^2}{2}[J_0(\lambda)]^2.$$

Dacă dorim să obţinem coeficienţii G_m ai unei dezvoltări de forma

$$f(r) = \sum_m G_m J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right),$$

vom înmulți această ecuație cu $rJ_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right)\mathrm{d}r$ și vom integra între limitele 0 și a. Știind acum, pe baza integralelor de mai sus, că

$$G_m\int_0^a r\,J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right)J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right)\mathrm{d}r=0, \qquad \text{pentru } m\neq n$$

$$G_m\int_0^a r\left[J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right)\right]^2\mathrm{d}r=G_m\frac{a^2}{2}\,[J_0(x_{1m})]^2, \qquad \text{pentru } m=n$$

vom obține

$$\int_0^a r f(r)\,J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right)\mathrm{d}r=G_m\frac{a^2}{2}\,[J_0(x_{1m})]^2,$$

de unde rezultă coeficienții

$$G_m=\frac{2}{a^2\,[J_0(x_{1m})]^2}\int_0^a r\,f(r)J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right)\mathrm{d}r.$$

Pe baza formulelor de mai sus trecem la determinarea constantelor de integrare $\underline{G}_{2m}$ care apar în expresia componentei longitudinale a cîmpului electric. Aceasta se poate face din condiția la limită a componentei normale a densității de curent la suprafața de separație dintre conductorul cilindric și firul de aducție a curentului.

Deoarece firul de aducție are raza g_0 mult mai mică decît adîncimea de pătrundere a undelor electromagnetice, densitatea de curent va avea în interiorul lui o valoare efectivă practic constantă:

$$\underline{J}_{z0}=\frac{\underline{I}}{\pi g_0^2}. \qquad \text{pentru } 0\leqslant r<g_0.$$

În exteriorul firului, evident, densitatea de curent este nulă.

Pentru $z=0$ avem

$$\underline{E}_{z0}(r,0)=\frac{\underline{I}}{\pi\sigma g_0^2}=\sum_{m=1}^{\infty}\underline{a}_m J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right),$$

$$0\leqslant r\leqslant g_0 \qquad 0\leqslant r\leqslant a.$$

Cu formula stabilită anterior, coeficienții $\underline{a}_m$ se calculează astfel:

$$\underline{a}_m=\frac{2}{a^2\,J_0^2(x_{1m})}\int_0^{g_0}\frac{\underline{I}}{\pi\sigma g_0^2}\,rJ_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right)\mathrm{d}r$$

sau, știind că $\int x\,Z_0(x)\,\mathrm{d}x=x\,Z_1(x)$,

$$\underline{a}_m=\frac{2\underline{I}}{\pi\,\sigma g_0^2\,x_{1m}^2\,J_0^2(x_{1m})}\Bigg|\,y\;J_1(y)\,\Bigg|_0^{x_{1m}\frac{g_0}{a}}=\frac{2\underline{I}}{\pi\sigma a^2}\,\frac{J_1\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right)}{\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right)J_0^2(x_{1m})}.$$

Rezultă deci următoarea descompunere :

$$\underline{E}_{z0}(r,\ 0) = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma g_0^2} = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2J_1\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right)}{\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right) J_0^2(x_{1m})} J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right).$$

$$0 \leqslant r \leqslant g_0 \qquad 0 \leqslant r \leqslant a$$

Pentru $z = 0$ componenta longitudinală a cîmpului va fi dată şi de formula

$$\underline{E}_z(r, 0) = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2} \frac{\underline{\gamma} a}{2} \frac{I_0(\underline{\gamma} r)}{I_1(\underline{\gamma} a)} + \sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{2m} J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right).$$

Pentru a putea pune condiţia la limită de care am vorbit în vederea determinării coeficienţilor $\underline{G}_{2m}$, este necesar să se descompună în serie Fourier-Bessel şi termenul $\dfrac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2} \dfrac{\underline{\gamma} a}{2} \dfrac{I_0(\underline{\gamma} r)}{I_1(\underline{\gamma} a)} = \underline{E}_z(r, \infty)$ în acelaşi interval $(0 \sim a)$. Avem

$$\underline{E}_z(r, \infty) = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2} \frac{\underline{\gamma} a}{2} \frac{I_0(\underline{\gamma} r)}{I_1(\underline{\gamma} a)} = \sum_{m=1}^{\infty} \underline{b}_m J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right). \qquad 0 \leqslant r \leqslant a$$

Coeficienţi $\underline{b}_m$ vor avea, folosind aceeaşi formulă, următoarea valoare :

$$\underline{b}_m = \frac{2}{a^2 J_0^2(x_{1m})} \frac{\underline{I}}{2\pi\sigma a^2} \frac{\underline{\gamma} a}{I_1(\underline{\gamma} a)} \int_0^a r I_0(\underline{\gamma} r) J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right) \mathrm{d}r$$

sau, ştiind că

$$\int x Z_0(\alpha,\ x)\, \mathfrak{z}_0(\beta x)\, \mathrm{d}x = \frac{\beta x Z_0(\alpha x)\, \mathfrak{z}_{-1}(\beta x) - \alpha x Z_{-1}(\alpha x)\, \mathfrak{z}_0(\beta x)}{\alpha^2 - \beta^2}$$

$$J_{-1}(y) = -J_1(y) \qquad I_{-1}(y) = I_1(y)$$

şi

$$J_1(x_{1m}) = 0$$

se va obţine

$$\underline{b}_m = \frac{2\underline{I}}{a^2 J_0^2(x_{1m})} \frac{\underline{\gamma} a}{2\pi\ \sigma a^2\ I_1(\underline{\gamma} a)} \left| \frac{x_{1m}\dfrac{r}{a} I_0(\underline{\gamma} r) J_{-1}\left(x_{1m}\dfrac{r}{a}\right)}{\underline{\gamma}^2 - \left(\dfrac{x_{1m}}{a}\right)^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{\underline{\gamma} r\, I_{-1}(\underline{\gamma}\, r)\, J_0\left(x_{1m}\dfrac{r}{a}\right)}{\underline{\gamma}^2 - \left(\dfrac{x_{1m}}{a}\right)^2} \right|_0^a = \frac{-\underline{\gamma}^2 \underline{I}}{\pi\sigma J_0(x_{1m})\,(\gamma^2 a^2 - x_{1m}^2)}.$$

Rezultă deci următoarea descompunere :

$$\underline{E}_z(r, \infty) = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2}\frac{\underline{\gamma} a}{2}\frac{I_0(\underline{\gamma} r)}{I_1(\underline{\gamma} a)} =$$

$$= \frac{\underline{I}\,\underline{\gamma}^2 a^2}{\pi\sigma a^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-1}{(\underline{\gamma}^2 a^2 - x_{1m}^2)J_0(x_{1m})}J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right).$$

Condiția la limită pentru $z = 0$ a componentei normale a densității de curent, sub forma prezentată mai sus, devine

$$\frac{\underline{I}}{2\,\pi\sigma a^2}\underline{\gamma} a\frac{I_0(\underline{\gamma} r)}{I_1(\underline{\gamma} a)} + \sum_{m=1}^{\infty}\underline{G}_{2m}J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right) = \frac{\underline{I}}{\pi\,\sigma\,g_0^2}$$

$$0 \leqslant r \leqslant a \qquad 0 \leqslant r \leqslant g_0$$

$$z = 0 \qquad z = 0$$

sau

$$\frac{\underline{I}\,\underline{\gamma}^2 a^2}{\pi\,\sigma\,a^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{-1}{(\underline{\gamma}^2 a^2 - x_{1m}^2)\,J_0(x_{1m})}J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right) + \sum_{m=1}^{\infty}\underline{G}_{2m}J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right) =$$

$$= \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2J_1\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right)}{\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right)J_0^2(x_{1m})}J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right). \qquad 0 \leqslant r \leqslant a$$

Prin identificare rezultă

$$\underline{G}_{2m} = \frac{\underline{I}}{\pi\,\sigma\,a^2}\left[\frac{2J_1\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right)}{\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right)J_0^2(x_{1m})} - \frac{\underline{\gamma}^2 a^2}{(x_{1m}^2 - \underline{\gamma}^2 a^2)\,J_0(x_{1m})}\right].$$

Componenta longitudinală a cîmpului electric în cilindru va fi

$$\underline{E}_z(r, z) = \frac{\underline{I}}{\pi\,\sigma\,a^2}\frac{\underline{\gamma} a}{2}\frac{I_0(\underline{\gamma} a)}{I_1(\underline{\gamma} a)} +$$

$$+ \frac{\underline{I}}{\pi\,\sigma\,a^2}\sum_{m=1}^{\infty}\left[\frac{2J_1\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right)}{\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right)J_0^2(x_{1m})} - \frac{\underline{\gamma}^2 a^2}{(x_{1m}^2 - \underline{\gamma}^2 a^2)\,J_0(x_{1m})}\right]J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right)e^{-\underline{\lambda}_m z}.$$

Din aplicarea legii circuitului magnetic și a legii inducției electromagnetice rezultă

$$\underline{E}_r = -\frac{1}{\sigma}\frac{\partial \underline{H}}{\partial z} \quad \text{și} \quad \underline{H}_\varphi = -\frac{1}{j\omega\mu}\left(\frac{\partial \underline{E}_r}{\partial z} - \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial r}\right)$$

sau, eliminînd cîmpul magnetic, obținem următoarea relație cu derivate parțiale :

$$\underline{E}_r = \frac{1}{\underline{\gamma}^2}\left(\frac{\partial^2 \underline{E}_r}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial r\,\partial z}\right).$$

Știind că

$$\underline{E}_r(r, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{1m} J_1\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right) e^{-\underline{\lambda}_m z}, \quad \text{cu } \underline{\lambda}_m = \sqrt{\underline{\gamma}^2 + \left(\frac{x_{1m}}{a}\right)^2}$$

$$\underline{E}_z(r, z) = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2}\frac{\underline{\gamma} a}{2}\frac{I_0(\underline{\gamma} r)}{I_1(\underline{\gamma} a)} + \sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{2m} J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right) e^{-\underline{\lambda}_m z},$$

în care $\underline{G}_{2m}$ a fost determinat mai sus, iar $\underline{G}_{1m}$ urmează să fie determinat, avem

$$\frac{\partial \underline{E}_r}{\partial z} = \sum_{m=1}^{\infty} (-\underline{\lambda}_m)\,\underline{G}_{1m} J_1\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right) e^{-\underline{\lambda}_m z},$$

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_r}{\partial z^2} = \sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{1m}\underline{\lambda}_m^2 J_1\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right) e^{-\underline{\lambda}_m z},$$

$$\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial r} = \frac{\underline{I}}{2\pi\sigma a^2} \cdot \underline{\gamma} a \frac{I_1(\underline{\gamma} r)}{I_1(\underline{\gamma} a)} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{x_{1m}}{a}\underline{G}_{2m}\left[-J_1\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right)\right] e^{-\underline{\lambda}_m z},$$

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial r\,\partial z} = \sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{2m}\frac{x_{1m}}{a}\underline{\lambda}_m J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right) e^{-\underline{\lambda}_m z}.$$

Înlocuind în relația cu derivate parțiale, rezultă

$$\sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{1m} J_1\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right) e^{-\underline{\lambda}_m z} = \frac{1}{\underline{\gamma}^2}\left[\sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{1m}\underline{\lambda}_m^2 J_1\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right) e^{-\underline{\lambda}_m z} =\right.$$

$$\left. = -\sum_{m=1}^{\infty} \underline{G}_{2m}\frac{x_{1m}}{a}\underline{\lambda}_m J_0\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right) e^{-\underline{\lambda}_m z}\right].$$

Avem prin identificare

$$\underline{G}_{1m} = \frac{1}{\underline{\gamma}^2}\underline{G}_{1m}\underline{\lambda}_m^2 - \frac{1}{\underline{\gamma}^2}\underline{G}_{2m}\frac{x_{1m}}{a}\underline{\lambda}_m$$

sau, ținînd seama de expresia lui $\underline{\lambda}^2_m$, se obține

$$\underline{G}_{1m} = \frac{\underline{\lambda}_m}{\frac{x_{1_m}}{a}} \underline{G}_{2m}$$

sau, cu expresia lui $\underline{G}_{2m}$ determinată anterior, avem

$$\underline{G}_{1m} = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2} \frac{\underline{\lambda}_m}{\frac{x_{1m}}{a}} \left[\frac{2J_1\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right)}{\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right) J_0^2(x_{1m})} - \frac{\underline{\gamma}^2 a^2}{(x_{1m}^2 + \underline{\gamma}^2 a^2) J_0(x_{1m})} \right].$$

Componenta radială a cîmpului electric va fi

$$\underline{E}_r(r, z) = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\underline{\lambda}_m}{\frac{x_{1m}}{a}} \left[\frac{2J_1\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right)}{\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right) J_0^2(x_{1m})} - \right.$$

$$\left. - \frac{\underline{\gamma}^2 a^2}{(x_{1m}^2 - \underline{\gamma}^2 a^2) J_0(x_{1m})} \right] J_1\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right) e^{-\underline{\lambda}_m z}.$$

Deoarece în problema noastră ne interesează vectorul lui Poynting la suprafața cilindrului în vederea determinării pierderilor de putere prin efect electrocaloric și a factorului în alternativ, vom scrie următoarele valori ale cîmpului electric :

$$\underline{E}_r(r, o) \quad \text{și} \quad \underline{E}_z(a, z).$$

Avem

$$\underline{E}_r(r, 0) = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\underline{\lambda}_m}{\frac{x_{1m}}{a}} \left[\frac{2J_1\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right)}{\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right) J_0^2(x_{1m})} - \right.$$

$$\left. - \frac{\underline{\gamma}^2 a^2}{(x_{1m}^2 - \underline{\gamma}^2 a^2) J_0(x_{1m})} \right] J_1\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right),$$

$$\underline{E}_z(a, z) = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2} \frac{\underline{\gamma} a}{2} \frac{I_0(\underline{\gamma} a)}{I_1(\underline{\gamma} a)} +$$

$$+\frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2}\sum_{m=1}^{\infty}\left[\frac{2J_1\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right)}{\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right)J_0^2(x_{1m})}-\frac{\underline{\gamma}^2 a^2}{(x_{1m}^2-\underline{\gamma}^2 a^2)J_0(x_1)}\right]J_0(x_{1m})\,e^{-\underline{\lambda}_m z}.$$

Deoarece pentru $z=0$ şi $0\leqslant r\leqslant g_0$ componenta radială este mică şi deoarece $g_0\ll a$, neglijăm afluxul de putere prin suprafaţa πg_0^2 faţă de afluxul de putere din restul suprafeţei cilindrului. Vectorii Poynting sînt următorii :

$$\underline{S}_1(r,\,0)=\underline{E}_r(r,\,0)\,\underline{H}^*(r,\,0),\quad\text{cu}\quad \underline{H}(r,\,0)=\frac{\underline{I}}{2\pi r};\quad g_0\leqslant r\leqslant a$$

$$\underline{S}_2(a,\,z)=\underline{E}_z(a,\,z)\,\underline{H}^*(a,\,z)\quad\text{cu}\quad \underline{H}(a,\,z)=\frac{\underline{I}}{2\pi a};\quad 0\leqslant z\leqslant\infty$$

Puterea aparentă complexă din cilindrul 1 va fi

$$\underline{P}_a=\int_{g_0}^{a}\underline{S}_1(r,\,0)\cdot 2\pi r\,\mathrm{d}r+\int_0^{l}\underline{S}_2(a,\,z)\cdot 2\pi a\,\mathrm{d}z,\quad\text{cu}\quad l\gg g_0$$

sau

$$\underline{P}_a=\frac{I^2}{\pi\sigma a^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\lambda_{1m}}{\dfrac{x_{1m}}{a}}\underline{\alpha}_m\int_{g_0}^{a}J_1\left(x_{1m}\frac{r}{a}\right)\mathrm{d}r+\frac{I^2}{\pi\sigma a^2}\frac{\underline{\gamma}a}{2}\frac{I_0(\underline{\gamma}a)}{I_1(\underline{\gamma}a)}\int_0^{l}\mathrm{d}z+$$

$$+\frac{I^2}{\pi\sigma a^2}\sum_{m=1}^{\infty}\underline{\alpha}_m J_0(x_{1m})\int_0^{l}e^{-\underline{\lambda}_m z}\,\mathrm{d}z,$$

unde

$$\underline{\alpha}_m=\frac{1}{J_0(x_{1m})}\left[\frac{2J_1\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right)}{\left(x_{1m}\dfrac{g_0}{a}\right)J_0(x_{1m})}-\frac{\underline{\gamma}^2 a^2}{x_{1m}^2-\underline{\gamma}^2 a^2}\right].$$

Integrînd, vom avea

$$\underline{P}_a=\frac{I^2 l}{\pi\sigma a^2}\frac{\underline{\gamma}a}{2}\frac{I_0(\underline{\gamma}a)}{I_1(\underline{\gamma}a)}+\frac{I^2}{\pi\sigma a^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\underline{\lambda}_m}{\left(\dfrac{x_{1m}}{a}\right)^2}\underline{\alpha}_m\left[J_0\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right)-\right.$$

$$\left.-J_0(x_{1m})\right]+\frac{I^2}{\pi\sigma a^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{J_0(x_{1m})}{\underline{\lambda}_m}\cdot\underline{\alpha}_m(1-e^{-\underline{\lambda}_m l}).\quad\text{cu}\quad l\gg g_0$$

Introducînd notația

$$\underline{\beta}_m = \frac{1}{l}\left\{\frac{\underline{\lambda}_m}{\left(\frac{x_{1m}}{a}\right)^2}\left[J_0\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right) - J_0(x_{1m})\right] + \frac{J_0(x_{1m})}{\underline{\lambda}_m}(1 - e^{-\underline{\lambda}_m l})\right\},$$

în care, în aplicațiile numerice, vom neglija pe $e^{-\underline{\lambda}_m l}$, deoarece $|e^{-\underline{\lambda}_m l}| \ll 1$, vom avea următoarea putere aparentă complexă :

$$\underline{P}_a = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{\pi a^2} I^2 \frac{\underline{\gamma} a}{2}\frac{I_0(\underline{\gamma} a)}{I_1(\underline{\gamma} a)}\left[1 + \frac{2}{\underline{\gamma} a}\frac{I_1(\underline{\gamma} a)}{I_0(\underline{\gamma} a)}\sum_{m=1}^{\infty}\underline{\alpha}_m \underline{\beta}_m\right],$$

în care factorul comun scos în mod forțat în fața parantezei,

$$\frac{1}{\sigma}\frac{l}{\pi a^2} I^2 \frac{\underline{\gamma} a}{2}\frac{I_0(\underline{\gamma} a)}{I_1(\underline{\gamma} a)} = \underline{P}_{a0},$$

este puterea aparentă complexă din cilindrul considerat, în ipoteza injectării curentului prin întreaga sa secțiune πa^2.

Dacă notăm

$$\frac{2}{\underline{\gamma} a}\frac{I_1(\underline{\gamma} a)}{I_0(\underline{\gamma} a)} = \underline{K},$$

atunci puterea aparentă complexă se mai poate scrie și astfel :

$$\underline{P}_a = \underline{P}_{a0}\left(1 + \underline{K}\sum_{m=1}^{\infty}\underline{\alpha}_m \underline{\beta}_m\right).$$

Pentru separarea părții reale de cea imaginară, respectiv pentru separarea puterii active de cea reactivă, vom introduce următoarele notații :

$$\underline{P}_{a0} = P_{0\sim} + jQ_{0\sim},$$

$$\underline{K} = A_k + jB_k,$$

$$\sum_{m=1}^{\infty}\underline{\alpha}_m\underline{\beta}_m = A_\Sigma + jB_\Sigma,$$

$$A_m = A_k A_\Sigma - B_k B_\Sigma,$$

$$B_m = A_k B_\Sigma + B_k A_\Sigma.$$

Cu aceste notații, puterea activă va fi

$$P_\sim = \mathrm{Re}\,[\underline{P}_a] = P_{0\sim}\left(1 + A_m - \frac{Q_{0\sim}}{P_{0\sim}}B_m\right).$$

Dacă notăm

$$P_{\sim} = R_{\sim} I^2,$$

$$P_{0\sim} = R_{0\sim} I^2,$$

în care $R_{\sim}$ este rezistența de dispersie în alternativ căutată, iar $R_{0\sim}$ este rezistența în alternativ în ipoteza alimentării cilindrului prin întreaga sa secțiune πa^2, atunci vom avea

$$R_{\sim} = R_{0\sim}\left(1 + A_m - \frac{Q_{0\sim}}{P_{0\sim}} B_m\right).$$

Dacă, în fine, notăm

$$Q_{0\sim} = X_{0\sim} I^2,$$

în care $X_{0\sim}$ este reactanța inductivă proprie a cilindrului în ipoteza alimentării prin secțiunea πa^2, atunci rezistența în alternativ căutată va fi

$$R_{\sim} = R_{0\sim}\left[1 + \left(A_m - \frac{X_{0\sim}}{R_{0\sim}} B_m\right)\right].$$

În această formulă, $R_{0\sim}$ și $X_{0\sim}$ se calculează în felul următor:

$$R_{0\sim} = \mathrm{Re}\left[\frac{1}{\sigma}\,\frac{l}{\pi a^2}\,\frac{\underline{\gamma} a}{2}\,\frac{I_0(\underline{\gamma} a)}{I_1(\underline{\gamma} a)}\right],$$

$$X_{0\sim} = \mathrm{Im}\left[\frac{1}{\sigma}\,\frac{l}{\pi a^2}\,\frac{\underline{\gamma} a}{2}\,\frac{I_0(\underline{\gamma} a)}{I_1(\underline{\gamma} a)}\right].$$

În regim staționar, $\omega \to 0$ și deci $\underline{\gamma} \to 0$. Vom avea

$$\alpha_m = \lim_{\omega \to 0} \underline{\alpha}_m = \frac{2 J_1\left(x_{1m} \frac{g_0}{a}\right)}{\left(x_{1m} \frac{g_0}{a}\right) J_0^2 (x_{1m})},$$

$$\beta_m = \lim_{\omega \to 0} \underline{\beta}_m = \frac{g_0}{l} - \frac{J_0\left(x_{1m} \frac{g_0}{a}\right)}{x_{1m} \frac{g_0}{a}},$$

unde în ultima expresie s-a neglijat termenul $J_0(x_{1m})\, e^{-x_{1m}\frac{l}{a}}$ față de termenul $J_0\left(x_{1m} \frac{g_0}{a}\right)$, întrucît $e^{-x_{1m}\frac{l}{a}} \ll 1$.

Știind că

$$\lim_{\omega \to 0} \frac{\underline{\gamma} a}{2} \frac{I_0(\underline{\gamma} a)}{I_1(\underline{\gamma} a)} = 1$$

și notînd

$$\frac{1}{\sigma} \frac{l}{\pi a^2} = R_0,$$

în care R_0 este rezistența cilindrului considerat în curent continuu în ipoteza alimentării lui prin întreaga secțiune, se obține următoarea rezistență de dispersie în regim staționar :

$$R = R_0 \left\{ 1 + \frac{2g_0}{l} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0\left(x_{1m} \frac{g_0}{a}\right) J_1\left(x_{1m} \frac{g_0}{a}\right)}{\left[\left(x_{1m} \frac{g_0}{a}\right) J_0(x_{1m})\right]^2} \right\}.$$

Pentru simplificare notăm seria în felul următor :

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0\left(x_{1m} \frac{g_0}{a}\right) J_1\left(x_{1m} \frac{g_0}{a}\right)}{\left[\left(x_{1m} \frac{g_0}{a}\right) J_0(x_{1m})\right]^2} = S_m.$$

Avem deci

$$R = R_0 \left[1 + \frac{2g_0}{l} S_m \right].$$

Factorul în alternativ este dat de raportul

$$k_a = \frac{R_\sim}{R} = \frac{R_{0\sim}}{R_0} \frac{1 + \left(A_m - \frac{X_{0\sim}}{R_{0\sim}} B_m \right)}{1 + \frac{2g_0}{l} S_m}$$

sau, dacă notăm $\frac{R_{0\sim}}{R_0} = k_{a0}$, atunci

$$k_a = k_{a0} \cdot \frac{1 + A_m - \frac{X_{0\sim}}{R_{0\sim}} B_m}{1 + \frac{2g_0}{l} S_m}.$$

Pentru a studia exclusiv efectul dispersiei, independent de lungimea l a conductoarelor, vom face următoarele diferenţe :

$$\Delta R = R - R_0 = R_0 C_a, \quad \text{în regim staţionar},$$

$$\Delta R_\sim = R_\sim - R_{0\sim} = R_{0\sim} C_{d\sim}, \quad \text{în regim cvasistaţionar},$$

în care ΔR şi $\Delta R_\sim$ sînt independente de l. Într-adevăr, atît în regim staţionar, cît şi în cel cvasistaţionar, rezistenţele R_0 şi $R_{0\sim}$ sînt direct proporţionale, iar coeficienţii C_d şi $C_{d\sim}$ sînt invers proporţionali cu lungimea l, încît produsele $R_0 C_d$ şi $R_{0\sim} C_{d\sim}$ nu depind de această lungime.

Raportul

$$k_{ad} = \frac{\Delta R_\sim}{\Delta R} = \frac{R_{0\sim}}{R_0} \frac{C_{d\sim}}{C_d} = k_{a0} \cdot \frac{C_{d\sim}}{C_d}$$

reprezintă factorul în alternativ al regiunii de dispersie, corespunzător factorului în alternativ al „regiunii de concentrare", stabilit de Holm.

Dacă notăm

$$\frac{C_{d\sim}}{C_d} = d,$$

atunci putem scrie :

$$k_{ad} = k_{a0} \cdot d.$$

Observăm faptul că, din cauza secţiunii reduse a regiunii de dispersie, factorul în alternativ al acesteia este mai mic decît factorul în alternativ al conductorului alimentat prin întreaga sa secţiune : $k_{ad} < k_{a0}$. Rezultă că raportul d al coeficienţilor de dispersie este subunitar. Aceste presupuneri sînt verificate de calculele numerice.

II. EXEMPLU NUMERIC

Studiem efectul de împrăştiere a liniilor densităţii de curent într-un conductor cilindric pentru care, cu notaţiile folosite la partea teoretică, vom calcula rezistenţa în curent continuu şi în curent alternativ, precum şi factorul în alternativ pentru un conductor de rază a, lungime l şi rază g_0 a suprafeţei circulare de contact propriu-zis.

Vom lucra cu un contact din cupru cu $\sigma = 0{,}575 \cdot 10^8\,(\Omega m)^{-1}$, $a = 30\,mm = 3 \cdot 10^{-2}\,m$, $g_0 = 1{,}5\,mm = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\,m$, efectuînd calculele și măsurătorile pe o distanță $l = 10\,cm = 10^{-1}\,m$, $\frac{g_0}{a} = 0{,}05$.

Regimul staționar

Am găsit pentru rezistența în regim staționar formula

$$R = R_0\left(1 + \frac{2g_0}{l} S_m\right) \text{ cu } R_0 = \frac{l}{\sigma \pi a^2},$$

în care

$$S_m = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right) J_1\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right)}{\left[x_{1m}\frac{g_0}{a}\right) J_0\,(x_{1m})\Big]^2}.$$

Efectuînd calculele, obținem $S_m = 112{,}8$.

Înlocuind în formula rezistenței, avem

$$R = R_0\left(1 + \frac{2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}}{10^{-1}} 112{,}8\right)$$

sau

$$\underline{R = R_0\,(1 + 3{,}39).}$$

Coeficientul de dispersie în curent continuu în procente este: $C_u\,\% = 3{,}39.100 = 339\,\%$.

Creșterea rezistenței prin dispersie este

$$\Delta R = R - R_0 = 3{,}39\ R_0.$$

Observăm că ΔR, practic, nu depinde de l:

$$\Delta R = R_0 \frac{2\,g_0}{l} S_m = \frac{l}{\sigma \pi a^2} \frac{2\,g_0}{l} S_m = \frac{2\,g_0}{\sigma \pi a^2} S_m.$$

Tabela 1

Calculul sumei $S_m = \sum_{m=1}^{\infty} s(m) =$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right) J_1\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right)}{\left[\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right) J_0(x_{1m})\right]^2}.$$

m	x_{1m}	$J_0(x_{1m})$	$x_{1m}\frac{g_0}{a}$	$J_0\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right)$	$J_1\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right)$	$s(m)$
1	2	3	4	5	6	7
1	3,831	−0,403	0,1915	0,99	0,0945	15,720
2	7,015	0,300	0,3580	0,96	0,177	14,800
3	10,173	−0,250	0,5075	0,936	0,246	14,300
4	13,323	0,218	0,666	0,893	0,312	13,220
5	16,470	−0,196	0,824	0,840	0,376	12,170
6	19,616	0,180	0,980	0,773	0,433	10,730
7	22,760	−0,167	1,138	0,700	0,482	9,530
8	25,903	0,156	1,295	0,625	0,500	7,570
9	29,047	−0,148	1,451	0,539	0,55	6,360
10	32,190	0,140	1,605	0,452	0,57	5,140
11	35,33	−0,134	1,765	0,360	0,58	3,740
12	38,47	0,128	1,945	0,255	0,579	2,380
13	41,61	−0,123	2,08	0,177	0,57	1,575
14	44,75	0,119	2,215	0,102	0,554	0,812
15	47,90	−0,115	2,490	−0,043	0,499	−0,262
16	51,09	0,111	2,555	−0,072	0,484	−0,434
17	54,18	−0,108	2,710	−0,146	0,438	−0,748
18	57,32	0,105	2,87	−0,212	0,385	−0,945
19	60,45	−0,102	3,02	−0,266	0,331	−0,928
20	63,61	0,100	3,18	−0,314	0,285	−0,844
21	66,75	−0,0976	3,34	−0,352	0,204	−0,677
22	69,89	0,0954	3,49	−0,378	0,141	−0,482
23	73,04	0,0933	3,65	−0,396	0,074	−0,253
24	76,17	0,0914	3,8	−0,402	0,012	−0,0377

$$S_m = \sum_{m=1}^{24} s(m) = 112{,}8.$$

Regimul armonic cvasistaţionar (frecvenţa $f = 50$ per/s)

Pentru determinarea sumei $\sum_{m=1}^{\infty} \underline{\alpha}_m \underline{\beta}_m$ avem nevoie de diferitele valori ale expresiilor $\underline{\lambda}_m$, $\frac{1}{\underline{\lambda}_m}$ şi $\frac{\underline{\gamma}^2 a^2}{x_{1m}^2 - \underline{\gamma}^2 a^2}$, ele intervenind în for-

mulele

$$\underline{\alpha}_m = \frac{1}{J_0(x_{1m})}\left[\frac{2J_1\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right)}{\frac{g_0}{a}x_{1m}J_0(x_{1m})} - \frac{\underline{\gamma}^2 a^2}{x_{1m}^2 - \underline{\gamma}^2 a^2}\right],$$

$$\underline{\beta}_m = \frac{1}{l}\left\{\frac{\underline{\lambda}_m}{\left(\frac{x_{1m}}{a}\right)^2}\left[J_0\left(x_{1m}\frac{g_0}{a}\right) - J_0(x_{1m})\right] + \frac{1}{\underline{\lambda}_m}J_0(x_{1m})\right\},$$

unde în ultima expresie s-a neglijat $e^{-\underline{\lambda}_m l}$ față de 1. Avem

$$\underline{\lambda}_m = \sqrt{\underline{\gamma}^2 + \left(\frac{x_{1m}}{a}\right)^2},$$

în care

$$\underline{\gamma}^2 = j\alpha'^2 \text{ și } \alpha'^2 = \omega\sigma\mu = 314 \cdot 0{,}575.10^8 4\pi \cdot 10^{-7} = 2{,}26 \cdot 10^4 \,(m^{-1})^2,$$

$$\underline{\lambda}_m = \frac{x_{1m}}{a}\sqrt{1 + j\,\alpha'^2\left(\frac{a}{x_{1m}}\right)^2} = 0{,}333.10^2\, x_{1m}\sqrt{1 + j\frac{20{,}3}{(x_{1m})^2}},$$

Cu $\underline{\gamma}^2 a^2 = j\,20{,}34$ avem

$$\frac{\underline{\gamma}^2 a^2}{x^2{}_{1m} - \underline{\gamma}^2 a^2} = -\frac{1}{1 + j\left(\frac{x_{1m}}{4{,}51}\right)^2}.$$

Efectuînd însumarea pentru primii 24 de termeni, se obține

$$\sum_1^{24} \underline{\alpha}_m\, \underline{\beta}_m = A_\Sigma + j\, B_\Sigma = 3{,}25 + \text{j } 0{,}57.$$

Trecem la calculul funcțiunilor lui Bessel modificate, de argument $\underline{\gamma}a$

$$\underline{\gamma}a = \sqrt{j} \cdot 4{,}5 = (1 + j)\ 3{,}18.$$

Avem următoarele formule

$$I_0(\sqrt{j}\,x) = \text{ber}\ (x) + j\,\text{bei}\ (x),$$

$$I_1(\sqrt{j}\,x) = \frac{\mathrm{d}\,[I_0(\sqrt{j}\,x)]}{\mathrm{d}\,(\sqrt{j}\,x)} = \frac{1}{\sqrt{j}}\frac{\mathrm{d}\,[I_0(\sqrt{j}\,x)]}{\mathrm{d}x} = \frac{\sqrt{2}}{1+j}\,[\text{ber}'\,(x) +$$

$$+ j\,\text{bei}'\ (x)] = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\text{ber}'\,(x) + \text{bei}'\,(x) + j\,[\text{bei}'\,(x) - \text{ber}'\,(x)]\}.$$

De aici rezultă că

$$I_1(\sqrt{j}\,x) = \mathrm{ber}_1(x) + j\,\mathrm{bei}_1(x),$$

în care

$$\mathrm{ber}_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathrm{ber}'(x) + \mathrm{bei}'(x)],$$

$$\mathrm{bei}_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathrm{bei}'(x) - \mathrm{ber}'(x)].$$

Funcţiunile ber, bei, ber' şi bei' sînt tabelate (Angot, *Compléments de mathématiques*, Paris, 1957, p. 423).

În cazul de faţă:

$$I_0(\underline{\gamma}a) = \mathrm{ber}\,(4{,}5) + j\,\mathrm{bei}\,(4{,}5) = -4{,}299 + j\,1{,}686 \approx \underline{-4{,}3 + \mathrm{j}\,1{,}686}$$

$$I_1(\underline{\gamma}a) = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\mathrm{ber}'\,(4{,}5) + \mathrm{bei}'\,(4{,}5) + j\,[\mathrm{bei}'\,(4{,}5) - \mathrm{ber}'\,(4{,}5)]\} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\{-3{,}754 - 2{,}053 + j\,[-2{,}053 + 3{,}574]\} = \underline{-4{,}1 + j\,1{,}2}.$$

Se obţine în continuare:

$$\frac{I_0(\underline{\gamma}a)}{I_1(\underline{\gamma}a)} = 1{,}08 - j\,0{,}096 \quad \text{şi} \quad \frac{I_0(\underline{\gamma}a)}{I_1(\underline{\gamma}a)}\,\underline{\gamma}a = 3{,}74 + j\,3{,}13,$$

$$\frac{X_{0\sim}}{R_{0\sim}} = \frac{\mathrm{Im}\left\{\dfrac{I_0(\underline{\gamma}a)}{I_1(\underline{\gamma}a)} \cdot \underline{\gamma}a\right\}}{\mathrm{Re}\left\{\dfrac{I_0(\underline{\gamma}a)}{I_1(\underline{\gamma}a)} \cdot \underline{\gamma}a\right\}} = \frac{3{,}13}{3{,}74} = 0{,}835$$

şi

$$\underline{K} = A_k + j\,B_k = \frac{2}{\underline{\gamma}a}\,\frac{I_1(\underline{\gamma}a)}{I_0(\underline{\gamma}a)} = \underline{(3{,}14 - j\,2{,}64)\;10^{-1}}.$$

Coeficienţii care vor da valorile lui A_m şi B_m vor fi deci următorii:

$$A_\Sigma = 3{,}52,\quad B_\Sigma = 0{,}57,\quad A_k = 3{,}14.10^{-1},\quad B_k = -2{,}64\;10^{-1}.$$

Avem

$$A_m = A_k\,A_\Sigma - B_k\,B_\Sigma = 11{,}71.10^{-1},$$

$$B_m = A_k\,B_\Sigma + B_k\,A_\Sigma = -6{,}80.10^{-1}.$$

Înlocuind în formula rezistenței în curent alternativ, avem

$$R_{\sim} = R_{0\sim}\left[1 + \left(A_m - \frac{X_{0\sim}}{R_{0\sim}} B_m\right)\right] = R_{0\sim}\,[1 + (11{,}71 + 0{,}835.6{,}80)\ 10^{-1}]$$

sau

$$\underline{R_{\sim} = R_{0\sim}\,(1 + 1{,}74)\,.}$$

La frecvența și la dimensiunile admise în acest exemplu, coeficientul de dispersie este

$$C_{d\sim}\% = 1{,}74.100 = 174\ \%,$$

efectul injectării curentului prin suprafața πg_0^2, extrem de mică față de secțiunea πa^2 a cilindrului, fiind foarte pronunțat.

În curent continuu însă, acest efect este și mai pronunțat, din cauză, că, la alimentarea prin întreaga secțiune, suprafața de trecere a curentului nu este limitată de efectul pelicular. Raportul cieficienților de dispersie $C_{d\sim}/C_d$ este

$$d = \frac{C_{d\sim}}{C_d} = \frac{174}{339} = 1/1{,}95\,.$$

Factorul în alternativ al cilindrului alimentat prin suprafața redusă πg_0^2 este

$$k_a = k_{a0}\frac{1 + \left(A_m - \frac{X_{0\sim}}{R_{0\sim}} B_m\right)}{1 + \frac{2\,g_0}{l} S_m},$$

în care, așa cum am mai arătat, $k_{a0} = \mathrm{Re}\left\{\frac{\gamma a}{2}\,\frac{I_0(\gamma a)}{I_1(\gamma a)}\right\}$ sau, înlocuind,

$$k_{a0} = \frac{3{,}74}{2} = 1{,}87\,,$$

$$k_a = 1{,}87\,\frac{1 + 1{,}74}{1 + 3{,}39} = 1{,}87\,\frac{2{,}24}{4{,}39} = 1{,}165\,.$$

Factorul în alternativ global k_a este cu atît mai ridicat, cu cît lungimea cilindrului este mai mare. La limită, pentru lungimi foarte mari, avem

$$\lim_{l\to\infty} k_a = k_{a0}\,.$$

Dacă lungimea este însă mică și comparabilă cu aceea a domeniului de dispersie, factorul în alternativ global scade din ce în ce mai mult, limita inferioară fiind egală cu unitatea.

Vom calcula acum factorul în alternativ al regiunii de dispersie, fenomenele fiind independente de lungimea l a cilindrilor. Am obținut, în regim staționar, următoarea creștere a rezistenței prin stricțiunea curentului

$$\Delta R = R_0 \cdot C_d = R_0 \cdot 3{,}34,$$

iar în regim armonic cvasistaționar

$$\Delta R_\sim = R_{0\sim} \cdot C_{d\sim} = R_{0\sim} \cdot 1{,}74,$$

în care R_0 și $R_{0\sim}$ sînt direct proporționali, iar C_d și $C_{d\sim}$ invers proporționali cu lungimea l. Ambele creșteri însă sînt practic independente de l.

Deoarece $d = \frac{C_{d\sim}}{C_d} = \frac{1}{1{,}95} < 1$, rezultă că fața de rezistențele cilindrului în alimentarea prin întreaga secțiune πa^2, notate cu R_0 în curent continuu și cu $R_{0\sim}$ în curent alternativ, efectul de dispersie este mai pronunțat în curent continuu decît în curent alternativ.

Făcînd însă raportul creșterilor rezistențelor în cele două regimuri, se obține un factor în alternativ al regiunii de dispersie :

$$k_{a\Delta} = \frac{\Delta R_\sim}{\Delta R} = \frac{R_{0\sim}\, C_{d\sim}}{R_0\, C_d} = k_{a0} \cdot d = 1{,}87 \frac{1}{1{,}95} = 0{,}96.$$

Acest raport rezultă subunitar la 50 Hz, deoarece $\Delta R_\sim$ și ΔR nu sînt de fapt localizate în regiuni strict delimitate, ci reprezintă doar creșteri ale rezistențelor datorită fenomenului de stricțiune, care în curent continuu este mai pronunțat decît în curent alternativ (50 Hz).

Comparații ale rezultatelor obținute cu cele ale altor autori

a) COMPARAȚII PRIVITOARE LA REZISTENȚELE GLOBALE

În regim staționar. Mulți autori lucrează cu următoarea rezistență globală aproximativă :

$$R = R_0 + R_p = R_0\left(1 + \frac{R_p}{R_0}\right) = R_0\left[1 + \frac{\frac{1}{2\pi\sigma g_0}}{\left(\frac{l}{\sigma\pi a^2}\right)}\right] =$$

$$= R_0\left(1 + \frac{9.10^{-4}}{2.10^{-1}.1{,}5.10^{-3}}\right) = R_0\,(1 + 3),$$

unde R_p e rezistența prizei emisferice de suprafață.

Coeficientul de dispersie $C_{dp} = 3$ este, după cum se vede, inferior celui real $C_d = 3{,}39$, eroarea fiind de

$$\varepsilon\% = \frac{C_d - C_{dp}}{C_d} 100 = \frac{0{,}39}{3} 100 = 13\%.$$

În regim cvasistaționar. Folosind o aproximație asemănătoare cu cea din curentul continuu:

$$R_\sim = R_{0\sim} + R_p = R_{0\sim}\left(1 + \frac{R_p}{k_{a0} R_0}\right) = R_{0\sim}\left(1 + \frac{C_{dp}}{k_{a0}}\right) =$$

$$= R_{0\sim}\left(1 + \frac{3}{1{,}87}\right) = R_{0\sim}(1 + 1{,}6),$$

e obține un coeficient de dispersie $C_{dp\sim} = 1{,}6$, inferior celui real $C_{d\sim} = 1{,}74$, comițându-se o eroare

$$\varepsilon_\sim\% = \frac{C_{d\sim} - C_{dp\sim}}{C_{d\sim}} 100 = \frac{1{,}74 - 1{,}6}{1{,}74} 100 = 8\%.$$

S-a obținut $\varepsilon_\sim < \varepsilon$, deoarece $C_{d\sim} < C_d$.

a) COMPARAȚII ALE REZISTENȚELOR REGIUNILOR DE DISPERSIE OBȚINUTE ÎN LUCRARE CU REZISTENȚA DE DISPERSIE A UNEI PRIZE EMISFERICE DE SUPRAFAȚĂ

În regim staționar. Creșterea rezistenței datorită stricțiunii, $\Delta R = R_0 C_d$, este independentă de lungimea l a cilindrului. Se obține următorul raport:

$$\frac{\Delta R}{R_p} = \frac{R_0 C_d}{\frac{1}{2\pi\sigma g_0}} = \frac{2 l g_0}{a^2} C_d = \frac{2.10^{-1} .1{,}5.10^{-3}}{9.10^{-4}} \cdot 3{,}39 =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 3{,}39 = 1{,}13.$$

Înlocuirea lui ΔR cu R_p conduce la o eroare

$$\delta\% = \frac{\Delta R - R_p}{\Delta R} 100 = \frac{\frac{\Delta R}{R_p} - 1}{\frac{\Delta R}{R_p}} 100 = \frac{1{,}13 - 1}{1{,}13} 100 =$$

$$= \frac{13}{1{,}13} = 11{,}5\%.$$

În regim cvasistaționar. Formăm raportul:

$$\frac{\Delta R_{\sim}}{R_p} = \frac{k_{a0}\, R_0\, C_{d\sim}}{R_p} = k_{a0}\, \mathrm{d} \cdot \left(\frac{\Delta R}{R_p}\right) = \frac{1{,}87}{1{,}95} \cdot 1{,}13 = 1{,}08.$$

Înlocuirea lui $\Delta R_{\sim}$ cu R_p conduce la o eroare

$$\delta_{\sim}\% = \frac{\Delta R_{\sim} - R_p}{\Delta R_{\sim}} 100 = \frac{\frac{\Delta R_{\sim}}{R_p} - 1}{\frac{\Delta R_{\sim}}{R_p}} 100 = \frac{1{,}08 - 1}{1{,}08} 100 = 7{,}4\%.$$

S-a obținut $\delta_{\sim} > \delta$, deoarece avem $\Delta R_{\sim} > \Delta R$.

c) COMPARAȚII ALE REZISTENȚELOR ÎN ALTERNATIV OBȚINUTE ÎN LUCRARE CU CELE ALE LUI R. HOLM

Trebuie să arătăm de la început că formula stabilită de Holm pentru calculul în alternativ al „regiunii de concentrare" a liniilor de curent conduce la un factor în alternativ mult subunitar. Într-adevăr,

$$k_{a_H} = \frac{R_H}{R_p} = \frac{R_H}{\frac{1}{2\pi\sigma g_0}} = g_0 \left(10^{-3}\, \frac{\pi}{2} \sqrt{\mathrm{f} \cdot \sigma}\, \ln \frac{a}{g_0} + \frac{1}{4 g_0}\right) =$$

$$= 1{,}5.10^{-3} \left[\frac{\pi}{2} \sqrt{50.0{,}575.10^{8}} \left(\ln \frac{3.10^{-2}}{1{,}5.10^{-3}}\right) 10^{-3} + \frac{1}{41{,}5.10^{-3}}\right] = 0{,}630.$$

Este interesant că s-a ajuns la un astfel de rezultat, deși formula aproximativă folosită de autorul citat mai sus pentru factorul în alternativ al barelor cilindrice,

$$k_{a0_H} = \mathrm{a} \sqrt{\sigma f} \cdot 10^{-3} + \frac{1}{4} = 3.10^{-2} \sqrt{0{,}575.10^{8} \cdot 50} \cdot 10^{-3} = 1{,}861,$$

conduce la un rezultat apropiat de cel exact:

$$k_{a0} = \mathrm{Re}\left\{\frac{\Upsilon a}{2}\, \frac{I_0(\Upsilon a)}{I_1(\Upsilon a)}\right\} = 1{,}87.$$

Explicația rezultatului $k_{a_H} = 0{,}630$, atît de subunitar, trebuie căutată în aproximațiile care au fost făcute de Holm prin înlocuirea unor coji sferice elementare cu cilindri elementari.

Să comparăm acum rezultatul obținut de noi privitor la rezistența globală în alternativ, $R_{\sim} = R_{0\sim}(1 + C_{d\sim})$, în care $C_{d\sim} = 1{,}74$, cu formula

$$R_{\sim H} = R_{0\sim} + R_H = R_{0\sim}\left(1 + \frac{R_H}{R_{0\sim}}\right).$$

Înlocuind și făcînd toate calculele, rezultă

$$R_{\sim H} = R_{0\sim}(1 + 1{,}015), \quad \text{deci } C_{d_H} = 1{,}015.$$

Se observă că $C_{d_H} \ll C_{d\sim}$, eroarea fiind

$$\frac{C_{d\sim} - C_{d_H}}{C_{d\sim}} 100 = 44{,}6\%.$$

În ceea ce privește compararea rezistențelor regiunilor de concentrare, avem

$$\frac{\Delta R_{\sim}}{R_H} = \frac{k_{a0}\dfrac{l}{\sigma \pi a^2} C_{d\sim}}{\dfrac{1}{2\pi\sigma}\left(\dfrac{\pi}{2}\sqrt{f \cdot \sigma}\, 10^{-3} \ln\dfrac{a}{g_0} + \dfrac{1}{4g_0}\right)}.$$

Înlocuind și făcînd toate calculele, se obține

$$\frac{\Delta R_{\sim}}{R_H} = 1{,}72,$$

cu eroarea

$$\frac{\Delta R_{\sim} - R_H}{\Delta R_{\sim}} 100 = \frac{\dfrac{\Delta R_{\sim}}{R_H} - 1}{\dfrac{\Delta R_{\sim}}{R_H}} 100 = \frac{1{,}72 - 1}{1{,}72} 100 = 41{,}8\%.$$

CONCLUZII

a) Formula factorului în alternativ stabilită de Holm, pentru ceea ce numește „regiunea de concentrare" a curentului, conduce la valori subunitare ale acestui factor, iar eroarea comisă depășește 40%.

b) Cele două formule stabilite în lucrare pentru rezistențele de dispersie $\Delta R_{\sim}$ în curent alternativ și ΔR în curent continuu conduc, pentru $f = 50$ Hz, $\sigma = 0{,}575\ 10^8\ (\Omega\ \text{m})^{-1}$ și $\dfrac{a}{g_0} = 20$, la un factor în alternativ foarte apropiat de unitate. Deci nu se comite o eroare prea mare dacă în locul lui $\Delta R_{\sim}$ se folosește formula lui ΔR.

c) În nici un caz rezistențele $\Delta R_{\sim}$ și ΔR nu pot fi înlocuite cu rezistența prizei emisferice de suprafață $R_p = \frac{1}{2\pi\sigma g_0}$, deoarece acest lucru conduce la erori mai mari de 10% în curent continuu și mai mari de 7% în curent alternativ la 50 Hz.

III. VERIFICARE EXPERIMENTALĂ

Pătrunderea curentului în conductor printr-un fir de curent coaxial cu cilindrul, dar de secțiune mult mai mică, este modelizată cu ajutorul unui cilindru masiv de cupru, avînd în prelungire la una din extremități o vergea scurtă și subțire, executată la strung în așa fel încît să facă corp comun cu cilindrul. Aria πg_0^2 a regiunii de pătrundere a firului de curent este reprezentată prin secțiunea vergelei.

Deoarece în practică studierea refulării curentului în contacte interesează în principal din punctul de vedere al efectului electrocaloric de care este însoțită această refulare, problema prezintă importanță în primul rînd în domeniul curenților tari, în care frecvența de serviciu nu depășește de obicei frecvența industrială de 50 Hz. Din această cauză, partea experimentală a lucrării, ca și aplicațiile numerice prezentate anterior, este efectuată la această frecvență.

Caracteristicile eșantionului de cupru folosit sînt următoarele :

— raza cilindrului : $a = 30$ mm,
— raza vergelei de aducție : $g_0 = 1{,}5$ mm,
— lungimea cilindrului : $l_0 = 200$ mm,
— conductivitatea : $\sigma = 0{,}575\ 10^8\ (\Omega\ \mathrm{m})^{-1}$.

Ieșirea curentului din eșantion la extremitatea opusă firului de aducție este asigurată prin o pînză de curent avînd forma unui con, realizată cu ajutorul mai multor fire de cupru uniform repartizate la periferia suprafeței de bază a cilindrului. Această pînză se află la o distanță suficient de mare, pentru a nu perturba regiunea explorată. Verificarea experimentală constă în măsurarea valorii efective U_r a tensiunii de-a

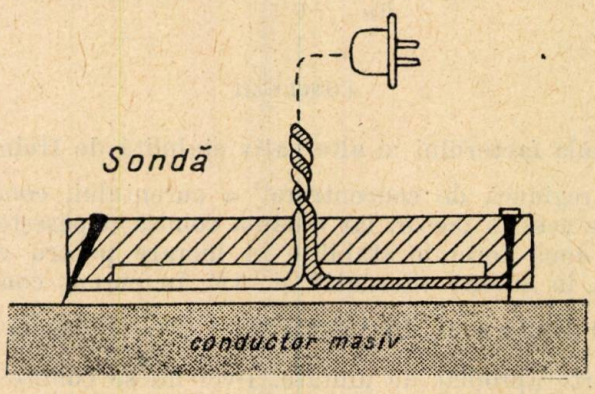


Fig. 2

lungul unui segment OA, situat într-o direcție radială pe suprafața de bază prin care are loc aducția curentului, și a valorii efective U_z a tensiunii de-a lungul unui alt segment AB, situat pe una din generatoarele cilindrului, și confruntarea acestor măsurători cu rezultatele obținute pe cale analitică.

Aceste tensiuni se măsoară cu ajutorul unor sonde prevăzute cu două ace de contact de la care pornesc fire izolate situate pe linia în lungul căreia se măsoară tensiunea pînă în dreptul unui orificiu prin care corpul izolant al sondei este străbătut de cele două fire, răsucite, pentru a evita inducerea unor tensiuni electromotoare din exterior. Cele două fire sînt conduse spre bornele unui voltmetru electronic, folosit la scara de 1 mV. Întrucît s-a constatat că voltmetrul electronic folosit este sensibil influențat de cîmpul magnetic exterior dacă e plasat în „interiorul" circuitului străbătut de curentul intens de 100 A, s-a luat măsura îndepărtării instrumentului pînă la o distanță de cel puțin 0,5 m de cel mai apropiat punct al circuitului.

1. Determinarea analitică a tensiunilor electrice la suprafața cilindrului

Vom calcula în complex și apoi numeric în valoare efectivă tensiunea electrică U_r în planul normal la cilindru pentru $z = 0$, în direcție radială, de la un punct $r = g_0$ pînă la un punct de la periferie pentru care $r = a$, precum și tensiunea electrică U_z de-a lungul unei generatoare de la $z = 0$ pînă la un punct oarecare, de pildă pînă la punctul $z = a - g_0$.

În planul $z = 0$ avem

$$\underline{U}_r = \int_{g_0}^{a} \underline{E}_r(r, 0)\, \mathrm{d}r = \frac{\underline{I}}{\pi \sigma a^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\underline{\lambda}_m}{\frac{x_{1m}}{a}} \cdot \underline{\alpha}_m \int_{g_0}^{a} J_1\left(x_{1m} \frac{r}{a}\right) \mathrm{d}r =$$

$$= \frac{\underline{I}}{\pi \sigma a^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\underline{\lambda}_m}{\left(\frac{x_{1m}}{a}\right)^2} \cdot \underline{\alpha}_m \left[J_0\left(x_{1m} \frac{g_0}{a}\right) - J_0(x_{1m})\right]$$

sau, notînd

$$\frac{\underline{\lambda}_m}{\left(\frac{x_{1m}}{a}\right)^2} \left[J_0\left(x_{1m} \frac{g_0}{a}\right) - J_0(x_{1m})\right] = \underline{\xi}_m ;$$

avem

$$\underline{U}_r = \frac{\underline{I}}{\pi \sigma a^2} \sum_{m=1}^{\infty} \underline{\alpha}_m \underline{\xi}_m .$$

Pe o generatoare a cilindrului avem

$$\underline{U}_z = \int_0^c \underline{E}_z(a, z)\, \mathrm{d}z \quad \text{în care} \quad c = a - g_0$$

sau

$$\underline{U}_z = \frac{\underline{I}\, c}{\pi\sigma a^2}\,\frac{\underline{\gamma}\, a}{2}\,\frac{I_0(\underline{\gamma}a)}{I_1(\underline{\gamma}a)} + \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\underline{\alpha}_m}{\underline{\lambda}_m}J_0(x_{1m})(1 - e^{-\underline{\lambda}_m c})$$

sau, cum $|e^{-\underline{\lambda}_m c}| \ll 1$, rezultă

$$\underline{U}_z = \frac{\underline{I}(a - g_0)}{\pi\sigma a^2}\,\frac{\underline{\gamma}a}{2}\,\frac{I_0(\underline{\gamma}a)}{I_1(\underline{\gamma}a)} + \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\underline{\alpha}_m}{\underline{\lambda}_m}J_0(x_{1m}).$$

Însumînd, se obține

$$\sum \underline{\alpha}_m \underline{\xi}_m = (34{,}47) + j\ 5{,}82)\,10^{-2}$$

Avem

$$\underline{U}_r = \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2}\sum \underline{\alpha}_m \cdot \underline{\xi}_m$$

sau, înlocuind cu $I = 100\ A$,

$$\underline{U}_r = \frac{100\,(34{,}47 + j\,5{,}82)\,10^{-2}}{\pi \cdot 0{,}575\ 10^8\ 9\ 10^{-4}} = \frac{34{,}47 + j\ 5{,}82}{16{,}2}\,10^{-4}$$

sau, în valoare efectivă,

$$U_r = \frac{35}{16{,}2}\,10^{-4} = 2{,}16\ 10^{-4}\ \mathrm{V}$$

deci

$$\underline{U_r = 0{,}216\ \mathrm{mV}.}$$

Însumînd din nou se obține:

$$\sum \frac{\underline{\alpha}_m}{\underline{\lambda}_m}J_0(x_{1m}) = (-53 + j\ 4{,}85)\,10^{-4} = (-0{,}53 + j\ 0{,}0485)\ 10^{-2}.$$

Așa cum se vede și în calculele ce urmează, din cauza alternării de semne contribuția seriei la tensiunea $\underline{U}_z$ este neglijabilă. Avem

$$\underline{U}_z = \frac{\underline{I}(a - g_0)}{\pi\sigma a^2}\,\frac{\underline{\gamma}a}{2}\,\frac{I_0(\underline{\gamma}a)}{I_1(\underline{\gamma}a)} + \frac{\underline{I}}{\pi\sigma a^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\underline{\alpha}_m}{\underline{\lambda}_m}J_0(x_{1m})$$

sau, înlocuind cu $I = 100$ A,

$$\underline{U}_z = \frac{10^2}{\pi \cdot 0{,}575\ 10^8 9\ 10^{-4}}[(5{,}33 + j\ 4{,}47)\,10^{-2} + (-0{,}53 + j\ 0{,}0485)\,10^{-2}] =$$

$$= \frac{10^{-4}}{16{,}2}(4{,}8 + j\ 4{,}455).$$

În valoare efectivă

$$U_z = \frac{6,56}{16,2} 10^{-4} = 0,405\ 10^{-4}\ \text{V}$$

sau

$$U_z = 0,0405\ \text{mV}.$$

2. Determinarea experimentală a tensiunilor electrice la suprafața cilindrului

Pentru obținerea unor curenți sinusoidali în jurul lui 100 A, se alimentează un transformator de curent pe la bornele lui secundare cu un

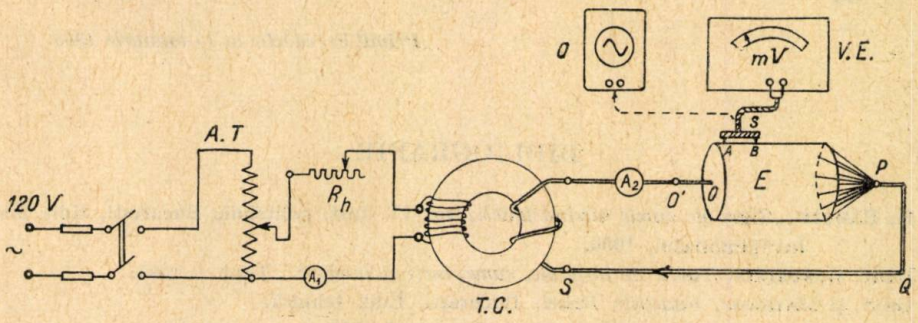


Fig. 3

curent de circa 5 A, obținîndu-se, prin eșantionul legat la bornele primare, curentul intens dorit.

Montajul cuprinde: un autotransformator (A. T.) „KRIZIC" de circa 2,5 kVA, cu ajutorul căruia se reglează curenții la valorile dorite, un transformator de curent (T.C.) de 100/5 A, alimentat invers pe la bornele secundare, de construcție „Montrouge" (Seine), un ampermetru (A_1) de 5 A și un reostat (R_h) „VEB" de 3 Ω și 13 A pentru reglajul fin; în circuitul de curent tare este inclus un ampermetru de 100 A.

Pentru explorarea periferiei eșantionului se folosesc două sonde (S_1) și (S_2), avînd vîrfurile situate la distanțele 28,5 mm, respectiv 100 mm, construite în atelierul Laboratorului de electrotehnică, iar pentru măsurarea tensiunilor foarte mici de la suprafața cilindrului se folosește un voltmetru electronic (V.E.) „Tesla" de 300 V~1 mV.

Este interesant de menționat faptul că, deși prin mica vergea de aducție a curentului în cilindru, avînd grosimea de numai 3 mm, circulă un curent de valoare efectivă egală cu 100 A, regiunea de pătrundere a curentului își păstrează temperatura mediului ambiant, din cauză că întreaga căldură degajată prin efect electrocaloric este imediat absorbită de masa conductoare a cilindrului.

Pentru $I = 100$ A se obţin, cu sonda S_1 avînd vîrfurile situate la distanţa $OA = AB = 28{,}5$ mm, următoarele valori medii ale valorilor efective ale tensiunilor: $U_r = U_{OA} = 0{,}2$ mV şi $U_z = U_{AB} = 0{,}04$ mV.

În tabela 2 se compară rezultatele analitice cu cele experimentale.

Tabela 2

Tabel comparativ

Tensiunea de măsurat	U_{ef} prin calcul	U_{ef} prin măsurare
Tensiunea $U_r = U_{OA}$ în direcţie radială pe distanţa $a - g_0 = 28{,}5$ mm	0,216 mV	0,2 mV
Tensiunea $U_z = U_{OB}$ în direcţie axială pe distanţa $a - g_0 = 28{,}5$ mm	0,0405 mV	0,04 mV

Primit la redacţie la 15 ianuarie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleţ, *Curs de bazele electrotehnicii*, vol. IV. Inst. politehnic Bucureşti, Edit. Min. Învăţămîntului, 1956.
2. Rîjic, Gradstein, *Tabele de integrale, sume, serii şi produse*. Trad. l. rusă.
3. Gray şi Mathews, *Funcţiile Bessel*. Bucureşti, Edit. tehnică.
4. Tamm, *Bazele electricităţii*. Edit. tehnică, Bucureşti, 1958.

CÎMPUL MAGNETIC ALTERNATIV TANGENŢIAL ÎN MEDIUL FEROMAGNETIC

DE

C. V. BĂLĂ şi S. ŞT. GHEŢARU

Institutul de energetică al Academiei R.P.R., Şos. Vitan nr. 236, Bucureşti

621.3.013.34.

Se prezintă metoda de studiul fenomenului pătrunderii cîmpului magnetic tangenţial în mediul feromagnetic semiinfinit, considerîndu-se caracteristica de magnetizare reală şi dependenţa adîncimii de pătrundere de variaţia rezistivităţii cu temperatură. Ecuaţiile cu derivate parţiale ale cîmpului electromagnetic şi a difuziei căldurii se substituie prin ecuaţii cu diferenţe finite a căror rezolvare este posibilă cu ajutorul calculatoarelor analogice neliniare.

În lucrare se expun rezultatele obţinute în cercetarea cîmpului magnetic în regim staţionar şi tranzitoriu în miezul feromagnetic semiinfinit.

1. INTRODUCERE

În numeroase aplicaţii ale electrotehnicii se pune problema determinării cîmpului magnetic în mediul feromagnetic omogen, ţinînd seama de caracteristica de magnetizare reală a mediului şi de dependenţa adîncimii de pătrundere de rezistivitatea materialului. Problema calculului cîmpului magnetic, a densităţii de curent şi a pierderilor în miezul feromagnetic masiv apare la calculul încălzirii polilor masivi ai motoarelor sincrone cu pornirea în asincron, la calculul încălzirii prin curenţi de inducţie a materialelor feromagnetice, la convertirea energiei în frînele de inducţie cu disc feromagnetic şi în rotorul masiv al maşinii asincrone, la calculul constantei de timp a circuitului de excitaţie al maşinilor de curent continuu şi al maşinilor sincrone cu inductorul masiv.

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 2 p. 267–292 Bucureşti, 1965

În lucrările publicate în perioada din urmă referitoare la această problemă se adoptă ipoteze simplificatoare exagerat de îndepărtate de realitate, în vederea stabilirii unor ecuaţii liniare pentru care se cunosc metode analitice de rezolvare; soluţiile prezentate în aceste lucrări corespund cel mult calitativ cu fenomenul descris.

Dintre metodele propuse, o importanţă deosebită o prezintă metoda expusă în lucrarea [1], în care caracteristica de magnetizare a miezului feromagnetic este exprimată pe porţiuni prin funcţii analitice astfel:

$$\begin{aligned} B &= B_K + \mu H && \text{pentru } H > 0, \\ B_K &\geqslant B \geqslant -B_K && \text{pentru } H = 0, \\ B &= -B_K + \mu H && \text{pentru } H < 0, \end{aligned} \tag{1.1}$$

în care μ şi B_K sînt constante. Se studiază astfel cîmpul magnetic într-un mediu feromagnetic masiv semiinfinit, în cazul cînd cîmpul magnetic tangenţial la suprafaţa mediului este constant sau variază sinusoidal în timp în ipoteza că la $t > 0$ există un plan yz paralel la suprafaţa mediului care separă regiunea în care $B_K \leqslant B \leqslant B_K + \mu H$ de regiunea în care $-B_K \leqslant B \leqslant B_K$, respectiv intensitatea H a cîmpului magnetic este nulă. Procesul este descris prin poziţia suprafeţei de separaţie şi de valoarea inducţiei magnetice în zona cuprinsă de suprafaţa miezului şi suprafaţa de separaţie.

Pentru a căpăta o imagine asupra dificultăţilor de calcul care apar la aplicarea acestei metode (exceptînd faptul că şi în cazul acestei metode caracteristica de magnetizare este aproximată în conformitate cu relaţiile (1.1)) se prezintă mai jos relaţiile de calcul pentru cazul excitaţiei în curent alternativ a mediului feromagnetic; intensitatea cîmpului alternativ la suprafaţa mediului este

$$H = H_{om} \sin \omega t; \tag{1.2}$$

în prima semiperioadă $0 \leqslant \omega t \leqslant \pi$ la saturaţii moderate $\left(\mu H_{0m} \leqslant \frac{1}{2} B_K\right)$ inducţia magnetică variază în funcţie de adîncimea x de la suprafaţa mediului după relaţia

$$B = B_0 + \mu H_0 \left(1 - \frac{x}{x_0}\right), \quad 0 \leqslant x \leqslant x_0, \tag{1.3}$$

în care x_0 este distanţa de la suprafaţa mediului la planul de separaţie în care intensitatea cîmpului H este nulă. Din legea inducţiei electromagnetice şi legea lui Ohm rezultă densitatea curentului

$$J = \frac{E}{\rho} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_x^{x_0} B \mathrm{d}x = \frac{1}{\rho} \left[\left(2B_0 + \mu H_0 \frac{x_0^2 - x^2}{2x_0^2} \right) \frac{\mathrm{d}x_0}{\mathrm{d}t} + \right.$$

$$\left. + \mu\omega \frac{(x_0 - x)^2}{2x_0} H_{om} \cos \omega t \right] \tag{1.4}$$

Pentru determinarea distanței x_0 se calculează în baza legii circuitului magnetic intensitatea cîmpului magnetic la suprafața mediului

$$H_0 = \int_0^{x_0} J\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\rho}\left[\left(2\,B_K + \frac{\mu H_0}{3}\right) x_0 \frac{\mathrm{d}x_0}{\mathrm{d}t} + \frac{\mu\omega}{6} x_0^2 H_{om} \cos \omega t\right], \quad (1.5)$$

și prin integrarea relației (1.5) între 0 și t (cu observația că la $t = 0$, $x_0 = 0$), rezultă

$$x_0^2 = \frac{\rho H_{om}(1 - \cos \omega t)}{\frac{\mu\omega}{6} H_0 + \omega B_K}. \quad (1.6)$$

Prin urmare, pentru semiperioada considerată, densitatea de curent $J(x, t)$ este determinată de relațiile (1.4) și (1.6); pentru semiperioada următoare, curba densității de curent este oglindită față de axa timpului. Metoda analitică dezvoltată în lucrarea menționată apare deosebit de complicată cînd se pune problema determinării pierderilor în miezul feromagnetic.

În lucrarea de față, în baza metodei de principiu expusă în [2] se studiază cîmpul magnetic alternativ, densitatea de curent și pierderile în mediul feromagnetic semiinfinit în cazul caracteristicii de magnetizare foarte apropiată de cea reală; s-a neglijat fenomenul de histerezis. La rezolvarea ecuațiilor cu derivate parțiale ale cîmpului s-a utilizat calculatorul analogic neliniar al Institututului de energetică, a cărui descriere a fost prezentată în [3]. Ecuațiile cu derivate parțiale sînt substituite mai întîi printr-un sistem de ecuații diferențiale cu diferențe finite [4], stabilindu-se totodată în cazul unei ecuații cu derivate parțiale liniară, erorile care apar în atenuarea și în faza mărimii necunoscute în funcție de lărgimea intervalului ales la stabilirea sistemului echivalent de ecuații cu diferențe finite. Se prezintă programarea sistemului de ecuații cu diferențe finite pentru calculul intensității cîmpului magnetic, calculul densității de curent și calculul pierderilor, precum și programarea sistemului de ecuații cu diferențe finite, echivalent ecuației difuziei căldurii, pentru calculul cîmpului încălzirii miezului feromagnetic în ipoteza că procesul termic este adiabatic.

Se determină într-un caz concret adîncimea de la suprafața mediului, în care trebuie rezolvată problema pentru ca intensitatea cîmpului în zona de la suprafață să fie determinată, cu o precizie suficientă. Se prezintă rezultatele obținute pentru cîmpul electric și magnetic — în cazul a două caracteristici de magnetizare diferite — și pentru cîmpul de încălziri la un cîmp de pierderi dat.

2. APROXIMAREA ECUAȚIILOR CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ȘI A DIFUZIEI CĂLDURII PRIN SISTEME DE ECUAȚII CU DIFERENȚE FINITE

a. *Generalități.* Pentru rezolvarea ecuațiilor diferențiale cu derivate parțiale, apariția calculatoarelor numerice a dezvoltat în ultimele decenii metoda diferențelor finite. O serie de rezultate din acest domeniu sînt

utile şi la rezolvarea ecuaţiilor diferenţiale cu derivate parţiale pe maşinile analogice. Este vorba de acele ecuaţii sau sisteme de ecuaţii cu derivate parţiale care se pot pune sub forma

$$a_0(x)\frac{\partial^n u(x,t)}{\partial x^n} + a_1(x)\frac{\partial^{n-1} u(x,t)}{\partial x^{n-1}} + \ldots + a_{n-1}\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \tag{2.1}$$

$$= \frac{\partial^m u(x,t)}{\partial t^m} + b_1(x)\frac{\partial^{m-1} u(x,t)}{\partial t^{m-1}} + \ldots + b_m(x)\, u(x,t)$$

(coeficienţii a şi b pot fi dependenţi şi de u; aceasta complică uneori într-o măsură încă acceptabilă realizarea modelului) cu condiţiile iniţiale şi la limită

$$u(x, 0) = f_0(x) \tag{2.2.}$$

$$\left[\frac{\partial^q u(x,t)}{\partial t^q}\right] = f_q(x),\ q = 1, 2, \ldots, m-1, \tag{2.2'}$$

$$u(0, t) = F(t). \tag{2.3.}$$

Se încearcă în asemenea cazuri aflarea soluţiei lui (2.1) în punctele $x_0, x_1, \ldots, x_\nu, \ldots, x_p$, egal distanţate pe axa x prin exprimarea derivatelor parţiale în funcţie de diferenţele finite

$$a_{0\nu} D_\nu^n u_\nu + a_{1\nu} D_\nu^{n-1} u_\nu + \ldots + a_{n-1,\nu} D_\nu u_\nu = \tag{2.4.}$$
$$= \frac{d^m u_\nu}{dt^m} b_{1\nu}\frac{d^{m-1} u_\nu}{dt^{m-1}} + \ldots + b^m{}_{,\nu}\, u_\nu,$$

$$\nu = 1, 2, \ldots, p \tag{2.5.}$$

$$u_\nu(0) = f_0(x_\nu),$$

$$\frac{d^q u_\nu}{dt^q} = f_q(x_\nu), \tag{2.5'}$$

$$u_0(t) = F(t). \tag{2.6.}$$

Se obţine astfel un sistem de ecuaţii diferenţiale a cărui rezolvare este posibilă cu calculatorul analogic.

Convergenţa soluţiei lui (2.4) către soluţia lui (2.1) la o creştere a lui p este asigurată în condiţii destul de largi de teoreme de echivalenţă a lui P.D. Lax [5], care declară necesară şi suficientă pentru convergenţă stabilitatea sistemului (2.1). Problema stabilităţii capătă astfel o importanţă de prim ordin în trecerea de la (2.1) la (2.4).

b. *Aproximarea ecuaţiilor cîmpului electromagnetic.* Ecuaţiile cîmpului electromagnetic în mediu feromagnetic semiinfinit [6] (în cazul

în care rezistivitatea materialului este funcție de coordonata x) cu sistemul de axe de coordonate precizat în figura 1 sînt

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial B}{\partial t}, \tag{2.7.}$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = J, \tag{2.8.}$$

$$B = f(H), \tag{2.9.}$$

$$\left.\begin{aligned} H(0,t) &= H_m \sin \omega t \\ H(\infty, t) &= 0 \end{aligned}\right\}, \tag{2.10.}$$

$$H(x, 0) = \frac{\partial H(x, 0)}{\partial t} = 0. \tag{2.11.}$$

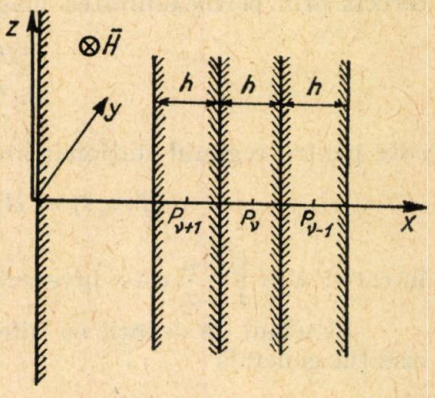


Fig. 1. — Explicativă pentru sistemul de coordonate.

Sistemul (2.7 — 2.11) se transcrie în

$$D_\nu^2 H_\nu + \frac{1}{\rho_\nu} D_\nu^1 \rho_\nu D_\nu^1 H_\nu = \frac{h^2}{\rho_\nu}\frac{dB_\nu}{dt}, \tag{2.7'}$$

cu $\nu = 1, 2, \ldots, n$ și $h = x_\nu - x_{\nu-1}$

$$H_\nu - H_{\nu-1} = h y_{\nu-1/2}, \tag{2.8'}$$

$$B_\nu = f(H_\nu), \tag{2.9'}$$

$$\left.\begin{aligned} H_0(t) &= H_m \sin \omega t \\ H_{n+1}(t) &= 0 \end{aligned}\right\}, \tag{2.10'}$$

$$H_\nu\Big|_0 = \frac{dH_\nu}{dt}\Big|_0 = 0, \tag{2.11'}$$

în care urmează să explicităm pînă la capăt membrul stîng al lui (2.7') deoarece $D_\nu^2 H_\nu$ și $D_\nu^1 H_\nu$ pot fi aleși (de exemplu D_ν^1 poate fi exprimat prin diferența la dreapta, diferența la stînga sau central)

Fie ρ = const. și

$$D_\nu^2 H_\nu = H_{\nu+1} - 2H_\nu + H_{\nu-1};$$

relația (2.7') devine

$$H_{\nu+1} - 2H_\nu + H_{\nu-1} = \frac{h^2}{\rho}\frac{dB_\nu}{dt} \quad (\nu = 1, 2, \ldots, n). \tag{2.7''}$$

În cele ce urmează vom încerca ca prin cercetarea unor cazuri particulare să stabilim concluzii asupra erorii metodei, aplicabile fenomenului studiat.

c. *Cîmpul electromagnetic în medii feromagnetice de permeabilitate şi rezistivitate constante.* Cîmpul magnetic în mediul feromagnetic caracterizat prin permeabilitatea magnetică constantă este descris de ecuaţia

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial H}{\partial t}, \tag{2.12.}$$

care pentru regimul staţionar are soluţia analitică

$$H(x, t) = H_m e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \alpha x), \tag{2.13.}$$

în care : $\alpha = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\rho}}$ este inversul adîncimii de pătrundere.

Sistemul de ecuaţii cu diferenţe finite în acelaşi caz particular are ecuaţia generală

$$H_{\nu+1} - 2H_\nu + H_{\nu-1} = \frac{\mu}{\rho} h^2 \frac{dH_\nu}{dt}, \tag{2.7'''}$$

cu soluţia în regim staţionar

$$H_\nu = H_m e^{-a\nu} \sin(\omega t - b\nu), \tag{2.14.}$$

în care :

$$\nu = \frac{x}{h}, \quad a = \operatorname{argsh} \sqrt{\frac{K^2 + \sqrt{4K^2 + K^4}}{2}}, \quad b = \arcsin \sqrt{\frac{-K^2 + \sqrt{4K^2 + K^4}}{2}}$$

$$K = \frac{\omega \mu}{2\rho} h^2 = (\alpha h)^2.$$

În figura 2 s-a reprezentat grafic atenuarea amplitudinii şi a fazei pentru ecuaţia diferenţială (2.13) şi sistemul de ecuaţii cu diferenţe finite (2.7'''); s-au notat pe figură şi valorile corespunzătoare ale parametrului K.

Din figura 2 rezultă următoarele concluzii — sistemul de ecuaţii cu diferenţe finite are o soluţie apropiată de soluţia ecuaţiei cu derivate parţiale pe care o aproximează numai pentru valori mici ale parametrului K; atenuarea amplitudinii cîmpului este mai mică, iar defazajul este mai mare pentru soluţia sistemului de ecuaţii cu diferenţe finite decît pentru soluţia ecuaţiei cu derivate parţiale;

— lărgimea h a intervalului pentru sistemul de ecuaţii cu diferenţe finite trebuie aleasă în funcţie de frecvenţa cîmpului şi de permeabilitatea μ. Prin divizarea intervalului se reduce îndeosebi eroarea în atenuarea amplitudinii ;

— soluţia sistemului de ecuaţii cu diferenţe finite se îndepărtează de soluţia ecuaţiei cu derivate parţiale, la valori mari ale permeabilităţii magnetice, şi ale frecvenţei cîmpului. Prin urmare, curba cîmpului magne-

tic este distorsionată și adîncimea de pătrundere este mai mare în cazul sistemului fizic echivalent sistemului real.

Pentru $\omega = 314$ (r/s), $\rho = 0{,}2.10^{-6}$ Ωm, $\mu = 100.4\ \pi.10^{-7}$ și $h = 10^{-3}$ [mm] rezultă $k \doteq 0{,}1$, iar amplitudinea cîmpului calculată în baza

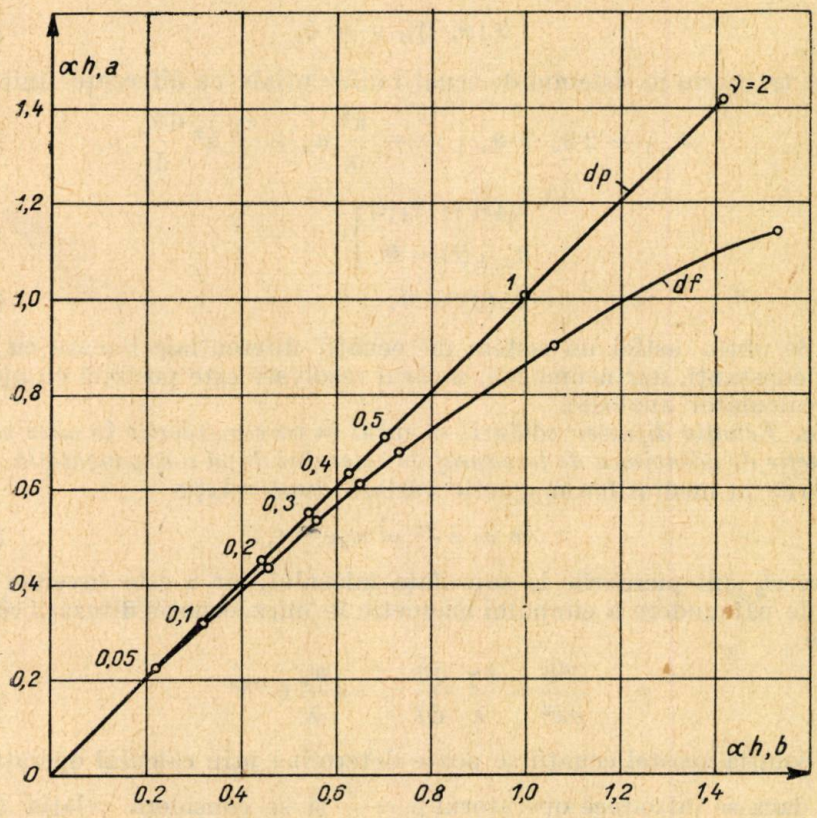


Fig. 2. — Caracteristicile atenuare-fază pentru curba de repartiție a cîmpului magnetic : *dp* — pentru integrala ecuației cu derivate parțiale ; *df* — pentru integrala sistemului de ecuații cu diferențe finite.

relației (2.14) pentru $\nu = 10$ intervale este mai mare cu 12% decît valoarea cîmpului calculată în baza relației (2.13).

d. *Aproximarea ecuației difuziei căldurii.* Considerăm cazul particular

$$\lambda \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + w(x) = c\gamma \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \qquad (2.15.)$$

cu condiţiile iniţiale şi la limită

$$\left.\frac{\partial \vartheta\,(x,\,t)}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \tag{2.16.}$$

$$\vartheta\,(\infty,\,t) = 0,$$

$$\vartheta\,(x,\,t)\,|_{t=0} = 0, \tag{2.17.}$$

care se transcriu în sistemul de ecuaţii diferenţiale cu diferenţe finite

$$\vartheta_{\nu+1} - 2\,\vartheta_\nu + \vartheta_{\nu-1} = -\frac{h^2}{\lambda} w_\nu + \frac{c\gamma}{\lambda} h^2 \frac{\mathrm{d}\vartheta_\nu}{\mathrm{d}t}, \tag{2.18.}$$

$$\left.\begin{aligned} \vartheta_0(t) &= \vartheta_1(t) \\ \vartheta_{n+1}(t) &= 0 \end{aligned}\right\}, \tag{2.19.}$$

$$\vartheta_\nu(0) = 0. \tag{2.20.}$$

Se obţin astfel un sistem de ecuaţii diferenţiale lineare cu coeficienţi constanţi, dar neomogen, a cărui rezolvare este posibilă cu ajutorul unui calculator analogic.

e. *Ecuaţia difuziei căldurii în cazul în care pierderile în miez variază în funcţie de adîncimea de la suprafaţa miezului după o exponenţială.* Dacă pierderile în mediul feromagnetic variază după relaţia

$$w = \rho J_e^2 = w_0 \mathrm{e}^{-2\alpha x}, \tag{2.21.}$$

în care w_0 sînt pierderile la suprafaţa miezului, iar α este inversul adîncimii de pătrundere a cîmpului magnetic în miez, ecuaţia difuzării căldurii devine

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - \frac{c\gamma}{\lambda}\frac{\partial \vartheta}{\mathrm{d}t} = -\frac{w_0}{\lambda}\mathrm{e}^{-2\alpha x}. \tag{2.22.}$$

Soluţia acestei ecuaţii se poate determina prin calculul operaţional; astfel dacă se introduce operatorul $\mathrm{p} = \dfrac{\partial}{\partial t}$ şi se consideră relaţia (2.16), ecuaţia de mai sus devine

$$\frac{\mathrm{d}^2\tilde{\vartheta}}{\mathrm{d}x^2} - \frac{c\gamma}{\lambda}\mathrm{p}\tilde{\vartheta} = -\frac{w_0}{\lambda}\mathrm{e}^{-2\alpha x}, \tag{2.23.}$$

în care $\tilde{\vartheta} = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-pt}\,\vartheta\,\mathrm{d}t,$

s-a notat $\dfrac{c\gamma}{\lambda} = m$ şi $\dfrac{w_0}{\lambda} = n$; soluţia acestei ecuaţii, cu condiţiile pe frontieră (2.17) este

$$\vartheta\,(x,\,p) = \frac{2\,\alpha\, n \mathrm{e}^{-x\sqrt{mp}}}{(4\,\alpha^2 - m\mathrm{p})\sqrt{m\mathrm{p}}} + \frac{n}{m\mathrm{p} - 4\alpha^2}\mathrm{e}^{-2\alpha x}. \tag{2.24}$$

Funcţiunea originală rezultă din această relaţie [7]

$$\vartheta(x, t) = \frac{n}{(2\alpha)^2}\left[\frac{2\sqrt{mt}}{2\alpha\sqrt{\pi}}e^{-x^2/4mt} + \frac{1}{2}e^{\left(-\frac{x}{2\alpha}+\frac{\sqrt{mt}}{2\alpha}\right)}\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{mt}}{2\alpha} - \frac{x}{2\sqrt{mt}}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}e^{1/2\alpha(x+\sqrt{mt})}\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{mt}}{2\alpha} + \frac{x}{2\sqrt{mt}}\right) - \frac{x}{2\alpha}\operatorname{erfc}\frac{x}{2\sqrt{mt}} - e^{-\frac{x}{2\alpha}}\right]. \qquad (2.25.)$$

Ecuaţiei difuziei căldurii îi corespunde sistemul de ecuaţii cu diferenţe finite (2.18) care cu relaţia (2.21) devine

$$\tilde{\vartheta}_{\nu+1} - 2\tilde{\vartheta}_\nu + \tilde{\vartheta}_{\nu-1} = h^2 mp\,\tilde{\vartheta}_\nu - h^2 n e^{-2\alpha\nu h}\,. \qquad (2.26.)$$

Soluţia acestei ecuaţii în aceleaşi condiţii la limită şi pe frontieră, este

$$\tilde{\vartheta}(\nu, p) = \frac{2\,n\alpha h^3 e^{-2\nu\operatorname{argsh}\sqrt{\frac{mh}{2}p}}}{(4\operatorname{sh}^2\alpha h - mh^2 p)\,2\operatorname{argsh}\sqrt{\frac{mh}{2}p}} + \frac{h^2 n e^{-2\alpha h\nu}}{mh^2 p - 4\operatorname{sh}^2\alpha h}. \qquad (2.27.)$$

Funcţiunea originală a funcţiei $\vartheta(\nu, p)$ este complicată; pe baza relaţiilor (2.24), (2.25) şi (2.27) se pot stabili cîteva concluzii importante pentru programarea problemei pe calculatoare:

— deoarece pentru un anumit interval de timp pierderile variază aproximativ după relaţia (2.21), se poate verifica corectitudinea programării prin compararea rezultatelor obţinute cu ajutorul calculatorului cu soluţia analitică exactă dată de relaţia (2.25);

— după cum era şi de aşteptat soluţia (2.26) se apropie de soluţia (2.24) pentru valori cît mai mici ale intervalului h, ales la programare; se obţin astfel două condiţii $mh \ll 1$ şi $\alpha h \ll 1$.

3. MODELAREA ECUAŢIILOR CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC PE CALCULATORUL ANALOGIC

Materialul cu rezistivitate constantă

Relaţiile de modelat sînt:

$$H_{\nu+1} - 2H_\nu + H_{\nu-1} = \frac{h^2}{\rho}\frac{dB_\nu}{dt}, \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, n) \qquad (3.1.)$$

$$H_\nu - H_{\nu-1} = hJ_{\nu-1/2}, \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, n) \qquad (3.2.)$$

$$J_e = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T J_\nu^2\,dt}, \qquad (3.3.)$$

$$B_\nu = f(H_\nu), \qquad (3.4.)$$

$$H_0(t) = F_1(t), \tag{3.5.}$$

$$H_{n+1}(t) = 0, \tag{3.6.}$$

$$H_n(t) = H_{n-1}(t) \quad \text{(modelarea plăcilor feromagnetice excitate simetric)} \tag{3.6'}$$

$$H_{n+1}(t) = F_2(t) \quad \text{(modelarea plăcilor feromagnetice excitate asimetric)} \tag{3.6''}$$

Pentru rezolvarea pe calculator a problemei este importantă modelarea relaţiei (3.1.).

Pentru aceasta s-a conceput schema din figura 3,

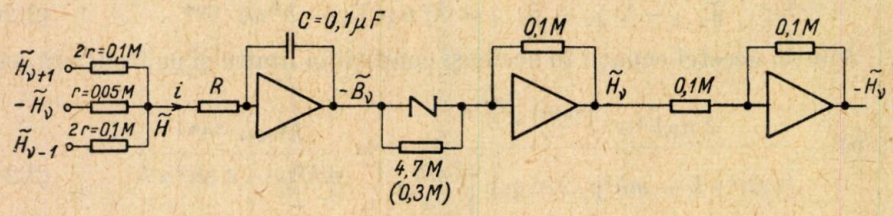


Fig. 3. — Schema unei celule pentru determinarea componentei H_ν.

pentru care putem scrie

$$\frac{\frac{\tilde{H}_{\nu+1}}{2r} - \frac{\tilde{H}_\nu}{r} + \frac{\tilde{H}_{\nu-1}}{2r}}{R\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{2r}\right)} = -C\frac{\mathrm{d}\tilde{B}_\nu}{\mathrm{d}t}, \tag{3.7.}$$

sau

$$\tilde{H}_{\nu+1} - 2\tilde{H}_\nu + \tilde{H}_{\nu-1} = -(4R + 2r)\,C\frac{\mathrm{d}\tilde{B}_\nu}{\mathrm{d}\tau}, \tag{3.7'}$$

în care $\tilde{H}$ reprezintă tensiunea electrică din modelul analogic.

La relaţiile de mai sus se adaugă

$$\left.\begin{aligned} \tilde{H} &= k_H \cdot H \\ \tilde{B} &= -k_B \cdot B \\ \tau &= k_t \cdot t \end{aligned}\right\}, \tag{3.8.}$$

care stabilesc legăturile între mărimile reale şi cele de pe model.

Introducînd (3.8) în (3.7) rezultă

$$H_{\nu+1} - 2H_\nu + H_{\nu-1} = \frac{k_B}{k_H k_t}(4R + 2r)\,C\frac{\mathrm{d}B_\nu}{\mathrm{d}t}. \tag{3.9.}$$

Pentru ca modelarea să fie corectă este evident necesar ca

$$\frac{h^2}{\rho} = \frac{k_B}{k_H k_t} (4R + 2r) C. \tag{3.10}$$

în cazul schemei aplicate s-au utilizat:

$$C = 0{,}1 \ \mu F,$$

$$r = 0{,}05 \ \text{M}\Omega,$$

$$K_B = \frac{100}{2{,}4} \left[\frac{\text{V}}{\text{T}}\right],$$

$$k_H = \frac{96}{150\,000} \ [\text{V/A/m}],$$

$$k_t = 2\,000,$$

h a rezultat în funcție de valorile date rezistenței R.

Modelarea caracteristicii de magnetizare

Pentru modelarea caracteristicii de magnetizare (3.4) s-a folosit un element neliniar a cărui schemă este indicată în figura 4. Pentru o mai bună aproximare a relației între B și H s-a conectat în paralel cu elementul neliniar standard al calculatorului (în paralel cu aceasta) o rezistență fixă și două diode (una polarizată $+ e_7$ și alta $- e_7$) în montajul similar celor existente, dar cu rezistențe de valoare diferită 15 KΩ.

Fie r_0 rezistența menționată mai sus

r_p rezistențele standard montate în elementul neliniar

r_s rezistențele afectate diodelor suplimentare.

În acest caz între u — tensiunea de intrare și i — curentul de ieșire — există următoarea legătură (pentru valori negative ale lui u funcția i (u) este simetrică)

$$i = u\left[\frac{1}{r_0} + \frac{1(u-e_1)}{r_p} + \frac{1(u-e_7)}{r_p} + \ldots + \frac{1(u-e_7)}{r_p} + \frac{1(u-e_8)}{r_f}\right], \tag{3.11.}$$

parametrii schemei fiind astfel, încît

$$u = K_B \,.\, B,$$

$$i_{\mu A} = 10^{-1} \,.\, K_H \,.\, H,$$

$$r_P = 0{,}5 \ \text{M}\Omega;$$

pentru o bună aproximare a lui $B = f(H)$ a rezultat

$r_0 = 4{,}7$ MΩ (pentru mediul feromagnetic fără întrefier)

$r_0 = 0{,}3$ MΩ (pentru mediul feromagnetic cu întrefier)

$e_1 = 60$ V ; $e_2 = e_3 = e_4 = 80$ V ; $e_5 = e_6 = e_7 = e_8 = 90$ V ; $r_s = 15$ KΩ

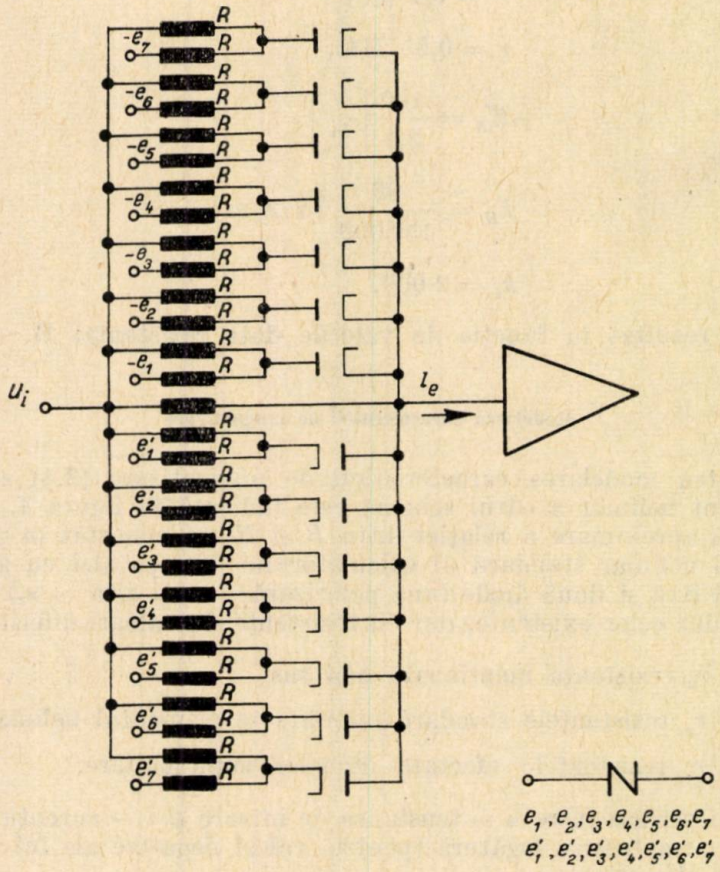


Fig. 4. — Schema elementului neliniar.

(valoarea rezistenţei r_0, depinde de panta iniţială a caracteristicii de magnetizare).

Celulele sînt conectate între ele conform schemei din figura 5. Mărimea de intrare H_0 este variabilă sinusoidal în timp (3.5) iar H_{n+1} este presupus nul (3.6).

Pentru modelarea lui J s-au însumat H_ν și $-H_{\nu-1}$, obținînd astfel o tensiune proporțională cu $J_{\nu-1/2}$. Schema aplicată pentru calculul diferenței $H_\nu - H_{\nu-1}$ este dată în figura 6.

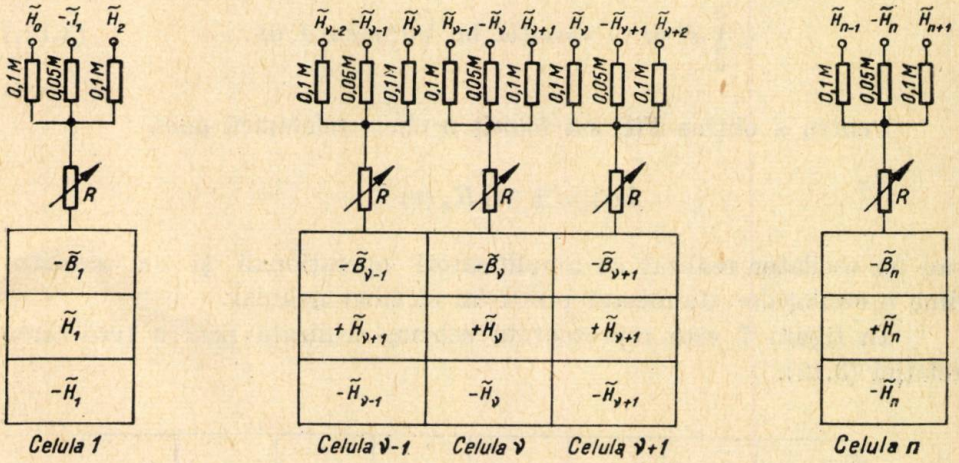


Fig. 5. — Schema-bloc de modelare a sistemului de ecuații cu diferențe finite pentru determinarea cîmpului magnetic (pentru ρ const.).

În locul lui J_ν^2 am modelat J_ν^2 sign J_ν prin folosirea unui element neliniar similar celui de mai sus, în care

$$r_0 = 1\ \text{M}\Omega,$$
$$r_p = 500\ \text{k}\Omega,$$
$$e_1 = 10\ \text{V},$$
$$e_2 = 20\ \text{V},$$
$$e_3 = 30\ \text{V},$$
$$e_4 = 40\ \text{V},$$
$$e_5 = 50\ \text{V},$$
$$e_6 = 60\ \text{V},$$
$$e_7 = 70\ \text{V}.$$

Pentru a realiza $\int J_\nu^2\, dt$ s-a folosit un integrator cu constanta mare

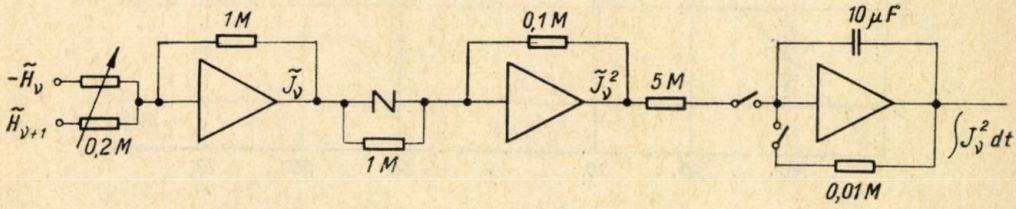


Fig. 6. — Schemă pentru calculul valorii instantanee și a pătratului valorii efective a densității de curent.

de timp ($R = 4$ MΩ, $C = 10$ μF), funcţionînd ca atare un timp bine determinat (40 ms) şi s-a ţinut seama că

$$\int J_v^2 \, dt = \text{variaţia lui} \int J_v^2 \operatorname{sign} J_v \, dt . \qquad (3.12.)$$

Pentru a obţine $F(t)$ s-a folosit o cheie telefonică dacă

$$F(t) = 1 \ (t).H_0 \ (v)$$

sau un oscilator realizat cu amplificatori operaţionali şi cu amplitudine a oscilaţiilor stabilizată printr-un element neliniar.

În figura 7 este reprezentată schema utilizată pentru rezolvarea relaţiei (3.12).

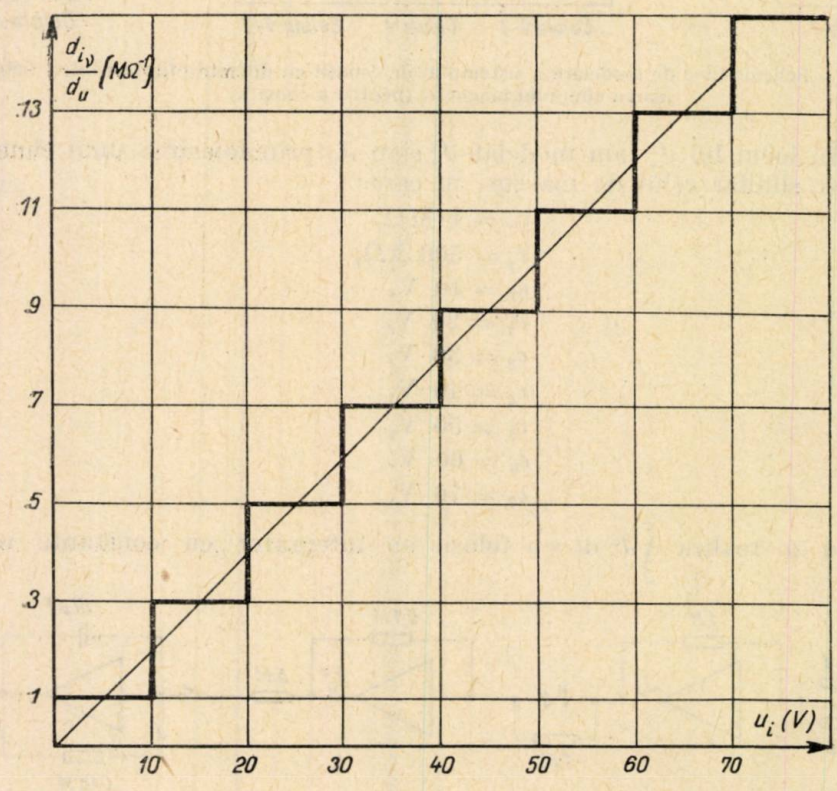


Fig. 7. — Caracteristica elementului neliniar pentru ridicarea la pătrat.

Observații privind precizia elementelor utilizate în schemă

Pentru a realiza o modelare corectă o modificare sumară a indicat (și practica a confirmat) că de cea mai mare importanță în obținerea unor date utilizabile este formarea exactă a diferenței de ordinul doi.

$$H_{\nu+1} - 2H_{\nu} + H_{\nu-1}.$$

Pentru aceasta rezistențele de însumare $2r$, r, $2r$ au fost rezistențe bobinate de precizie ($< 0{,}5\ ^0/_{00}$), ca și rezistențele folosite la inversori.

De asemenea, pentru o funcționare corectă a schemei a fost necesară o serie de măsuri care să înlăture din schema elementului neliniar curenții paraziți (curenți de scurgeri, curenți ionici în diode etc.) astfel încît erorile citirii lui H să fie de maximum 30—40 mV.

Celelalte elemente ale schemei au avut o valoare care nu s-a abătut de la cea prescrisă cu mai mult de 1%.

4. MODELAREA ECUAȚIEI DIFUZIEI CĂLDURII PE CALCULATORUL ANALOGIC

Problema încălzirii unui material feromagnetic conductor în cîmp magnetic are anumite particularități care trebuie evidențiate apriori.

a) rezolvarea problemei implică rezolvarea sistemului de ecuații de mai jos

$$H(0,\ t) = H_m \sin \omega t, \tag{4.1.}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \frac{\partial H}{\partial x}\right) = \frac{\partial B}{\partial t}, \tag{4.2.}$$

$$B = \mu H \tag{4.3.}$$

$$\lambda \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \rho J^2 = c\gamma \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \quad \text{cu} \quad J = \frac{\partial H}{\partial x}, \tag{4.4.}$$

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \vartheta); \tag{4.5.}$$

b) perioada oscilației cîmpului magnetic este mică față de timpul necesar transmisiei căldurii în material. Aceasta ne permite să obținem rezultate corecte și atunci cînd vom scrie pe (4.4) sub forma

$$\lambda \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \overline{\rho J^2} = c\gamma \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \tag{4.4'}$$

(bara indică medierea pierderilor pe o perioadă);

c) coeficientul de temperatură α este destul de mic pentru a putea presupune că în intervale de timp destul de mici el rămîne constant (aceasta cu atît mai mult cu cît o creștere a lui ρ ar duce la micșorarea lui J și deci la compensarea variației lui ρ în termenul ρJ^2).

Astfel, rezolvarea sistemului (4.1,...,5) se face după cum urmează :
— se împarte axa timpului în intervale egale prin punctele

$$0,\ t_1,\ t_2,\ t_3,\ldots,\ t_n;$$

— se rezolvă (4.1,...,3)
— cu valorile obţinute pentru J se rezolvă 4.4. şi 4.5;
— cu valorile obţinute pentru ρ se rezolvă (4.1, ...,3) etc.
Sistemul de ecuaţii diferenţiale scris pentru intervale finite este echivalent ecuaţiei (4.4)

$$\frac{\mathrm{d}\vartheta_\nu}{\mathrm{d}t} = \frac{\lambda}{c\gamma h^2} D_\nu^2\,\vartheta_\nu + \frac{\rho\overline{J_\nu^2}}{c\gamma}, \tag{4.6.}$$

pentru a cărui modelare s-a folosit schema din figura 8 în care sînt valabile următoarele relaţii :

$$\frac{\frac{\widetilde{\vartheta}_{\nu+1}}{2r} - \frac{\widetilde{\vartheta}_\nu}{r} + \frac{\widetilde{\vartheta}_{\nu-1}}{2r}}{R\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{2r}\right)} + \frac{u}{R_{J\nu}} = C\frac{\mathrm{d}\widetilde{\vartheta}}{\mathrm{d}\tau} \tag{4.7.}$$

sau

$$\frac{\mathrm{d}\widetilde{\vartheta}}{\mathrm{d}\tau} = \frac{0{,}1}{CR_{J\nu}} + \frac{\widetilde{\vartheta}_{\nu+1} - 2\widetilde{\vartheta}_\nu + \widetilde{\vartheta}_{\nu-1}}{C(4R + 2r)}. \tag{4.7'}$$

Ţinînd seama de constantele de transformare între mărimile reale şi cele de pe model

$$\left.\begin{aligned} \widetilde{\vartheta} &= k_\vartheta \cdot \vartheta \\ \tau &= k_t \cdot t \end{aligned}\right\} \tag{4.8.}$$

ecuaţia (4.7) devine

$$\frac{\mathrm{d}\vartheta_\nu}{\mathrm{d}t} = \frac{k_t}{k_\vartheta}\,\frac{0{,}1}{CRJ_\nu} + \frac{k_t}{C(4R_e + 2r)}(\vartheta_{\nu+1} - 2\vartheta_\nu + \vartheta_{\nu-1}), \tag{4.9.}$$

din care, prin echivalare cu (4.6), deducem

$$\frac{\rho\overline{J_\nu^2}}{c\gamma h^2} = \frac{0{,}1}{CR_{J\nu}} \cdot \frac{k_t}{k_\vartheta}, \tag{4.10.}$$

$$\frac{k_t}{C(4R + 2r)} = \frac{\lambda}{c\gamma\, h^2}; \tag{4.11.}$$

pentru valorile

$$\lambda = 49\ [\mathrm{W/m^\circ C}],$$
$$c = 500\ [J/kg],$$
$$\gamma = 7800\ [\mathrm{kg/m^3}],$$

am obținut valorile convenabile

$$C = 1\ \mu\text{F},$$
$$k_t = 10,$$
$$k_\vartheta = 1\left[\frac{\text{V}}{^\circ\text{C}}\right],$$
$$r = 50\ \text{k}\Omega.$$

În figura 8 este reprezentată schema analogică a unei celule iar în figura 9 este dată schema pentru modelarea sistemului de ecuații cu diferențe finite descris de ecuația (4.9).

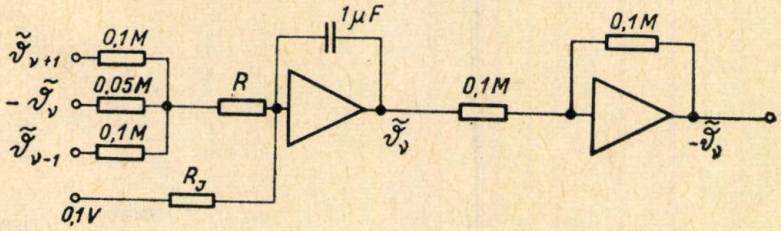


Fig. 8. — Schema unei celule pentru determinarea componentei ϑ_ν .

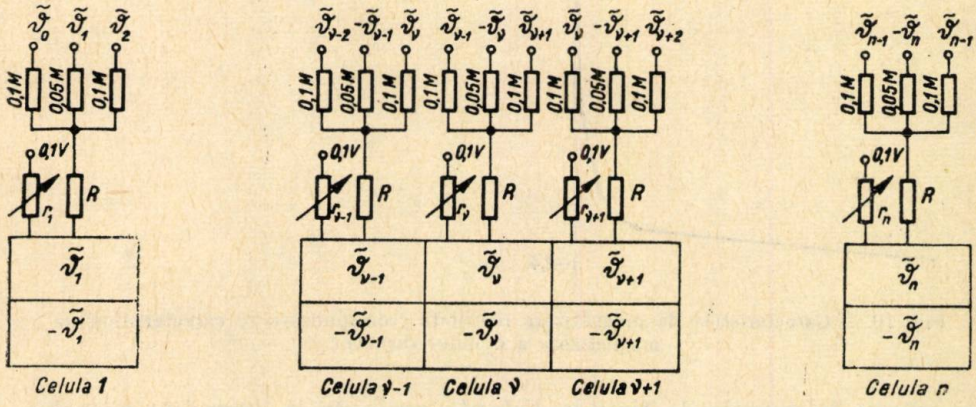


Fig. 9. — Schema-bloc de modelarea sistemului de ecuații cu diferențe finite pentru determinarea încălzirii.

5. CALCULUL ANALOGIC AL CÎMPULUI MAGNETIC ALTERNATIV ÎN MEDIU FEROMAGNETIC SEMIINFINIT

a. Cîmpul magnetic alternativ în mediul feromagnetic semiinfinit. S-au considerat două caracteristici de magnetizare și s-a calculat cîmpul magnetic în regim staționar cu condițiile pe frontieră și la limită date de relațiile (2.10′) și (2.11′) pentru valorile maxime ale cîmpului pe frontieră

cuprinse între limitele care interesează practic şi în ipoteza că rezistivitatea ρ este constantă ($\rho = 0{,}2.10^{-6}$ Ωm).

În figura 10 este reprezentată caracteristica de magnetizare a oţelului turnat din care se execută miezul feromagnetic masiv al maşinilor electrice. În figura 11 sînt reprezentate curbele cîmpurilor şi densităţilor

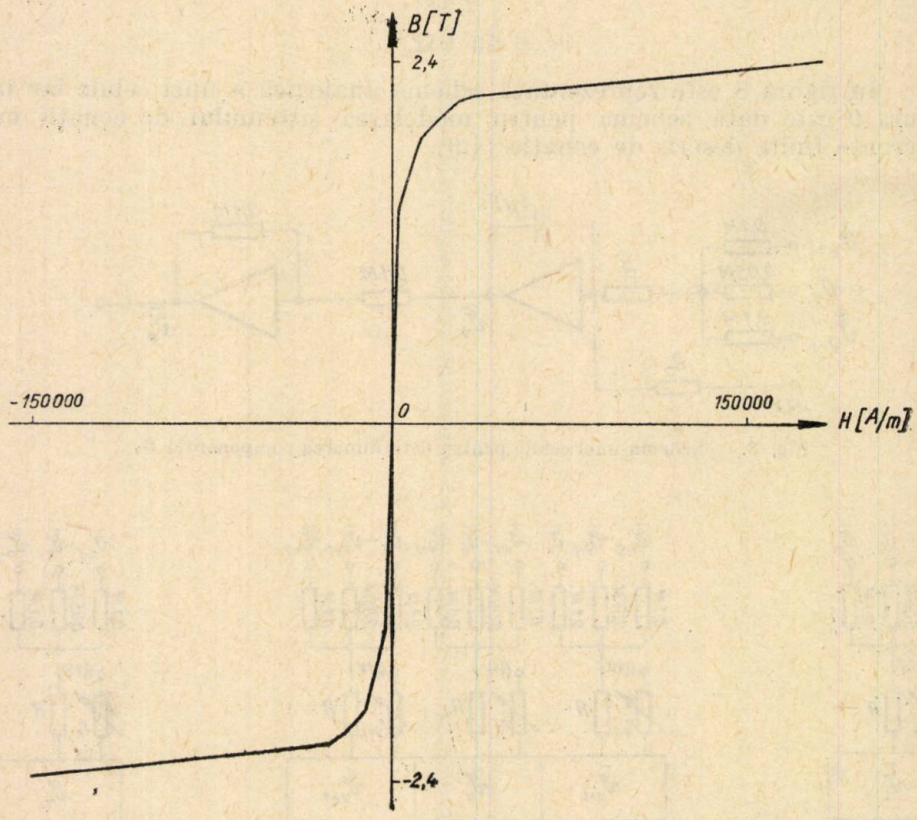
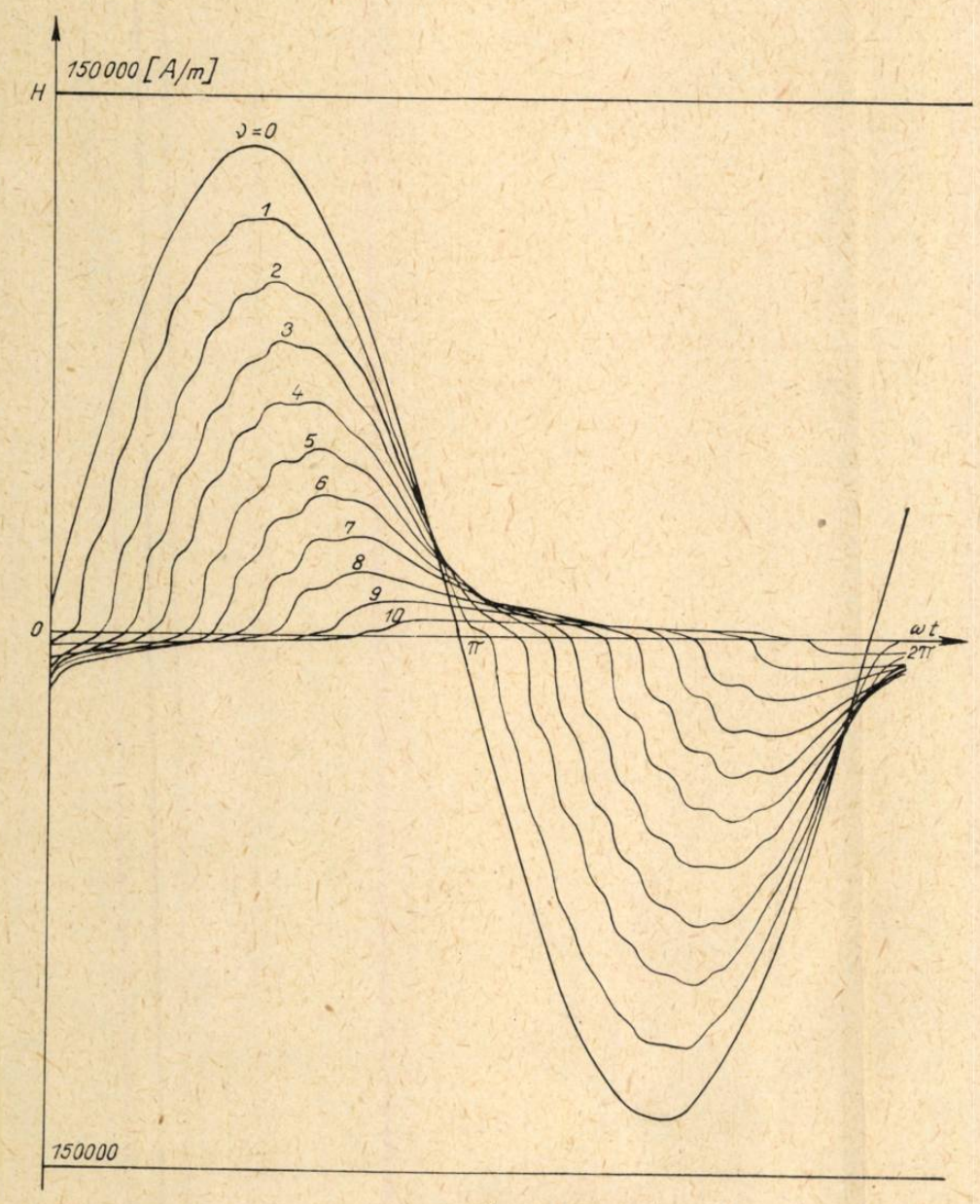
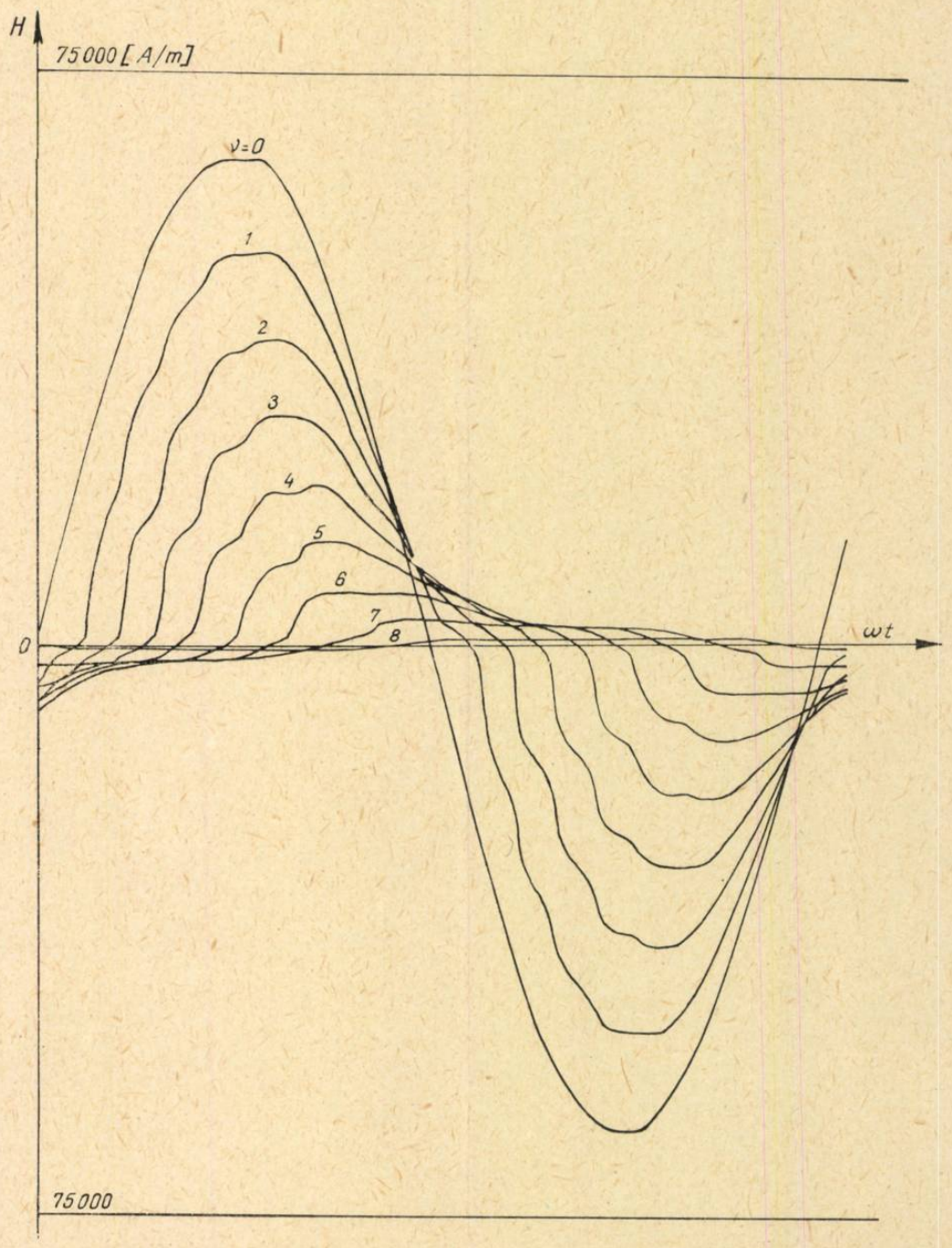


Fig. 10. — Caracteristica de magnetizare modelată (corespunzătoare caracteristicii de magnetizare a oţelului turnat).

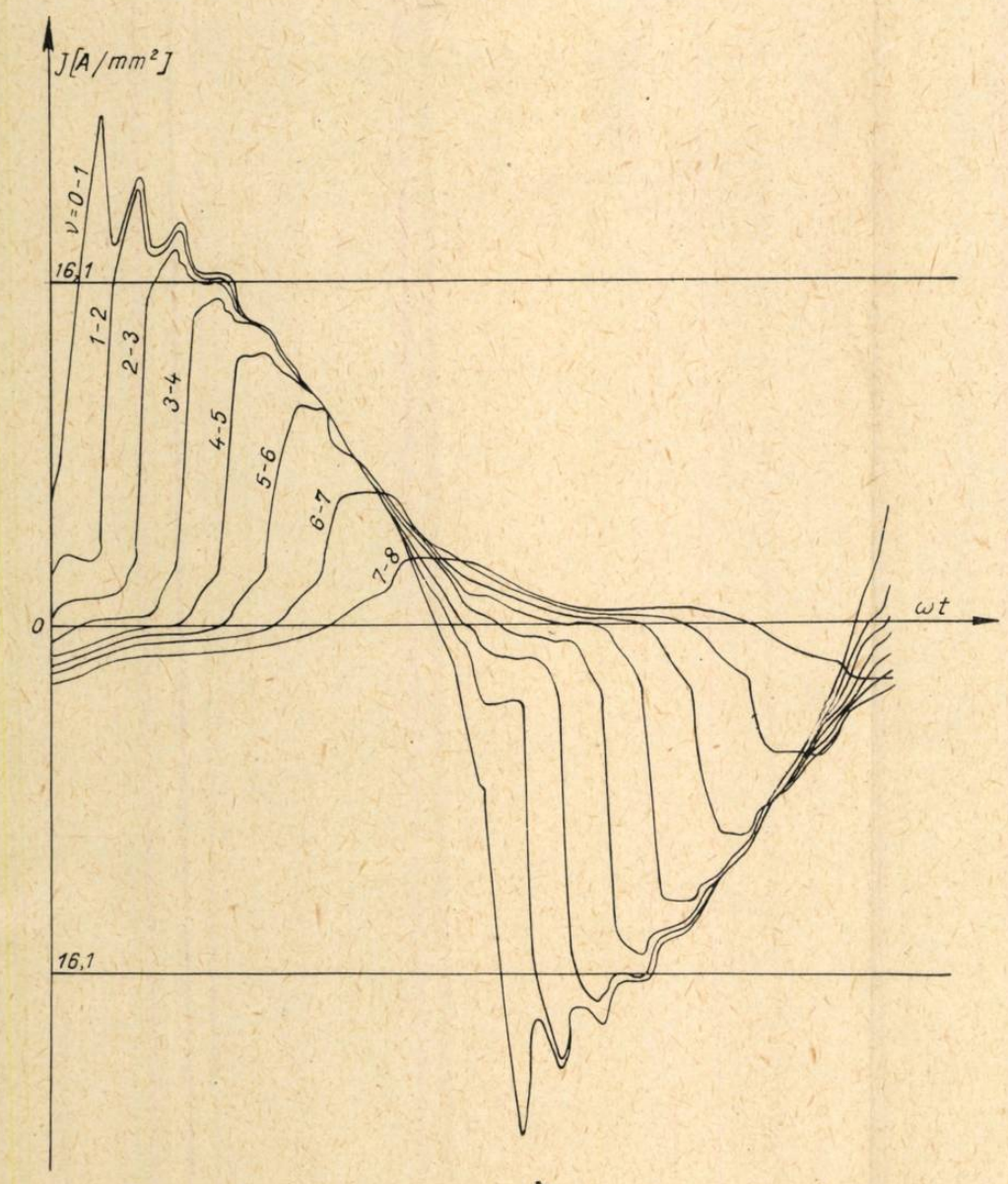
de curent în funcţie de timp la distanţe egale de la suprafaţa miezului. Datorită caracteristicii de magnetizare neliniare, curbele intensităţii cîmpului magnetic şi ale densităţii de curent sînt deformate. În curbele densităţii de curent apare şi influenţa numărului finit de celule. Intervalul h şi numărul de celule s-a determinat cu ajutorul calculatorului; s-a constatat astfel că pentru $h \approx 1$ mm, în cazul caracteristicii de magnetizare considerate, sînt suficiente $n = 14$ celule pentru a nu se modifica valoarea cîmpului în zona adîncimii de pătrundere. Dacă se ţine seama de concluziile din § 2 e rezultă că, de fapt, armonicile în curba cîmpului real sînt mai reduse, iar defazajul lor este mai mare decît defazajul corespunzător din curbele ridicate în zona valorilor mici ale cîmpului, cînd



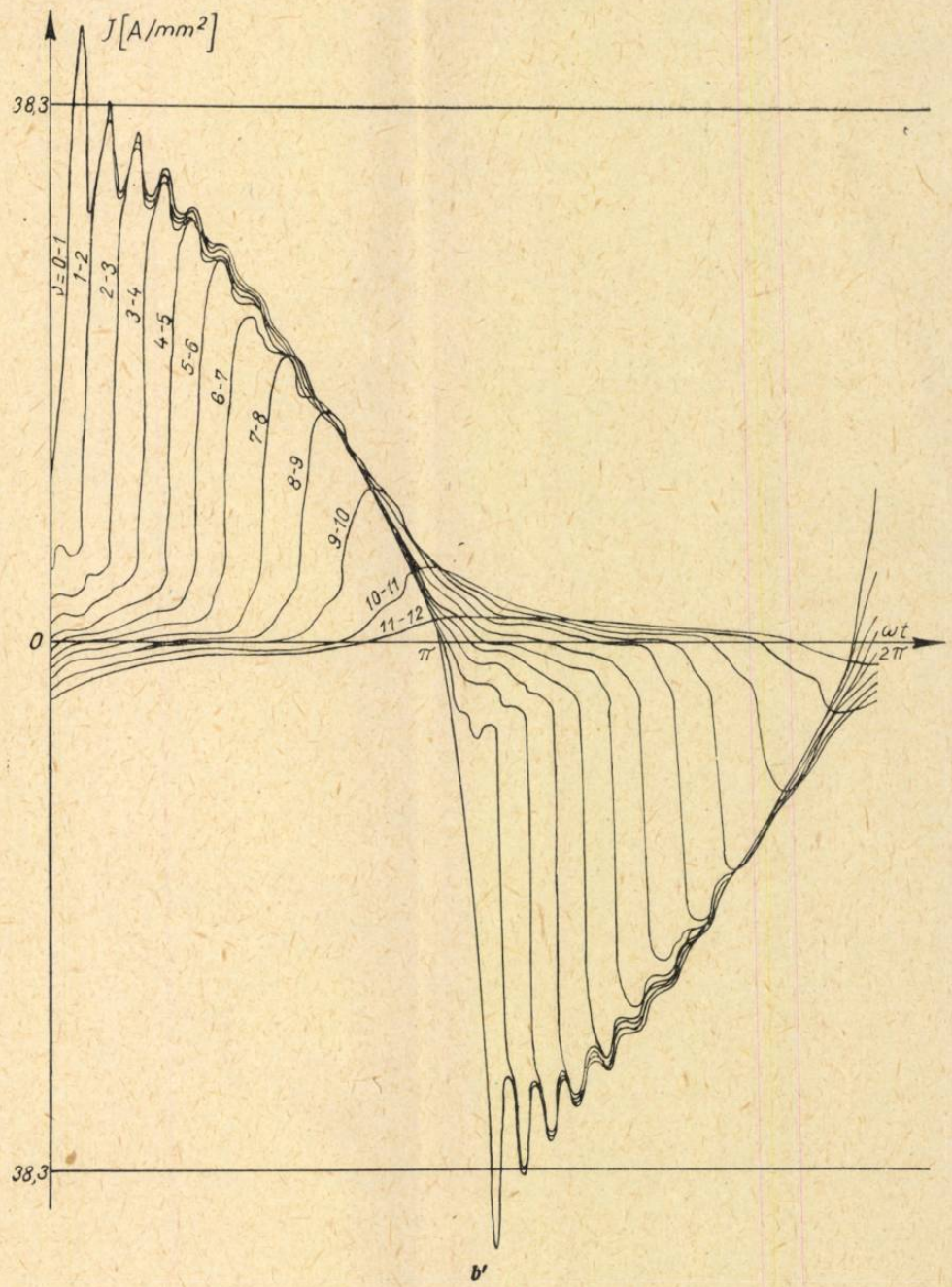
a



a'



b



b'

Fig. 11. — *a* — Intensificarea cîmpului magnetic în regim staţionar în miezul feromagnetic pentru $H_{cm} = 1362$ (A/cm), respectiv $H_{cm} = 635$ (A/cm) şi $h = 0{,}945$ (mm); *b* — Densităţile de curent.

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile : energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile : discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării.

a) *Introducerea* va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate ;

b) *Tratarea* (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării ;

c) *Concluziile* vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne de pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa :

Bibliografia după standardele în vigoare ; figurile pe calc în tuş, însoţite de cîte două copii şi de o listă a titlurilor figurilor ; un rezumat de cinci, şase rînduri ; un rezumat de circa 2 000 semne.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie : Bucureşti, Şos. Vitan, nr. 236, raionul Tudor Vladimirescu.

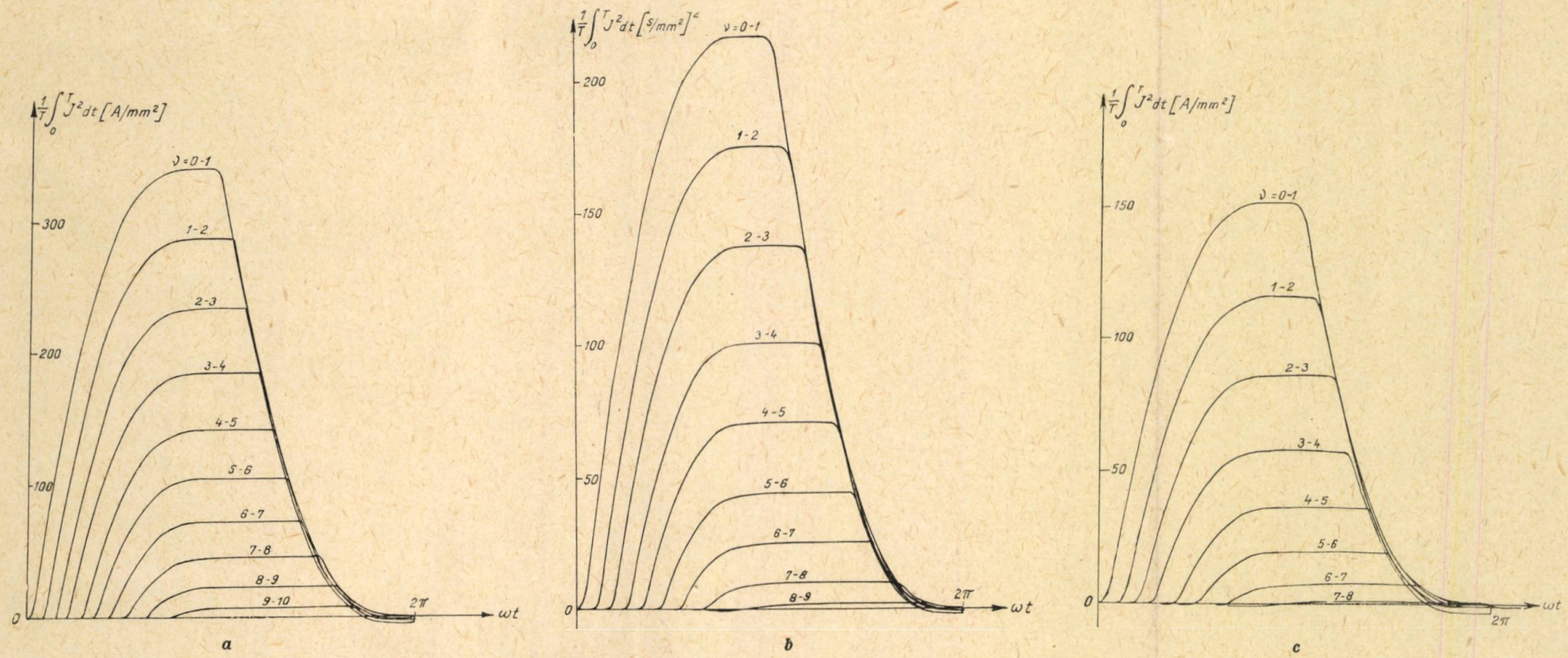


Fig. 13. — Registrograme pentru calculul densității de curent.

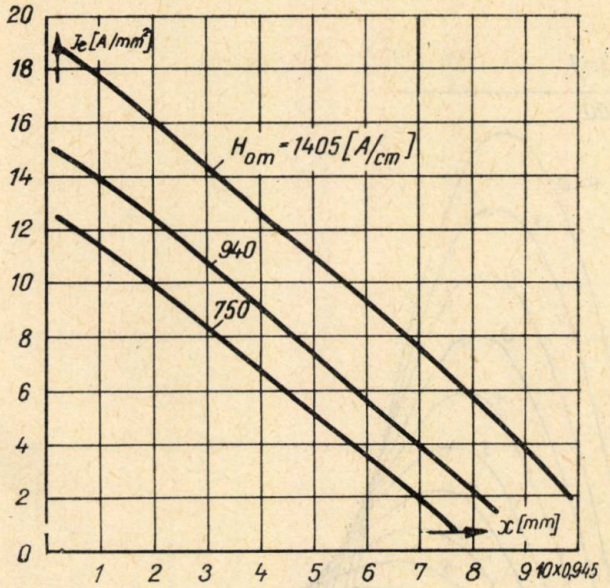


Fig. 14. — Curbele densității de curent efective pentru valori diferite ale cîmpului.

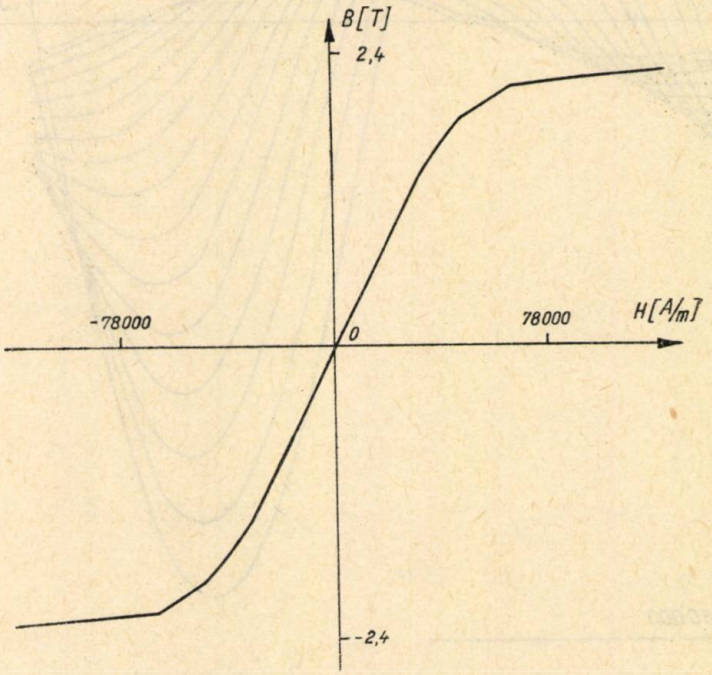


Fig. 15. — Caracteristica magnetică a unui motor sincron.

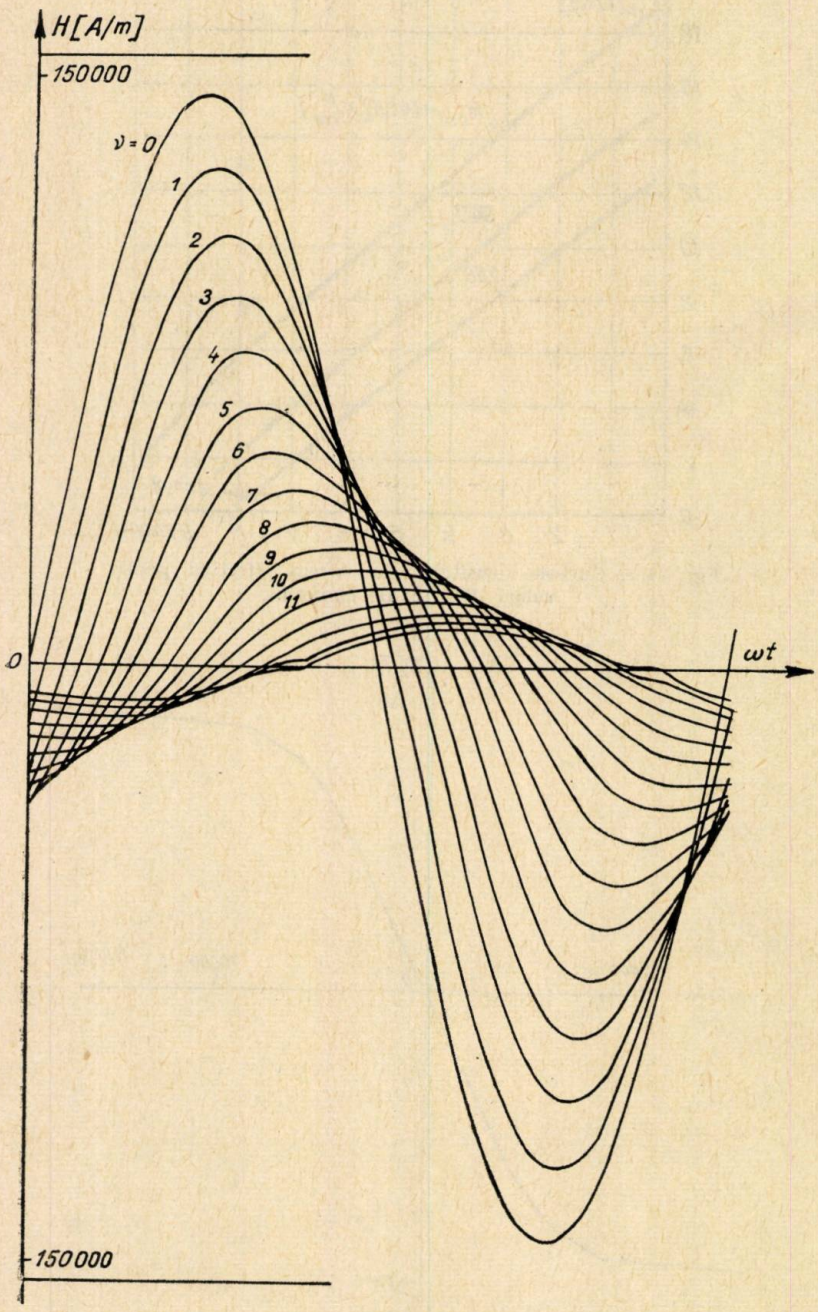


Fig. 16. — Intensitatea cîmpului magnetic pentru $H_{om} = 1430$ A/cm.

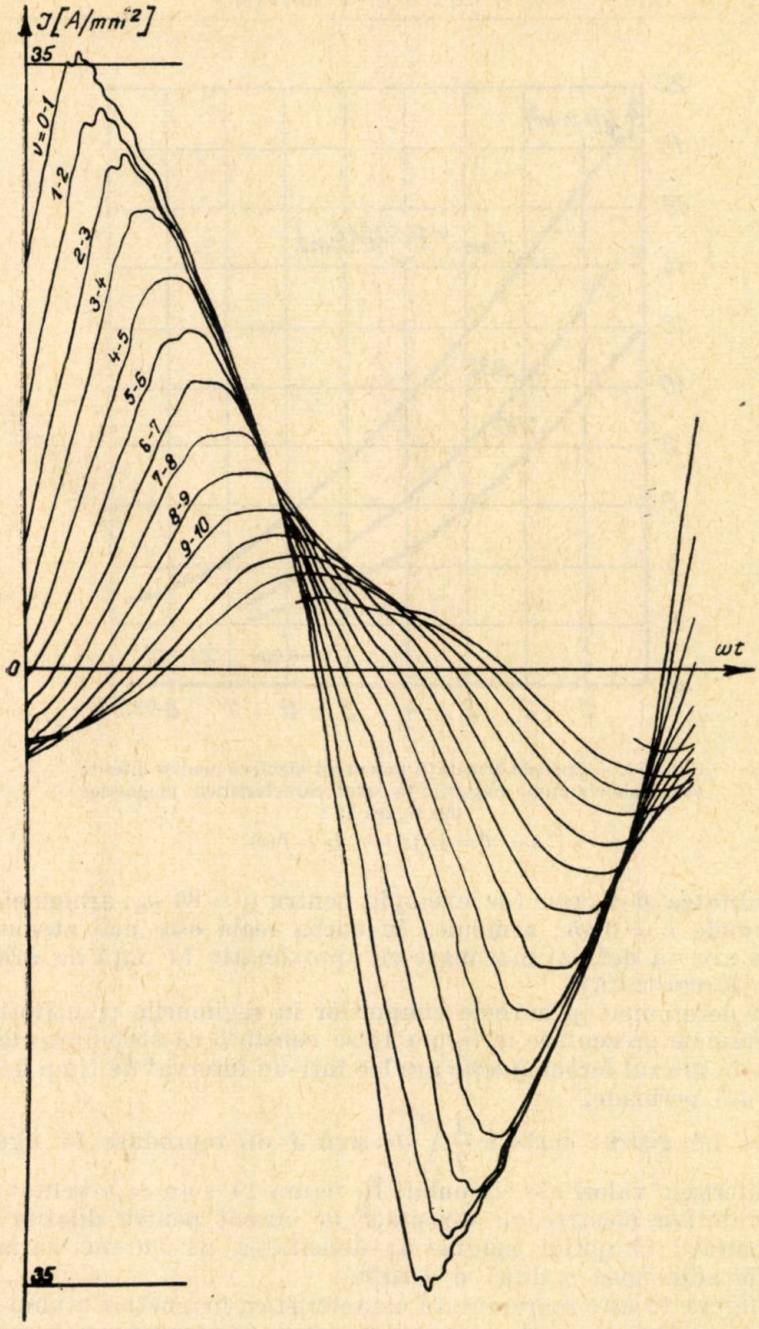


Fig. 17*a*. — Curbele densității de curent efectiv pentru diferite valori ale cîmpului magnetic în cazul caracteristicii magnetice din figura 15 : $a - J = f(t)$. $b - J_e = f(x)$.

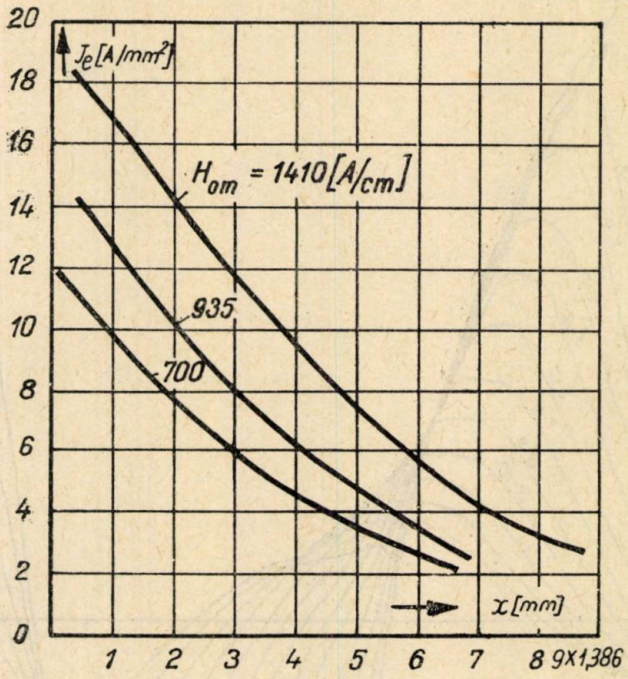


Fig. 17 *b*. — Curbele densităţii de curent efective pentru diferite valori ale cîmpului magnetic în cazul caracteristicii magnetice din figura 15 :

$a - J = f(t)$; $b - J_e = f(x)$.

permeabilitatea şi α cresc (de exemplu pentru $\mu = 80\ \mu_0$, armonicii $\nu = 5$ îi corespunde $k = 0{,}45$; armonica în curba reală este mai atenuată de 1,2 ori şi are un defazaj mai mare cu aproximativ 14° faţă de armonica în curba înregistrată).

S-a determinat şi curbele cîmpurilor în regimurile tranzitorii ; din registrogramele prezentate în figura 12 se constată că stabilirea cîmpului magnetic în miezul feromagnetic are loc într-un interval de timp de aproximativ 1,5 perioade.

S-au înregistrat curbele $\frac{1}{T}\int_0^T J^2 \operatorname{sign} J \, dt$, reproduse în figura 13 pentru diferitele valori ale cîmpului. În figura 14 s-au reprezentat grafic curbele valorilor efective ale densităţii de curent pentru diferite valori ale intensităţii cîmpului magnetic ; densitatea de curent variază în funcţie de adîncimea x după o dreaptă.

În figura 15 este reprezentată caracteristica magnetică a unui motor sincron. În ipoteza că acesta este caracteristica de magnetizare a miezului feromagnetic cu condiţiile pe frontieră date de relaţiile (2.10′) şi (2.11′) s-au determinat curbele cîmpului magnetic (figura 16) şi curbele densi-

tății de curent (pentru diferite valori ale cîmpului magnetic pe frontiera domeniului). În acest caz curbele cîmpurilor sînt mai puțin distorsionate.

În figura 17 s-au reprezentat grafic curbele densităților de curent în funcție de adîncimea x. Din figura 14 și 17 b rezultă că prezența întrefierului în mașinile electrice, la aceeași valoare a cîmpului la suprafața polilor inductori conduce la o creștere a adîncimii de pătrundere.

b) *Transmisia căldurii în mediul feromagnetic semiinfinit, în care se produc pierderi.* Pentru curba densității de curent din figura 17 corespunzătoare la $H_{om} = 1410$ A/cm, s-au determinat pierderile în miezul feromagnetic și s-a calculat încălzirea miezului în funcție de timp în diferite puncte situate la intervalele egale ($h = 1{,}386$ mm) după adîncimea x măsurată de la suprafața miezului. S-a considerat că mediul feromagnetic avea în momentul inițial aceeași temperatură.

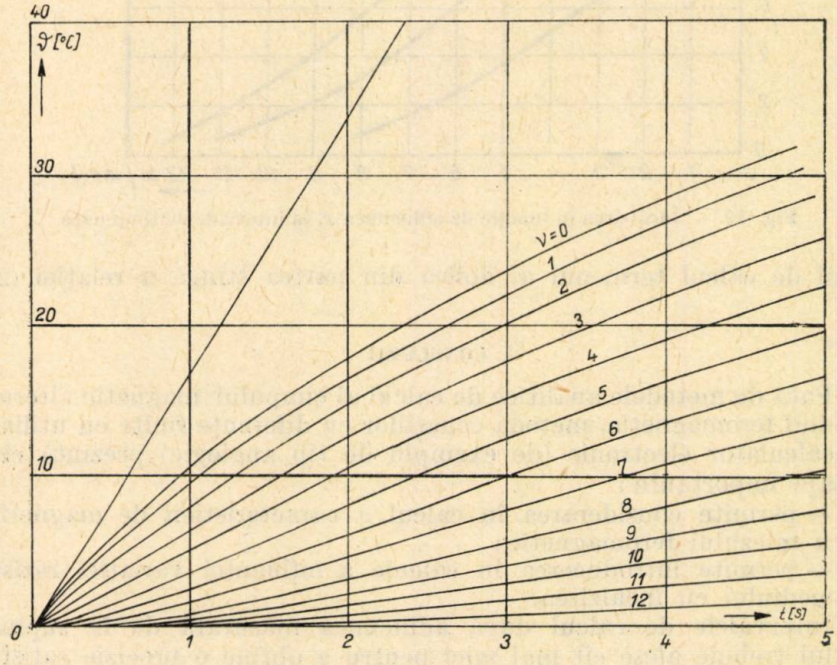


Fig. 18. — Încălzirea în funcție de timp.

În figura 18 sînt date curbele încălzirilor în regim tranzitoriu; în baza acestor curbe s-au determinat curbele încălzirilor la un moment dat

în funcţie de adîncimea x şi s-au reprezentat în figura 19. Cu aceste încălziri se poate calcula rezistivitatea $\rho(x)$ şi se poate introduce în pro-

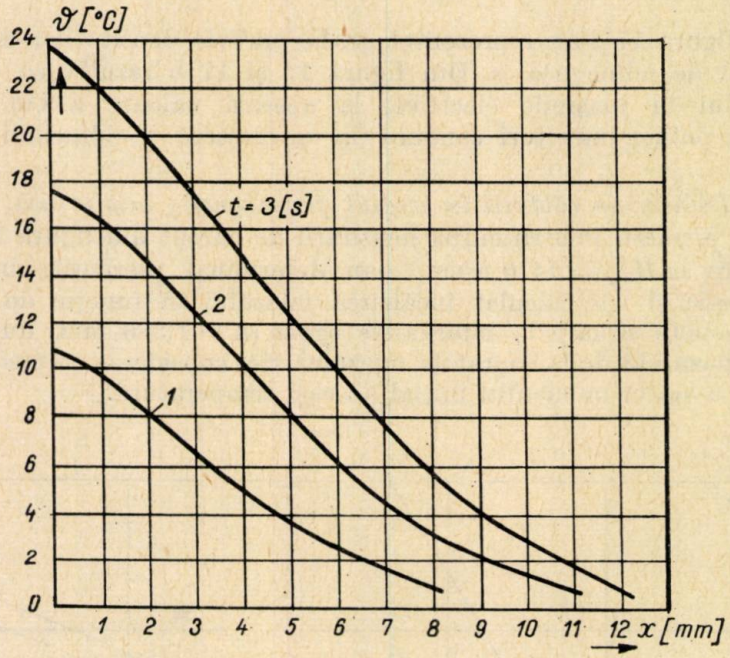


Fig. 19. — Încălzirea în funcţie de adîncimea x, la intervale de timp date.

gramul de calcul termenul al doilea din partea stîngă a relaţiei (2.7′).

6. CONCLUZII

Faţă de metodele analitice de calcul al cîmpului magnetic alternativ în mediul feromagnetic, metoda ecuaţiilor cu diferenţe finite cu utilizarea unui calculator electronic (de exemplu de tip analogic) prezintă cîteva avantaje importante :

— permite considerarea în calcul a caracteristicii de magnetizare reale a miezului feromagnetic ;

— permite introducerea în calcule a influenţei variaţiei rezistivităţii mediului cu încălzirea.

Intervalele de calcul după adîncimea măsurată de la suprafaţa miezului trebuie alese cît mai mici pentru a obţine o precizie satisfăcătoare în calcul. Faţă de problemele în care intervin ecuaţii cu derivate parţiale liniare pentru rezolvarea cărora numărul de celule este de 5—7, în cazul ecuaţiilor cu derivate parţiale, nelineare, care descriu fenomenul pătrunderii cîmpului magnetic alternativ (de frecvenţă f = 50 Hz) în miezul feromagnetic sînt necesare 14—18 celule, pentru a obţine o precizie de calcul satisfăcătoare.

Din studiul de față rezultă că panta inițială a caracteristicii de magnetizare (fig. 10 și 15) are o influență îndeosebi asupra formei curbelor cîmpului și densității de curent, calculate pe baza ecuațiilor cu diferențe finite; curbele valorilor efective ale densităților de curent în funcție de adîncimea x se modifică (fig. 14 și 17 b) însă valorile densității de curent efective în zona de la suprafața miezului sînt foarte apropiate între ele.

Metoda ecuațiilor cu diferențe nelineare cu derivate parțiale permite utilizarea calculatoarelor electronice cu toate avantajele pe care le prezintă acestea în calcul.

Primit la redacție la 15 ianuarie 1965

NOTAȚII

a — notație;
B — inducția magnetică; b — notație;
c — căldura specifică; C — capacitate;
D — operatorul diferență;
E — intensitatea cîmpului electric; e — tensiune;
f, F — funcții;
H — intensitatea cîmpului magnetic;
H_0 — componenta tangențială la suprafața miezului;
H_{om} — valoarea maximă;
h — lărgimea intervalului după coordonate;
J — densitatea curentului (valoarea instantanee);
J_e — valoarea efectivă;
k_H, k_B, k_t, k_Φ, — factori de raportare;
m — notație;
n — notație;
n — numărul total de celule;
r, R — rezistențe;
R_e — rezistența echivalentă;
u — funcție de spațiu și timp;
u — tensiune;
w — pierderile transformate în căldură;
x — coordonata perpendiculară pe suprafața mediului semiinfinit;

$$\alpha - \frac{\sqrt{\omega\mu}}{2\rho};$$

γ — densitate;
μ — permeabilitate;
ν — ordinul intervalului;
λ — conductivitatea termică;

ω — pulsaţia cîmpului magnetic;
ρ — rezistivitatea;
ϑ — încălzire; — încălzirea peretelui;
t — timpul (real);
τ — timpul (calculatorului analogic).

OBSERVAŢII

Relaţiile în lucrare sînt prezentate în sistemul MKSA-raţionalizat;
Mărimile notate deasupra cu $\sim$ reprezintă corespondentul în modelul analogic sau transformata Laplace a funcţiei.

BIBLIOGRAFIE

1. W. Lee Shevel Jr., *A modified limiting nonlinear theory of eddy-current phenomena in solid iron.* Transactions AIEE-Communication and Electronica, *59*, 48—55 (1962).
2. C. V. Bălă, *Despre posibilitatea de rezolvare analogică a problemei încălzirii polilor inductori masivi ai maşinilor sincrone.* St. Cerc. Energ. Electr. **14**, *1* p. 71—81 (1964).
3. V. M. Popov, N. N. Tătaru, T. M. Băjenescu, *Calculatorul analogic neliniar MECAN-II.* St. Cerc. Energ. **13**, *2A*, 291—297 (1963).
4. Naţional Physical Laboratory, *Modern computing methods. Notes on applied science*, ed. 2, *16* HMSO, Londra, 1961.
5. R. D. Richtmyer, *Difference Methods for initial-value Problems.* Int. Sc. Publ. New York Londra 1960.
6. R. Răduleţ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. III. Litografia Min. Învăţămîntului, 1956.
7. A. Nicolaide, *Încălzirea rotoarelor masive ale maşinilor sincrone la funcţionarea în asincron.* Electrotehnica **8**, *12*, 409—416 (1960).

CĂI DE EVALUARE A PERFORMANŢELOR REGLAJULUI AUTOMAT FRECVENŢĂ-PUTERE ÎN SISTEME ELECTROENERGETICE

DE

E. ARIE şi M. POMÎRLEANU

Institutul de energetică al Academiei R.P.R., Şos. Vitan nr. 236, Bucureşti

621.311.162.003.1

Se prezintă modul de deducere şi de modelare a unor perturbaţii echivalente variaţiilor reale ale sarcinilor, aplicabile în studiul sistemelor de reglare automată frecvenţă-putere.

Pe baza unui studiu analogic comparativ se propune un criteriu integral de calitate a reglajului, care reflectă atît performanţele sistemului de reglaj automat, cît şi eforturile impuse centralelor reglante.

1. INTRODUCERE

O dată cu interconectarea sistemelor energetice naţionale sau regionale în sisteme foarte vaste, una dintre problemele tehnice specifice a cărei rezolvare s-a impus în mod necesar a fost aceea a dotării sistemelor cu instalaţii automate care să permită menţinerea frecvenţei şi a schimburilor de puteri în limitele impuse de norme şi de contracte.

Pentru a se obţine performanţe cît mai bune în exploatare, parametrii instalaţiilor de reglare automată trebuie să fie adaptaţi caracteristicilor sistemului de reglat (centrale, reţele, consumatori, regulatoare primare etc.), precum şi caracteristicilor reale ale perturbaţiilor ce apar în regim normal de exploatare şi la avarii.

Dintre problemele actuale încă incomplet elucidate în legătură cu optimizarea sistemelor de reglaj frecvenţă-putere au fost recomandate pentru studiu şi următoarele [1]:

— introducerea în studiile pe modele a unor perturbaţii cît mai apropiate de variaţiile reale ale sarcinilor din sistemele energetice;

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 2 p. 293—309 Bucureşti, 1965

— elaborarea unor criterii de calitate a reglajului ţinînd seama de eforturile de reglaj ce apar în centralele reglante.

În articolul de faţă se răspunde acestor necesităţi, dîndu-se metodele de stabilire şi modelare a perturbaţiilor echivalente variaţiilor reale ale sarcinilor, folosind criterii statistice de echivalare. De asemenea, pe baza unor analize comparative efectuate pe cale analogică s-a elaborat un criteriu de calitate unitar adecvat optimizării performanţelor reglajului automat frecvenţă-putere de schimb în prezenţa variaţiilor reale ale sarcinilor.

2. CARACTERISTICILE VARIAŢIILOR DE SARCINĂ ÎN SISTEME ELECTROENERGETICE. MODELAREA PERTURBAŢIEI

În cele mai multe studii efectuate asupra instalaţiilor de reglare automată a frecvenţei şi a puterilor de schimb în sisteme electroenergetice s-a presupus că sarcina variază brusc, variaţie descrisă matematic printr-o funcţie-treaptă [2], [3]. Aplicînd tendinţele moderne de cercetare a sistemelor de reglare automată în condiţii cît mai apropiate de cele ce apar în mod real în exploatare, s-a căutat în lucrări mai recente să se modeleze mai fidel variaţiile de sarcină, respectiv puterile de dezechilibru dintre producţie şi consum imprimate sistemului (perturbaţiile), care solicită în exploatare sistemele electrice.

Astfel, într-o lucrare executată în cadrul Comitetului CIGRE nr. 13, [1] s-au înregistrat variaţiile sarcinii într-un sistem real pe un interval de şase ore, iar curba experimentală obţinută a fost aproximată prin suprapunerea a opt sinusoide, şi astfel modelată a fost utilizată ca perturbaţie pentru un studiu pe calculatorul analogic.

Pentru studiul comportării instalaţiilor de reglare automată a frecvenţei şi puterii de schimb a două sisteme electroenergetice interconectate, interesează analiza a două categorii de regimuri, caracteristice pentru exploatarea acestor sisteme :

— deconectarea bruscă a unui mare centru consumator sau a unui grup generator important de restul sistemului, care poate fi modelată analogic printr-o funcţie de tip treaptă ;

— regimuri normale de exploatare, şi în special cele corespunzînd porţiunilor de pantă maximă a curbei de sarcină.

Dacă în loc să se apeleze la o porţiune dintr-o înregistrare reală se apelează însă la o metodă statistică, se pot concentra într-un interval de timp redus proprietăţi globale ale variaţiilor de sarcină deduse din analiza statistică a numeroase eşantioane înregistrate în timpul exploatării normale a sistemului. Într-o lucrare anterioară [4] s-a propus să se aplice în acest scop metoda perturbaţiei echivalente, criteriul de echivalare fiind funcţia de autocorelaţie pentru sisteme liniare, respectiv funcţia de autocorelaţie şi funcţia de repartiţie pentru sisteme neliniare. Faţă de metoda schemei adjuncte [5], cunoscută în literatura de specialitate pentru determinarea analogică a dispersiei mărimii de ieşire a unui sistem liniar din funcţia de autocorela-

ție a mărimii de intrare, metoda perturbației echivalente prezintă avantajul de a fi aplicabilă atît pentru sisteme liniare, cît și pentru sisteme neliniare, și de a folosi aceeași schemă de modelare a sistemului atît pentru studiul regimului consecutiv deconectării bruște a unui consumator sau generator — răspunsul la perturbație treaptă —, cît și pentru determinarea indicilor de calitate a reglajului în regim normal de exploatare.

Funcția de autocorelație a variațiilor sarcinii rezultante a unor sisteme electroenergetice complexe poate fi sintetizată pe baza sondajelor efectuate la consumatori tipici și pe baza structurii consumației.

Admițînd pentru fiecare tip de consumator o funcție de autocorelație similară cu funcția de autocorelație medie, determinată experimental pentru consumatori din aceeași categorie, se determină funcția de autocorelație $\mu(\tau)$ a fluctuațiilor sarcinii rezultante, aplicînd relația

$$\mu(\tau) = P \cdot \sum_k n_k \cdot \frac{\mu_k(\tau)}{P_k} = \sum_n A_n \cdot e^{-\alpha_n \tau} \cdot \cos \omega_n \tau, \qquad (1)$$

unde

P este puterea medie a sarcinii rezultante a sistemului,

n_k — ponderea consumatorilor din categoria k în sarcina rezultantă a sistemului,

P_k — puterea medie a consumatorului din categoria k pentru care s-a făcut sondajul,

$\mu_k(\tau)$ — funcția de autocorelație a fluctuațiilor sarcinii consumatorului de categoria k la care s-a referit sondajul, dedusă experimental.

Pentru studiul liniar se poate folosi cîte o perturbație echivalentă ΔP_{cn} pentru fiecare din componentele funcției de autocorelație, de forma :

$$\Delta P_{cn} = a_n \cdot e^{-\alpha_n \cdot t} \cdot \cos(\omega_n t - \varphi_n), \qquad (2)$$

unde $\operatorname{tg} 2\ \varphi_n = \dfrac{\omega_n}{\alpha_n}$.

În studiul neliniar trebuie ținut seama de faptul că efectele perturbației asupra sistemului depind atît de funcția ei de autocorelație, cît și de legea de repartiție, caracteristici ce descriu complet un fenomen statistic în studiul de ordinul doi.

Pentru legea de repartiție se poate admite o funcție de tip Laplace-Gauss, întrucît numeroase cercetări experimentale străine și proprii [6], [7], precum și considerații teoretice asupra legilor de probabilitate ale variațiilor statistice ale sarcinii, conduc la adoptarea repartiției normale. În conformitate cu această ipoteză, aproximația de ordinul doi descrie complet fenomenul statistic, momentele de ordin superior fiind în acest caz nule.

Pentru respectarea celor două criterii de echivalare, fluctuațiile statistice se modelează printr-o succesiune de funcții de forma

$$x_n = a_n \cdot e^{-\alpha_n \cdot t} \cdot \cos \omega_n (t - t_h), \qquad (3)$$

$$t > t_h.$$

cu momente iniţiale t_h statistic independente şi cu o repartiţie aproximativ normală a duratei $t_h - t_{h-1}$ dintre două valori t_h succesive. Relaţia dintre durata medie t_m şi amplitudinea funcţiilor x_n rezultă din condiţia de echivalare a dispersiilor :

$$A_n = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T \sum_h x_n^2(t) \cdot \mathrm{d}t = N_n \cdot a_n^2 \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{\omega_n^2 + \alpha_n^2}} + \frac{1}{\alpha_n} \right], \qquad (4)$$

unde N_n este numărul perturbaţiilor elementare de tip x_n în unitatea de timp. Numărul perturbaţiilor elementare x_n cu ordonata pozitivă în origine trebuie să fie egal cu numărul celor cu ordonata negativă în origine pentru anularea mediei de ordinul întîi. Media de ordinul 2 — funcţia de autocorelaţie — are expresia dorită datorită expresiei analitice adoptate pentru funcţiile elementare x_n.

Într-un studiu efectuat pe calculatorul analogic MECAN-II [8] în scopul evaluării performanţelor sistemului automat de reglaj frecvenţă-putere de schimb, au fost aplicate perturbaţiile echivalente descrise mai sus. S-a considerat un sistem energetic complex realizat prin interconectarea a două sisteme energetice de puteri mult diferite (în raportul 1/10), avînd fiecare instalat un sistem de reglaj automat frecvenţă-putere de schimb de tipul putere-fază-energie.

Sistemul energetic mai mic (A) (fig. 1) a fost reprezentat prin trei centrale echivalente : o centrală termoenergetică *1* şi una hidroenergetică *3*, acţionate de reglajul primar şi secundar, şi o centrală *2*, echivalentă restului centralelor din sistem, supusă numai acţiunii reglajului primar.

Celălalt sistem energetic (sistemul B) a fost reprezentat prin două centrale echivalente : una de tip termoelectric *4*, reprezentînd centralele ce reglează automat frecvenţa şi puterea de schimb, şi una reprezentînd restul centralelor din sistemul B.

S-au introdus în schema analizată, pe lîngă inerţia instalaţiilor termice, şi oscilaţiile din conducta forţată şi castelul de echilibru, neliniarităţile regulatoarelor de viteză (jocuri şi insensibilităţi).

Pentru modelarea unui regim tipic de exploatare s-a considerat că valoarea medie a sarcinii sistemului A variază liniar cu o viteză de 2% din puterea sistemului pe minut timp de 2 min. Perturbaţia echivalentă cu variaţia sarcinii în sistemul A a fost astfel descrisă de funcţia reprezentată în figura 2, iar pentru sistemul B cea reprezentată în figura 3.

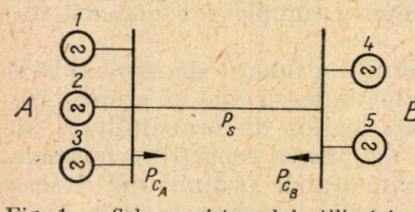


Fig. 1. — Schema sistemului utilizat în exemplul de calcul.

Schema-bloc folosită la modelarea perturbaţiilor echivalente este prezentată în figura 4,

unde :

M este un dispozitiv mecanic ce fixează ordinea impulsurilor, conform intervalelor t_h ce caracterizează succesiunea perturbaţiilor echivalente elementare x_n. Acest dispozitiv a fost realizat cu ajutorul unui disc,

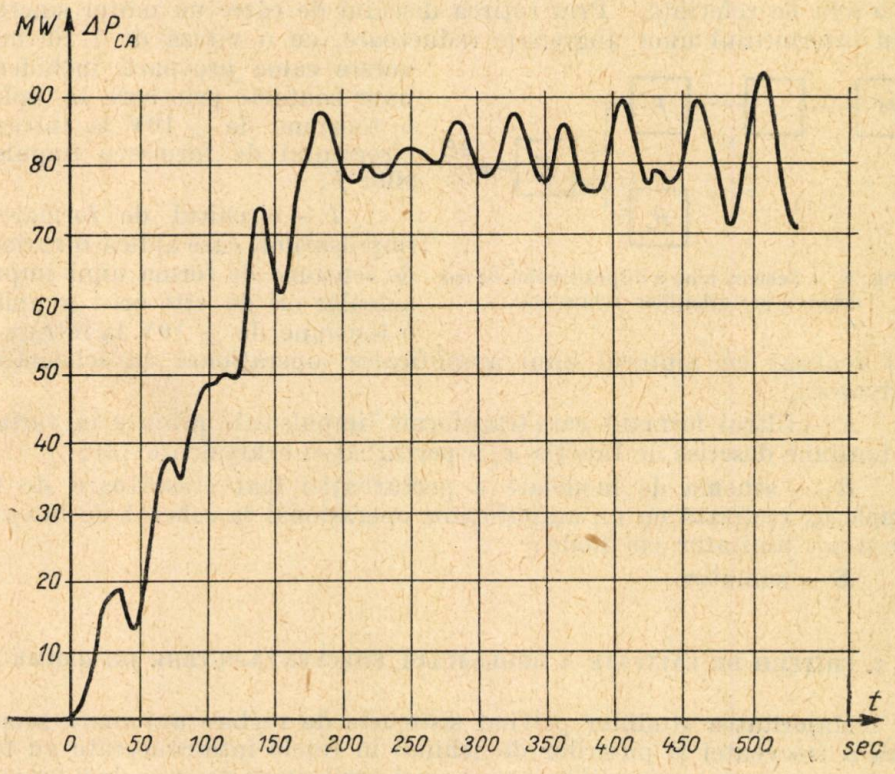


Fig. 2. — Perturbaţia echivalentă a sistemului *A*.

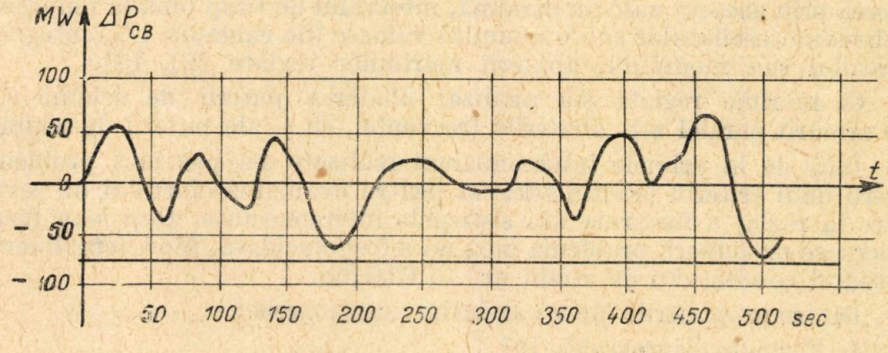


Fig. 3. — Perturbaţia echivalentă a sistemului *B*.

pe periferia căruia au fost dispuse came la distanţe proporţionale cu t_h faţă de o axă de referinţă. Prin rotirea discului de către un motor sincron, prin intermediul unor angrenaje reductoare, cu o viteză de 1 rot/min, aceste came provoacă închiderea unor contacte prin care se aplică o tensiune de $\pm$ 10V la intrarea circuitului de formarea impulsurilor I;

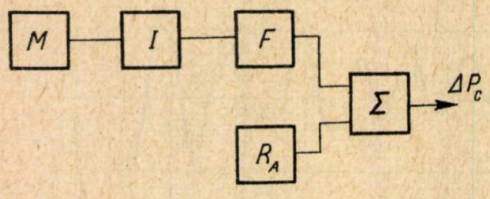


Fig. 4. — Schema-bloc a dispozitivului de modelare a perturbaţiilor echivalente.

I — circuitul de formare a impulsurilor, care aplică o variaţie de tensiune de forma unui impuls acicular ori de cîte ori i se aplică o tensiune de $\pm$ 10V la intrare; a fost realizat cu ajutorul unui amplificator operaţional în schemă de derivator;

F — filtrul formant care transformă impulsurile primite în variaţii de tensiune descrise de funcţia x_n a perturbaţiei echivalente (3);

R_A — schema de modelare a perturbaţiei lent crescătoare de tip rampă x_0, realizată cu un amplificator operaţional în schemă de integrator şi un limitator cu diode;

Σ — sumator.

3. CRITERII DE CALITATE A REGLAJULUI FRECVENŢĂ-PUTERE DE SCHIMB

Majoritatea studiilor privind sistemele de reglare automată secundară a frecvenţei şi puterilor de schimb în reţele interconectate au fost efectuate în ipoteza simplificatoare a unei perturbaţii descrise de o funcţie-salt.

În consecinţă au fost adoptate criterii de calitate adecvate ipotezei admise, şi anume: valoarea abaterii maxime, intervalul de timp pînă la trecerea prin această valoare maximă, intervalul de timp pînă la reducerea amplitudinii oscilaţiilor sub o anumită valoare (de exemplu 1%) integrala pătratului sau modulului abaterii mărimilor reglate [2], [3].

Ca mărime reglată s-a analizat abaterea puterii de schimb sau s-au urmărit paralel atît abaterile frecvenţei, cît şi ale puterii de schimb.

Încă de la primele interconexiuni realizate s-a pus însă problema alegerii unui criteriu practic adecvat pentru evaluarea efortului de participare la reglaj a fiecăruia din sistemele interconectate. Deşi s-au făcut numeroase propuneri, problema încă nu a fost elucidată, fiind actualmente în studiul comitetului de studii nr. 13 CIGRE.

Dintre propunerile făcute amintim următoarele:

1. Formarea integralei [9]

$$\int_0^T \Delta P_s \cdot \Delta f \cdot \mathrm{d}t, \tag{5}$$

unde ΔP_s și Δf sînt abaterile puterii de schimb și frecvenței de la valorile de consemn.

Această propunere a fost părăsită deoarece nu sînt cuprinse în evaluarea indicelui de calitate fluctuațiile puterii de schimb la frecvență constantă.

2. Folosirea drept criteriu a indicelui integral

$$I = \int \Delta P_s^2 \cdot \mathrm{d}t, \qquad (6)$$

daunele fiind imputate unuia sau celuilalt partener al interconexiunii, în funcție de semnul pe care îl ia produsul $\Delta P_s \cdot \Delta f$ în intervalul respectiv.

Acestui criteriu [1] i s-au adus însă obiecțiile că penalizează în același fel abaterile de putere de schimb, independent de frecvența la care se produc, și că nu permite compararea eforturilor de reglaj ale rețelelor de importanță diferită.

Pe baza programului de studii al comitetului nr. 13 CIGRE s-au efectuat mai multe cercetări pentru precizarea premiselor necesare alegerii unui criteriu adecvat al calității reglajului putere-frecvență.

Concluziile reținute de grupul de studii sînt următoarele [10]:

— o lărgime a benzii de variație a frecvenței de $\pm$ 0,1 Hz este general admisă de consumatori, astfel că în rețelele vaste exigențele mersului în paralel depășesc necesitățile consumatorilor. Pentru calificarea serviciului de menținere a frecvenței în regim normal se consideră că mărimea cea mai indicată este abaterea medie pătratică, deoarece: nu se poate stabili un prag de la care apar daunele, astfel încît acesta să delimiteze o lărgime anumită a benzii de variație; fenomenul fiind gaussian, se poate deduce din abaterea medie patratică probabilitatea de depășire a unei anumite lărgimi a benzii de variație a frecvenței;

— în perioade de incident pare logic să se ia în considerație numărul și amplitudinea abaterilor de frecvență excepționale;

— centralele electrice nu sînt jenate din punctul de vedere al producției de scăderi de frecvență pînă la 1—2 Hz sub valoarea nominală. Ele sînt însă interesate de micșorarea eforturilor la care sînt supuse regulatoarele de viteză, vanele și supapele turbinelor, astfel încît scăderea amplitudinii abaterilor de frecvență datorită interconexiunii are un efect favorabil.

În ceea ce privește rigiditatea necesară a puterii de schimb, grupul de studii a ajuns la concluzia că fluctuațiile rapide, a căror medie este nulă în intervale de ordinul de mărime al constantelor de timp termice ale elementelor legăturii de interconexiune, nu reduc capacitatea de transport a legăturilor de interconexiune. Această constatare poate fi folosită pentru a reduce sarcina regulatoarelor de viteză. Ținînd seama de constanta de timp de circa 10 min a liniilor electrice aeriene de transport, se propune de aceea calculul abaterii medii pătratice a puterilor de schimb din valori medii determinate în intervale mai mici decît 10 min.

Pe această bază se propune un nou criteriu al calităţii reglajului [1]:

$$\sigma_\lambda = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_1^m \overline{\Delta P_\lambda^2}}, \tag{7}$$

$$\overline{\Delta P_\lambda} = \overline{\Delta P_s} + \lambda \cdot \overline{\Delta f}$$

unde

$\overline{\Delta x}$ este valoarea medie a mărimii Δx într-un interval de 5 min;
m — numărul intervalelor de 5 min considerate;
λ — energia reglantă secundară.

În alternativă se propune pentru comoditatea tarifării mărimea

$$\Sigma |\overline{\Delta P_\lambda}| \tag{8}$$

ca măsură a energiei perturbatoare a reglajului.

Obiecţia ridicată constă în aceea că se introduce în calcul coeficientul λ, care nu este normat. Autorii propunerii consideră însă că această obiecţie va putea fi înlăturată dacă, după noi încercări, s-ar conveni să se aleagă coeficientul λ proporţional cu puterea instalată a sistemelor.

Totodată se propun şi criterii privind eforturile de reglaj ale grupurilor, care interesează pentru mărirea economicităţii şi securităţii exploatării [1]: puterea medie reglantă sau abaterea medie a puterii reglante, viteza medie de variaţie a puterii reglante sau abaterea medie pătratică a vitezei reglante.

Se recomandă folosirea acestor criterii, alături de acela al calităţii reglajului, la alegerea valorilor parametrilor caracteristici de reglaj.

În ceea ce priveşte vitezele de variaţie ale frecvenţei, cercetările efectuate [10] au arătat că o mică parte dintre consumatori sînt sensibili la variaţii rapide ale frecvenţei; în literatura tehnică cercetată nu se acordă însă o mare importanţă acestui efect şi nu se semnalează propuneri în care acest aspect să fie reţinut la formarea indicilor de calitate a reglajului frecvenţei.

Rezultă astfel că pentru aprecierea calităţii reglajului frecvenţei şi puterii de schimb în regimul consecutiv deconectării unui element generator sau consumator este adecvată folosirea criteriilor uzuale în studiul comportării schemelor de reglare automată la perturbaţii descrise de o funcţie treaptă: supraoscilaţia maximă, timpul de amortizare, precum şi numărul de oscilaţii pînă la atingerea regimului staţionar de către mărimile reglate: puterea de schimb şi frecvenţa. În plus este necesară examinarea variaţiilor în regim tranzitoriu ale puterilor centralelor ce participă la reglaj, precum şi ale celorlalte centrale, pentru a scoate în evidenţă variaţia solicitării agregatelor din centrale în funcţie de variaţia parametrilor schemei de reglaj.

La aprecierea comportării instalaţiilor de reglaj în prezenţa diferitelor componente ale variaţiilor statistice echivalente ale sarcinilor, aplicabile pe schemele liniare, accentul se pune de asemenea pe compararea vari-

ației în timp a mărimilor reglate și a puterilor centralelor, pentru diferite valori ale parametrilor de reglaj. Mărimile comparate sînt și în acest caz : amplitudinile maxime, numărul oscilațiilor și timpul de amortizare. Atît în studiul regimurilor consecutive deconectărilor, cît și în studiul regimurilor de exploatare normală, se separă componentele de frecvență mare, de sincronizare, de componentele de frecvență mai mică ale regimului tranzitoriu de reglaj.

Suplimentar, în studiul amintit s-a încercat aplicarea criteriului „ecartului de reglaj" sub forma propusă inițial în literatură prin folosirea valorilor momentane (nu a mediilor în intervale de 5 min) [9], singura formă aplicabilă regimurilor tranzitorii, valoarea medie pe 5 min (valoarea filtrată), a ecartului de reglaj fiind prea puțin influențată de caracteristicile regimului tranzitoriu. Acest criteriu se exprimă astfel :

$$\eta_{1A,B} = \int_0^T (\Delta P_s + K_{A,B} \cdot \Delta f_{A,B})^2 \cdot \mathrm{d}t. \tag{9}$$

Pentru K s-a admis o valoare egală cu „energia reglantă" a sistemului modelat (A, respectiv B), a cărui valoare este bine cunoscută în studiul teoretic.

Examinarea acestui criteriu a fost determinată de următoarele considerente :

— adoptarea drept criteriu integral de calitate a dispersiei mărimii reglate se practică pentru toate sistemele de reglaj unde daunele cresc aproximativ liniar cu durata abaterii, nu depind de semnul abaterii mărimii reglate față de valoarea de consemn și cresc mai repede decît liniar cu amplitudinea acesteia, condiții valabile și pentru variațiile frecvenței și puterii de schimb ;

— existența a două mărimi reglate — frecvența și puterea de schimb — face utilă alegerea în mod convențional a unei singure mărimi echivalente, care să conducă astfel la un singur indice criterial, deoarece obținerea a doi indici ridică, alături de problema tehnică, problema economică destul de complexă a ponderii daunelor caracterizate prin fiecare din acești indici ;

— alegerea drept mărime echivalentă a „ecartului de reglaj" mărime criterială propusă și pentru aprecierea în exploatare a calității reglajului în sisteme interconectate pare o soluție ușor de introdus în practică, întrucît nu necesită definirea unor noțiuni și convenții noi.

Pentru diferite valori ale parametrilor de reglaj și pentru diferite tipuri de perturbații, s-au examinat pe calculatorul analogic atît curbele reprezentînd variația în regim tranzitoriu a mărimilor reglate și a puterilor centralelor, cît și valorile indicelui criterial η_1 pentru a constata dacă acest indice reflectă suficient de fidel performanțele sistemului de reglaj, dacă pe baza acestui criteriu este posibilă aprecierea contribuției fiecăruia din sistemele ce se interconectează la calitatea reglajului în regim tranzitoriu și dacă, efectuînd o optimizare pe baza acestui criteriu, nu se ajunge la solicitarea excesivă a centralelor reglante.

S-a constatat că folosirea criteriului ecartului de reglaj minim permite eliminarea acelor parametri ai instalaţiilor de reglaj care conduc la performanţe de reglaj necorespunzătoare : suprareglaje mari, amortizare redusă a oscilaţiilor sau durate excesive ale procesului de reglaj, întrucît la aceste regimuri indicele criterial ia valori foarte mari.

Spre deosebire de ceea ce se întîmplă pentru regimurile staţionare care determină valorile medii (filtrate) ale „ecartului de reglaj", variaţia în regim tranzitoriu a acestei mărimi nu este adecvată pentru aprecierea contribuţiei pe care fiecare din sistemele ce se interconectează o aduc la îmbunătăţirea calităţii reglajului. În regimurile tranzitorii în care apar oscilaţii mari ale frecvenţei şi puterii de schimb, ambele sisteme interconectate contribuie esenţial la modificarea amplitudinilor de suprareglaj şi a duratei procesului tranzitoriu, ceea ce se reflectă în indicele criterial η_1.

În particular, în cazul sistemelor de puteri foarte diferite, dacă variaţia puterii de schimb depinde în principal de perturbaţia şi parametrii de reglaj din sistemul de putere mică A, variaţia frecvenţei este puternic influenţată de perturbaţiile şi de parametrii de reglaj ai sistemului mai puternic B. Rezultă de aceea valori foarte diferite ale indicelui criterial η_{1A}, pentru diferiţi parametri de reglaj ai sistemului puternic B, la aceleaşi valori ale parametrilor de reglaj şi aceeaşi perturbaţie în sistemul A. Acest indice nu poate fi folosit de aceea pentru optimizarea performanţelor sistemului A, ci doar eventual pentru optimizarea ansamblului interconectat $A-B$.

Examinarea variaţiei puterilor centralelor în timpul regimului tranzitoriu pentru diferite valori ale parametrilor de reglaj arată că valoarea minimă a criteriului η_1 nu corespunde unui regim optim din punctul de vedere al eforturilor de reglaj ale centralelor.

Pe baza considerentelor de mai sus s-a ajuns la concluzia că indicele criterial η_1 nu este adecvat pentru optimizarea parametrilor reglajului secundar automat.

Un indice criterial teoretic riguros ar trebui să fie un indice tehnic-economic de forma

$$\eta_{it} = \int_0^\infty \Delta P_s^2(\nu) \cdot D_s^2(\nu) \cdot \mathrm{d}\nu + \sum_i \int_0^\infty \Delta P_i^2(\nu) \cdot D_i^2(\nu) \cdot \mathrm{d}\nu + \int_0^\infty \Delta f^2(\nu) \cdot D_f^2(\nu) \cdot \mathrm{d}\nu, \tag{10}$$

unde

$\Delta P_s(\nu)$, $\Delta P_i(\nu)$ şi $\Delta f(\nu)$ sînt densităţile spectrale ale variaţiei puterii de schimb, ale puterii debitate de centrala i şi frecvenţei în intervalul T considerat ;

$D_s(\nu)$ — un indice de daune produse de variaţiile puterii de schimb, indice care, depinzînd de frecvenţa acestor variaţii, ar permite să se ţină seama de reducerea efectului acestor variaţii în cazul în care perioada lor este inferioară constantelor de timp ale liniei şi transformatoarelor ce alcătuiesc legătura de interconexiune [1] ;

— $D_i(\nu)$ — un indice de daune care ține seama de variația solicitărilor suplimentare ale agregatelor din centrale cu viteza de variație a încărcării : variația dilatației termice a turbinelor, variația producției de aburi și eventual și de daunele economice legate de variația randamentului [11];

— $D_f(\nu)$ — un indice de daune datorite abaterilor frecvenței, care ține seama de efectul vitezei de variație a frecvenței asupra anumitor industrii [10].

Stabilirea indicilor de daune $D_s(\nu)$, $D_i(\nu)$ și $D_f(\nu)$ ar reclama însă numeroase cercetări, întrucît pînă în prezent nu s-au putut stabili decît valori maxime admisibile ale vitezei de încărcare a centralelor termice, limite date în principal de stabilitatea producției de aburi.

S-a ales de aceea o altă cale, și anume de a propune un criteriu tehnic unic care să conducă la o soluție în care performanțele de reglaj să fie satisfăcătoare fără ca centralele să fie excesiv solicitate. O asemenea soluție a fost sugerată de examinarea rezultatelor obținute în analiza experimentală a fluctuațiilor sarcinilor din sisteme electroenergetice și din examinarea efectelor pe care aceste fluctuații ale sarcinii le au asupra sistemelor electroenergetice interconectate.

Analiza fluctuațiilor puterilor cerute din sistemul electroenergetic de diferite tipuri de consumatori complecși arată că cvasiperioadele sau constantele de timp ale acestor fluctuații se situează în general între 3 și 150 s [4]. Dacă aceste fluctuații de putere se vor repartiza asupra tuturor centralelor din sistem, cota-parte ce va reveni fiecărui agregat va fi neglijabilă. Fluctuațiile puterii de schimb, comparabile ca ordin de mărime cu fluctuațiile sarcinii, nu vor da în general suprasolicitări sensibile ale legăturii de interconexiune, datorită constantelor de timp termice ale liniilor și transformatoarelor care sînt mult mai mari decît cvasiperioadele și constantele de timp ale acestor fluctuații. Este deci de dorit ca reglajul secundar să nu intervină pentru reglarea acestor fluctuații, pentru a nu solicita inutil centralele reglante. Fluctuațiile frecvenței care rezultă în acest caz pentru un sistem de proporțiile sistemelor moderne interconectate sînt neglijabile.

Se propune de aceea drept mărime convențională utilizabilă pentru elaborarea unui criteriu integral diferența

$$d_i = \Delta P_i - h_i \overline{\Delta P}_{cA}, \tag{11}$$

pe care am denumit-o „eroare de încărcare a centralei termice i". În relația (11) :

— ΔP_i este valoarea momentană a abaterii puterii centralei i față de program;

— h_i — cota de participare la acoperirea variațiilor lente ale sarcinii, impusă centralei i;

— $\overline{\Delta P}_{cA}$ — componentele puterii variabile cerute în sistemul A, rezultînd după filtrarea fluctuațiilor cu cvasiperioade mai mici de 150 s.

Mărimea d_i va reflecta toate imperfecţiunile reglajului secundar: suprareglaje, fluctuaţii ale puterii cerute care solicită inutil centralele reglante sau amplificări ale acestor fluctuaţii forţate, compensate de asemenea de centralele reglante, întîrzieri în urmărirea componentelor lente ale sarcinii care au ca efect abateri medii nenule ale puterii de schimb şi ale frecvenţei faţă de valorile de consemn. Întrucît pentru ambele semne ale mărimii d_i reglajul este nesatisfăcător, se propun drept criterii integrale dispersia η_2 şi media modulului mărimii d_i, η_3:

$$\eta_{2A} = \sum_i \int_0^T d_{iA}^2 \cdot \mathrm{d}t, \tag{12}$$

$$\eta_{3A} = \sum_i \int_0^T |d_{iA}| \cdot \mathrm{d}t. \tag{13}$$

Sumele din relaţiile (12) şi (13) trebuie extinse la totalitatea centralelor reglante din sistemul respectiv.

Paralel cu indicii integrali η_2 şi η_3 s-a elaborat şi indicele integral rezultînd din integrarea modulului vitezei de încărcare a centralei termice reglante η_4:

$$\eta_4 = \sum_i \int_0^T \left| \frac{\mathrm{d}P_i}{\mathrm{d}t} \right| \cdot \mathrm{d}t, \tag{14}$$

indice criterial propus pentru aprecierea efortului de reglaj al centralelor termice reglante într-un studiu al Comitetului CIGRE nr. 13 [1].

Pentru diferite valori ale parametrilor schemei de reglaj automat $f - P_s$ s-au determinat valorile pe care le iau indicii criteriali pentru aceeaşi lege statistică de variaţie a sarcinii în regim de exploatare normală. Pentru a ilustra modul de variaţie al acestor indici criteriali în funcţie de performanţele sistemului de reglaj secundar, s-au reprodus în figurile 5 şi 6 curbe de variaţie în timp ale variaţiilor frecvenţei Δf şi puterilor de schimb ΔP_s pentru cîteva valori ale parametrilor de reglaj, menţionîndu-se totodată valorile indicilor criteriali raportate la valorile minime ale acelorași indici.

În aceste figuri, α_i reprezintă panta de reglaj secundar pentru centrala i, β_i coeficientul termenului proporţional al reglajului secundar pentru centrala i, iar Δf_H şi Δf_l jocul tahimetrului şi al variatorului şi, respectiv, insensibilitatea distribuitorului servomotorului principal; indicii η sînt raportaţi la valorile lor minime.

Se observă că ambii indici η_2 şi η_3 reflectă atît creşterea componentelor lente, cît şi a componentelor rapide ale variaţiei mărimilor reglate Δf şi ΔP_s. Totuşi, cei doi indici nu sînt echivalenţi, datorită amplificării oscilaţiilor rapide la elaborarea criteriului η_2, întrucît, prin ridicarea la pătrat a abaterii, variaţii cu amplitudine mare şi durată scurtă măresc mai

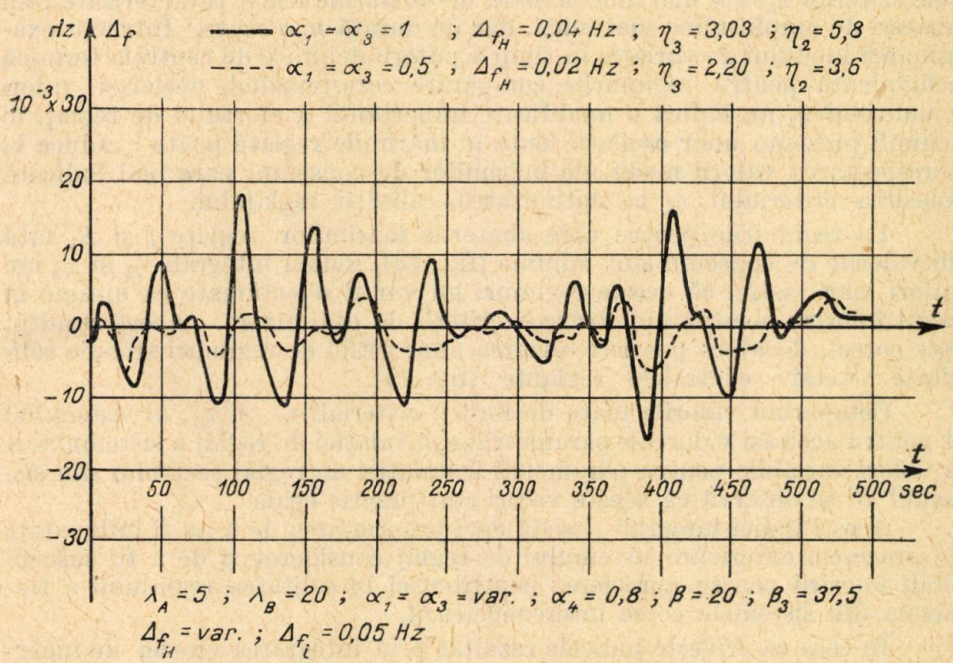


Fig. 5. — Variaţia în timp a abaterilor de frecvenţă pentru diferite valori ale parametrilor reglajului secundar.

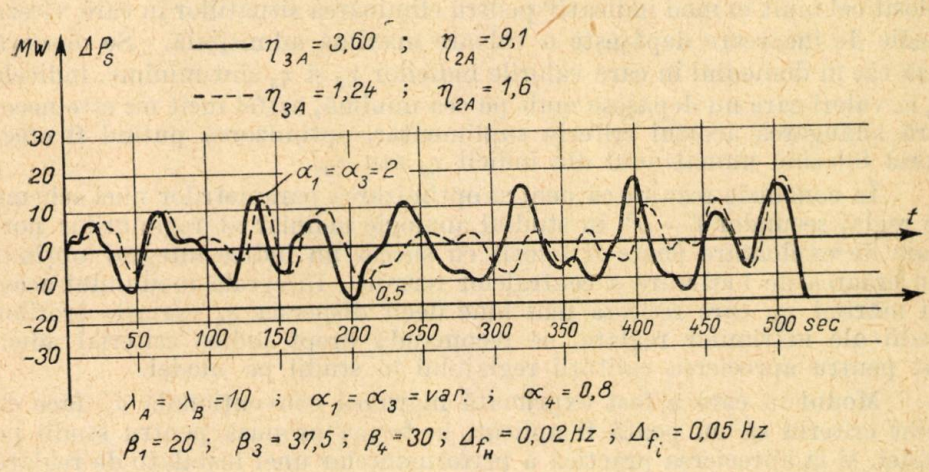


Fig. 6. — Variaţia în timp a abaterilor puterii de schimb faţă de program pentru diferite valori ale parametrilor reglajului secundar.

mult indicele criterial η_2, pe cînd prin integrarea modulului abaterii indicele criterial η_3 este mai mult afectat de oscilaţiile lente, caracterizate prin abateri de amplitudine mai mică, dar de durată mai mare. Întrucît examinarea modului de variaţie în timp a puterii debitate de centrala termică echivalentă pentru regimurile comparate corespunzînd aceleiaşi valori a indicelui η_3 nu indică o modificare importantă a efortului de reglaj, în schimb prezenţa unor oscilaţii lente în mărimile reglate poate conduce la nerespectarea valorii medii ale mărimilor de consemn, pare mai indicată folosirea criteriului η_3 la optimizarea calităţii reglajului.

La regimurile pentru care abaterile mărimilor reglate f şi P_s faţă de valorile de consemn sînt minime (fig. 7*a*), indicii integrali η_2 şi η_3 iau valori mari, astfel că aceste regimuri nu vor fi selecţionate ca optime în cazul folosirii acestor indici drept criterii de optimizare. Acest rezultat este corect, deoarece pentru realizarea unor astfel de regimuri trebuie solicitate excesiv centralele reglante (fig. 7*b*).

Comparînd valorile luate de indicii criteriali η_{2A} şi η_{3A} ai sistemului A pentru aceleaşi valori ale parametrilor instalaţiei de reglaj a sistemului A şi valori variabile pentru parametrii instalaţiei de reglaj secundar din sistemul B, se observă că aceste valori sînt practic egale.

Aceşti indici integrali posedă deci proprietatea de a nu fi influenţaţi de procesele exterioare sistemului de reglaj considerat şi de a fi susceptibili folosirii pentru aprecierea contribuţiei la calitatea reglajului a fiecăruia din sistemele ce se interconectează.

În ceea ce priveşte indicele rezultat prin integrarea vitezei de încărcare a centralelor termice, valoarea minimă a acestui indice corespunde unui regim în care centralele reglante intervin foarte lent, ceea ce are însă ca efect apariţia unor erori medii în mărimile reglate f şi P_s. Din această cauză, indicele η_4 obţinut din modulul vitezei de încărcare, ar putea fi folosit cel mult în mod indicativ pentru eliminarea situaţiilor în care viteza medie de încărcare depăşeşte o valoare maximă admisibilă. Se observă însă că, în domeniul în care valorile indicilor η_2 şi η_3 sînt minime, indicele η_4 ia valori care nu depăşesc mult pe cea minimă, astfel încît nu este necesară adăugarea acestui criteriu suplimentar, optimizarea putînd fi efectuată folosind numai unul din indicii η_2 sau η_3.

În concluzie rezultă că pentru optimizarea parametrilor unei scheme de reglaj secundar $f - P_s$ în studiul analogic neliniar al regimurilor normale de exploatare poate fi folosit cu succes un indice integral obţinut din eroarea de încărcare a centralelor termice. Integrala modulului acestei mărimi η_3, care reflectă mai bine decît dispersia η_2 variaţia erorilor medii ale mărimilor reglate, se recomandă drept indice criterial adecvat pentru aprecierea calităţii reglajului în studii pe model.

Modul în care a fost exprimată mărimea convenţională d_i face ca acest criteriu să nu poată fi aplicat, în forma propusă pentru studii pe model, şi la aprecierea practică a performanţelor unei instalaţii de reglare automată în funcţiune într-un sistem electroenergetic, deoarece variaţiile sarcinii $\Delta P_{cA,B}$ nu pot fi măsurate direct.

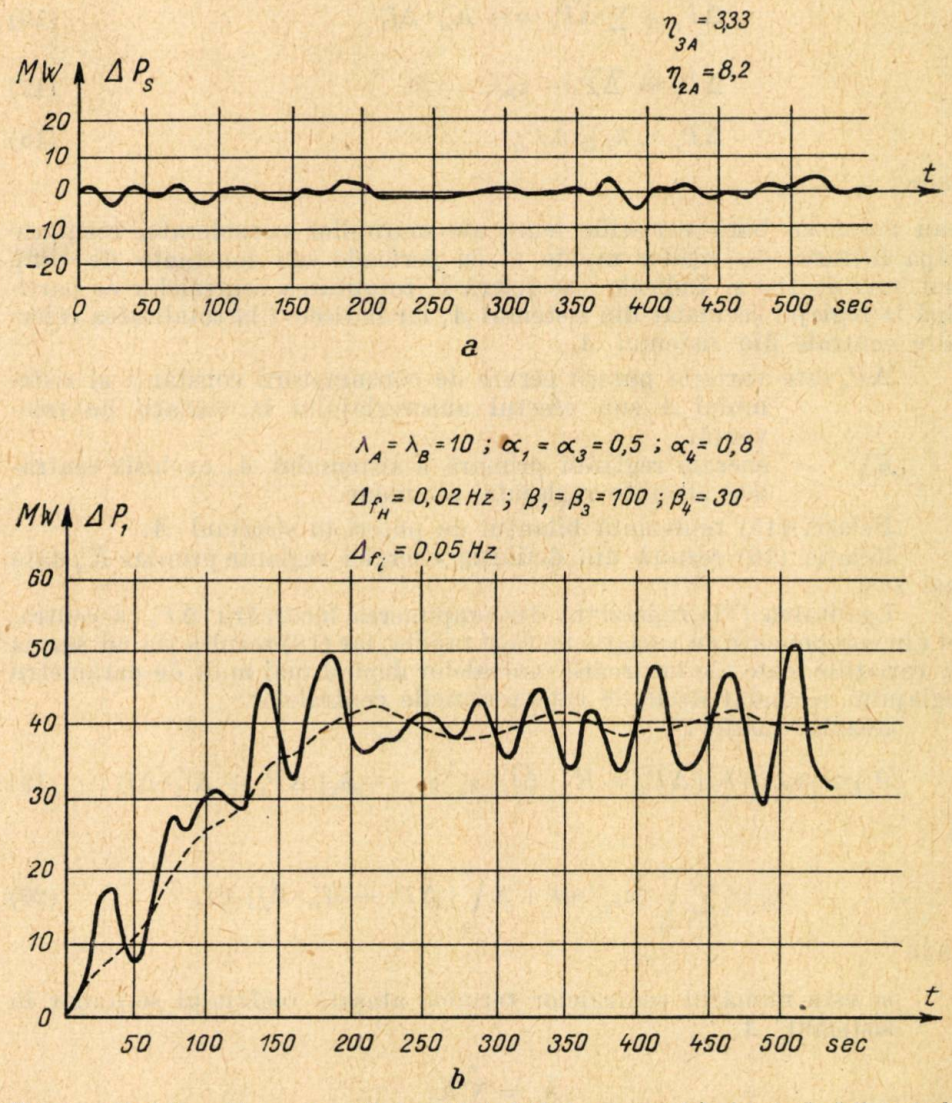


Fig. 7. — Variaţia în timp a puterii de schimb faţă de program(*a*) şi a încărcării centralei termoelectrice 1 (*b*). Curba punctată din figura 7 *b* reprezintă modul de încărcare a centralei 1 la regimul optim.

Se obţine însă o expresie a aceluiaşi criteriu, utilizabilă în acest scop, înlocuind în relaţia (11) relaţiile (15) (18):

$$\overline{\Delta P_c} = \sum_i \overline{\Delta P_i} + \sum_l \overline{\Delta P_l} - \overline{\Delta P_s} + \overline{\Delta P_a}, \tag{15}$$

$$\overline{\Delta P_a} + \sum_l \overline{\Delta P_l} = - K'_A \cdot \Delta f, \tag{16}$$

$$\Delta P_i = \overline{\Delta P_i} + \varepsilon_{P_i}, \tag{17}$$

$$\overline{\Delta P_i} \approx h_i \sum \overline{\Delta P_l}, \tag{18}$$

unde:

s-au notat cu bară variaţiile lente ale mărimilor considerate, rezultate după filtrarea oscilaţiilor rapide ε_x cu perioade sau constante de timp mai mici de 180 s. Indicele i se referă la totalitatea centralelor ce participă la reglajul secundar din sistemul A, iar indicele l la totalitatea celorlalte centrale din sistemul A,

ΔP_a este variaţia puterii cerute de consumatorii constanţi ai sistemului A sub efectul autoreglajului la variaţii de frecvenţă,

K'_A — energia reglantă primară a sistemului A, exclusiv centralele afectate reglajului secundar.

Relaţia (15) reprezintă bilanţul de puteri în sistemul A.

Relaţia (16) rezultă din definiţia energiei reglante primare K'_A dată mai sus.

Egalitatea (17) reprezintă descompunerea încărcării ΔP_i a centralei i în componente cu variaţie lentă şi rapidă, iar (18) rezultă ţinînd seama că variaţiile lente ale încărcării centralelor depind mai mult de parametrii reglajului secundar decît de caracteristicile centralelor.

Rezultă astfel:

$$|d_i| \approx |\varepsilon_{P_i} + h_i (\overline{\Delta P_s} + K'_A \cdot \overline{\Delta f})| \leqslant |\varepsilon_{P_i}| + h_i |\overline{\Delta P_s} + K'_A \cdot \overline{\Delta f}|, \tag{19}$$

şi

$$\eta_5 = \sum_{i=1}^{m} \int_0^T |\varepsilon_{P_i}| \cdot \mathrm{d}t + h_t \int_0^T |\Delta P_s + K'_A \cdot \Delta f| \cdot \mathrm{d}t, \tag{20}$$

unde

m este numărul centralelor termice ataşate reglajului secundar în sistemul A

$$h_t = \sum_{i=1}^{m} h_i.$$

Astfel, η_5 este un indice integral cu o structură asemănătoare cu indicele integral η_3, în care figurează numai mărimi ce pot fi măsurate într-un sistem electroenergetic în funcţionare normală.

Se propune utilizarea acestui indice integral atît pentru optimizarea parametrilor instalației de reglaj secundar în cursul adaptării acestora la caracteristicile sistemului, cît și pentru aprecierea contribuției la calitatea reglajului a fiecăruia din sistemele ce funcționează interconectat.

4. CONCLUZII

Pentru a condensa într-un interval scurt principalele caracteristici statistice ale variațiilor de sarcină, în studiul analogic al sistemelor de reglaj frecvență-putere este utilă folosirea metodei perturbațiilor echivalente variațiilor reale ale sarcinilor. Această metodă prezintă în plus față de metoda schemei adjuncte [5] posibilitatea folosirii aceluiași model liniar sau neliniar pentru perturbații de tip treaptă și statistice.

S-a propus și s-a analizat, comparativ cu alte criterii cunoscute din literatura de specialitate, un criteriu integral de calitate a reglajului care reflectă atît performanțele sistemului de reglaj automat, cît și eforturile impuse centralelor reglante. Acest criteriu tehnic, ușor de aplicat în studiul pe modele, a dus la rezultate ce concordă cu cerințele puse de practică instalațiilor de reglaj ale frecvenței și puterii în sistemele electroenergetice. Totodată s-a propus un criteriu similar pentru optimizarea în exploatare a acestor instalații de reglaj.

Primit la redacție la 29 ianuarie 1965.

BIBLIOGRAFIE

1. F. Denis, *Activité du groupe de travail* A, *concernant les criteres de qualité du réglage des réseaux*. CIGRE, rap. nr. 330, anexa 1 (1964).
2. A. Greselin, F. Saccomanno, *Influence des caractéristiques des réseaux et des systèmes de réglage sur la tenue de la fréquence et des puissance d'échange*. Rap. CIGRE, rap. nr. 320 (1960).
3. F. Manea, S. Ionescu, P. Nicolae, *Studiul optimizării reglajului automat al frecvenței și puterilor în sistemele energetice cu ajutorul unui calculator analogic*. St. cerc. energ., **A, XIII**, *1*, 51—72 (1963).
4. E. Arie, *Studiu experimental al fluctuațiilor sarcinii cu aplicații la calculul fluctuațiilor puterii de schimb și la determinarea experimentală a caracteristicilor dinamice ale unui sistem electroenergetic*. St. cerc. energ., **A, XIII**, *1*, 33—50 (1963).
5. J. H. Laning jr., R. H. Battin, *Random Processes in Atomatic Control*, McGraw-Hill, New York, 1956.
6. E. Juillard, *Sur l'écart quadratique moyen des fluctuations de puissance d'un réseau*. Bul. ASE, **51**, *22*, 1149 (1960).
7. E. Arie, *Studiul pe modele probabilistice al fluctuațiilor sarcinilor în sisteme electroenergetice*. St. cerc. energ., **A, XII**, *3*, 471—488 (1962).
8. V. M. Popov, N. Tătaru, M. Băjenescu, *Calculatorul analogic neliniar MECAN-II*. St. cerc. energ., **A, XII**, *2*, 291 (1963).
9. M. Cuénod, *Définition et comptage de l'énergie de participation au maintien de la fréquence*. Bull. ASE, 24 (1947).
10. H. Oerth, *Die Ergebnisse der Umfrage der Studienkommission des SEV für die Regulierung grosser Netzverbande betreffend Regulierprobleme der Praxis*. Bul. ASE, **43**, *13*, 561—566 (1952).
11. M. Cuénod, F. Maier, *Verbundbetrieb von thermischen und hydraulischen Kraftwerken unter Berucksichttigung ihrer Regelfahigkeit*. BWK, **16**, *6*, 277—283 (1964).

STABILITATEA SISTEMELOR AUTOMATE CU PARAMETRI VARIABILI ÎN TIMP

DE

VASILE-MIHAI POPOV
membru corespondent al Academiei R. P. R.

62.520.1 : 621.3.07

Se generalizează o serie de rezultate obţinute anterior în problema hiperstabilităţii sistemelor automate cu partea liniară constantă.

1. CONSIDERAŢII PRELIMINARE

În scopul creării unui model matematic mai adecvat pentru noile tipuri de sisteme automate care se dezvoltă în ultimul timp, se intensifică folosirea sistemelor de ecuaţii diferenţiale ai căror coeficienţi sînt funcţii date de timp, ca mijloc pentru descrierea funcţionării acestor sisteme. Lucrarea de faţă are scopul de a relua, în acest cadru, problematica tratată într-o lucrare recentă a autorului [1]. Se constată că multe dintre rezultatele lucrării citate au un corespondent şi în cazul sistemelor cu parametri variabili în timp. În deplină analogie cu rezultatele din [1], se arată că atît problema stabilităţii cît şi problema optimităţii pot fi tratate cu un acelaşi complex de mijloace teoretice, fapt care merită o subliniere specială. Obiectivul principal al lucrării de faţă constă însă în studierea proprietăţilor de stabilitate, întrucît rezultatele fundamentale în problema optimităţii sistemelor studiate au fost obţinute anterior de R. E. Kalman [2] . Se vor expune mai multe procedee pentru determinarea proprietăţilor de stabilitate, mergînd de la metodele generale şi inerent laborioase către criteriile simplificate, dar efective. Ultimul procedeu — şi cel mai uşor de aplicat —, expus în lucrare la punctul 8 dar putînd fi urmărit şi independent de restul lucrării, constă în determinarea proprietăţilor căutate de stabilitate prin rezolvarea unei probleme auxiliare de hiperstabilitate pentru un sistem a cărui parte liniară are coeficienţii constanţi, reducîndu-se astfel problema examinată la cazul studiat în lucrarea [1].

St. cerc. energ. elect. Tom. 15 Nr. 2 p. 311—326 Bucureşti 1965

2. DESCRIEREA SISTEMULUI STUDIAT

Schema bloc a sistemelor studiate este reprezentată în figura 1, în care $u_1, u_2, \ldots u_m$ reprezintă valorile mărimilor de intrare (funcţiile de comandă), $x_1, x_2, \ldots x_n$ desemnează valorile mărimilor de stare, iar $v_1, v_2, \ldots v_m$ simbolizează valorile mărimilor de ieşire. Se presupune că x_k şi u_j verifică sistemul de ecuaţii diferenţiale

$$\frac{dx}{dt} = A(t)\, x + B(t)\, u \tag{1}$$

în care x este vectorul de componente $x_1, x_2, \ldots x_n$, u este vectorul de componente $u_1, u_2, \ldots u_m$, $A(t)$ este o matrice cu n linii şi n coloane iar

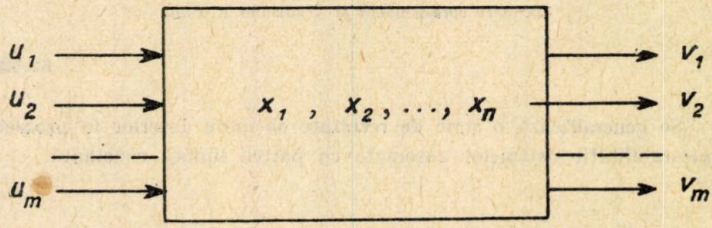


Fig. 1

$B(t)$ este o matrice cu n linii şi m coloane. Toate elementele matricelor $A(t)$ şi $B(t)$ sînt funcţii date de timp, continue pe porţiuni.

În cazul problemei stabilităţii, se va presupune că v este dat de formula :

$$v = C(t)\, u + D(t)\, x \tag{2}$$

unde $C(t)$ este o matrice $m \times m$ şi $D(t)$, o matrice $m \times n$, ambele avînd drept elemente funcţii de timp continue pe porţiuni. În acelaşi timp, vectorii u şi v mai sînt legaţi printr-o altă relaţie care reprezintă „reacţia" sistemului. În spiritul problemei hiperstabilităţii (v. de ex. [1]), existenţa acestei relaţii suplimentare este luată în consideraţie doar prin faptul că o anumită integrală, de forma :

$$I(t_0, t) = \int_{t_0}^{t} (u'\, P(\tau)\, u + 2\, u'\, Q(\tau)\, x + x'\, R(\tau)\, x)\, d\tau \tag{3}$$

verifică, pentru orice $t > t_0$, o inegalitate de tipul :

$$I(t_0, t) \leqslant \gamma^2 + \gamma \sup_{t_0 \leqslant \tau \leqslant t} \| x(\tau) \| \tag{4}$$

unde indicele „prim" desemnează operaţia de transpoziţie, $\| x \|$ reprezintă norma vectorului x, γ este o constantă pozitivă sau nulă iar $P(t)$, $Q(t)$ şi $R(t)$ sînt matrice — funcţii de timp, continue pe porţiuni, avînd, res-

pectiv, dimensiunile : $m \times m$, $m \times n$ și $n \times n$. Despre matricele $P(t)$ și $R(t)$ se presupune, în plus, că sînt simetrice.

Pentru a arăta cum pot fi obținute inegalități de forma (4), considerăm cazul simplu, dar foarte frecvent întîlnit în aplicații, în care relațiile de reacții sînt de forma :

$$u_k = \varphi_k(v_k ; t) \tag{5}$$

unde $\varphi_k(v_k ; t)$ sînt funcții de v_k și de t, continue pe porțiuni, cu proprietatea că pot fi găsite funcțiile $\alpha_k(t)$ și $\beta_k(t)$, continue pe porțiuni, astfel încît să fie îndeplinite, pentru orice $t \geqslant t_0$ și orice v_k, inegalitățile :

$$\alpha_k(t)\, v_k^2 \leqslant \varphi_k(v_k ; t)\, v_k \leqslant \beta_k(t)\, v_k^2. \tag{6}$$

Geometric, aceste inegalități echivalează cu condiția ca graficul funcției $y = \varphi_k(v_k ; t)$ în planul (y, v_k), pentru t dat, să fie conținut în sectorul cuprins între dreptele $y = \alpha_k(t)\, v_k$ și $y = \beta_k(t)\, v_k$. Relațiile (5) și (6) sînt echivalente cu :

$$u_k^2 - (\alpha_k(t) + \beta_k(t))\, u_k v_k + \alpha_k(t)\, \beta_k(t)\, v_k^2 \leqslant 0. \tag{7}$$

Adunînd inegalitățile (7), după înmulțirea lor cu numerele pozitive arbitrare p_k și înlocuirea mărimilor v_k conform cu relația (2), se obține o inegalitate de forma :

$$u'\, P(t)\, u + 2u'\, Q(t)\, x + x'\, R(t)\, x \leqslant 0, \tag{8}$$

unde $P(t)$, $Q(t)$ și $R(t)$ au aceleași proprietăți ca și matricele corespunzătoare din (3). Prin integrare, se obține din (8) inegalitatea (4), pentru $\gamma = 0$. Există alte cazuri de reacții, pentru care îndeplinirea unei inegalități de forma (4) nu poate fi asigurată decît pentru un număr γ pozitiv, suficient de mare.

În cele ce urmează, sistemul studiat va fi descris doar prin ansamblul format din ecuația (1) și integrala (3). Acest mod de descriere permite să se facă abstracție de elementele neesențiale pentru proprietățile de stabilitate și pune totodată în evidență simetria care există între problema hiperstabilității și problema alegerii optime a funcțiilor de comandă u_k, în așa fel încît să se minimizeze integrala (3), reprezentînd de astă dată indicele de performanță a sistemului.

3. INTRODUCEREA UNOR MODURI DE DESCRIERE ECHIVALENTE

În lucrarea [1], examinînd sistemele de același tip ca mai sus ((1), (3)) dar cu parametri constanți, s-au definit și studiat trei tipuri de transformări, introduse sub denumirile de „transformări F, S și W" care permit trecerea de la un sistem dat la unul echivalent. În cadrul mai general al prezentei lucrări, se pot defini, în mod analog, „transformările $F(t)$ și $W(t)$" după cum urmează :

„Transformarea $F(t)$" constă în trecerea de la variabilele x și u la noile variabile $\hat{x}$ și $\hat{u}$ definite prin relațiile :

$$\hat{x} = x, \quad \hat{u} = u - F(t)\, x \tag{9}$$

unde $F(t)$ este o matrice continuă pe porțiuni, cu m linii și n coloane. În locul sistemului (1), (3) se obține sistemul, de aceeași formă :

$$\frac{\mathrm{d}\hat{x}}{\mathrm{d}t} = \hat{A}(t)\, \hat{x} + \hat{B}(t)\, \hat{u} \tag{10}$$

$$I(t_0, t) = \int_{t_0}^{t} (\hat{u}'\, \hat{P}(\tau)\, \hat{u} + 2\hat{u}'\, \hat{Q}(\tau)\, \hat{x} + \hat{x}'\, \hat{R}(\tau)\, \hat{x})\, \mathrm{d}\tau, \tag{11}$$

în care matricele $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{P}$, $\hat{Q}$, $\hat{R}$ sînt legate de matricele inițiale A, B, P, Q, R, prin relațiile :

$$\hat{A}(t) = A(t) + B(t) F(t), \quad \hat{B}(t) = B(t), \quad \hat{P}(t) = P(t) \tag{12}$$

$$\hat{Q}(t) = Q(t) + P(t) F(t) \tag{13}$$

$$\hat{R}(t) = R(t) + Q'(t) F(t) + F'(t) Q(t) + F'(t)\, P(t) F(t) \tag{14}$$

„Transformarea $W(t)$" lasă variabilele x și u neschimbate și permite doar scrierea integralei (3) într-o nouă formă :

$$I(t_0, t) = \int_{t_0}^{t} (u'\, \hat{P}(\tau)\, u + 2u'\, \hat{Q}(\tau)\, x + x'\, \hat{R}(\tau)\, x)\, \mathrm{d}\tau - \\ - x'(t)\, W(t)\, x(t) + x'(t_0)\, W(t_0)\, x(t_0), \tag{15}$$

în care $W(t)$ este o matrice derivabilă, simetrică, cu m linii și coloane, iar matricele $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{P}$, $\hat{Q}$, $\hat{R}$ au expresiile :

$$\hat{A}(t) = A(t), \quad \hat{B}(t) = B(t), \quad \hat{P}(t) = P(t), \quad \hat{Q}(t) = Q(t) + B'(t)\, W(t), \tag{16}$$

$$\hat{R}(t) = R(t) + W(t)\, A(t) + A'(t)\, W(t) + \frac{\mathrm{d}W(t)}{\mathrm{d}t} \tag{17}$$

„Transformarea $S(t)$", analoagă transformării S din lucrarea [1] nu va fi prezentată aici deoarece nu este folosită în dezvoltările care urmează.

4. EFECTUL UNOR TRANSFORMĂRI $W(t)$ și $F(t)$ SPECIALE

În cele ce urmează va interveni frecvent următoarea condiție:

„CONDIȚIA W": *Există matricele* $K(t)$, $(m \times m)$ *și* $L(t)$, $(m \times n)$, *continue pe porțiuni, precum și matricea simetrică și derivabilă* $W(t)$, $(n \times n)$, *astfel încît să avem, pentru orice* $t \geqslant t_0$:

$$K'(t)\,K(t) = P(t) \tag{18}$$

$$\frac{dW(t)}{dt} + W(t)\,A(t) + A'(t)\,W(t) = L'(t)\,L(t) - R(t) \tag{19}$$

$$W(t)\,B(t) - L'(t)\,K(t) + Q'(t) = 0. \tag{20}$$

Se observă că dacă matricele din (18) —(20) sînt constante, se obțin relațiile de tip Iacubovici-Kalman care au avut un rol important în lucrarea [1].

Un interes deosebit îl prezintă cazul în care matricea $K(t)$ este nesingulară oricare ar fi $t \geqslant t_0$, cînd din relația (20) se poate deduce $L(t)$. Introducînd relația astfel obținută în (19) se obține ecuația Riccati care ocupă un loc central în lucrarea [2].

Să presupunem acum că este îndeplinită condiția W și să aplicăm o transformare $W(t)$ specială, obținută luînd drept $W(t)$ chiar soluția sistemului (18) — (20). Dacă se scriu expresiile (16) și (17) ținînd seama de (19) și (20) se găsește că integrala (15) capătă forma:

$$I(t_0,\ t) = \int_{t_0}^{t} ||\,L(\tau)\,x + K(\tau)\,u\,||^2\ d\tau - x'(t)\,W(t)\,x(t) + \\ + x'(t_0)\,W(t_0)\,x(t_0). \tag{21}$$

Presupunînd, în plus, că matricea $P(t)$ este nesingulară oricare ar fi $t \geqslant t_0$, ceea ce atrage o condiție asemănătoare pentru $K(t)$ (v. (18)), se poate aplica o transformare $F(t)$ particulară, cu $F(t) = -K^{-1}(t)\,L(t)$, în urma căreia sistemul (1), (3) capătă forma „canonică":

$$\frac{dx}{dt} = A_c(t)\,x + B(t)\,u_c \tag{22}$$

$$I(t_0,\ t) = \int_{t_0}^{t} ||\,K(\tau)\,u_c\,||^2\ d\tau - x'(t)\,W(t)\,x(t) + x'(t_0)\,W(t_0)\,x(t_0) \tag{23}$$

după cum rezultă folosind relațiile (9) — (12) și (21). (Pentru mărimile transformate care intervin în sistemul canonic am folosit indicele c). Avantajul cîștigat în urma aducerii sistemului la forma canonică de mai sus constă în simplificarea considerabilă a expresiei integralei $I(t_0,\ t)$.

5. UTILIZAREA FORMEI CANONICE PENTRU STUDIEREA SISTEMELOR CONSIDERATE

În problema minimizării integralei $I(t_0, t)$, (v. [2]), ne mărginim să remarcăm că din forma primului termen din membrul drept al egalității (23) rezultă că minimul expresiei $I(t_0, t) + x'(t)\, W(t)\, x(t)$, în clasa funcțiilor u_c continue pe porțiuni, este atins pentru $u_c = 0$. Acest fapt atribuie „sistemului canonic omogen" (obținut din (22) pentru $u_c = 0$) semnificația de „sistem optim" în raport cu indicele de performanță considerat.

Trecînd la studiul proprietăților de stabilitate ale sistemelor considerate vom preciza mai întîi formularea problemei „hiperstabilității" acestor sisteme.

Alături de orice condiție inițială $x(t_0) = x_0$, atașată sistemului (1), vom introduce, ca și în [1], o clasă de funcții de comandă, notată cu $(I(x_0))$, reprezentînd mulțimea tuturor funcțiilor de comandă $u(t)$, continue pe porțiuni, pentru care are loc inegalitatea (4). Mai precis, fiind dată o funcție de comandă arbitrară, continuă pe porțiuni, $u_a(t)$, să considerăm sistemul (1) cu u înlocuit cu $u_a(t)$ și să notăm cu $x_a(t)$ soluția acestui sistem corespunzătoare condiției inițiale $x_a(t_0) = x_0$; atunci pentru orice funcție $u_a(t)$ din clasa $(I(x_0))$, există un număr γ, pozitiv sau nul, astfel încît integrala $I(t_0, t)$ (v. (3)), în care se substituie $u = u_a(t)$ și $x = x_a(t)$, verifică inegalitatea (4), în care se înlocuiește x cu $x_a(t)$.

Ca și în [1], se va spune că sistemul (1), (3) este hiperstabil dacă există o constantă pozitivă δ, astfel încît orice soluție a ecuației (1), pentru $x(t_0) = x_0$ și pentru $u(t)$ din clasa $(I(x_0))$, verifică, oricare ar fi $t \geqslant t_0$, inegalitatea:

$$||x(t)|| \leqslant \delta\,(||x_0|| + \gamma) \tag{24}$$

unde γ este numărul care intervine în (4) pentru funcția de comandă $u(t)$ considerată. Dacă, în plus, are loc relația:

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = 0 \tag{25}$$

atunci spunem că sistemul (1), (3) este asimptotic hiperstabil. În cazul sistemelor cu reacție examinate la sfîrșitul punctului 2, descrise matematic prin relații de forma (1), (2), (5), considerațiile de la acel punct arată că, dacă există o soluție a sistemului (1), (2), (5), pentru condiția inițială $x(t_0) = x_0$, atunci funcția corespunzătoare $u(t)$, dată de (2) și (5), aparține clasei $(I(x_0))$, matricele $P(t)$, $Q(t)$ și $R(t)$ care intervin în integrala $I(t_0, t)$ fiind definite după cum s-a arătat la punctul 2. Se observă de asemenea că hiperstabilitatea sistemului (1), (3), cu $P(t)$, $Q(t)$ și $R(t)$ definite ca mai sus, atrage stabilitatea în sensul lui Liapunov a sistemului (1), (2), (5). Astfel problema stabilității unei clase largi de sisteme diverse de forma (1), (2), (5) se reduce la problema hiperstabilității unui singur sistem de forma (1), (3).

Observînd că inegalitatea (4) nu se schimbă în urma aplicării transformărilor de la punctul 4, putem enunța următoarea propoziție :

PROPOZIȚIA 1. *Dacă pentru sistemul (1), (3) este verificată condiția W și dacă matricea W(t) care intervine în relațiile (19)—(20) are proprietatea că există o constantă pozitivă α_0 pentru care avem, oricare ar fi $t \geqslant t_0$ și x :*

$$- x' W(t) x \geqslant \alpha_0 ||x||^2 \tag{26}$$

atunci sistemul (1), (3) este hiperstabil.

Demonstrația este aproape imediată dacă se observă că din (4) și (21) rezultă, oricare ar fi $t \geqslant t_0$:

$$||x(t)||^2 \leqslant \frac{1}{\alpha_0} \gamma^2 + \frac{1}{\alpha_0} \gamma \sup_{t_0 \leqslant \tau \leqslant t} ||x(\tau)|| - \frac{1}{\alpha_0} x'(t_0) W(t_0) x(t_0) \tag{27}$$

de unde se obține o inegalitate de forma (24) în același mod ca, de exemplu, în [1].

Pentru a obține, în baza propoziției 1, criterii de stabilitate efective, este necesar să se găsească condiții care să asigure îndeplinirea condiției W și verificarea inegalității (26).

6. PRELUCRAREA CONDIȚIEI W

În cele ce urmează vom presupune că matricea $P(t)$ este nesingulară oricare ar fi $t \geqslant t_0$, caz în care, după cum am și observat mai sus, ecuațiile (18) — (20) sînt echivalente cu ecuația de tip Riccati :

$$\frac{dW}{dt} + W A_r(t) + A_r'(t) W - W P_r(t) W + R_r(t) = 0 \tag{28}$$

unde

$$A_r(t) = A(t) - B(t) P^{-1}(t) Q(t) \tag{29}$$

$$P_r(t) = B(t) P^{-1}(t) B'(t) \tag{30}$$

$$R_r(t) = R(t) - Q'(t) P^{-1}(t) Q(t) \tag{31}$$

Atît existența, cît și diferite proprietăți ale unor soluții ale ecuației (28) au fost stabilite de R.E. Kalman în [2] în ipoteza, uzuală în problemele de optimizare, că forma patratică din (3) este pozitiv semidefinită. Dacă însă această condiție nu este îndeplinită, după cum se întîmplă în general în problemele de stabilitate, rezultatele din [2] încetează de a mai fi valabile.

În cazurile simple se poate recurge la studiul direct al soluțiilor ecuației (28), care, conform unui procedeu cunoscut, se pot deduce din rezolvarea următorului sistem matricial, liniar, de ecuații diferențiale :

$$\frac{dU}{dt} = A_r(t) U - P_r(t) Z \tag{32}$$

$$\frac{dZ}{dt} = - R_r(t) U - A_r'(t) Z \tag{33}$$

unde U şi Z sînt matrice cu n linii şi n coloane. Într-adevăr, funcţia :

$$W = Z\,U^{-1} \tag{34}$$

verifică ecuaţia (28) în întreg intervalul în care U^{-1} există.

Pentru ecuaţia (28), ca şi pentru sistemul (32)—(34), este valabilă observaţia că orice soluţie matricială $W(t)$ care este simetrică la un moment t_1 este simetrică în întreg intervalul de existenţă care îl cuprinde pe t_1.

Sistemul (32), (33) se simplifică dacă se cunoaşte o soluţie particulară $W_0(t)$ a ecuaţiei (28), cînd soluţiile ecuaţiei (28) pot fi calculate (în intervalul în care există $W_0(t)$ şi $U(t)$ este nesingular) cu formula :

$$W(t) = Z_c\,U^{-1} + W_0(t) \tag{35}$$

în care $Z_c(t)$ şi $U(t)$ verifică sistemul :

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = A_{c0}(t)U - P_r(t)\,Z_c \tag{36}$$

$$\frac{\mathrm{d}Z_c}{\mathrm{d}t} = -\,A'_{c0}(t)\,Z_c \tag{37}$$

şi unde $A_{c0}(t)$ are expresia :

$$A_{c0}(t) = A(t) - B(t)\,K^{-1}(t)\,L_0(t) = A_r(t) - P_r(t)\,W_0(t), \tag{38}$$

şi reprezintă matricea care intervine în sistemul canonic corespunzător soluţiei $W_0(t)$ (v. (22), (12), (29) şi (30)). Ecuaţiile (35)—(37) se obţin din (32)—(34) folosind schimbarea de variabilă $Z = Z_c + W_0(t)\,U$ şi relaţiile (28) şi (38).

Sistemul (35)—(37), care prezintă interes şi pentru faptul că conţine parametrii sistemului canonic, conduce la soluţii efective dacă, de exemplu, sistemul studiat are parametrii constanţi pe porţiuni, cînd se poate lua drept soluţie $W_0(t)$ soluţia constantă a ecuaţiei (28) (şi deci a sistemului (18) —(20)), obţinută în [1]. Totodată, condiţiile iniţiale pentru intervalele succesive în care sistemul are parametrii constanţi se aleg astfel încît funcţia $W(t)$ să fie continuă.

Vom presupune acum că sistemul studiat are parametrii constanţi pe porţiuni şi că în fiecare interval în care parametrii sînt constanţi sînt îndeplinite următoarele condiţii :

1° : perechea de matrice A, B este complet controlabilă, (cu alte cuvinte rangul matricei cu n linii şi nm coloane :

$$(B \quad AB \quad A^2B \quad . \quad . \quad . \quad A^{n-1}B) \tag{39}$$

este egal cu n) ;

2° : matricea P este nesingulară ;

3° : nu există nici un număr real ω pentru care să avem :

$$\det H(-\mathrm{i}\omega, \mathrm{i}\omega) = 0 \tag{40}$$

unde

$$H(-i\omega, i\omega) = P + Q(i\omega E - A)^{-1}B + B'(-i\omega E - A')^{-1}Q' + \\ + B'(-i\omega E - A')^{-1}R(i\omega E - A)^{-1}B. \quad (41)$$

În acest caz în fiecare interval în care parametrii sînt constanți se poate construi un sistem canonic ca în lucrarea [1], avînd proprietatea că valorile caracteristice ale matricei corespunzătoare A_{c0} au părțile reale negative.

O evaluare utilă a soluțiilor ecuațiilor (36), (37) — și, prin aceasta, a soluțiilor ecuației (28) — într-un interval în care parametrii sistemului sînt constanți, se obține observînd că are loc egalitatea:

$$\frac{d\,U'Z_c}{dt} = -Z_c'P_rZ_c. \quad (42)$$

Membrul drept al relației (42) fiind o matrice simetrică și negativ semidefinită, rezultă că pentru orice soluție a sistemului (36) — (37) pentru care, la un anumit moment t_1, matricea $U'(t_1)\,Z_c(t_1)$ este simetrică și negativ definită, matricea $U'(t)\,Z_c(t)$ rămîne simetrică și negativ definită în orice interval $t_1 \leqslant t < t_2$ în care coeficienții sistemului sînt constanți. De aici mai rezultă și faptul că matricea $U(t)$ este inversabilă în același interval. Întrucît matricea $U'Z_c$ poate fi scrisă și sub forma $U'(Z_c\,U^{-1})\,U$, rezultă imediat că dacă matricea $\hat{W} = Z_c\,U^{-1} = W(t) - W_0$ (v. (35)) este simetrică și negativ definită pentru $t = t_1$, atunci această matrice rămîne simetrică și negativ definită în orice interval cu proprietățile de mai sus.

Vom numi „domeniu de nesingularitate" mulțimea matricelor W cu proprietatea că matricea $W - W_0$ este simetrică și negativ definită. Cele de mai sus arată că pentru orice condiție inițială $W(t_0)$ atașată sistemului (28), aparținînd domeniului de nesingularitate, soluția respectivă există în orice interval $t_1 \leqslant t < t_2$ în care coeficienții sistemului sînt constanți. Totodată $U(t)$ corespunzător acestei soluții, verificînd sistemul (36) — (37), este nesingular în același interval. Se va arăta acum că domeniul de nesingularitate astfel definit este complet caracterizat de proprietatea ca matricea $U(t)$ să fie nesingulară în orice interval $t_1 \leqslant t < t_2$ cu proprietățile arătate. Pentru aceasta rămîne să se arate că dacă matricea $U(t)$ este nesingulară în orice interval de forma $t_1 \leqslant t < t_2$, în care coeficienții sistemului sînt presupuși constanți și dacă matricea $Z_c(t_1)$ este nesingulară, atunci matricea $Z_c(t_1)\,U^{-1}(t_1)$ este nesingulară, adică matricea $W(t_1) = W_0 + Z_c(t_1)\,U^{-1}(t_1)$ aparține domeniului de nesingularitate. În acest scop se va considera soluția generală a sistemului (36), (37), valabilă în orice interval în care coeficienții sistemului sînt constanți:

$$U(t) = e^{A_{c0}(t-t_0)}\,(U(t_0) - GZ_c(t_0)) + G\,e^{-A_{c0}'(t-t_0)}\,Z_c(t_0) \quad (43)$$

$$Z_c(t) = e^{-A_{c0}'(t-t_0)}\,Z_c(t_0) \quad (44)$$

unde G este soluţia simetrică a ecuaţiei :

$$G A'_{c0} + A_{c0} G = P_r \tag{45}$$

a cărei existenţă este asigurată de o teoremă a lui Liapunov. În ipotezele adoptate, matricea G este negativ definită strict şi deci este inversabilă, iar matricea G^{-1} rezultă de asemenea negativ definită.

Să presupunem acum că proprietatea care trebuie demonstrată nu este adevărată şi că deci există un sistem de forma (36)—(37), cu coeficienţi constanţi pentru $t \geqslant t_1$, admiţînd o soluţie cu $U(t)$ nesingular pentru $t \geqslant t_1$ şi $Z_c(t_1)$ nesingular, avînd în plus proprietatea că matricea simetrică $Z_c(t_1)\, U^{-1}(t_1)$ nu este negativ definită. În acest caz, prin relaţiile (43) şi (44), matricea $Z_c(t)\, U^{-1}(t)$ este definită ca o funcţie continuă de t pentru $t \geqslant t_1$. Deoarece, în ipotezele adoptate, valorile caracteristice ale matricei A_{c0} au părţile reale negative, rezultă că primul termen din membrul drept al relaţiei (43) tinde către zero cînd t tinde către infinit şi deci avem :

$$\lim_{t \to \infty} Z_c(t)\, U^{-1}(t) = G^{-1}. \tag{46}$$

Deoarece valorile proprii ale matricei simetrice $Z_c(t)\, U^{-1}(t)$ sînt reale şi depind continuu de t tinzînd către valori negative cînd t tinde la infinit (întrucît în (46) G este o matrice negativ definită), folosind şi faptul că, prin ipoteză, cel puţin una dintre valorile caracteristice ale acestei matrice este pozitivă pentru $t = t_1$, găsim că există un număr $t_2 > t_1$ pentru care matricea $Z_c(t_2)\, U^{-1}(t_2)$ are o valoare caracteristică egală cu zero, deci este singulară. Însă din faptul că matricea $Z(t)$ este, prin ipoteză, nesingulară pentru $t = t_1$ şi verifică sistemul (37), rezultă, după cum se ştie, că această matrice este nesingulară pentru orice t. Întrucît, tot prin ipoteză, matricea $U(t_2)$ este şi ea nesingulară, ajungem la concluzia contradictorie că matricea $Z_c(t_2)\, U^{-1}(t_2)$ este nesingulară. Cele de mai sus arată că domeniul de nesingularitate, definit anterior, este cel mai larg domeniu cu proprietăţile menţionate.

Aceste concluzii sînt utile pentru tratarea problemei stabilităţii sistemelor cu coeficienţi constanţi pe porţiuni, pentru care există un şir de puncte de salt $t_1, t_2, \ldots t_k, \ldots$ cu proprietatea că la orice moment t_k din acest şir coeficienţii sistemului capătă prin salt noi valori care rămîn constante în tot intervalul cuprins între t_k şi t_{k+1}. Se mai presupune că mărimea intervalelor (t_k, t_{k+1}) este arbitrară, adică sistemul îşi poate păstra coeficienţii constanţi un timp oarecare, necunoscut dinainte. În acest caz, se poate defini, ca mai sus, un domeniu de nesingularitate pentru fiecare interval (t_k, t_{k+1}). Pentru ca să aibă loc „condiţia W", este necesar şi suficient ca matricea $W(t_k)$, în orice punct de salt t_k, să aparţină domeniului de nesingularitate pentru intervalul următor (t_k, t_{k+1}). În fiecare interval (t_k, t_{k+1}) matricea $W(t)$ poate fi calculată sau evaluată folosind formulele (43) şi (44).

Deşi cu ajutorul rezultatelor de mai sus se pot obţine criterii efective de stabilitate pentru sistemele studiate, este posibilă o mai bună valorificare a acestor rezultate pe baza dezvoltărilor care urmează.

7. O GENERALIZARE A PROPOZIȚIEI 1

În generalizarea care urmează, forma rezultatelor rămîne aceeași ca și la punctele anterioare. Din acest motiv, vom nota toate formulele, condițiile și propozițiile referitoare la această generalizare adăugînd indicele g la notația corespunzătoare, folosită anterior.

În locul condiției W introducem:

„CONDIȚIA W_g": *Există matricele* $P_0(t)$, $Q_0(t)$ *și* $R_0(t)$, *cu aceleași dimensiuni ca și* $P(t)$, *și* $R(t)$, *astfel încît matricea*

$$\begin{pmatrix} P_0(t) & Q_0(t) \\ Q_0'(t) & R_0(t) \end{pmatrix} \tag{47}$$

este simetrică și pozitiv semidefinită pentru orice $t \geqslant t_0$ *și totodată este verificată „condiția* W" *în care matricele* $P(t)$, $Q(t)$ *și* $R(t)$ *se înlocuiesc cu*:

$$P_g(t) = P(t) - P_0(t),\ Q_g(t) = Q(t) - Q_0(t),\ R_g(t) = R(t) - R_0(t). \tag{48}$$

Conform convenției adoptată mai sus, vom nota cu $K_g(t)$, $L_g(t)$ și $W_g(t)$ matricele care intervin în relațiile (18) — (20) după înlocuirea matricelor P, Q și R cu P_g, Q_g și R_g, date de (48).

Dacă are loc condiția W_g, atunci se deduce ca și mai înainte relația (21_g) (obținută din (21) introducînd indicele g la I, K, L și W). În plus, integrala din membrul stîng al egalității astfel obținute va verifica relațiile:

$$I_g(t_0, t) = \int_{t_0}^{t} (u' P(\tau)\, u + 2u' Q(\tau)\, x + x' R(\tau)\, x)\, d\tau - \int_{t_0}^{t} (u' P_0(\tau)\, u + 2u' Q_0(\tau)\, x + x' R_0(\tau)\, x)\, d\tau \leqslant I(t_0, t) \tag{49}$$

inegalitatea decurgînd din faptul că matricea (47) este pozitiv semidefinită. De aici rezultă, ca și mai înainte, propoziția 1_g, al cărei enunț se obține din enunțul propoziției 1 după înlocuirea condiției W cu condiția W_g și a matricei W cu matricea W_g.

Din propoziția 1_g se obține imediat următorul rezultat:

PROPOZIȚIA 2. *Dacă există matricele* $P_0(t)$, $Q_0(t)$ *și* $R_0(t)$, *ca mai sus, avînd în plus proprietatea că matricea* W_g *din relațiile* (18_g) — (20_g) *este constantă și negativ definită, atunci sistemul studiat este hiperstabil.*

Pentru a preciza condițiile din propoziția 2 vom defini o mulțime D în spațiul matricii W cu proprietatea că dacă matricea W aparține mulțimii D atunci există matricile P_0, Q_0 și R_0 ca mai sus, astfel încît matricea (47) este pozitiv semidefinită, matricea $P - P_0$ este nesingulară, și sistemul (18_g) — (20_g) (obținut din (18) — (20) după înlocuirea matricilor P, Q, și R prin matricile P_g, Q_g și R_g, date de (48)), este verificat de matricea constantă W.

Dacă în definiția de mai sus se introduce restricția suplimentară ca matricile P_0 și Q_0 să fie nule, se obține o mulțime D_0 care, evident, este

mai mică sau cel mult egală cu mulțimea D. Vom arăta însă că, în ipotezele de la punctul 6, mulțimea D_0 coincide cu mulțimea D. Într-adevăr, faptul că matricea W aparține mulțimii D se exprimă prin relația :

$$W A_r + A_r' W - W P_r W + R_r = 0 \tag{50}$$

unde

$$P_r = B(P - P_0)^{-1} B' \tag{51}$$

$$A_r = A - B(P - P_0)^{-1} (Q - Q_0) \tag{52}$$

$$R_r = R - R_0 - (Q - Q_0)' (P - P_0)^{-1} (Q - Q_0). \tag{53}$$

Să presupunem pentru moment, că P_0 este o matrice nesingulară și să introducem matricea simetrică nesingulară și pozitiv definită S cu ajutorul relației :

$$S^2 = S' S = - P^{-1} + (P - P_0)^{-1} = (P - P_0)^{-1} P_0 P^{-1} \tag{54}$$

Se poate verifica faptul că matricea W satisface și sistemul obținut din (50) — (53) după înlocuirea lui P_0 cu 0, a lui Q_0 cu 0 și a lui R_0 cu :

$$\hat{R}_0 = Y' Y + R_0 - Q_0' P_0^{-1} Q_0 \tag{55}$$

unde

$$Y = S B' W + S^{-1} ((P - P_0)^{-1} (Q - Q_0) - P^{-1} Q). \tag{56}$$

Din faptul că matricea P_0 este nesingulară iar matricea (47) este pozitiv semidefinită, rezultă că și matricea $R_0 - Q_0' P_0^{-1} Q_0$ este pozitiv semidefinită. Deci matricea $\hat{R}_0$ (55) este pozitiv semidefinită, ceea ce arată că matricea W aparține mulțimii D_0. Dacă acum matricea P_0 este nulă, atunci din ipoteza că matricea (47) este pozitiv semidefinită rezultă că și matricea Q_0 este nulă, astfel încît matricea W aparține de la început mulțimii D_0. Considerații analoage permit completarea demonstrației și în cazul în care matricea P_0 este singulară. În definitiv, obținem că în enunțul propoziției 2 putem presupune că matricele P_0 și Q_0 sînt nule fără a pierde din generalitate.

Vom înlocui în cele ce urmează mulțimea D_0 cu un domeniu D_1, cuprins în D_0, introducînd restricția suplimentară ca matricea R_0 (care în orice caz trebuie să fie pozitiv semidefinită), să fie pozitiv definită strict.

Domeniul D_1 astfel determinat este cuprins în domeniul de nesingularitate definit la punctul 6. Într-adevăr, folosind faptul că matricea W_0 introdusă la punctul 6 verifică ecuația :

$$W_0 A_r + A_r' W_0 - W_0 P_r W_0 + R_r = 0 \tag{57}$$

și scriind condiția că matricea W aparține domeniului D_1 sub forma :

$$W A_r + A_r' W - W P_r W + R_r - R_0 = 0 \tag{58}$$

se obține din (57), (58) și (38) :

$$(W - W_0) A_{c0} + A_{c0}' (W - W_0) = R_0 + (W - W_0) P_r (W - W_0). \tag{59}$$

de unde, întrucît matricea R_0 este pozitiv definită şi toate valorile caracteristice ale matricei A_{c0} au părţile reale negative, rezultă, în virtutea unei teoreme a lui Liapunov, că matricea $W - W_0$ este negativ definită. Aceasta înseamnă însă că matricea W aparţine domeniului de nesingularitate definit la punctul 6.

Pe baza acestei proprietăţi, domeniul D_1 va fi denumit în cele ce urmează „nucleul domeniului de nesingularitate". În ipotezele de la punctul 6, nucleul domeniului de nesingularitate este dat de totalitatea matricelor de forma:

$$W = W_0 + G^{-1} + (U - G)^{-1} \tag{60}$$

în care U este o matrice simetrică cu proprietatea că există o altă matrice simetrică P_1 astfel încît să avem:

$$(A_{c0} - P_r G^{-1})\, U + U(A_{c0} - P_r G^{-1})' = P_1 \tag{61}$$

iar G este dat de formula (45). Se observă că din relaţia:

$$-G^{-1}(A_{c0} - P_r G^{-1}) - (A_{c0} - P_r G^{-1})' G^{-1} = G^{-1} P_r G^{-1} \tag{62}$$

rezultă, cu ajutorul unei teoreme a lui Liapunov, folosind şi faptul că perechea (A, B) este complet controlabilă, concluzia că valorile caracteristice ale matricei $(-A_{c0} + P_r G^{-1})$ au părţile reale negative. De aici rezultă că matricea U, dată de (61) este pozitiv definită. Întrucît, după cum am văzut, matricea G dată de (45) este negativ definită, se obţine concluzia că matricea $U - G$ este pozitiv definită, deci inversabilă, astfel încît formula (60) are totdeauna sens. Pentru a demonstra că nucleul poate fi reprezentat cu ajutorul formulelor (60), (61) se observă în primul rînd că dacă W satisface aceste formule, atunci ecuaţia (58) este verificată pentru $R_0 = (U - G)^{-1} P_1 (U - G)^{-1}$. Invers, dacă ecuaţia (58) este verificată pentru o matrice pozitiv definită R_0, atunci matricea auxiliară:

$$\ddot{W} = W - W_0 - G^{-1} \tag{63}$$

verifică ecuaţia:

$$\ddot{W}(A_{c0} - P_r G^{-1}) + (A_{c0} - P_r G^{-1})' \ddot{W} = R_0 + \ddot{W} P_r \ddot{W} \tag{64}$$

de unde rezultă, ca şi mai sus, că matricea $\ddot{W}$ este pozitiv definită, deci inversabilă. Putem defini, prin urmare, matricea:

$$U = \ddot{W}^{-1} + G \tag{65}$$

care satisface ecuaţia (61) pentru $P_1 = (U - G) R_0 (U - G)$. Ecuaţiile (63) şi (65) arată că matricea W poate fi scrisă sub forma (60).

Se demonstrează că nucleul, dat de (60), este o mulţime convexă şi mărginită.

Fiind dat sistemul (1), (3) şi un moment arbitrar t_a considerăm sistemul cu coeficienţi constanţi, egali, pentru orice $t \geqslant t_a$ cu coeficienţii sistemului la momentul t_a şi construim, ca mai sus, pentru acest sistem,

domeniul de nesingularitate și nucleul acestui domeniu. În cele ce urmează aceste domenii vor fi denumite : „domeniul de nesingularitate atașat sistemului la momentul t_a" și, respectiv, nucleul acestui domeniu.

Din cele ce preced rezultă valabilitatea următoarei propoziții :

PROPOZIȚIA 3 : *Pentru ca sistemul studiat să fie hiperstabil este suficient ca nucleele domeniilor de nesingularitate atașate sistemului la toate momentele* $t \geqslant t_0$ *să aibă un punct comun, reprezentat de o matrice* W *negativ definită.*

Într-adevăr, condițiile din propoziția 3 asigură îndeplinirea condițiilor din propoziția 2 pentru o matrice W_0 constantă, reprezentînd tocmai punctul comun tuturor nucleelor.

8. REDUCEREA PROBLEMEI STUDIATE LA O PROBLEMĂ CUNOSCUTĂ DE HIPERSTABILITATE

Vom presupune în cele ce urmează că matricile B,P,Q și R sînt constante și că matricea A depinde de timp prin intermediul unui singur parametru, putînd fi scrisă sub forma :

$$A = A_0 + \alpha(t)\, bc' \tag{66}$$

în care A_0 este o matrice constantă, b și c sînt vectori constanți cu n dimensiuni iar $\alpha(t)$ este o funcție continuă pe porțiuni care verifică inegalitățile :

$$0 \leqslant \alpha(t) < h \tag{67}$$

De notat că expresia (66) reprezintă forma naturală în care se prezintă, în marea majoritate a aplicațiilor, matricele care depind de timp prin intermediul unui singur parametru.

Vom arăta că, în aceste ipoteze, problema hiperstabilității sistemelor examinate în prezenta lucrare se poate trata prin rezolvarea unei probleme auxiliare de hiperstabilitate de tipul studiat în lucrarea [1].

În acest scop se definește noua funcție de comandă :

$$u_1 = \alpha(t)\, c'\, x \tag{68}$$

pentru care este verificată inegalitatea (v. și (67)) :

$$\int_{t_0}^{t} \left(\frac{1}{h}\, u_1^2 - u_1\, c'\, x \right) \mathrm{d}\tau \leqslant 0 \tag{69}$$

Ținînd seama de (66) și (68), ecuația (1) se poate scrie sub forma :

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = A_0\, x + B_0\, u_0 \tag{70}$$

în care

$$B_0 = (B\ b), \quad u_0 = \begin{pmatrix} u \\ u_1 \end{pmatrix} \tag{71}$$

iar A_0 este matricea care intervine în (66). Adunînd inegalitatea (4) (ţinînd seama de (3)) cu inegalitatea (69), înmulţită în prealabil cu constanta pozitivă arbitrară π, se obţine condiţia :

$$\int_{t_0}^{t} (u' P_0 u + 2u' Q_0 x + x' R_0 x)\, d\tau \leqslant \gamma^2 + \gamma \sup_{t_0 \leqslant \tau \leqslant t} ||x(\tau)|| \qquad (72)$$

unde

$$P_0 = \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & \frac{\pi}{h} \end{pmatrix}, \quad Q_0 = \begin{pmatrix} Q \\ -c \end{pmatrix}, \quad R_0 = R. \qquad (73)$$

Sistemul format din ecuaţia (70) şi inegalitatea (72) este de tipul considerat în lucrarea [1]. Pe baza rezultatelor din acea lucrare se găseşte că, dacă sînt îndeplinite anumite condiţii auxiliare, hiperstabilitatea sistemului studiat este asigurată de condiţia ca matricea $H(-i\omega, i\omega)$ (dată de (41) în care se înlocuiesc matricele A, B, P, Q şi R prin matricele A_0, B_0, P_0, Q_0 şi R_0, definite mai sus) să fie pozitiv semidefinită oricare ar fi numărul real ω. Un grup de condiţii auxiliare a căror îndeplinire este suficientă, pentru a putea trage, în cazul considerat de noi, concluzia de mai sus, este dat de următoarele condiţii :

1° : matricea R_0 este negativ semidefinită.

2° : valorile caracteristice ale matricei A_0 au părţile reale negative,

3° : perechea (Q_0, A_0) este complet observabilă (adică rangul matricei $(Q_0' A_0' Q_0' \ldots (A_0')^{n-1} Q_0')$ este egal cu n).

În acelaşi mod se poate trata, fără a mai întîmpina vreo dificultate nouă, cazul în care matricea A depinde de timp prin intermediul mai multor parametri independenţi, putînd fi prezentată sub forma :

$$A = A_0 + \sum \alpha_k(t)\, b_k\, c_k' \qquad (74)$$

Cazul în care matricea B depinde de timp poate fi tratat în mod analog dacă este posibil să se introducă o nouă funcţie de comandă $\hat{u}$, verificînd o inegalitate de forma (3), (4) şi fiind legată de vechea funcţie de comandă u printr-o relaţie de forma :

$$B(t)\, u = B_0\, \hat{u} \qquad (75)$$

în care B_0 este o matrice constantă. Se poate de asemenea trata în acelaşi mod şi cazul în care matricele P, Q şi R depind de timp, cu condiţia de a se găsi matricele constante P_0, Q_0 şi R_0 astfel încît inegalitatea dată de relaţiile (3) şi (4) să rămînă valabilă după înlocuirea matricelor P, Q şi R cu matricele P_0, Q_0 şi R_0.

În încheiere remarcăm că, dacă prin reducerea efectuată la ultimul punct s-au folosit în studiul stabilităţii sistemelor cu parametri variabili în timp rezultatele obţinute anterior în problema hiperstabilităţii sistemelor cu partea liniară constantă, această problemă poate beneficia la

rîndul ei de rezultatele obținute în prezenta lucrare, deschizîndu-se perspectiva de a găsi criterii mai generale de stabilitate printr-un procedeu care revine la utilizarea unei funcții Liapunov dependentă de timp, precum și de a obține noi mijloace pentru a aprecia și asigura calitatea funcționării sistemelor automate.

Primit la redacție la 9 februarie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. V. M. Popov, *Proprietăți de stabilitate și de optimalitate pentru sistemele automate cu mai multe funcții de comandă.* St. cerc. energ. electr. 4 (1964).
2. R. E. Kalman, *Contributions to the theory of optimal control.* Bol. Soc. Mat. Mexicana, 102—119 (1960).

PARTICULARITĂŢI ALE CALCULULUI TERMIC AL REACTORILOR FIERBĂTORI CU SUPRAÎNCĂLZIRE NUCLEARĂ A ABURULUI [1])

DE

C. HAIDUC

Institutul de energetică al Academiei R.P.R., Şos. Vitan 236, Bucureşti

621.039 : 621.391

În lucrare se tratează problemele specifice calculului termic al reactorilor fierbători cu supraîncălzire nucleară a aburului : repartiţia temperaturilor şi conţinutului de vapori pe lungimea elementelor de combustibil, precum şi a degajării termice pe lungimea şi raza zonei active a reactorului.

În lucrarea de faţă se prezintă problemele particulare ale calculului termic al reactorilor fierbători cu supraîncălzire nucleară a aburului. Actualitatea acestei probleme rezultă din faptul că lucrările din ultimii ani referitoare la transmisia căldurii în regim de fierbere şi supraîncălzire a aburului în condiţii de reactor nuclear au demonstrat posibilitatea obţinerii în acest caz a unor fluxuri termice ridicate [1], [3]. A fost dovedită de asemenea posibilitatea realizării practice a unor cicluri termodinamice directe cu astfel de reactori [3], [4], [5]. [6]. În ultimii ani, cercetările asupra acestui tip de reactori capătă o importanţă tot mai mare, datorită încărcăturilor termice volumetrice ridicate ce se obţin în astfel de zone active, cît şi datorită faptului că prin realizarea ciclului termodinamic direct se înlătură generatorul de abur din schema termică a reactorului şi are loc o creştere substanţială a parametrilor iniţiali ai ciclului şi o îmbunătăţire serioasă a economicităţii centralei.

[1]) Articol apărut şi în Rev. Roum. Sci. Techn.—Electrotehn. Energ., , **10**, *2* (1965).

Perspective deosebit de mari are acest tip de reactor la parametrii supracritici ai aburului.

Una dintre particularităţile importante ale acestui tip de reactor nuclear constă în faptul că conţine două tipuri de canale de degajare termică, şi anume : de fierbere şi de supraîncălzire. În funcţie de aşezarea reciprocă a acestor două tipuri de canale se poate distinge cazul cînd zona de fierbere este aşezată în centru, iar zona de supraîncălzire la periferia zonei active, precum şi cazul invers. Canalele de supraîncălzire pot fi dispuse de asemenea şi intercalate printre canalele de fierbere.

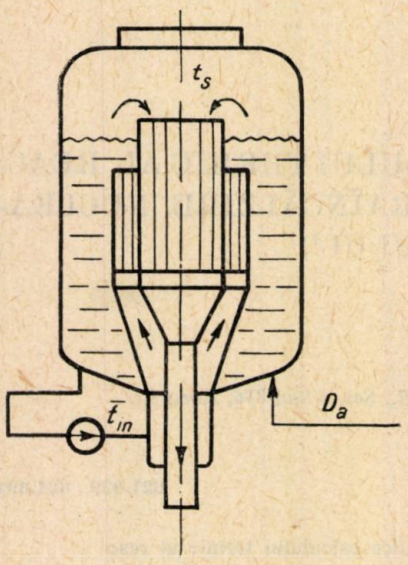


Fig. 1. — Schema reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului.

În cazul de faţă se consideră reactorul nuclear în care zona de fierbere înconjură zona de supraîncălzire (vezi fig. 1) [7].

La efectuarea unui calcul de reactor, calculul termic se combină cu cel fizic, în care se determină toate caracteristicile fizice principale ale zonei active : pasul reţelei, coeficientul de multiplicare, grosimea reflectorului, caracteristicile casetelor cu elemente de combustibil, sistemul de bare de reglaj, control şi avarii, perioada reactorului etc.

Pentru zona de fierbere, calculul termic constă din două aproximaţii. În prima aproximaţie se consideră că degajarea termică pe înălţimea zonei de fierbere respectă legea cosinusoidală. Se consideră de asemenea că proprietăţile de moderator ale apei pe porţiunea de economizor şi ale emulsiei apă-abur pe porţiunea de fierbere rămîn în prima aproximaţie constante pe toată înălţimea zonei de fierbere. În acest caz ecuaţia diferenţială de difuzie a neutronilor pe toată înălţimea zonei de fierbere are forma

$$\frac{\partial^2 F}{\partial h^2} + B^2 F = 0, \tag{1}$$

unde

$F\left[\frac{\text{neutr}}{\text{cm}^2\text{s}}\right]$ este fluxul de neutroni,

$B = \frac{\pi}{H'}\left[\frac{1}{\text{m}}\right]$ — componenta axială a laplacianului material al zonei de fierbere,

H'[m] — înălţimea extrapolată a zonei de fierbere (suma înălţimii H, adaosul efectiv inferior δ_{in} şi adaosul efectiv superior δ_{sup});

h [m] — variabilă pentru înălţime.

Soluția ecuației (1) are forma

$$F = A_1 \sin Bh + A_2 \cos Bh. \tag{2}$$

Punînd condițiile la limită, obținem :
$A_2 = 0$ și deci

$$F = A \sin Bh. \tag{3}$$

În acest caz, coeficientul de neuniformitate a degajării termice pe înălțimea zonei de fierbere are forma

$$K_h = \sin Bh \tag{4}$$

iar coeficientul mediu de neuniformitate a degajării termice pe înălțimea zonei de fierbere este

$$K_h^{\text{mediu}} = \frac{1}{H}\int_{\delta_{\text{in}}}^{H+\delta_{\text{in}}} \sin Bh\, dh = \frac{1}{BH}\left[\cos B\,\delta_{\text{in}} - \cos (H + \delta_{\text{in}})\right]. \tag{5}$$

Degajarea termică integrală a unui element de combustibil în acest caz va fi

$$Q_h = \frac{Q_{\max}}{H}\int_{\delta_{\text{in}}}^{h} \sin Bh\, dh = \frac{Q_{\max}}{H}(\cos B\,\delta_{\text{in}} - \cos Bh), \tag{6}$$

unde $Q_{\max}\left[\frac{\text{kcal}}{\text{h}}\right]$ este degajarea termică maximă a unui element de combustibil.

Creșterea entalpiei apei pe înălțimea zonei de fierbere se exprimă prin :

$$\Delta i_h = \frac{Q_{\max}}{G_{z.f} \cdot H}(\cos B\,\delta_{\text{in}} - \cos Bh), \tag{7}$$

unde G_{zf} [kg/h] este debitul de apă ce revine unui element de combustibil ;
iar conținutul volumetric de vapori pe înălțimea zonei de fierbere

$$\varphi = \frac{1}{\dfrac{r}{(\bar{t}_{\text{in}} - i') + \dfrac{Q_{\max}}{G_{z.f} \cdot H}(\cos B\,\delta_{\text{in}} - \cos Bh)} + \left(\frac{\gamma''}{\gamma'}\right)}, \tag{8}$$

unde

γ' și γ'' [g/cm³] reprezintă greutatea specifică a apei și aburului la temperatura de saturație,

$r\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — căldura de vaporizare a apei (este funcție de h),

$\bar{t}'_{\text{in}}\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — entalpia apei la intrarea în casetele zonei de fierbere,

$i'\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — entalpia apei în casetele zonei de fierbere (este funcție de h).

Pentru ilustrație, în figura 2 se prezintă variația conținutului de vapori și a creșterii entalpiei emulsiei apă-abur pe înălțimea unei zone de fierbere, calculate cu relațiile (7) și (8), pentru un reactor fierbător cu supraîncălzire nucleară în funcție de raportul puterii efective către puterea nominală a acestuia.

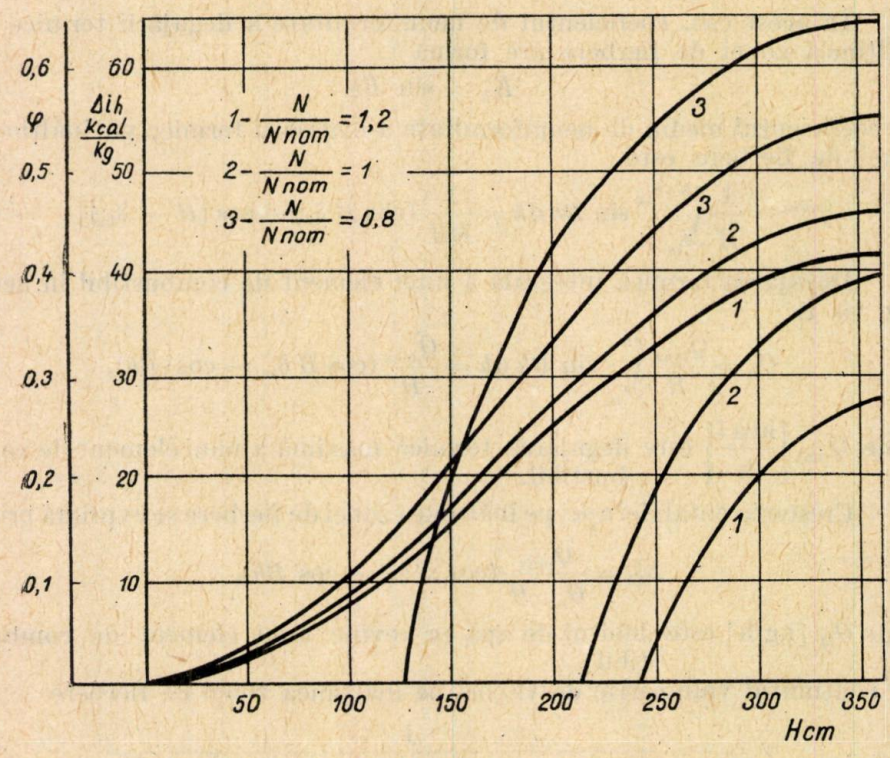


Fig. 2. — Variația conținutului volumetric de vapori și a creșterii entalpiei apei pe lungimea zonei de fierbere în funcție de putere.

Calculele au fost efectuate pentru zona de fierbere a unui reactor cu o putere electrică $N_e = 200$ MW, cu parametrii aburului la ieșirea din zona de supraîncălzire nucleară de $P_0 = 90$ at și $t_0 = 535°C$, combustibilul nuclear UO_2 cu o îmbogățire de 1,5%, diametrul elementelor de combustibil din casete $d_0 = 8$ mm, numărul de casete în zona de fierbere $m_{z.f} = 126$, numărul de elemente de combustibil într-o casetă a zonei de fierbere $n_{z.f} = 33$.

Din figura 2 rezultă că fierberea începe cu atît mai devreme, cu cît puterea zonei de fierbere este mai scăzută. Aceasta se explică în primul rînd prin faptul că, la un debit dat de agent de răcire, ridicarea temperaturii apei la intrare în casete conduce nemijlocit la micșorarea puterii.

Cunoaşterea în primă aproximaţie a funcţiei $\varphi = f(h)$ permite obţinerea greutăţii specifice a emulsiei apă-abur pe înălţimea zonei de fierbere cu relaţia

$$\gamma = \gamma'' + \varphi(\gamma' - \gamma'').$$

Se pot apoi calcula proprietăţile fizico-nucleare ale emulsiei şi, în final, repartiţia coeficientului de multiplicare a neutronilor pe înălţimea zonei de fierbere pentru o reţea dată.

Cunoscînd variaţia mărimii φ pentru un regim dat, se pot determina în primă aproximaţie lungimile porţiunilor de economizor şi de fierbere, respectiv h_1 şi h_2, coeficienţii medii de multiplicare a neutronilor, $\overline{K}_1$ şi $\overline{K}_2$ şi suprafeţele de migrare a neutronilor, medii pe cele două lungimi, respectiv $\overline{M}_1$ şi $\overline{M}_2$.

Pentru o mai bună aproximare a repartiţiei coeficientului de neuniformitate a degajării termice, ecuaţiile diferenţiale de difuzie a neutronilor se scriu pentru fiecare porţiune în parte :

$$\frac{\partial^2 F_1}{\partial h'^2} + B_1^2 F_1 = 0, \tag{9}$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial h'^2} + B_2^2 F_2 = 0, \tag{10}$$

unde

$$B_1^2 = \frac{\overline{K}_1 - 1}{\overline{M}_1^2} \tag{11}$$

$$B_2^2 = \frac{\overline{K}_2 - 1}{\overline{M}_2^2}, \tag{12}$$

iar soluţiile ecuaţiilor (9) şi (10) sînt respectiv

$$F_1 = A_1 \sin B_1 h' + A_2 \cos B_1 h' \tag{13}$$

$$F_2 = A_3 \sin B_2 h' + A_4 \cos B_2 h'. \tag{14}$$

Punînd condiţiile la limită şi ţinînd seama de faptul că în punctul dintre porţiunea de economizor şi de fierbere $F_1 = F_2$ obţinem $A_2 = 0$,

$$K_{h1} = A_1 \sin B_1 h' \tag{15}$$

$$K_{h2} = A_3 \sin B_2 h' + A_4 \cos B_2 h' \tag{16}$$

iar funcţia $K_h = f(h)$ capătă forma din figura 3.

Curbele din figura 3 permit să se determine înălţimea la care are loc degajarea termică maximă. Astfel pentru $s = 1{,}8$ cm, $K_h = \max$ pentru $h = 265$ cm. Se observă că micşorarea pasului reţelei conduce la deplasarea maximului curbei $K_h = f(h)$ spre centrul reactorului la creşterea lui

K_h^{mediu} și deci la un grad de uniformizare a degajării termice în reactor mai ridicat.

Forma curbelor $K_h = f(h)$ determină, desigur, alura curbelor de repartiție a temperaturilor centrului barelor de combustibil, a peretelui învelișului elementelor de combustibil și a apei.

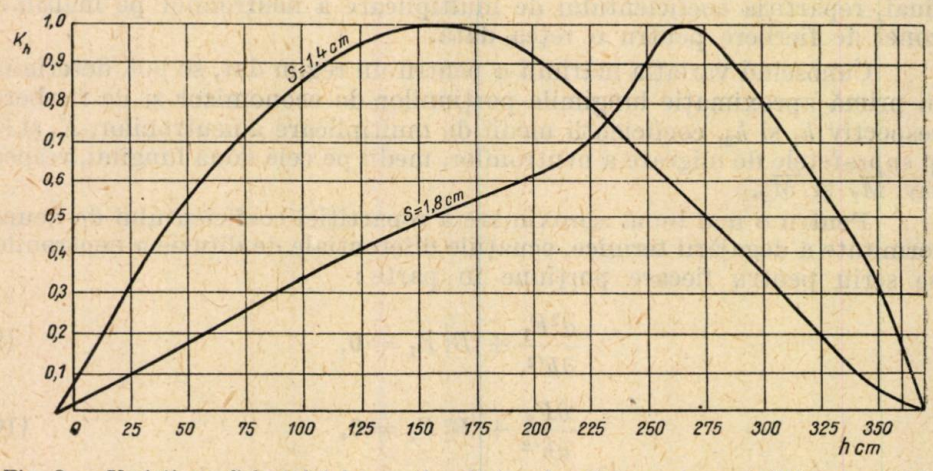


Fig. 3. — Variația coeficientului de neuniformitate a degajării termice pe înălțimea zonei de fierbere pentru un pas dintre elementele de combustibil din casete $s = 1{,}4$ cm și $s = 1{,}8$ cm.

Pentru temperatura peretelui elementelor de combustibil în lucrarea de față s-a folosit relația

$$t_p = t_{H_2O} + \left(\frac{K_h \cdot K_r}{K_h^{mediu} K_r^{mediu}} \right) \frac{Q_{z.f}}{\alpha' F_{z.f}}, \tag{17}$$

unde coeficientul de cedare a căldurii de la peretele învelișului la elementul de combustibil pe porțiunea de economizor (după [8] în regim de turbulență, pentru criteriul $Pr < 100$) se determină din criteriul Nu:

$$Nu = 0{,}023\ Pr^{0,4}\ Re^{0,8} \left(\frac{Pr}{Pr_p} \right)^{0,25}. \tag{18}$$

În relația (17):

$Q_{z.f} \left[\frac{kcal}{h} \right]$ este cantitatea de căldură cedată de un element de combustibil în zona de fierbere;

$F_{z.f}$ [m²] — suprafața unui element de combustibil din zona de fierbere.

Criteriile Pr, Re și Nu se referă la temperatura medie a lichidului. Criteriul Pr_p se referă la învelișul elementului de combustibil și se calculează pentru temperatura medie a acestuia.

Pentru porțiunea de fierbere, în (17) se introduce calculat din relația [9]

$$\frac{\mathrm{Nu}_f}{\mathrm{Nu}} = 6\,150\,K^{0,7}, \tag{19}$$

$$K = \left(\frac{q}{3\,600\,r\gamma''W}\right)\left(\frac{r}{C_p\,t_s}\right)^{1/3}\left(\frac{\gamma''}{\gamma'}\right)^{1,45}, \tag{20}$$

unde

Nu_f este criteriul Nu calculat pentru regim de fierbere în țevi,

Nu — același pentru regim de convecție forțată,

$q\left[\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{m^2h}}\right]$ — fluxul termic de la peretele elementului de combustibil la apă în regim de fierbere în țevi (se dă, apoi se calculează mai precis în cîteva cicluri de calcul),

$r\left[\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{kg}}\right]$ — căldura de vaporizare a apei,

$C_p\left[\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{kg°C}}\right]$ — căldura specifică a apei la temperatura t_s (de saturație),

$W\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$ — viteza emulsiei apă-abur în caseta cu elemente de combustibil (la presiuni de peste 100 at efectul de alunecare a fazei gazoase față de cea lichidă se neglijează),

γ' și $\gamma''\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}\right]$ — greutatea specifică a apei și aburului la temperatura de condensație.

Pentru temperatura centrului elementelor de combustibil nuclear se poate obține o relație de forma

$$t_{UO_2} = t_p + q\frac{\delta}{\lambda_p} + \frac{1}{16}\left(\frac{k_h\,k_r}{k_h^{\text{mediu}}\,k_r^{\text{mediu}}}\right)\frac{Q_{z.f}\cdot d_0^2}{\lambda_{UO_2}\,V_{UO_2}}, \tag{21}$$

unde

δ [m] este grosimea învelișului elementului de combustibil,

λ_p, $\lambda_{UO_2}\left[\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{mh^0C}}\right]$ — coeficientul de conductibilitate termică a materialului învelișului elementului de combustibil și a combustibilului nuclear $\left(\text{pentru } UO_2,\ \lambda_{UO_2} \approx 2{,}1\left[\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{mh°C}}\right]\right)$,

d_0 [m] — diametrul elementului de combustibil,

V_{UO_2} [m³] — volumul de UO_2 într-un element de combustibil.

Prin intermediul relațiilor (17), (18), (19), (20) și (21) au fost calculate repartițiile temperaturilor pe lungimea elementelor de combustibil

pentru o casetă a zonei de fierbere cu pasul de $s = 1{,}4$ cm. Aceste date sînt prezentate în figura 4.

După cum rezultă din figură, mărimile t_{UO_2} și t_p au maxime bine conturate. Determinarea precisă a acestor valori maxime pentru casetele

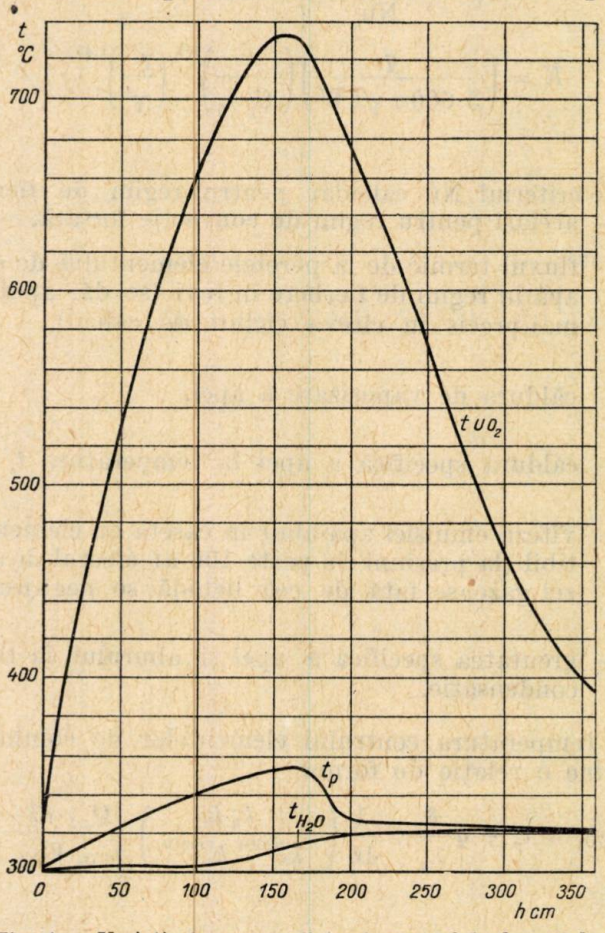


Fig. 4. — Variația temperaturii apei, peretelui elementelor de combustibil și a UO_2 pe lungimea zonei de fierbere a reactorului.

mult solicitate termic și pentru diferite regimuri de funcționare a zonei active prezintă o importanță deosebită, întrucît acestea determină posibilitățile de ridicare a parametrilor termici ai reactorului, a puterii acestuia, precum și siguranța în exploatare.

Cunoașterea caracteristicilor de temperatură a elementelor de combustibil permite determinarea în aproximația a doua a variației conținutului de vapori și a creșterii entalpiei apei pe înălțimea zonei active. Rezultatele unor astfel de calcule sînt date în figura 5.

Calculul în aproximația a doua duce, evident, la corectarea mărimilor φ, x și Δi, precum și a repartiției fluxului de neutroni pe înălțimea zonei de fierbere. Se corectează în acest fel și repartizarea degajării termice și puterea termică a reactorului.

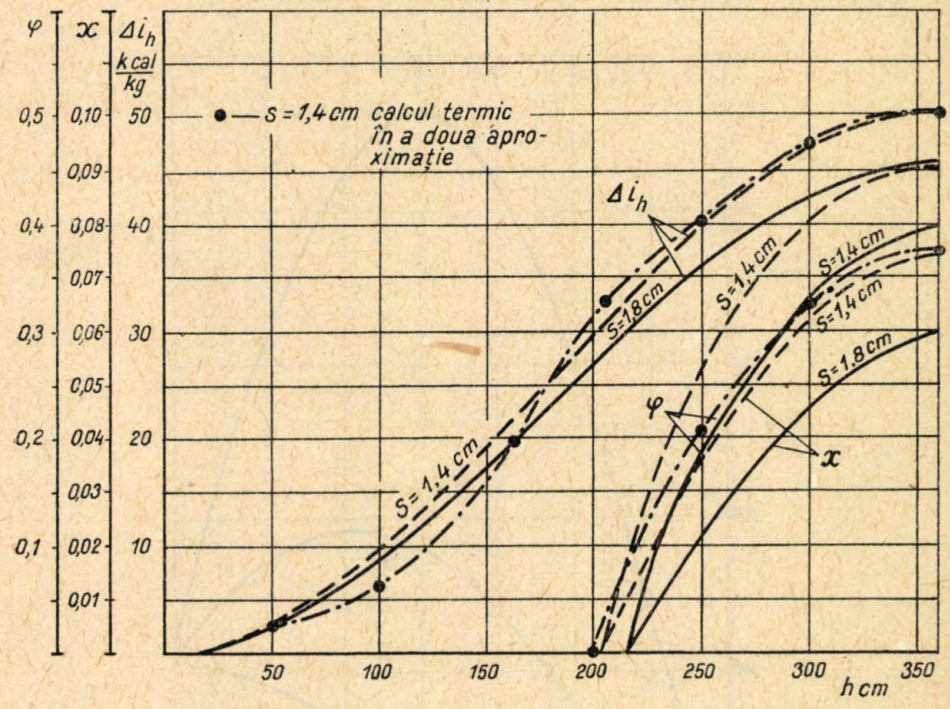


Fig. 5. — Variația conținutului volumetric și în greutate, de vapori și a creșterii entalpiei apei pe înălțimea zonei de firebere, calculate în aproximația 1 și 2.

În cadrul calculului termic al zonei de supraîncălzire se ridică problema determinării repartiției temperaturilor aburului, a pereților elementelor de combustibil și a centrului elementelor de UO_2 pe înălțimea zonei active. Aceste calcule se fac în primul rînd pentru elementele de combustibil din casetele dispuse în centrul zonei de supraîncălzire.

Avînd în vedere faptul că densitatea aburului rămîne aproape constantă pe înălțimea zonei de supraîncălzire, repartiția degajării termice se poate considera cosinusoidală. În acest caz rămîn valabile relațiile (3), (4), (5), (6), (7), (17) și (21), înlocuindu-se în mod corespunzător mărimile care caracterizează zona de supraîncălzire. În (17) coeficientul de cedare a căldurii de la peretele elementelor de combustibil la abur se obține din expresia [8]:

$$\mathrm{Nu} = 0{,}023\ \mathrm{Pr}^{0,4}\ \mathrm{Re}^{0,8}\left(\frac{T_p}{T_a}\right)^{-0,55}, \qquad (22)$$

unde T_p şi T_a [°C] reprezintă respectiv, temperaturile peretelui elementului de combustibil şi al aburului.

În figura 6 se prezintă unele rezultate de calcul a mărimilor t_a, t_p şi t_{UO_2} pentru supraîncălzitorul nuclear al reactorului.

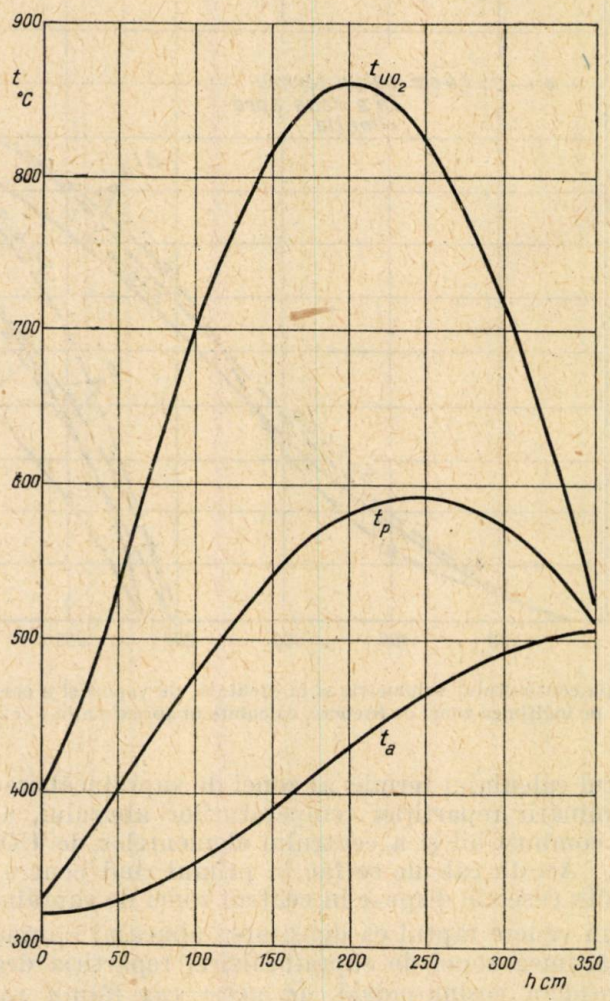


Fig. 6. — Variaţia temperaturii aburului, a peretelui elementelor de combustibil şi a centrului barelor de UO_2 pe lungimea casetei centrale a zonei de supraîncălzire nucleară a reactorului.

Repartiţia temperaturilor t_a, t_p şi t_{UO_2} este analogă cu cazul întîlnit la reactorii răciţi cu gaz. Pentru obţinerea repartiţiei acestor tempera-

turi pe lungimea casetei se poate folosi de asemenea ecuaţia dată în [10] pentru reactori răciţi cu gaz, care este mai aproximativă.

Repartiţia fluxului de neutroni şi a degajării termice pe raza zonei de supraîncălzire, avînd în vedere prezenţa zonei de fierbere în exterior, se poate considera constantă. Această condiţie se respectă dacă se determină componenta radială a laplacianului material al zonei de fierbere din condiţia respectării unei astfel de repartizări a fluxului de neutroni.

Ecuaţia de difuzie a neutronilor pe raza zonei de fierbere se poate scrie

$$\frac{\partial^2 F_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial F_2}{\partial r} + B_2^2 F_2 = 0, \tag{23}$$

care are o soluţie de forma

$$F_2 = A_2 I_0(\alpha r) + A_3 J_0(\alpha r). \tag{24}$$

Condiţiile la limită :

1) pentru o rază a zonei de fierbere egală cu raza interioară R_1 :

$$r = R_1;\ F_1 = F_2,$$

$$A_1 = A_2 I_0(\alpha R_1) + A_3 J_0(\alpha R_1), \tag{25}$$

iar

$$D_1 \frac{\partial F_1}{\partial r} = D_2 \frac{\partial F_2}{\partial r} = 0, \tag{26}$$

$$D_2 B_2 [A_2 I_1(\alpha R_1) + A_3 J_1(\alpha R_1)] = 0, \tag{27}$$

unde

I_1 şi J_1 sînt funcţiile Bessel şi Veber de gradul unu,

D_1 şi D_2 — coeficienţii de difuzie pentru zona de supraîncălzire şi de fierbere,

α — componenta radială a laplacianului material al zonei de fierbere,

iar

$$\frac{A_2}{A_3} = -\frac{J_1(\alpha R_1)}{I_1(\alpha R_1)}; \tag{28}$$

2) pentru o rază a zonei de fierbere egală cu raza exterioară R_2, plus adaosul efectiv δ :

$$r = R_2 + \delta;\ F_2 = 0,$$

$$A_2 I_0[\alpha(R_2 + \delta)] + A_3 J_0[\alpha(R_2 + \delta)] = 0, \tag{29}$$

unde I_0 şi J_0 sînt funcţiile Bessel şi Veber de gradul zero.

Din ecuațiile (25), (27), (28) și (29) între constantele A_1, A_2 și A_3 se obțin corelații de forma

$$A_3 = bA_1,$$

$$A_2 = aA_1, \tag{30}$$

unde

$$a = \frac{1}{I_0(\alpha R_1) - \dfrac{I_1(\alpha R_1)}{J_1(\alpha R_1)} J_0(\alpha R_1)}, \tag{31}$$

$$b = \frac{1}{J_0(\alpha R_1) - \dfrac{J_1(\alpha R_1)}{I_1(\alpha R_1)} I_0(\alpha R_1)}. \tag{32}$$

Înlocuind în (30) mărimile corespunzătoare, obținem ecuația pentru determinarea componentei radiale a laplacianului material al zonei de fierbere :

$$\frac{J_0(\alpha R_1) - \dfrac{J_1(\alpha R_1)}{I_1(\alpha R_1)} I_0(\alpha R_1)}{I_0(\alpha R_1) - \dfrac{I_1(\alpha R_1)}{J_1(\alpha R_1)} J_0(\alpha R_1)} - \frac{J_0[\alpha(R_2 + \delta)]}{I_0[\alpha(R_2 + \delta)]} = 0. \tag{33}$$

Mărimea α se determină grafic din ecuația (33) din condiția egalității celor doi termeni, care pot fi notați respectiv cu X și Y. În figura 7 se prezintă rezolvarea grafică a ecuației (33) pentru reactorul considerat.

Din figura 7 rezultă valoarea minimă $\alpha = 4{,}75 \cdot 10^{-2}$.

Pentru coeficientul de neuniformitate a degajării termice, mediu pe raza zonei de fierbere, se poate scrie o relație de forma

$$K_r^{\text{mediu}} = \frac{1}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} \int_{R_1}^{R_2} K_r \cdot 2\pi r \, dr, \tag{34}$$

unde

$$K_r = a I_0(\alpha r) + b J_0(\alpha r). \tag{35}$$

Din (34) și (35)

$$K_r^{\text{mediu}} = \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \left\{ \frac{a}{\alpha} [R_2 I_1(\alpha R_2) - R_1 I_1(\alpha R_1)] + \right.$$

$$\left. + \frac{b}{\alpha} [R_2 J_1(\alpha R_2) - R_1 J_1(\alpha R_1)] \right\}. \tag{36}$$

În figura 8 se dau rezultatele calculului coeficientului radial de neuniformitate a degajării termice pe raza reactorului considerat, calculat cu relaţia (35).

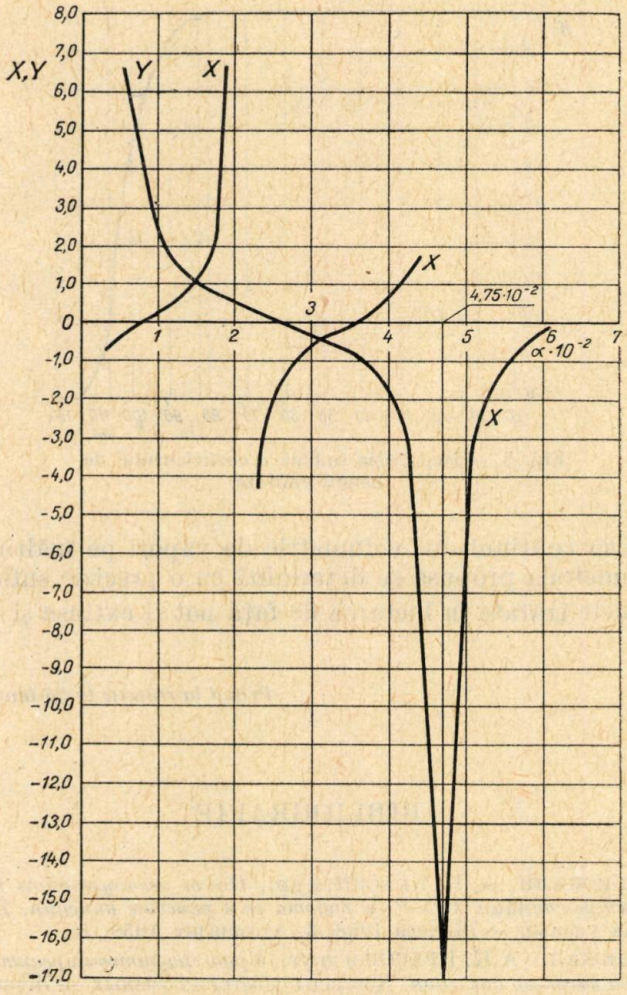


Fig. 7. — Variaţia mărimilor X şi Y în funcţie de componenta radială a parametrului material al zonei de fierbere.

Pentru zona de fierbere în cazul considerat, $K_r^{\text{mediu}} = 0{,}8$.

În concluzie se poate arăta că relaţiile date pentru calculul repartiţiei coeficienţilor de neuniformitate a degajării termice pe înălţimea şi raza reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului asigură precizia necesară calculelor termice ale acestui tip de reactor. Se dau de asemenea formulele şi exemple de calcule a repartiţiei temperaturilor

agentului de răcire, a peretelui elementelor de combustibil şi a centrului barelor de combustibil nuclear pe înălţimea zonei de fierbere şi de supraîncălzire a reactorului.

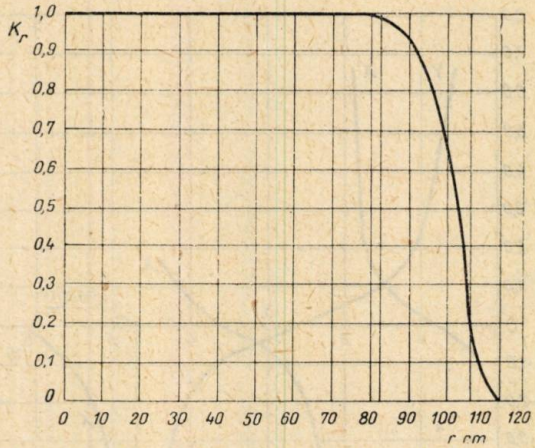


Fig. 8. — Repartiţia radială a coeficientului de neuniformitate.

Repartiţia conţinutului volumetric de vapori pe înălţimea zonei de fierbere prin metoda propusă se determină cu o precizie suficientă.

Problemele tratate în lucrarea de faţă pot fi extinse şi la alte tipuri de reactori.

Primit la redacţie la 25 ianuarie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. Н. А. Доллежали, А. К. Красин, и др., *Опыт эксплуатации первой атомной электростанции СССР и работа ее в режиме кипения.* Доклады советских ученых — Женева 1958, **2**, Атомиздат 1959, 15.
2. Н. А. Доллежали, А.К. Красин и друг., *Уран-графитовый реактор с перегревом пара высокого давления.* Доклады советских ученых — Женева, 1958, том 2, Атомиздат, 1959, 36.
3. П. И. Алещенков, И. И. Митяев и друг., *Белоярская атомная электростанция им. И.В. Курчатова.* Атомная Энергия, **16**, вып. 6 (1964).
4. J. H. Wright, S. N. Tower, I. M. Keyfitz, *The role op superheat power experiment in the development of supercritical steam nuclear-fired power plants.* Paper Amer. Soc. Mech. Engrs., NWA-345 (1962).
5. P. H. Margen, *Current status of work in Sweden on a boiling and superheating heavywater reactor.* Power Reactor Experiments vol. 2, Vienna-International Atomic Energy Agency, 97—133 (1962).
6. Л. С. Стерман, С. М. Дривен, Кабанов Л. П., *Схемы АЭС с перегревом пара в отдельном реакторе.* Теплоэнергетика, *5*, (1963).

7. C. C. Whelchel, *Vallecitos and Humboldt Bay Power Plants.* Paper presented at the American Power Conference, Chicago, Illinois, March 26 (1958).
8. С. С. Кутателадзе, В. М. Боришанский, *Спаравочник по теплопередаче* Госэнергоиздат, 1958.
9. Л. С. Стерман, *Исследование теплообмена при кипении жидкости в турбах.* Журнал Технич. Физики, **24**, вып. *11*, (1954).
10. B. L. Goodlet, *Symposium on nuclear energy Published by the Institution l Birdcage Walk.* Westminster-London SWI (1956).

STUDIUL TERMODINAMIC AL FUNCŢIONĂRII MOTORULUI DIESEL SUPRAALIMENTAT LA VALORI MARI ALE GRADULUI DE SUPRAALIMENTARE

DE

CĂLIN ADRIAN VASILESCU şi VICTOR PIMSNER

Institutul de energetică al Academiei R.P.R., Şos. Vitan nr. 236, Bucureşti

621.436

Pe baza unei metode de calcul a ciclului ideal al motorului diesel, se prezintă modul de variere a parametrilor de stare a fluidului de lucru, precum şi presiunea medie indicată şi randamentul indicat, în funcţie de gradul de supraalimentare ($\pi = 1{,}5-4$), de raportul de compresiune ($\varepsilon = 12-16$), de coeficientul excesului de aer ($\alpha = 1{,}5-2{,}5$) şi de răcirea intermediară a aerului, trăgîndu-se concluzii asupra motoarelor supraalimentate înalt.

Supraalimentarea motoarelor diesel reprezintă o tendinţă actuală de dezvoltare a acestora, obţinîndu-se atît performanţe superioare ale motorului, cît şi indici de utilizare mai bună ai materialelor. Perspectiva dezvoltării acestei metode este dată de atingerea parametrilor supraalimentării înalte.

Elementul care frînează dezvoltarea supraalimentării înalte este reprezentat de creşterea solicitărilor mecanice şi termice. Pentru stăpînirea acestor solicitări se variază avansul la injecţie, se micşorează raportul de compresiune, se măreşte excesul de aer, se procedează la o baleiere mai intensă sau se răceşte aerul înaintea intrării în motor. Procedeele enumerate au influenţe contradictorii asupra solicitărilor termice, mecanice, a randamentului indicat şi a presiunii medii indicate, influenţe care se cer a fi cunoscute.

În acest articol se efectuează în primul rînd, o analiză a influenţei factorilor amintiţi asupra performanţelor motorului şi, în continuare, se prezintă date calculate, cu o metodă de calcul simplificată, privitoare

la modul de variaţie al mărimilor de stare principale ale ciclului motorului supraalimentat, o dată cu mărirea gradului de supraalimentare. Deoarece la calculul ciclului s-a utilizat o diagramă entropică construită de autori şi avînd unele particularităţi, care o fac avantajoasă pentru acest gen de probleme, se prezintă şi metoda de calcul folosită.

1. Micşorarea avansului la injecţie (de multe ori impusă chiar de către mărirea gradului de supraalimentare) duce la diminuarea presiunii maxime, dar în acelaşi timp la prelungirea arderii, ceea ce — funcţie de tipul de motor — poate contribui la mărirea solicitărilor termice, la scăderea presiunii medii şi la micşorarea economicităţii.

Micşorarea raportului de compresiune conduce la micşorarea presiunii maxime, afectînd şi procesul de ardere prin varierea presiunii în evoluţia determinantă pentru perioada de întîrziere la autoaprindere. Economicitatea şi presiunea medie indicată sînt mai puţin afectate direct. Micşorarea raportului de compresiune este limitată, pe de o parte, de dificultatea de pornire ce apare la rapoarte de compresiune prea scăzute şi, pe de altă parte, de mărirea perioadei de întîrziere la autoaprindere o dată cu scăderea raportului de compresiune, ceea ce poate conduce la depăşirea presiunii maxime prin arderea unei cantităţi prea mari de combustibil în evoluţia de ardere violentă.

Mărirea coeficientului excesului de aer micşorează solicitările termice şi mecanice dar, în acelaşi timp, scade presiunea medie indicată. În general excesul de aer fiind mărit, arderea decurge mai bine şi este probabil să se remarce o îmbunătăţire a consumului specific de combustibil.

Baleierea mai intensă a motorului este interesantă din punctul de vedere al diminuării solicitărilor termice ale acestuia. În schimb, temperatura gazelor de ardere în colectorul turbinei scade şi creşte debitul de aer comprimat de compresor, astfel că se pune în discuţie posibilitatea funcţionării grupului turbocompresor.

Răcirea aerului comprimat înaintea intrării acestuia în motor, numită răcirea intermediară a aerului, conduce la micşorarea solicitărilor termice, în măsura în care căldura suplimentară dezvoltată în decursul unui ciclu (ca urmare a măririi densităţii aerului, ceea ce permite o injecţie sporită de combustibil) nu afectează regimul de temperaturi al pereţilor cilindrului.

Micşorarea temperaturii la începutul procesului de ardere poate afecta negativ perioada de întîrziere la autoaprindere. Aceasta, prin micşorarea ei, diminuează presiunea maximă; în schimb, procesul de ardere, întinzîndu-se pe evoluţia de destindere, conduce la o scădere a randamentului şi eventual la o mărire a solicitărilor termice.

Procesele analizate sînt mai complicate la motoarele cu aprindere prin compresiune şi cameră divizată, datorită interacţiunii dintre cele două camere.

Fenomenele descrise au un efect complex, deoarece modalităţile de limitare a solicitărilor mecanice şi termice se folosesc simultan şi în dependenţă cu gradul de supraalimentare; de asemenea funcţionarea motorului mai este determinată şi de interacţiunea sa cu grupul de supraalimentare,

care necesită, pentru condiții date la admisia în motor, anumiți parametri bine precizați ai gazelor de ardere în fața turbinei. Pentru a avea o primă imagine a modului în care parametrii discutați influențează starea fluidului de lucru, se impune o analiză a ciclului ideal al acestor motoare.

2. Calculul se execută pornind de la ciclul ideal al compresorului rotativ și al unui motor cu aprindere prin compresiune și ardere mixtă. La acesta se limitează valoarea presiunii maxime la $p_3 = 140$ bar. Calculul se efectuează în ipoteza gazelor perfecte, avînd călduri specifice variabile cu temperatura. Din căldura dezvoltată prin arderea combustibilului se consideră în calculul ciclului numai o parte χ, restul fiind căldură pierdută. De asemenea se consideră că de la sfîrșitul compresiunii fluidul de lucru este alcătuit numai din gaze de ardere în cantitatea corespunzătoare aerului admis și combustibilului injectat pe ciclu. Ciclul de pompaj se consideră dreptunghiular și realizat între presiunile de supraalimentare și cea din colectorul turbinei, admise constante. Se ia în discuție eventuala răcire a aerului înaintea admisiunii acestuia în motor.

Se vor folosi următoarele notații:

G [kg/s] — debit;
G_Q [kg/s] — debitul de combustibil;
m_c [kg] — cantitatea de combustibil care arde cu 1 kg de aer pentru a da gaze de ardere de coeficientul excesului de aer α;
i [kJ/kg] — entalpia unui kilogram de substanță;
i_c [kJ/kg] — entalpia totală a unui kilogram de combustibil;
L [kJ/kg] — lucru mecanic;
min l [kg] — cantitatea de aer necesară pentru arderea stoechiometrică a 1 kg de combustibil;
P [kW] — putere;
p [bar] — presiune;
p_e [bar] — presiunea de supraalimentare;
p_i [bar] — presiunea medie indicată;
s [kJ/kg.°K] — entropie;
T [°K] — temperatură;
u [kJ/kg] — energie internă;
v [m³/kg] — volum specific;
x [—] — cantitatea raportată de combustibil care arde pe evoluția izocoră;
α [—] — coeficientul excesului de aer;
ε [—] — raportul volumetric de compresiune;
χ [—] — coeficientul căldurii utilizate din combustibil;
η [—] — randament;
φ [—] — coeficientul de baleiaj;
π [—] — gradul de supraalimentare;
τ [—] — raportul presiunii din colectorul turbinei.

De asemenea se vor folosi următorii indici:

a — aer;
b — baleiaj;

C — compresor;

M — motor;

T — turbină;

O — ambianţă.

3. Calculele se execută cu ajutorul unei diagrame entropice cu axe curbe, construită pentru 1 kg de substanţă [1]; modul de trasare a evolu-

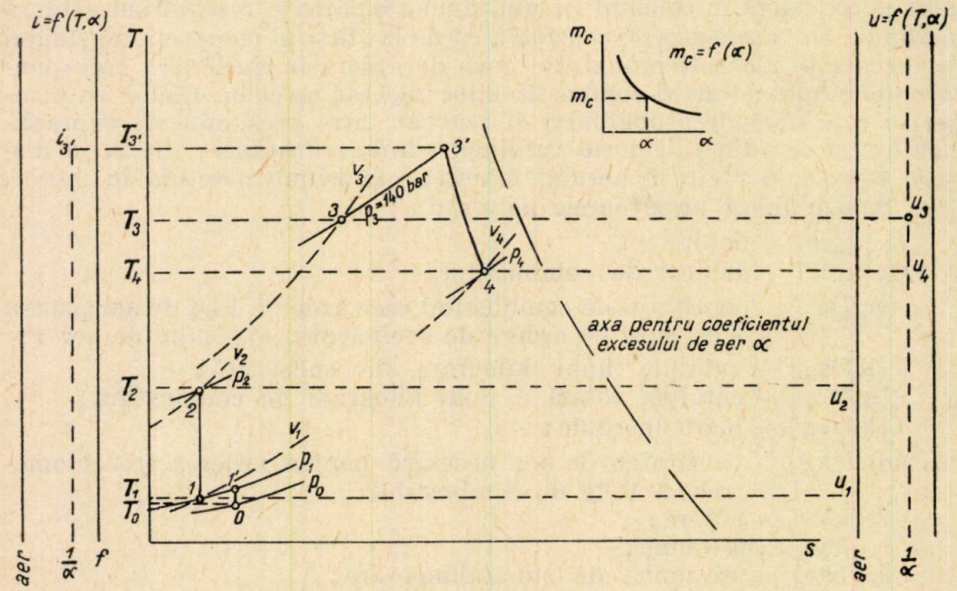


Fig. 1. — Calculul ciclului ideal al motorului supraalimentat cu ajutorul diagramei entropice cu axe curbe.

ţiilor este prezentat în figura 1. Utilizarea acestei diagrame, construită pentru o cantitate particulară de substanţă — de unde necesitatea impunerii compoziţiei combustibilului —, are avantajul că permite simplificarea calculelor pentru compresor şi pentru turbină, menţinînd avantajul diagramei cu axe curbe.

Se cunoaşte presiunea p_0 şi temperatura T_0 la admisia în compresor şi gradul de supraalimentare $\pi = \frac{p_1}{p_0}$, care permite să se determine presiunea finală p_1. Se trasează izentropica de comprimare a aerului $01'$, obţinîndu-se temperatura $T_{1'}$, care, conform ipotezelor, este temperatura aerului admis în motor. În cazul în care se realizează o răcire intermediară a aerului, temperatura va fi T_1, energia internă u_1 şi presiunea

aceeași, p_1. În punctul *1* se citește volumul v_1 și se calculează volumul de sfîrșit de compresiune $v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon}$, unde ε este o dată de calcul. Se duce evoluția de compresiune a aerului *12*, între volumul v_1 și v_2, obținîndu-se punctul *2*, unde se citesc mărimile de stare p_2, T_2 și energia internă u_2.

Din diagrama anexă $m_c = f(\alpha)$ se determină cantitatea de combustibil m_c care arde pentru a da 1 kg de gaze de ardere, avînd coeficientul excesului de aer α. Se consideră că numai o parte din acest combustibil χm_c dezvoltă căldură, restul $(1 - \chi)\, m_c$ reprezentînd pierderi prin schimb de căldură și arderi incomplete.

Punctul *3* de sfîrșit de ardere izocoră este caracterizat de volumul punctului *2*, însă raportat la 1 kg de substanță și de presiunea cunoscută $p_3 = 140$ bar. Ca urmare a arderii întregii cantități de combustibil, petrecute — conform ipotezelor — în punctul *2*, cantitatea de substanță în cilindru a devenit $1 + m_c$ kg; în consecință, volumul ocupat de 1 kg de substanță de gaze de ardere în punctul *3* va fi

$$v_3 = \frac{v_2}{1 + m_c}. \tag{1}$$

Odată punctul *3* fixat, se poate citi temperatura T_3 și energia internă u_3 pentru gaze de ardere avînd coeficientul excesului de aer α.

Ecuația de bilanț pe evoluția izocoră

$$u_2 + \chi\, m_{cv}\, i_c = (1 + m_c)\, u_3 \tag{2}$$

permite să se calculeze cantitatea de combustibil ce se consumă pentru a realiza arderea izocoră *23*:

$$m_{cv} = \frac{(1 + m_c)\, u_3 - u_2}{\chi\, i_c}, \tag{3}$$

se calculează cantitatea raportată de combustibil x care arde pe evoluția izocoră

$$x = \frac{m_{cv}}{m_c}. \tag{4}$$

Evoluția de ardere continuă pe o izobară care se realizează la presiunea $p_3 = 140$ bar. Punctul final este determinat pe această izobară de temperatura $T_{3'}$, care se fixează în diagrama din figura 1, cunoscînd entalpia $i_{3'}$ care se calculează din ecuația bilanțului scrisă între punctul *2* (sfîrșitul compresiunii) și punctul *3'* (sfîrșitul arderii izobare):

$$u_2 + \chi\, m_c\, i_c - A p_3 (v_{3'} - v_2) = (1 + m_c)\, u_{3'},$$

$$u_2 + \chi\, m_c i_c + A p_3 v_2 = (1 + m_c)\, (u_{3'} + A p_3 v_{3'}) = (1 + m_c)\, i_{3'},$$

căci $V_{3'} = (1 + m_c)\, v_{3'}$; rezultă

$$i_{3'} = \frac{u_2 + \chi\, m_c\, i_c + A p_3 v_2}{1 + m_c}. \tag{5}$$

Din punctul $3'$ se duce izentropica de destindere, o curbă paralelă cu axa curbă corespunzătoare coeficientului excesului de aer α, pînă ce se întîlneşte volumul $v_4 = \frac{v_1}{1 + m_c}$; se citeşte pentru acest punct temperatura T_4, presiunea p_4 şi energia internă u_4.

Lucrul mecanic pe ciclu se calculează cu relaţia

$$L_M = (1+m_c)\,(i_{3'} - u_4) - 10^2 \cdot p_3 v_2 - (u_2 - u_1) + 10^2 \cdot (p_c - p_T)\,(v_1 - v_2), \tag{6}$$

ultimul termen reprezentînd aria de pompaj.

Randamentul indicat este

$$\eta_{li} = \frac{L_M}{41\,819\, m_c}, \tag{7}$$

unde 41 819 kJ/kg reprezintă puterea calorifică inferioară a combustibilului. Presiunea medie indicată se calculează cu relaţia

$$p_i = \frac{L_M}{v_1 - v_2} \cdot 10^{-2}. \tag{8}$$

În timpul calculelor, o dată cu variaţia diferiţilor parametri, poate să apară un caz particular : presiunea de sfîrşit de compresiune să depăşească valoarea $p_2 = p_3 = \text{const}$. În acest caz se calculează un ciclu de motor cu aprindere prin compresiune şi ardere izobară, la care presiunea de sfîrşit de compresiune este $p_2 = 140$ bar, şi se determină raportul de compresiune care asigură realizarea acestei situaţii.

4. În calcule s-au considerat variabili următorii parametri :

— gradul de supraalimentare $\pi = 1{,}5 - 4$;

— temperatura aerului la intrarea în motor : motor cu aer nerăcit şi deci temperatura aerului la intrarea în motor egală cu cea care rezultă din comprimarea izentropică în intervalul de presiuni π (pornind de la temperatura exterioară $T_0 = 288°\text{K}$) ; motor la care aerul este răcit după compresor pînă la $T_1 = 310°\text{K}$;

— raportul volumetric de compresiune $\varepsilon = 12 - 18$;

— coeficientul excesului de aer $\alpha = 1{,}5 - 2{,}5$;

— raportul presiunii din colectorul turbinei $\tau = 1{,}2 - 2$.

Rezultatele calculelor efectuate sînt prezentate în cele ce urmează.

În figura 2 se prezintă modul de variaţie a temperaturii de sfîrşit de compresiune T_2. Temperatura T_2 se măreşte o dată cu creşterea gradului de supraalimentare π şi cu mărirea raportului volumetric de com-

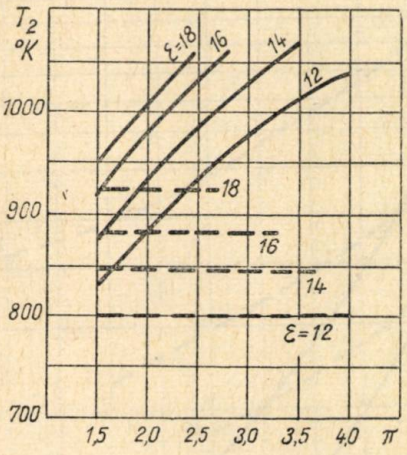


Fig. 2. — Variaţia temperaturii de sfîrşit de compresiune T_2 cu gradul de supraalimentare π; punctat, răcirea intermediară a aerului $T_1=310$ °K, $\alpha=1,5-2,5$.

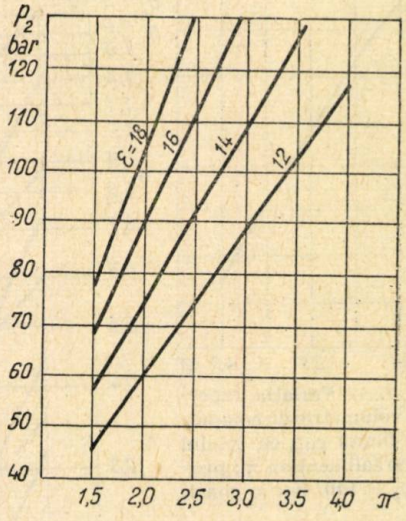


Fig. 3. — Variaţia presiunii de sfîrşit de compresiune p_2 cu gradul de supraalimentare π; $\alpha=1,5-2,5$.

presiune ε; se observă că influenţa acestuia din urmă este destul de apreciabilă: creşterea raportului volumetric de compresiune de la $\varepsilon = 12$ la $\varepsilon = 18$ este echivalentă cu mărirea gradului de supraalimentare de la $\pi = 2$ la $\pi = 3,25$. Calculele arată o foarte redusă influenţă a coeficientului excesului de aer: mărirea coeficientului excesului de aer duce la mărirea temperaturii de la sfîrşitul compresiunii, deoarece — căldurile specifice micşorîndu-se — lucrul mecanic de compresiune este transformat într-o cantitate mai mare de energie internă. În cazul în care se practică răcirea intermediară, temperatura aerului la sfîrşitul evoluţiei de compresiune nu depinde de gradul de supraalimentare, ci numai de raportul volumetric de compresiune. Diagrama din figura 2 scoate în evidenţă temperaturile relativ ridicate ce se pot obţine prin supraalimentare înaltă, atingîndu-se $T_2 \cong 1\,100$°K.

În figura 3 se prezintă modul de variere al presiunii de sfîrşit de compresiune p_2, care creşte cu gradul de supraalimentare şi cu raportul de compresiune. Răcirea intermediară a aerului şi variaţia coeficientului excesului de aer nu influenţează practic valoarea presiunii de sfîrşit de compresiune. După cum se observă, presiunea devine foarte mare la valori mari ale gradului de supraalimentare şi ale raportului de compresiune, atingînd presiunea limită $p_2 = p_3 = 140$ bar. Ca urmare este necesar să se limiteze raportul de compresiune o dată cu mărirea gradului de

supraalimentare, după curba prezentată în figura 4. Această limitare presupune o ardere izobară, ceea ce în practică nu se poate asigura, astfel că valorile raportului de compresiune limită vor scade mai mult în reali-

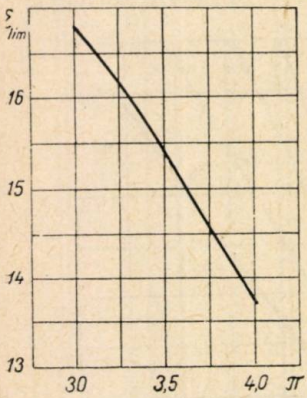


Fig. 4. — Variaţia raportului volumetric de compresiune limită ε_{lim} cu gradul de supraalimentare π; pentru $p_3 = 140$ bar = const.

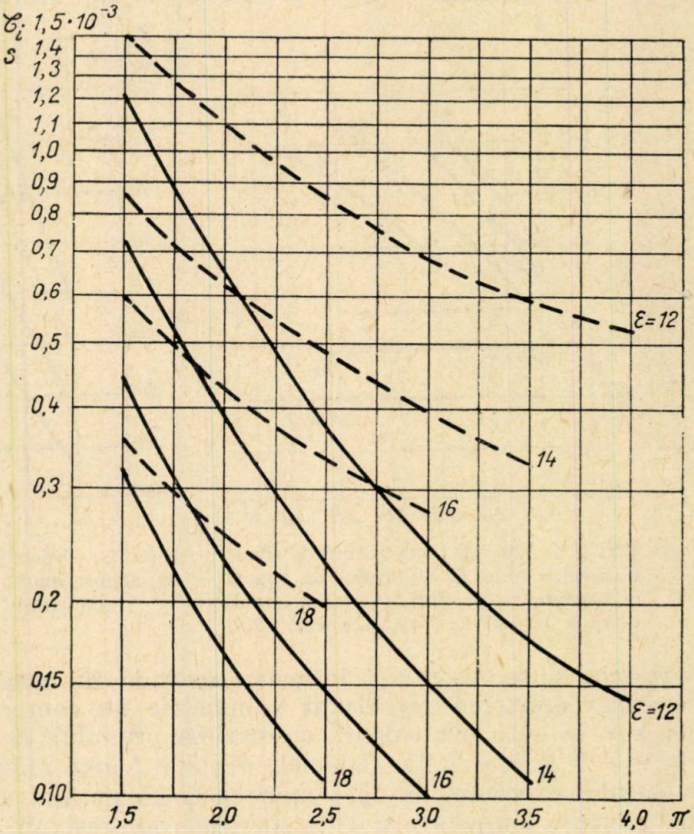


Fig. 5. — Variaţia perioadei de întîrziere la autoaprindere τ_i cu gradul de supraalimentare π pentru diferite valori ale raportului volumetric de compresiune ε; punctat, valori pentru cazul răcirii intermediare a aerului.

tate în cazul folosirii supraalimentării înalte (dacă se urmăreşte menţinerea aceluiaşi p_3 = const.).

Variaţia amintită a presiunii şi a temperaturii de sfîrşit de compresiune afectează şi durata perioadei de întîrziere la autoaprindere. S-a calculat această valoare cu relaţia aproximativă, însă utilizată,

$$\tau_i = \frac{6{,}688}{p^{1{,}19}} \, e^{\frac{4\,650}{T}} \cdot 10^{-3} \, [s], \tag{9}$$

datele fiind prezentate în figura 5. Se constată că durata perioadei de întîrziere scade mult cu gradul de supraalimentare şi cu creşterea raportului de compresiune. Răcirea intermediară a aerului frînează această scădere.

În figura 6 se indică modul în care variază temperatura de la finele arderii izocore T_3 şi în figura 7 variaţia cantităţii raportate de combustibil x, care arde real pe evoluţia izocoră.

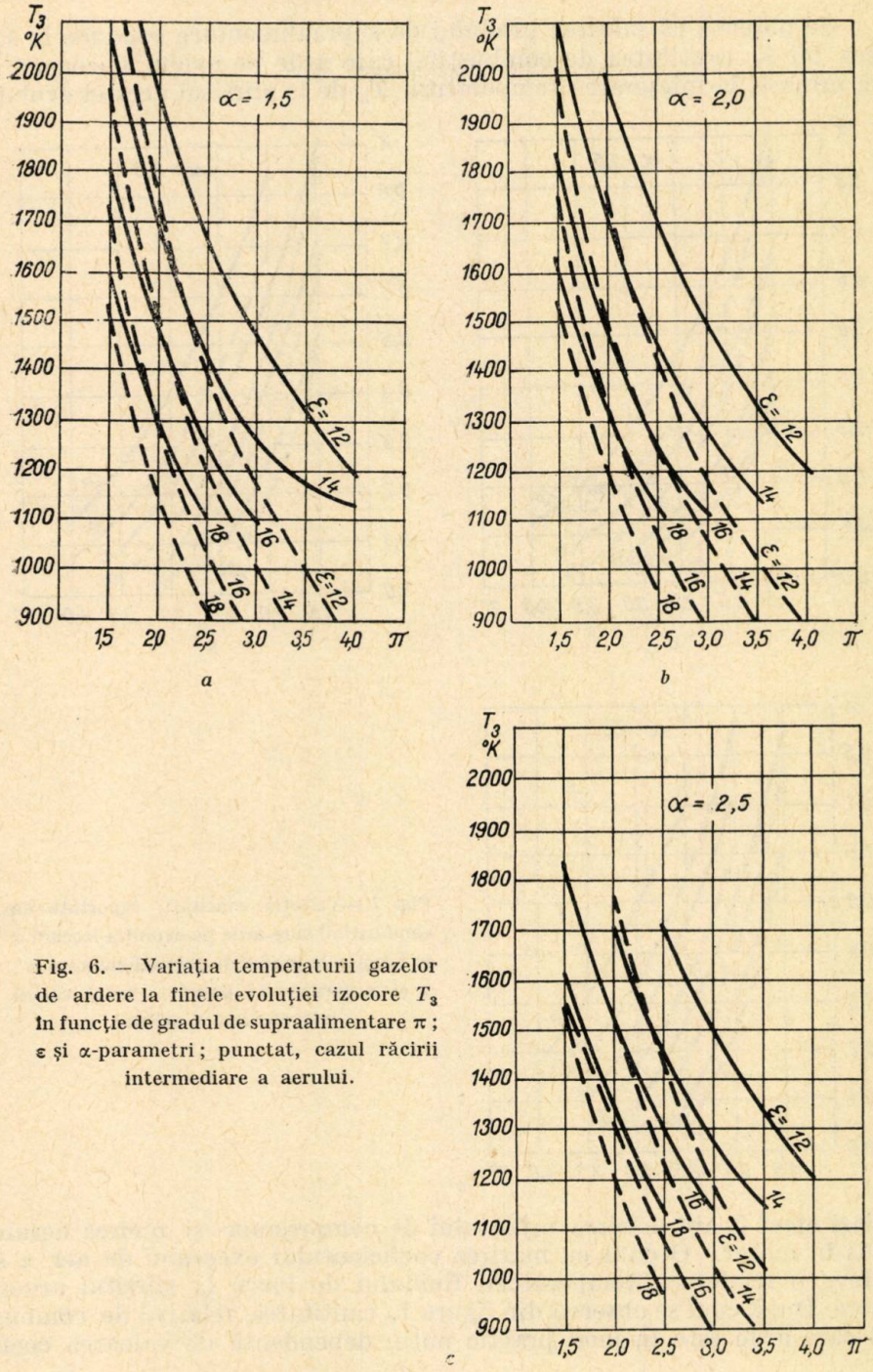


Fig. 6. — Variația temperaturii gazelor de ardere la finele evoluției izocore T_3 în funcție de gradul de supraalimentare π; ε și α-parametri; punctat, cazul răcirii intermediare a aerului.

Se observă că mărirea gradului de supraalimentare conduce la scăderea lui x, cantitatea de combustibil care arde pe evoluţia izocoră, şi, prin urmare, la micşorarea temperaturii T_3 de la sfîrşitul acestei evoluţii.

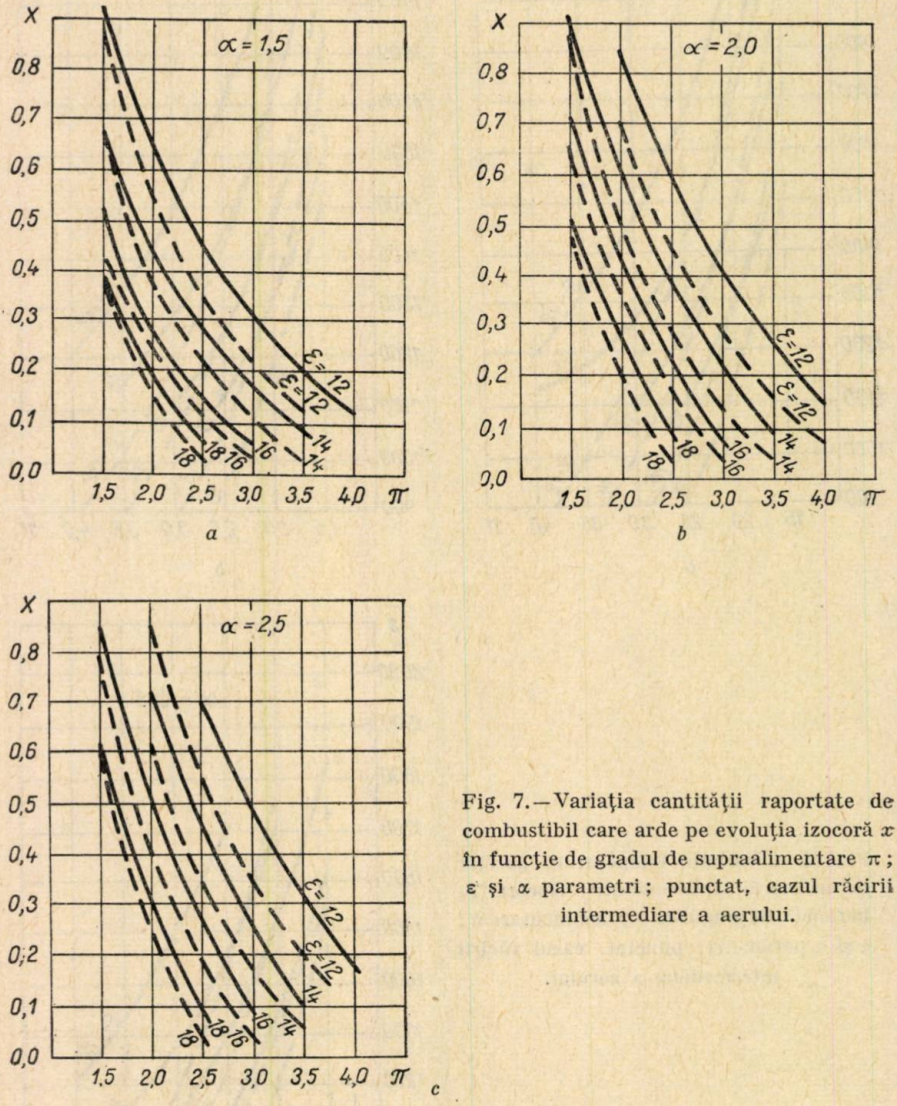


Fig. 7.—Variaţia cantităţii raportate de combustibil care arde pe evoluţia izocoră x în funcţie de gradul de supraalimentare π; ε şi α parametri; punctat, cazul răcirii intermediare a aerului.

Acelaşi efect îl are mărirea raportului de compresiune şi răcirea aerului admis în motor. O dată cu mărirea coeficientului excesului de aer α se produce o scădere a temperaturii fluidului de lucru la sfîrşitul arderii izocore. După cum se observă din figura 7, cantitatea relativă de combustibil care arde este în mod practic puţin dependentă de valoarea coefi-

cientului excesului de aer; în schimb, cantitatea absolută de combustibil ars pe evoluția izocoră scade dacă coeficientul excesului de aer crește.

Dacă se consideră că există o oarecare proporționalitate între durata perioadei de întîrziere la autoaprindere și cantitatea de combustibil arsă

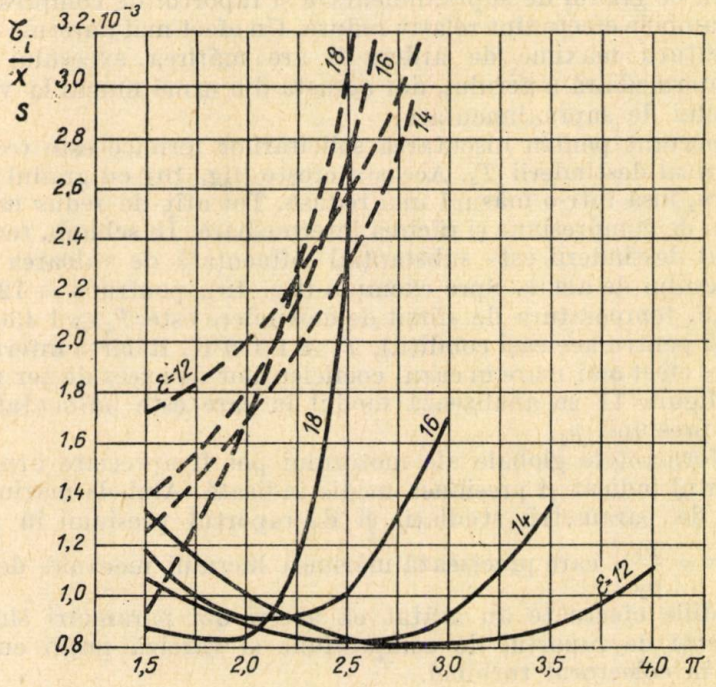


Fig. 8. — Variația raportului $\frac{\tau_i}{x}$ cu gradul de supraalimentare π; ε parametru; punctat, cazul răcirii intermediare a aerului.

pe evoluția de ardere violentă (izocoră), se pot trage cîteva concluzii interesante, examinîndu-se simultan curbele din figurile 5 și 7, prin raportarea perioadei de întîrziere la autoaprindere τ_i la cantitatea procentuală de combustibil arsă x (fig. 8). Se observă că în cazul în care aerul este nerăcit înainte de intrarea în motor, variația cantității de combustibil arse pe evoluția izocoră urmărește destul de aproape variația întîrzierii la autoaprindere, cel puțin pentru anumite domenii ale variației gradului de supraalimentare; cu cît raportul volumetric de compresiune este mai redus, cu atît acest domeniu este mai larg (spre exemplu $\varepsilon = 12$; fig. 8). În cazul în care se procedează la răcirea aerului înaintea admisiei în motor, durata perioadei de întîrziere la autoaprindere scade mult mai puțin cu creșterea gradului de supraaalimentare decît cantitatea de combustibil injectată. Ca urmare, o dată cu mărirea gradului de supraalimentare la un motor cu răcirea intermediară a aerului admis, trebuie restudiată în mai mare măsură legea de injecție, față de cazul motoarelor

fără răcire intermediară a aerului, la care de multe ori poate fi suficientă numai o mărire la scară a dimensiunilor pistonului elementului pompei de injecţie.

Temperatura maximă a ciclului se obţine în punctul $T_{3'}$. Ea scade pe măsură ce gradul de supraalimentare şi raportul de compresiune cresc (fig. 9), ambele efecte sînt relativ reduse. Un efect mai puternic de scădere a temperaturii maxime de ardere îl are mărirea excesului de aer şi răcirea intermediară a aerului, dar aceasta din urmă numai la valori mari ale gradului de supraalimentare.

Important pentru discutarea solicitărilor termice este temperatura de la sfîrşitul destinderii T_4. Aceasta creşte (fig. 10) cu gradul de supraalimentare, însă într-o măsură mai redusă. Tot atît de redus este efectul raportului de compresiune şi răcirea intermediară. În schimb, temperatura la sfîrşitul destinderii este substanţial influenţată de valoarea coeficientului excesului de aer α. Spre exemplu (fig. 10), pentru $\varepsilon = 12$, $\pi = 3{,}5$ la $\alpha = 1{,}5$, temperatura de sfîrşit de destindere este $T_4 \cong 1\,430°K$, iar la $\alpha = 2{,}5$ (şi pentru aceleaşi condiţii), $T_4 \cong 1\,430°K$. Răcirea intermediară a aerului are efect mai mare în cazul coeficienţilor de exces de aer mai mari.

În figura 11 se analizează modul în care este influenţată practic valoarea presiunii p_4.

Performanţele globale ale motorului pot fi apreciate urmărindu-se randamentul indicat şi presiunea medie indicată. Ambele mărimi depind, în afară de parametrii studiaţi, şi de raportul presiunii în colectorul turbinei $\tau = \frac{p_c}{p_T}$, care precizează mărimea lucrului mecanic de pompaj.

Studiile efectuate au arătat că aceşti doi parametri sînt practic independenţi de raportul de compresiune şi variază puţin cu raportul presiunii în colectorul turbinei.

Presiunea medie indicată p_i creşte cu gradul de supraalimentare (fig. 12), creşterea fiind mai accentuată în cazul în care se practică răcirea intermediară. Curba de variaţie a presiunii medii indicate cu gradul de supraalimentare se abate de la o dreaptă, mai accentuat la valori mari ale lui π, şi aceasta mai ales la valori mici ale coeficientului excesului de aer; creşterea lui α conduce la micşorarea valorii presiunii medii indicate.

Curbele care prezintă variaţia randamentului indicat η_i (fig. 13) arată scăderea acestuia cu mărirea gradului de supraalimentare, scăderea fiind mai accentuată dacă se procedează la răcirea intermediară a aerului. Mărirea raportului de compresiune are drept efect îmbunătăţirea randamentului indicat; în acelaşi sens lucrează şi creşterea coeficientului excesului de aer.

Creşterea presiunii medii indicate cu mărirea gradului de supraalimentare şi cu introducerea răcirii aerului se explică prin arderea unei cantităţi mai mari de combustibil. Scăderea randamentului termodinamic o dată cu creşterea gradului de supraalimentare se explică, în cadrul ipotezelor acestei lucrări, prin aceea că, limitîndu-se presiunea maximă o dată cu mărirea lui π, se micşorează x (fig. 7).

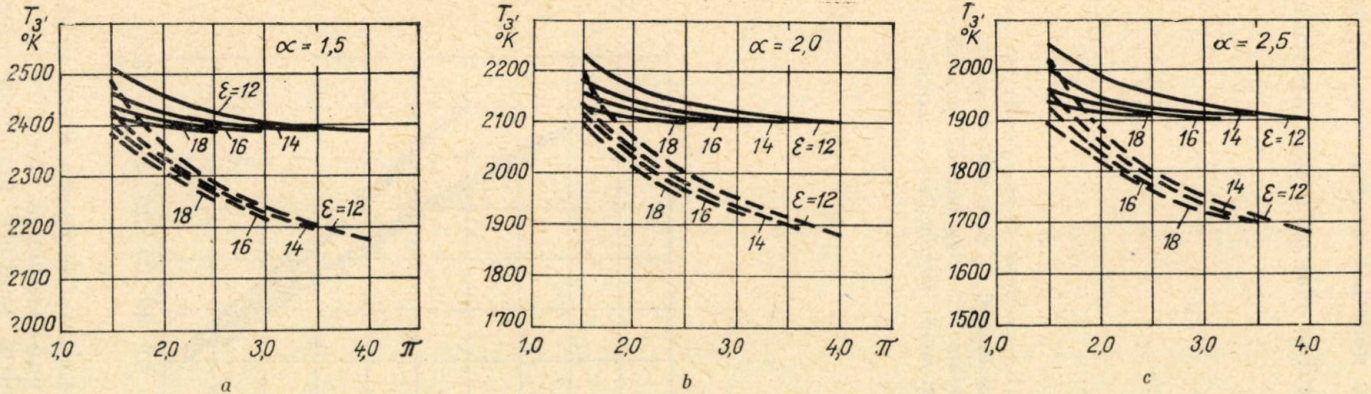


Fig. 9. — Variaţia temperaturii de la sfîrşitul arderii $T_{3'}$ în funcţie de gradul de supraalimentare π; ε şi α parametri; punctat, cazul răcirii intermediare a aerului.

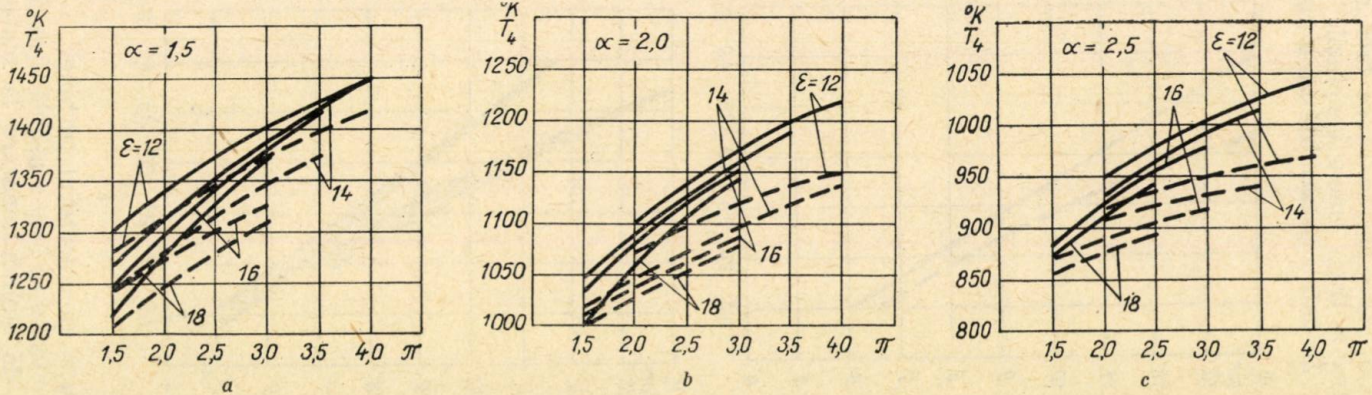


Fig. 10. — Variaţia temperaturii de la sfîrşitul destinderii T_4 cu gradul de supraalimentare π; ε şi α parametri; punctat, cazul răcirii intermediare a aerului.

5. Este posibil să se facă o discuţie generală asupra rezultatelor pentru a trage unele concluzii.

În datele prezentate nu a apărut destul de clar influenţa raportului

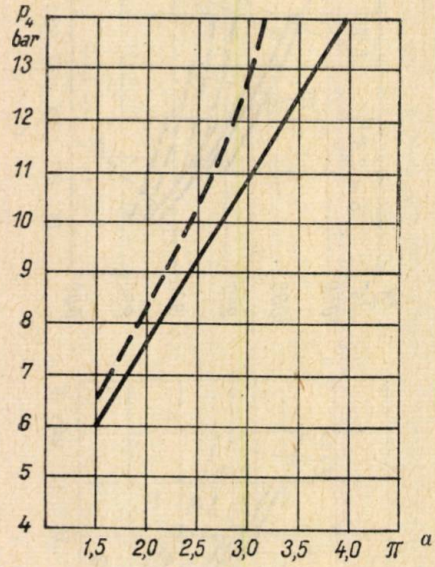
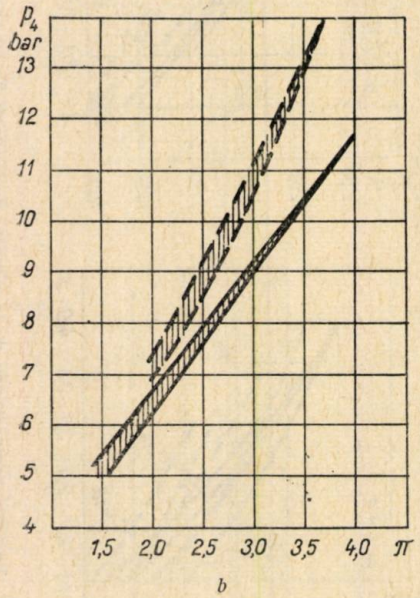
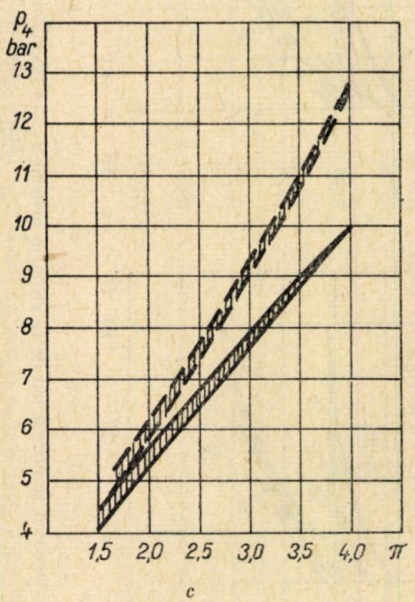
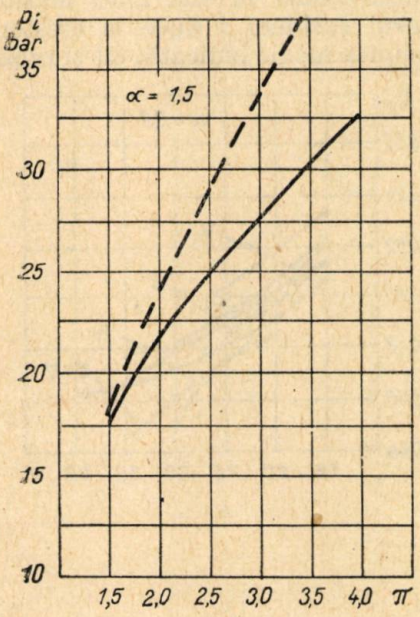


Fig. 11. — Variaţia presiunii de la sfîrşitul destinderii p_4 cu gradul de supraalimentare π; α parametru; punctat cazul răcirii intermediare a aerului.

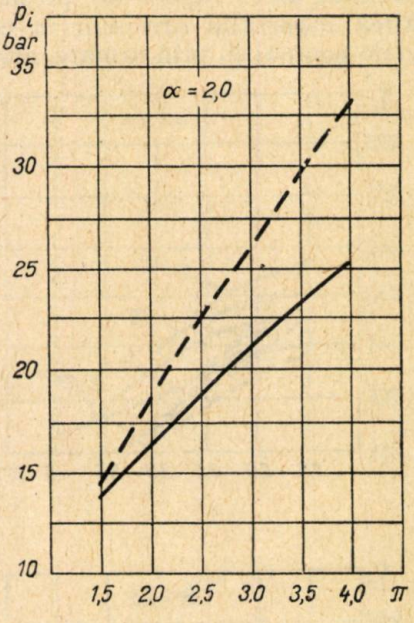




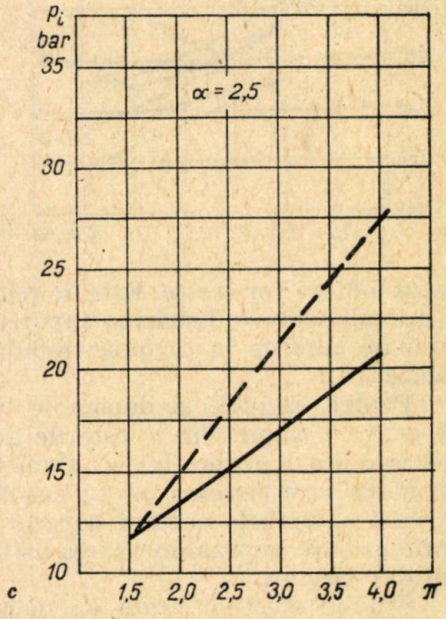
presiunii în colectorul turbinei τ. Acest lucru se datoreşte faptului că influenţa lui se face sensibilă atunci cînd se pune problema adaptării unui grup de supraalimentare la motor. În cadrul studierii performanţelor



a



b



c

Fig. 12. — Variația presiunii medii indicate p_i cu gradul de supraalimentare π pentru diferite valori ale coeficientului excesului de aer α; $\tau = 1,2$; $\varepsilon = 12-18$; punctat, cazul răcirii intermediare a aerului.

motorului, acest raport de presiuni influenţează în mai mică măsură. Mărirea raportului presiunii în colectorul turbinei τ duce la creşterea ariei de pompaj şi, prin urmare, atît presiunea medie indicată, cît şi randa-

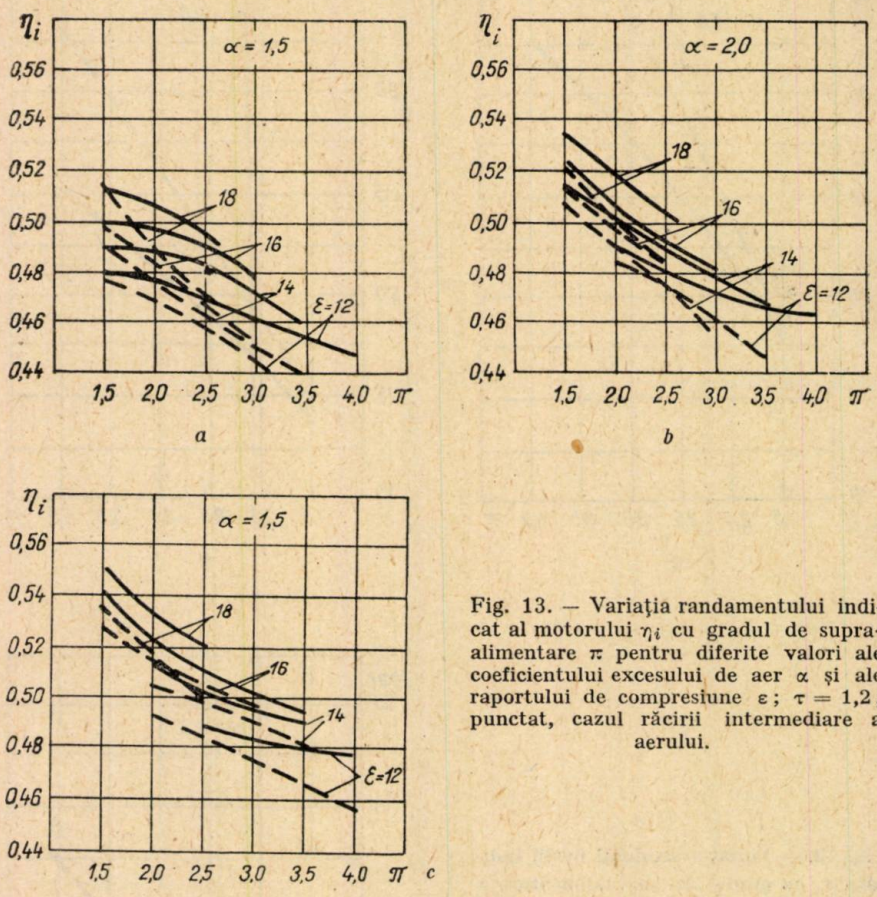


Fig. 13. — Variaţia randamentului indicat al motorului η_i cu gradul de supraalimentare π pentru diferite valori ale coeficientului excesului de aer α şi ale raportului de compresiune ε; $\tau = 1,2$; punctat, cazul răcirii intermediare a aerului.

mentul indicat vor creşte. Este de remarcat că, la valori mici ale gradului de supraalimentare, mărimea raportului τ este limitată de faptul că presiunea de admisie în turbină trebuie să fie sensibil mai mare decît cea atmosferică.

Pentru cazurile şi domeniile utilizate s-a stabilit că influenţa pe care o are τ asupra lui η_i este de acelaşi ordin de mărime cu influenţa pe care o are ε asupra lui η_i. Cum o dată cu mărirea gradului de supraalimentare este necesar să se scadă raportul de compresiune şi să se mărească τ, ambele acţiuni conduc la micşorarea randamentului indicat şi, prin urmare, supraalimentarea înaltă este legată de o micşorare a randamentului maşinii.

Studiul efectuat arată că menţinerea aceloraşi solicitări mecanice în condiţiile supraalimentării înalte este posibilă, însă este legată de

micşorarea raportului de compresiune şi de restudierea legii de injecţie, în special în cazul în care se practică răcirea intermediară a aerului.

Sarcina termică este determinată atît de valoarea temperaturii maxime de ardere $T_{3'}$; cît şi de valoarea temperaturii la finele evacuării T_4. Aceste două temperaturi sînt influenţate diferit de parametrii studiaţi, şi anume : temperatura $T_{3'}$ scade dacă creşte raportul volumetric de compresiune şi gradul de supraalimentare, fiind influenţată şi de răcirea intermediară a aerului (în special la grade mari de supraalimentare), în timp ce temperatura T_4 este mai puţin influenţată de raportul volumetric de compresiune şi de răcirea intermediară a aerului admis ; ea creşte dacă gradul de supraalimentare creşte. Ca urmare, menţinerea unui nivel scăzut al încărcării termice este posibilă, în primul rînd, prin mărirea coeficientului excesului de aer şi, în continuare, prin intermediul baleierii cilindrului, factor ce nu poate fi discutat în cadrul unei analize a ciclului ideal.

★

Studiul de faţă a prezentat un volum mare de date privind comportarea motorului în condiţiile supraalimentării înalte, care pot fi folosite fie pentru concluzii directe, fie pentru o analiză generală.

Faţă de alte lucrări asemănătoare [2] apărute recent, el are avantajul că publică efectiv datele respective, punînd la bază o metodologie de calcul tot atît de exactă, însă mai expeditivă.

BIBLIOGRAFIE

1. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Diagramă entropică cu axe curbe pentru 1 kg de substanţă*. St. cerc. energ.-electr., **14**, *2*, 385—390 (1964).
2. W. Pflaum, W. Haase, *Allgemeines Verfahren zur Vorausberechnung von Aufladem aschinen mit Abgasturbolader*. MTZ., **25**, *1*, 5—12, 1964.

EFECTUL GRADULUI DE SUPRAALIMENTARE ASUPRA PRESIUNII MAXIME DIN CAMERA DE ARDERE PRINCIPALĂ A MOTORULUI DIESEL CU ANTECAMERĂ

DE

CĂLIN ADRIAN VASILESCU şi BOGDAN BARBESCU

Institutul de energetică al Academiei R.P.R., Şos. Vitan nr. 236, Bucureşti

621.43.016

Se prezintă experimentări privind modul în care variază presiunea maximă în camera de ardere principală a unui motor diesel cu antecameră în condiţiile supraalimentării înalte. Se arată că antecamera realizează o frînare a creşterii presiunii maxime în funcţie de creşterea presiunii de supraalimentare. Deşi arderea se prelungeşte, consumul specific efectiv de combustibil este afectat în mică măsură.

Mărirea presiunii de supraalimentare reprezintă o direcţie de dezvoltare a motoarelor diesel moderne, avînd drept scop mărirea puterii acestora. Dar mărirea presiunii de supraalimentare este însoţită de mărirea solicitărilor mecanice şi termice ale motorului, care, la anumite valori, pot deveni prohibitive.

Din acest motiv s-a analizat în lucrarea de faţă creşterea solicitărilor mecanice la un motor diesel cu antecameră o dată cu gradul de supraalimentare, solicitări mecanice care pot fi considerate funcţie de valoarea presiunii maxime în procesul de ardere. Valoarea presiunii de admisie a fost crescută în limitele supraalimentării înalte.

1. Deoarece solicitările mecanice mari sînt nedorite în motor, în practică, o dată cu mărirea gradului de supraalimentare, se iau o serie de măsuri după cum urmează : se micşorează raportul volumetric de compresiune, se micşorează avansul la injecţie, se fac modificări ale siste-

mului de injecţie şi ale arhitecturii camerei de ardere. În cazul motoarelor cu antecameră, o analiză a proceselor de ardere arată că o limitare a presiunii maxime se realizează datorită însăşi particularităţilor procesului de ardere în aceste camere.

Arderea la motoarele cu aprindere prin compresiune şi antecameră se desfăşoară în mai multe etape, care, pentru nevoile de studiu, pot fi schematizate după cum urmează :

— întîrzierea la autoaprindere în antecameră, perioadă în care se acumulează o cantitate de combustibil (parţial vaporizat) în zona difuzorului antecamerei, iar o altă parte de combustibil se amestecă intim cu aerul, realizînd local condiţii de autoaprindere ;

— arderea principală în antecameră, proces în care creşte presiunea gazelor din antecameră şi se produce expulzarea violentă a gazelor (aer, combustibil vaporizat şi parţial lichid, gaze de ardere şi parţial în curs de ardere) în camera principală de ardere, unde se va produce amestecarea acestora cu aerul şi arderea lor ;

— arderea principală în cilindru, caracterizată de faptul că majoritatea combustibilului expulzat în cilindru arde, presiunea din cilindru crescînd mult ; în această perioadă pot apărea oscilaţii de presiune care determină întoarceri de gaze din cilindru în antecameră ;

— postarderea în cilindru, perioadă în care se produce o ultimă golire a conţinutului antecamerei către cilindru, ca urmare a faptului că presiunea în cilindru a scăzut prin mărirea volumului acestuia.

Mărirea presiunii de supraalimentare în condiţiile :

— aerul de supraalimentare răcit înainte de a fi introdus în motor ;

— dimensiunile camerei de ardere a motorului nemodificate ;

— mărirea debitului de combustibil prin mărirea duratei de injecţie, are următoarele influenţe asupra procesului de ardere :

Perioada de întîrziere la autoaprindere în antecameră scade într-o oarecare măsură, datorită creşterii presiunii ; prin urmare, dacă durata avansului la injecţie se menţine constantă, arderea în antecameră va începe mai înainte de p.m.i., cu atît mai devreme cu cît gradul de supraalimentare este mai mare. Cum debitul de combustibil este constant, rezultă că masa de combustibil aflată în antecameră la finele perioadei de întîrziere la autoaprindere se micşorează cu cît gradul de supraalimentare creşte. Acest lucru trebuie corelat cu faptul că prezenţa unei cantităţi sporite de aer pentru o cantitate mai redusă de combustibil îmbunătăţeşte condiţiile de amestecare şi de ardere ulterioară.

Perioada arderii principale în antecameră se micşorează ca urmare a faptului că în momentul autoaprinderii cantitatea de combustibil injectat este mai mică. Acest lucru are un efect pozitiv : consumul de energie pentru expulzarea gazelor este mai redus, în schimb poate avea efectul negativ al prelungirii duratei de expulzare a gazelor.

Arderea principală în cilindru se prelungeşte datorită în special faptului că însăşi injecţia în antecameră, în condiţiile acestui studiu, se prelungeşte. Ca urmare, presiunea în cilindru va creşte relativ mai încet decît presiunea de supraalimentare, iar procesul de ardere va dura mai mult ; este de semnalat totuşi că, în măsura în care — din motive de

micşorare a solicitărilor termice — se măreşte coeficientul excesului de aer, arderea are tendinţe să se îmbunătăţească în camera principală, rămînînd însă dependentă de durata injecţiei.

Postarderea în cilindru se prelungeşte, datorită, pe de o parte măririi duratei injecţiei şi pe de altă parte, modului în care variază presiunea în cilindru faţă de presiunea din antecameră care tinde să fie ridicată pe o perioadă mai mare din cursa de destindere.

Ca urmare a acestei analize este de presupus că presiunea maximă în cilindrul motorului cu aprindere prin compresiune şi antecameră (cu reglajele menţionate) creşte mai încet decît gradul de supraalimentare şi, prin urmare, solicitările mecanice la acest motor sînt mai uşor de stăpînit fără a fi nevoie să se ia măsurile generale amintite mai înainte. Acest lucru s-a verificat experimental.

2. Experimentările au fost efectuate pe un motor diesel în patru timpi, monocilindru, cu antecameră, avînd diametrul $D = 175$ mm şi cursa $S = 205$ mm, montat la un banc de probe care permite măsurarea puterii, a consumului de combustibil şi a debitului de aer, determinarea presiunilor şi temperaturilor importante, precum şi cu posibilitatea de reglare a regimului termic. Supraalimentarea motorului s-a realizat separat, folosindu-se două instalaţii:

— pentru presiuni de supraalimentare pînă la 2 kgf/cm^2, un compresor centrifug (pentru supraalimentarea motoarelor de avion), antrenat de un electromotor prin intermediul unei cutii de viteze cu 5 trepte, variaţia presiunii de refulare efectuîndu-se prin variaţia vitezei de rotaţie a compresorului;

— pentru presiuni de supraalimentare mai ridicate (pînă la 3,5 kgf/cm^2), un compresor cu piston, reglarea presiunii de admisiune în motor efectuîndu-se prin reductor de presiune cu membrană, cu răcirea aerului pînă la temperatura mediului.

Experimentările au avut drept obiect studiul presiunii maxime din cilindru la turaţii între 800 şi 1300 rot/min şi la diferite sarcini:

— pentru funcţionarea motorului cu admisie naturală (80 şi 100% limita de fum) şi

— pentru funcţionarea motorului cu supraalimentare s-au menţinut constante sarcinile de la regimul precedent, adăugînd la fiecare regim nou de presiune la admisie sarcina corespunzătoare limitei de fum, stabilită convenţional prin examinarea culorii gazelor de evacuare.

Debitul maxim al pompei de injecţie, deşi aceasta a fost echipată cu element cu diametrul 14 mm, nu a permis atingerea limitei de fum la regimuri de presiuni de supraalimentare ridicate (peste 2 kgf/cm^2).

În timpul probelor, presiunea de admisie a fost 1; 1,4; 1,7; 2; 2,5 şi 3 kgf/cm^2.

Presiunea din cilindru a fost determinată cu ajutorul unei instalaţii de indicator piezoelectric. Întrucît s-a urmărit presiunea maximă a ciclului, s-a efectuat numai înregistrarea abaterii maxime a spotului pe axa presiunilor, deplasîndu-se imaginea pe orizontală prin comandă manuală; în acest mod s-au obţinut pe acelaşi clişeu 10—15 cicluri ale aceluiaşi regim. Ţinînd seama că valoarea presiunii maxime are o dispersie ciclică

apreciabilă, acest mod de înregistrare a permis o mediere care să înlăture erorile date de această dispersie. Pentru a avea o mărime de referinţă faţă de care să se raporteze presiunile maxime, s-a înregistrat, pentru fiecare regim de turaţie şi presiune la admisie cîte o serie de cicluri fără ardere, diagramele astfel înregistrate reprezentînd presiunile de sfîrşit de compresiune.

Exemple de înregistrări sînt redate în figura 1 pentru procesul de ardere şi în figura 2 pentru procesul fără ardere.

Prelucrarea datelor s-a făcut admiţîndu-se proporţionalitatea între valoarea presiunilor şi mărimea segmentelor înregistrate pe ecranul oscilografului.

S-au folosit următoarele notaţii:

c_e — consumul specific efectiv de combustibil;

n — turaţia;

p_c — presiunea de supraalimentare;

p_e — presiunea medie efectivă;

p_{max} — presiunea maximă din cilindru;

α — coeficientul excesului de aer;

β — avans la injecţie;

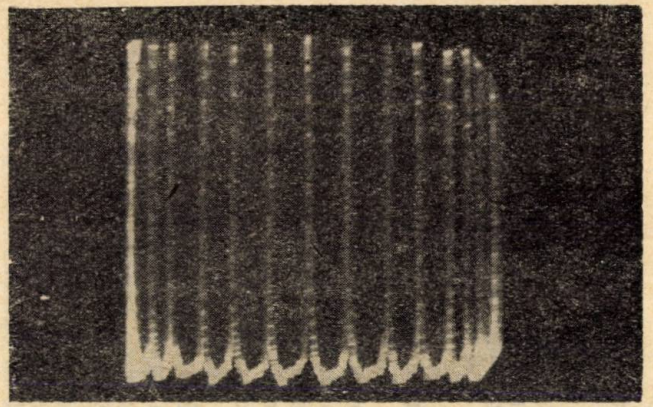
Δp — diferenţa de presiune dintre presiunea maximă şi presiunea de compresiune.

3. Încercările efectuate arată creşterea valorii presiunii maxime o dată cu presiunea de supraalimentare. În limitele acestor experimentări s-a găsit că presiunea maximă nu depinde de sarcină (cu observaţia că la grade mari de supraalimentare nu s-a putut atinge, din cauza echipamentului de injecţie, limita de fum) (fig. 3), ceea ce se explică prin faptul că între anumite limite ale cantităţii de combustibil injectate, se arde aproximativ aceeaşi cantitate de combustibil expulzat din antecameră, în domeniul valorilor mici ale volumului camerei principale de ardere. Presiunea maximă scade cu creşterea turaţiei (fig. 4), aceasta deoarece prin variaţia turaţiei cantitatea de gaze expulzate, în perioada în care volumul camerei principale de ardere este mic, scade.

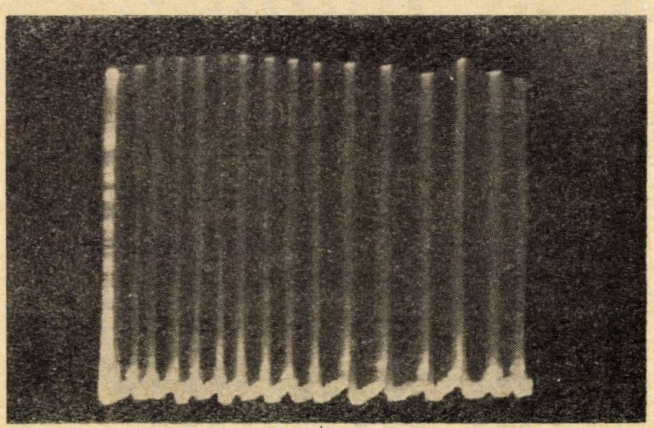
Inspectarea valorilor măsurate arată o creştere a presiunii maxime din cilindru faţă de valoarea presiunii de sfîrşit de compresiune (în condiţiile acestor experienţe), cu atît mai redusă cu cît presiunea de supraalimentare este mai mare şi cu cît turaţia este mai mare.

În figura 5 se prezintă curbele de variaţie ale presiunii maxime din procesul de ardere în cilindru şi presiunea de sfîrşit de compresiune pentru sarcina A, care corespunde limitei de fum la motorul cu admisie naturală, iar în figura 6 aceleaşi curbe pentru sarcina B, care corespunde limitei de fum pentru cazul în care motorul este supraalimentat la $p_c = 1{,}4$ kgf/cm^2.

Creşterea remarcată a presiunii de sfîrşit de compresiune cu turaţia se datoreşte următoarelor cauze: micşorarea transferului de căldură, micşorarea scăpărilor de gaze şi mărirea relativă a raportului de compresiune aparent al cilindrului, datorită faptului că se micşorează debitul de gaze ce trece în antecameră.

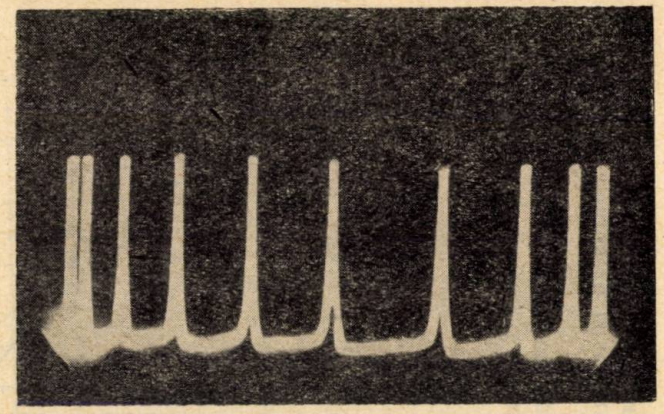


a

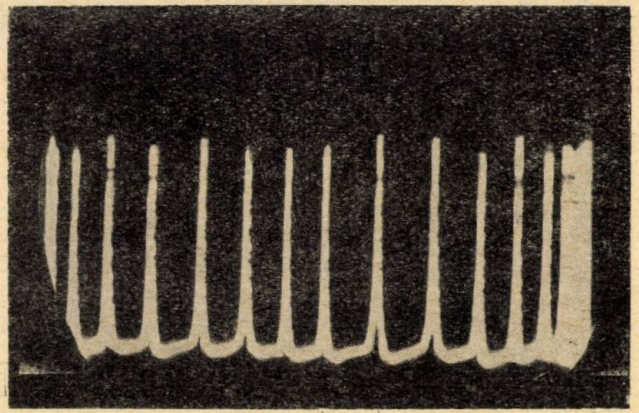


b

Fig. 1. — Înregistrări ale presiunii maxime în cilindru :
a — $n = 1\,200$ rot/min, $\alpha = 2{,}2$, $\beta = 24°$, $p_c = 1{,}7$ kgf/cm²;
b — $n = 1\,200$ rot/min, $\alpha = 2{,}2$, $\beta = 24°$, $p_c = 3$ kgf/cm².



a



b

Fig. 2. — Înregistrări ale presiunii de sfîrşit de compresiune în cilindru :
a — $n = 1\,200$ rot/min, $p_c = 1{,}7$ kgf/cm²;
b — $n = 1\,200$ rot/min, $p_c = 3$ kgf/cm².

În continuare se cercetează cum variază diferenţa de presiune Δp dintre presiunea maximă din camera de ardere şi presiunea de sfîrşit de compresiune.

Se constată că Δp descreşte, presiunea maximă în camera de ardere se apropie din ce în ce mai mult de valoarea presiunii de compresiune.

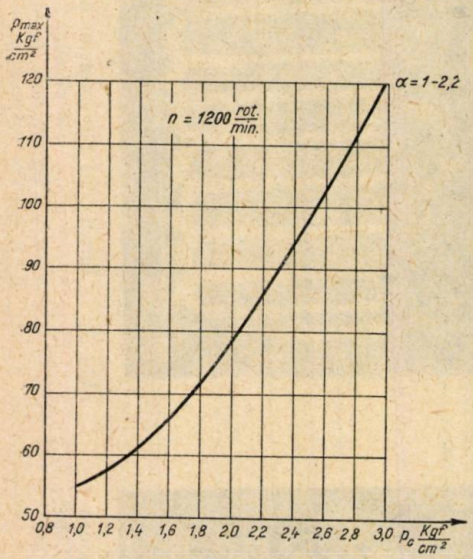


Fig. 3. — Variaţia presiunii maxime din camera principală de ardere p_{max} cu presiunea de supraalimentare p_c la diferite valori ale coeficientului excesului de aer α.

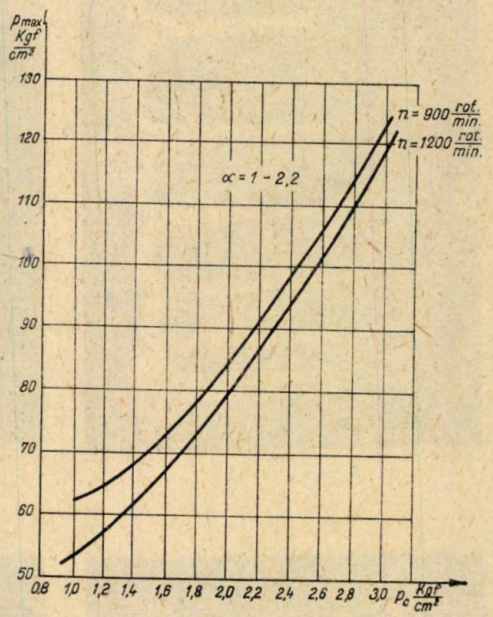


Fig. 4. — Variaţia presiunii maxime din camera principală de ardere p_{max} cu presiunea de supraalimentare p_c la diferite valori ale turaţiei motorului n.

Acest lucru se explică prin efectul de frînare a creşterii presiunii pe care-l are antecamera şi de asemenea prin faptul că, o dată cu mărirea gradului de supraalimentare, nu s-a micşorat valoarea avansului la injecţie; la valoarea fixă a avansului la injecţie, arderea începe din ce în ce mai devreme în antecameră, presiunea creşte în perioada în care şi presiunea din cilindru creşte şi deci expulzarea gazelor este frînată.

Deşi, aşa cum s-a arătat, arderea este prelungită în destindere, performanţele motorului nu suferă : presiunea medie efectivă variază aproape liniar cu presiunea de supraalimentare (fig. 8).

Cum o dată cu mărirea gradului de supraalimentare randamentul mecanic va creşte, rezultă că în cadrul acestor experienţe procentul de scădere al randamentului efectiv datorită înrăutăţirii arderii poate fi considerat corespunzător procentului de creştere al randamentului mecanic.

Sînt de remarcat presiunile medii efective foarte mari realizate de motor : la $p_c = 3$ kgf/cm² şi un coeficient al excesului de aer $\alpha = 1,6$,

presiunea medie efectivă este de $p_e = 20$ kgf/cm², ceea ce denotă o mărire a puterii de circa 3,2 ori față de motorul nesupraalimentat; în același timp presiunea maximă a crescut numai de două ori; deci în motoarele cu antecameră, în condițiile acestor experiențe, creșterea presiunii maxime cu gradul de supraalimentare este frînată.

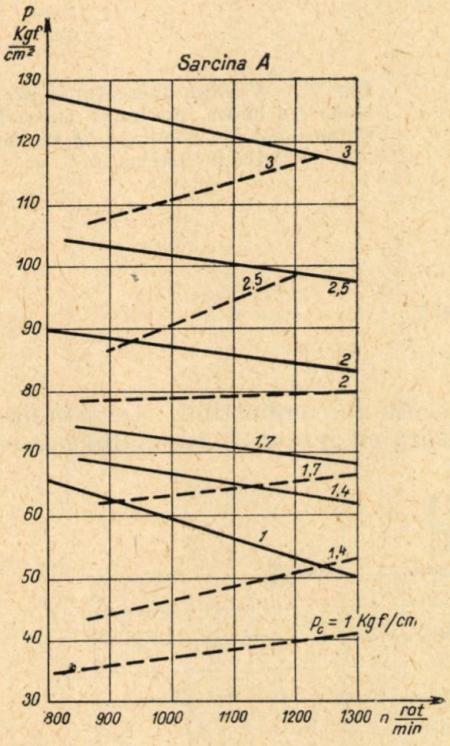


Fig. 5.— Variația presiunii maxime în cilindru (curbe pline) și a presiunii de sfîrșit de compresiune (curbe punctate) cu turația motorului n și presiunea de supraalimentare p_c; sarcina A.

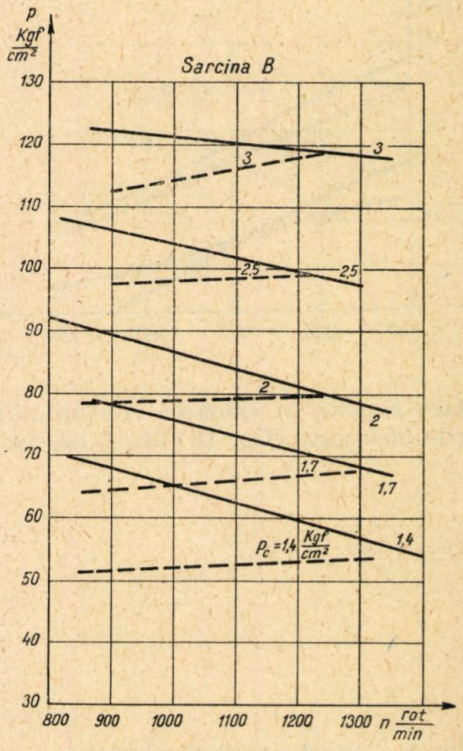


Fig. 6. —Variația presiunii maxime în cilindru (curbe pline) și a presiunii de sfîrșit de compresiune (curbe punctate) cu turația motorului n și presiunea de supraalimentare p_c; sarcina B.

Pentru a pune în relief mai bine acest lucru, s-a prezentat în figura 9 termenul $\psi_{p_e}/\psi_{p_{max}}$ în funcție de presiunea de supraalimentare p_c, unde ψ_{p_e} este raportul dintre presiunea medie efectivă a motorului supraalimentat și cea a motorului cu admisiune naturală, iar $\psi_{p_{max}}$ raportul dintre presiunea maximă a motorului supraalimentat și a celui cu admisie naturală. În măsura în care presiunea maximă crește mai puțin decît presiunea medie efectivă, raportul va fi supraunitar, așa cum se observă din diagramă.

Cu cît α crește, raportul se apropie de valoarea 1, căci presiunea medie scade, în timp ce presiunea maximă, așa cum s-a arătat, rămîne constantă.

În condiţiile acestor experienţe, arderea s-a prelungit, astfel că rezultă o înrăutăţire a randamentului motorului, care urmează a se

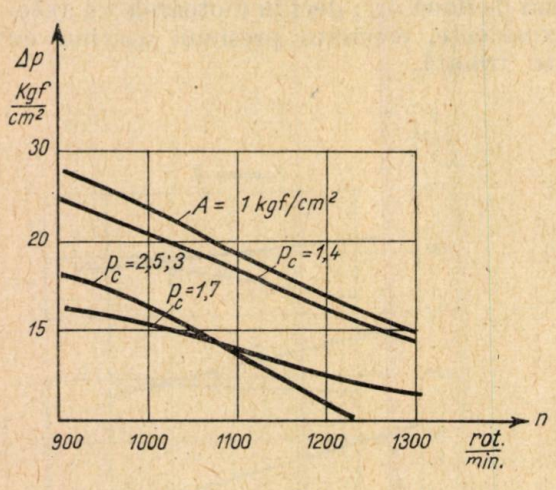


Fig. 7. — Variaţia diferenţei de presiune Δp dintre presiunea maximă şi presiunea de compresiune cu turaţia n. Sarcina A.

face simţită în valoarea consumului specific de combustibil. Determinările efectuate (fig. 10) arată că, pe măsură ce gradul de supraalimentare

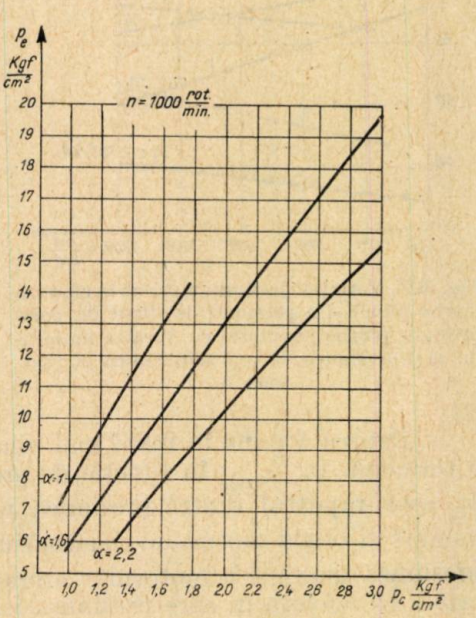


Fig. 8. — Variaţia presiunii medii efective p_e cu presiunea de supraalimentare p_c; $n = 1\ 000$ rot/min; parametru α.

se măreşte (la aceeaşi valoare a coeficientului excesului de aer), consumul tinde să crească, această creştere fiind în realitate mai mare decît cea rezultată din diagramă, deoarece aria de pompaj la motorul experimentat

este mai mare decît la un motor supraalimentat cu grup turbocompresor. Astfel, în cazul în care la $n = 1\,000$ rot/min se trece la $\alpha = 2$, de la $p_c = 2$ kgf/cm² la $p_c = 3$ kgf/cm², consumul specific efectiv de combustibil crește de la $c_e = 164$ g/CP.h la $c_e = 171$ g/CP.h.

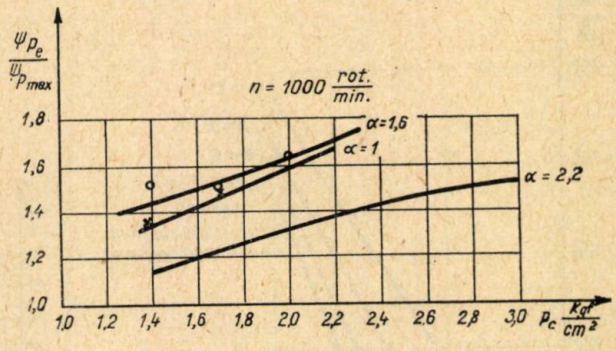


Fig. 9. — Variația termenului $\psi_{p_c}/\psi_{p_{max}}$ cu presiunea de supraalimentare p_c.

În continuare s-a analizat efectul varierii avansului la injecție. Conform analizei efectuate în prima parte a lucrării, mărirea avansului la injecție va avea drept efect: în primul rînd mărirea duratei perioadei de

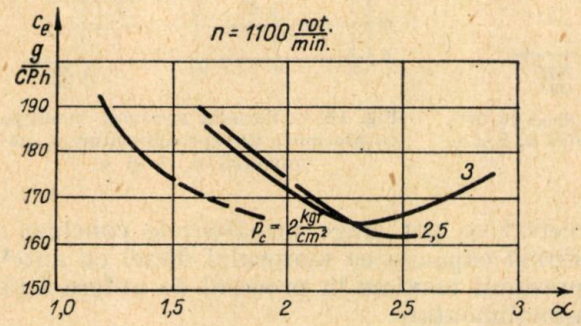


Fig. 10. — Variația consumului specific efectiv de combustibil c_e cu valoarea coeficienților excesului de aer α, parametru presiunea de supraalimentare p_c.

întîrziere la autoaprindere (combustibilul este injectat în aer avînd presiuni și temperaturi mai scăzute), ceea ce contribuie la o expulzare mai eficientă a gazelor din antecameră în cilindru (energie de expulzare a gazelor mai mare, combustibil aglomerat și deci expulzat mai mult); în al doilea rînd, gruparea arderii în jurul p. m. i., ceea ce duce la realizarea fazei de ardere principală în cilindru în zona volumelor minime; aceasta are ca efect mărirea randamentului, micșorîndu-se astfel consumul specific de combustibil. Aceste considerații sînt evidențiate de rezultatele determinărilor efectuate cu valori ale avansului la injecție de $\beta = 18°$ și $\beta = 31°$ (fig. 11 și 12).

Mărirea avansului la injecție de la $\beta = 24$ la $\beta = 31°$ conduce la creșterea atît a presiunii medii, cît și a presiunii maxime.

În timp ce se remarcă o creștere a presiunii medii de 15 — 20 % cu creșterea avansului, presiunea maximă crește în mai mică măsură.

Spre exemplu, la $p_c = 3$ kgf/cm² $\alpha = 1{,}7$, $n = 1\,100$ rot/min prin mărirea avansului la injecţie de la $\beta = 24°$ la $\beta = 31°$ presiunea medie creşte de la $p_e = 16$ la $p_e = 19$ kgf/cm² adică cu 20%, iar presiunea maximă creşte de la $p_{max} = 135$ la $p_{max} = 145$ kgf/cm², adică cu 8%.

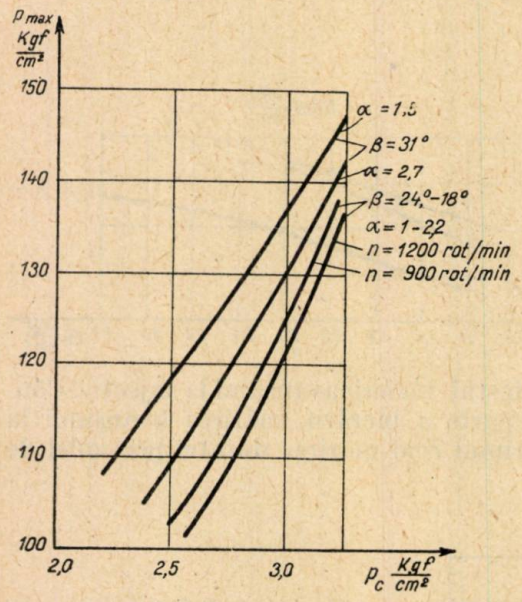


Fig. 11. — Variaţia presiunii maxime p_{max} cu presiunea de supraalimentare p_c, parametri n, β şi α.

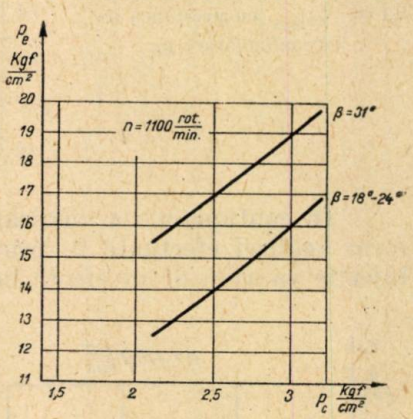


Fig. 12. — Variaţia presiunii medii p_e cu presiunea de supraalimentare p_c, parametrii n, β şi α.

4. În urma acestor cercetări se pot trage următoarele concluzii: experimentările efectuate confirmă capacitatea motorului diesel cu antecameră de a frîna creşterea presiunii maxime în procesul de ardere faţă de creşterea presiunii de supraalimentare.

Experimentările efectuate (în condiţiile spraalimentării separate) pe un monocilindru avînd $D = 175$ mm şi antecamera centrală arată că motoarele de acest tip pot fi supraalimentate pînă la presiuni de circa 3 kgf/cm², presiunea medie crescînd de circa trei ori, iar presiunea maximă de circa două ori. Funcţionarea motorului este satisfăcătoare din punct de vedere energetic.

În cazul aplicării supraalimentării înalte la motoarele diesel cu antecameră se poate micşora valoarea avansului la injecţie pentru a scădea valoarea presiunii maxime; acest lucru duce la o mărire a consumului specific de combustibil acceptabilă faţă de valorile uzuale; se poate micşora consumul de combustibil prin mărirea coeficientului excesului de aer, ceea ce are drept efect şi o micşorare a sarcinilor termice.

Primit la redacţie la 15 februarie 1965

ASUPRA UNEI METODE DE RĂCIRE A PALETELOR TURBINEI CU GAZE

DE

VICTOR PIMSNER şi CĂLIN ADRIAN VASILESCU

Institutul de energetică al Academiei R.P.R., Şos. Vitan nr. 236, Bucureşti

621.438

Lucrarea analizează performanţele unei metode de răcire a paletelor fixe şi mobile a turbinei cu gaze, compusă din răcirea peliculară a paletelor fixe şi răcirea prin pulverizarea lichidului pe paletele mobile. După ce constată că regimul necesar de temperaturi al paletelor mobile poate fi realizat se analizează posibilitatea satisfacerii condiţiilor impuse de către metoda de răcire a paletelor fixe. În acest scop se stabileşte corelaţia dintre înălţimea peliculei — elementul principal de caracterizare a regimului curgeri — şi parametrii procesului, ca şi metoda de determinare directă a coeficientului transferului de căldură, scoţîndu-se în relief relaţiile ce trebuie determinate experimental pentru rezolvarea tehnică a problemei studiate.

Cercetările întreprinse asupra posibilităţii creşterii temperaturii fluidului de lucru T_g^* în amontele turbinei în vederea măririi randamentului şi a puterii unitare a turbomotoarelor cu ardere internă au scos în relief că, în stadiul actual al tehnicii, utilizarea aliajelor speciale sau a materialelor ceramice care să protejeze suprafaţa metalică a paletelor oferă posibilităţi mai reduse de mărire a temperaturii T_g^* în comparaţie cu răcirea eficace a paletelor fixe şi mobile, ceea ce explică intensele cercetări în acest domeniu.

Varietatea mare a soluţiilor constructive de răcire a paletelor, utilizate în practică, asigură în bune condiţii funcţionarea turbinei pentru o temperatură $T_g^* \leqslant 1\,000-1\,250°$ K, însă prin acestea nu se poate asigura evacuarea fluxului de căldură necesar răcirii turbinei cînd temperatura fluidului de lucru depăşeşte 1 300 –1 500°K, din care cauză este necesară complicarea soluţiilor actuale (astfel încît unele devin neutilizabile) sau imaginarea unor noi soluţii care să asigure răcirea corespunzătoare

St. cerc. energ. elect. Tom. 15 Nr. 2 p. 371–379 Bucureşti, 1965

a elementelor turbinei. În acest scop, în lucrarea de faţă se analizează modul de determinare a performanţelor unei noi metode de răcire a paletelor fixe şi mobile a turbinei, rezultată din combinarea răcirii peliculare a paletelor fixe cu răcirea paletelor mobile prin pulverizarea lichidului de pe bordul de fugă al paletelor fixe. Din punct de vedere constructiv,

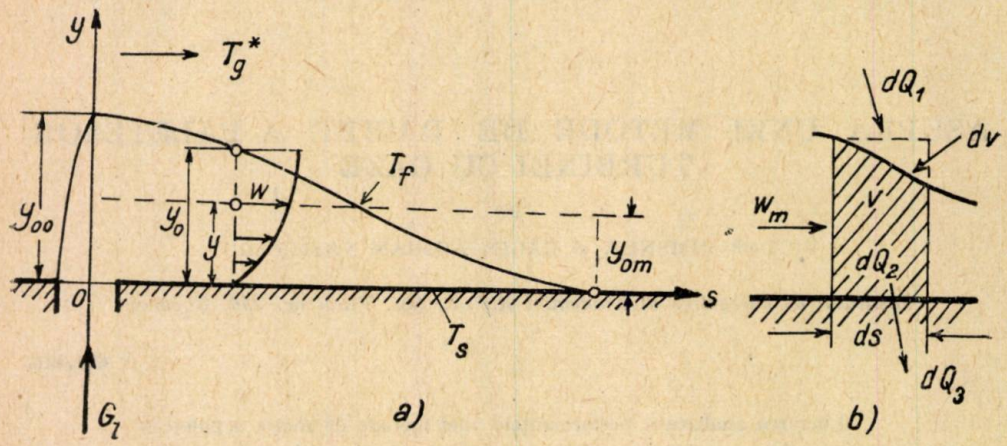


Fig. 1. — Schema de principiu a răcirii paletei fixe printr-o peliculă de lichid; *a* — variaţia grosimii peliculei în lungul profilului; *b* — transferul de căldură al elementului de volum.

aceasta presupune existenţa unui canal în interiorul paletei fixe, prin care este trimis un anumit debit de lichid ce debuşează printr-un număr de orificii practicate în bordul de atac al paletei, deplasîndu-se pe intrados şi extrados spre bordul de fugă sub forma unei pelicule, antrenată de gazele de ardere ce traversează canalul reţelei cu viteze suficient de mari. Debitul trebuie astfel ales, încît, cu toată cantitatea vaporizată datorită căldurii primite de la gazele de ardere, lichidul care părăseşte bordul de fugă al paletei fixe să fie suficient pentru a fi pulverizat de gazele de ardere pe paletele fixe şi a asigura răcirea acestora.

Datele experimentale justifică utilizarea procedeului de răcire propus. Într-adevăr după cum au demonstrat experimentările legate de utilizarea răcirii cu apă la turbinele cu gaze [1], [2], un debit de apă de 2—5% din debitul de aer al motorului, injectat în curentul de gaze din amontele reţelei, poate reduce temperatura paletei de la 950—1 300 la circa 600°C. În acelaşi timp, răcirea paletelor fixe reduce în mare măsură căldura prin radiaţie pe care acestea o transmit, în cazul funcţionării fără a fi răcite, paletelor mobile. De remarcat că, la aceeaşi temperatură T_g introducerea vaporilor de apă în gazele de ardere conduce la mărirea puterii turbinei [3], [4] iar creşterea corespunzătoare a consumului de combustibil este compensată de mărirea puterii.

În continuare se va analiza în ce măsură datele existente privind răcirea peliculară pot fi aplicate la determinarea transferului de căldură dintre fluidul de lucru şi paleta fixă. Pentru aceasta se consideră suprafaţa paletei transformată în axa *o-s* (fig. 1), iar axa *o-y* reprezintă planul

perpendicular pe direcţia de curgere a gazelor de ardere, în care se află situate n orificii pe unitatea de lungime prin care este introdus debitul G_l de lichid (spre exemplu apă).

Răcirea paletei este asigurată dacă pelicula de lichid nu se desprinde de perete, dar pelicula trebuie să fie în acelaşi timp suficient de groasă pentru a nu se evapora complet pînă la bordul de fugă şi a asigura răcirea paletelor mobile. Însă o grosime prea mare poate conduce la ondularea suprafeţei lichidului, care ar provoca ruperea peliculei formate. Într-adevăr s-a arătat [5] că în cazul în care frecarea dintre gaz şi suprafaţa peliculei este suficient de mare, curgerea peliculei de lichid în lungul peretelui rigid este similară curgerii lichidului în apropierea peretelui în regim turbulent dacă acesta ar ocupa întregul canal. Deci, dacă grosimea peliculei este suficient de mare pentru ca după substratul laminar să apară regimul turbulent, suprafaţa de reparaţie devine ondulată, mărindu-se coeficientul de transfer dintre lichid şi gaz. Din această cauză, după cum rezultă din figura 2, care prezintă datele obţinute experimental [6] în conducte de diverse diametre şi asperităţi, lungimea peliculei creşte mai încet decît debitul lichidului de răcire, iar de la un anumit regim, denumit critic, similar calefacţiei, pelicula se desprinde de perete, iar picături de lichid sînt antrenate în curentul principal de gaz. Deşi valoarea debitului critic poate fi influenţată prin parametrii funcţionali şi constructivi ai reţelei, se constată că debitele necesare pentru a realiza răcirea paletelor fixe şi mobile sînt inferioare debitului critic [7]. În acest caz, la debite mici, regimul de curgere al lichidului este laminar, iar suprafaţa sa de reparaţie este netedă. Pe măsura ce debitul creşte, apare regimul turbulent, care, după cum s-a menţionat, măreşte suprafaţa efectivă de transfer de căldură între lichid şi gaz, ceea ce conduce la necesitatea unui debit mai mare de lichid, pentru aceeaşi lungime a peliculei. Acest fenomen este exprimat prin coeficientul de stabilitate, definit ca raportul dintre debitul teoretic de lichid G_{tl} şi cel efectiv necesar în anumite condiţii G_l pentru a obţine aceeaşi lungime a peliculei, adică

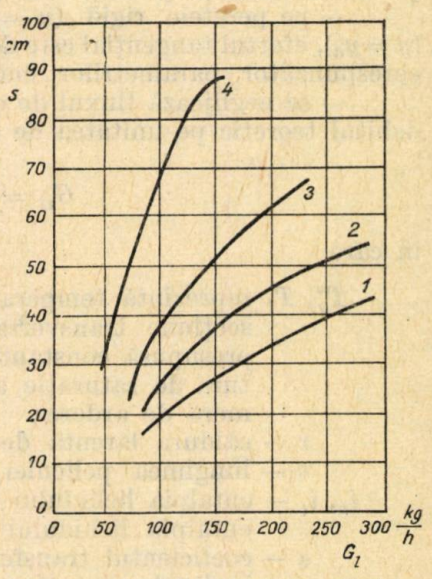


Fig. 2. — Variaţia lungimii peliculei s în funcţie de debitul de lichid pentru diverse condiţii funcţionale: curbele *1* şi *2*: $T_g^* = 760°C$; *3* şi *4* $T_g^* = 430°C$; debitul de gaze prin conductă la suprafaţa răcită [kg/h·m²]: curba *1* ÷ 1,02·10⁶: curbele *2* şi *4*; 0,8·10⁶, *3* ÷ ÷ 1,31·10⁶.

$$\varepsilon_s = \frac{G_{tl}}{G_l}. \qquad (1)$$

Debitul teoretic a fost dedus pe baza următoarelor ipoteze simplificatorii [8]:

— căldura se transmite prin substratul laminar numai prin conductibilitate;

— raportul dintre efortul tangențial τ și fluxul de căldură q, într-un punct la distanța y de perete (fig. 1) este constant;

— pe peretele rigid ($y = 0$) și pe suprafața liberă a lichidului ($y = y_0$), efortul tangențial este determinat de relația rezistenței hidraulice, corespunzător parametrilor curentului de gaz;

— se neglijează fluxul de căldură prin peretele solid. În acest caz, debitul teoretic pe unitatea de lungime se deduce din relația

$$G_{tl} = \frac{s\alpha(T_g^* - T_f)}{i_f - i_i + r}, \tag{2}$$

în care

T_g^*, T_f reprezintă temperatura de frînare medie a gazelor într-o secțiune transversală a canalului de curgere și care este presupusă constantă în lungul curgerii, respectiv temperatura de saturație a gazelor corespunzător presiunii din camera de ardere;

r — căldura latentă de vaporizare a lichidului;

s — lungimea peliculei;

i_f, i_i — entalpia lichidului corespunzător temperaturii T_f, respectiv entalpia lichidului la intrarea în canal;

α — coeficientul transferului de căldură, care dedus în cadrul ipotezelor menționate [8], [9], a fost exprimat prin relația

$$\mathrm{St} = \frac{c_f R'_w}{2(\mathrm{Pr} + R_w - 1)}, \tag{3}$$

în care

c_f este coeficientul de frecare pe suprafața de separație gaz-lichid;

St, Pr — cifrele Stanton, respectiv Prandtl ale gazului;

R_w — raportul dintre viteza maximă a gazului și viteza la granița substratului laminar;

R'_w — raportul dintre viteza medie a gazului și viteza la granița substratului laminar. De remarcat că pentru $\mathrm{Pr} = 1$ și $R_w = R'_w$ (curgere intens turbulentă) rezultă relația

$$\mathrm{St} = \frac{c_f}{2}, \tag{3'}$$

corespunzătoare analogiei Reynolds între transmisia căldurii și frecarea pe suprafață.

Pentru anumite condiții date, coeficientul de stabilitate ε_s depinde de intensitatea perturbațiilor de pe suprafața lichidului, care depinde de

grosimea y_0 a peliculei, legată la rîndul ei, de turbulența curgerii lichidului [5], [10], [11]. Există deci toate premisele pentru a considera că coeficientul ε_s este funcție de grosimea peliculei, iar dacă se admite că distribuția vitezelor într-un plan transversal pe direcția de curgere este similară curgerii turbulente (fig. 1), vitezele adimensionale w^* la distanța adimensională y^* sînt:

$$w^* = \frac{w}{U_\tau} \tag{4}$$

$$y^* = y\frac{\rho U_\tau}{\mu}, \tag{5}$$

în care

$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ este o viteză caracteristică stratului limită a curgerii turbulente [12]:

μ, ρ — viscozitatea dinamică, respectiv densitatea lichidului;

τ_0 — efortul tangențial de pe suprafața liberă a peliculei.

Debitul de lichid pe unitatea de lungime

$$G_l = \int_0^y \gamma w \mathrm{d}y \tag{6}$$

poate fi exprimat, într-o formă generalizată, prin utilizarea debitului relativ:

$$\frac{G_l}{\mu g} = G_l^* = \int_{y^*=0}^{y^*=y_0^*} w^* \, \mathrm{d}y^* \tag{6'}$$

Întrucît atît ε_s cît și G_l^* sînt funcții de grosimea peliculei y^*, se poate determina relația $G_l^* = f(\alpha/\varepsilon_s)$ prezentată în figura 3, obținută prin prelucrarea datelor experimentale [6] reprezentate în figura 2. Se constată că, după un palier în care suprafața de separație corespunde ipotezelor stabilite și $\varepsilon_s = 1$, curba are o alură crescătoare, cu o pantă corespunzătoare fiecărei instalații în parte.

Este ușor de văzut însă că în realitate raportul α/ε_s reprezintă coeficientul de transfer de căldură în condițiile normale de curgere ale peliculei și că introducerea coeficientului ε_s nu reprezintă un progres în rezolvarea problemei prin generalizarea datelor experimentale. De aceea, avînd în vedere că lungimea peliculei de lichid (în special în cazul apei) poate fi determinată experimental cu o precizie suficient de mare [6], [12], se elaborează în continuare o metodă de determinare a relației între lungimea peliculei s și elementul principal al curgerii-grosimea peliculei y_0 în funcție de transferul de căldură și masă dintre fluxul de gaze ce traversează canalul pelicular de lichid și peretele canalului. Ipotezele simplificatorii necesare calculului sînt următoarele:

— temperatura totală a gazelor de ardere este constantă în întregul spațiu ocupat de fluid ceea ce presupune că transferul de căldură gaz-lichid este suficient de mic pentru a nu varia entalpia totală a gazului;

— lichidul se deplasează pe suprafeţe cilindrice, concentrice cu axul turbinei, considerîndu-se că greutatea sa proprie nu influenţează traiectoria particulelor;

— debitul de fluid ce traversează un orificiu este concentrat pe axa O—y a acestuia.

La distanţa s de orificiu (fig. 1 b), cantitatea de căldură cedată de

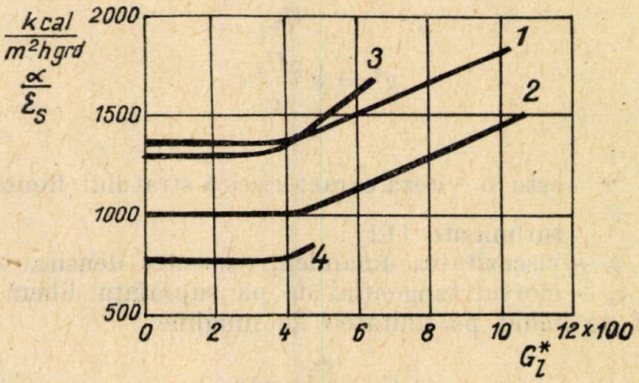


Fig. 3. — Variaţia coeficientului transferului de căldură α/ε_s în funcţie de debitul raportat G_l^* (semnificaţia cifrelor ca în fig. 2).

gazele de ardere volumului elementar de lichid v ce pătrunde prin suprafaţa de grosime y_0 şi avînd lungimea ds este

$$dQ_1 = \alpha_r \, (T_g^* - T_f) \, ds, \tag{7}$$

în care $\alpha_r \neq \alpha$ este coeficientul transferului de căldură gaz-lichid, corespunzător regimului efectiv de curgere al peliculei de lichid.

Cantitatea de căldură dQ_1 este necesară pentru încălzirea elementului de volum şi pentru vaporizarea unei părţi din volumul v, adică

$$dQ_2 = \gamma w c d \left(\frac{T_f - T_s}{2} \right) + \gamma r dv, \tag{8}$$

în care c este căldura specifică a lichidului, iar γ greutatea specifică a lichidului din volumul v; T_s temperatura peretelui paletei, variabilă în lungul liniei de curent. În plus se transmite peretelui paletei cantitatea de căldură

$$dQ_3 = \frac{\lambda}{y_0} (T_f - T_s) ds, \tag{9}$$

unde λ este coeficientul de conductivitate a peliculei de lichid. În regim permanent, bilanţul termic revine la relaţia

$$\alpha_r \, (T_g^* - T_f) ds = \gamma w c d \left(\frac{T_f - T_s}{2} \right) + \gamma r dv + \frac{\lambda}{y_0} (T_f - T_s) ds. \tag{10}$$

Cum $\mathrm{d}\left(\frac{T_s - T_f}{2}\right) = \frac{\mathrm{d}T_s}{2}$, relaţia (10) se poate scrie :

$$\gamma w c \frac{\mathrm{d}T_s}{2} = \alpha_r (T_g^* - T_f)\,\mathrm{d}s - \frac{\lambda}{y_0}(T_f - T_s)\,\mathrm{d}s - \gamma r \mathrm{d}v. \qquad (10')$$

Viteza de deplasare a lichidului de răcire este variabilă atît în lungul paletei, cît şi într-un plan perpendicular pe direcţia de curgere. Într-o secţiune de referinţă s însă, din punct de vedere energetic se poate admite o viteză medie w_m constantă într-o secţiune dată, astfel că $v = w_m y$. Cantitatea de fluid ΔM vaporizată pe unitatea de suprafaţă este determinată de diferenţa concentraţiei vaporilor de lichid dintre suprafaţa peliculei lichide şi masa gazoasă iniţială, ca şi de coeficientul antrenării convective a particulei de lichid vaporizate în mediul gazos. În acest caz $\gamma \mathrm{d}v = \gamma w_m \mathrm{d}y_0 = \Delta M \mathrm{d}s$, iar relaţia (10) devine :

$$\frac{\mathrm{d}T_s}{2} = \frac{\alpha_r (T_g^* - T_f)}{c\,\Delta M} \cdot \frac{\mathrm{d}y_0}{y_0} - \frac{\lambda (T_f - T_s)}{c\,\Delta M} \cdot \frac{\mathrm{d}y_0}{y_0^2} - \frac{r}{c} \cdot \frac{\mathrm{d}y_0}{y_0}, \qquad (11)$$

de unde

$$\frac{\mathrm{d}T_s}{\mathrm{d}y_0} + \frac{2}{y_0}\left[\frac{r}{c} - \frac{\alpha (T_g^* - T_f)}{c\,\Delta M}\right] + \frac{2\lambda T_f}{c\,\Delta M} \cdot \frac{1}{y_0^2} - \frac{2\lambda}{c\,\Delta M} \cdot \frac{T_s}{y_0^2} = 0. \qquad (11')$$

Relaţia (11') este de forma

$$\frac{\mathrm{d}T_s}{\mathrm{d}y_0} + \frac{K_1}{y_0} + \frac{K_2}{y_0^2} + K_3 \frac{T_s}{y_0^2} = 0, \qquad (11'')$$

în care

$$K_1 = 2\,\frac{r\,\Delta M - \alpha_r (T_g^* - T_f)}{c\,\Delta M}\,;\; K_2 = \frac{2\lambda T_f}{c\,\Delta M}\,;\; K_3 = -\frac{2\lambda}{c\,\Delta M}.$$

Soluţia generală a relaţiei (11') este

$$T_s = \mathrm{e}^{\frac{K_3}{y_0}} \left[Ct - \int \left(\frac{K_1}{y_0} + \frac{K_2}{y_0^2} \right) \mathrm{e}^{-\frac{K_3}{y_0}} \mathrm{d}y_0 \right], \qquad (12)$$

care, după efectuarea integrărilor, devine

$$T_s = Ct.\mathrm{e}^{\frac{K_3}{y_0}} - \frac{K_2}{K_3} - K_1 \mathrm{e}^{\frac{K_3}{y_0}} \left[\ln y_0 + \right.$$

$$\left. + \frac{K_3}{y_0} - \frac{K_3^2}{2!} \cdot \frac{1}{2y_0^2} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{K_3^n}{n!} \frac{1}{n y_0^n} + \ldots \right] \qquad (13)$$

La limită, pentru $T_s = T_f$, $y_0 = 0$, deci relaţia (13) se poate scrie

$$T_s - T_f = -2\left(\frac{r}{c} - \alpha_r \frac{T_g^* - T_f}{c\,\Delta M}\right) e^{\frac{K_2}{y_0}}\left[\ln y_0 + \frac{K_3}{y_0} - \right.$$

$$\left. - \frac{K_3^2}{2!}\cdot\frac{1}{2y_0^2} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{K_3^n}{n!}\frac{1}{ny_0^n} + \ldots\right], \tag{14}$$

ea exprimă relaţia căutată între temperatura T_s a paletei şi grosimea peliculei de lichid y_0. În cazul în care nu se urmăreşte determinarea variaţiei grosimii peliculei de răcire, pentru a simplifica relaţia se consideră o grosime medie y_{0m} constantă în intervalul $o-s$. Relaţia (12) pentru aceleaşi condiţii la limită devine

$$T_s = -\frac{K_1}{K_3} y_{0m} - \frac{K_2}{K_3} \tag{15}$$

sau

$$\frac{T_s}{T_f} = 1 - y_{0m}\left[\frac{\alpha_r}{\lambda}\left(\frac{T_g^*}{T_f} - 1\right) - \frac{r\,\Delta M}{\lambda T_f}\right], \tag{15'}$$

Considerînd că există o variaţie liniară între distanţa s şi cantitatea de lichid vaporizată, se obţine

$$G_{l_1}\, y_{00} = 2 y_{0m}\, \Delta M s, \tag{16}$$

unde G_{l_1} este debitul de lichid raportat la unitatea de lungime, iar y_{00} este grosimea peliculei în axul orificiului 0 (fig. 1), de unde

$$\frac{T_s}{T_f} = 1 - \frac{G_{l_1}\, y_{00}}{2\,\Delta M \lambda s}\left[\alpha_r\left(\frac{T_g^*}{T_f} - 1\right) - \frac{r\,\Delta M}{T_f}\right], \tag{17}$$

din care rezultă

$$\frac{\alpha_r}{\Delta M} = \frac{r + \dfrac{2\lambda s (T_f - T_s)}{G_{l_1}\, y_{00}}}{T_g^* - T_f}, \tag{17'}$$

relaţie care determină coeficientul de transfer de căldură în condiţiile reale de funcţionare în funcţie de parametrii procesului şi ai fluidelor de lucru, precizaţi de condiţiile iniţiale de lucru sau de mărimile de bază ale peliculei (y_{00} şi s), care se obţin experimental suficient de exact. De remarcat că, funcţie de numărul şi de forma orificiilor, între G_{l_1} şi y_{00} există o relaţie bine precizată, care se determină prealabil.

Relaţiile stabilite rezolvă problemele ridicate iniţial de a stabili corelaţia dintre înălţimea peliculei şi parametrii funcţionali ai procesului (relaţia (14)), ca şi metoda de determinare directă a coeficientului

transferului de căldură în cazul răcirii peliculare a paletei fixe. Evident că, pentru rezolvarea tehnică a problemei, în afara situației concrete ce trebuie analizată sînt necesare determinări experimentale pentru stabilirea corelațiilor dintre mărimile menționate determinări care au fost reliefate de analiza efectuată. De remarcat că rezultatele obținute pot fi extinse și asupra altor aplicații a răcirii peliculare dacă procesul de lucru se încadrează, în mare, în limitele domeniului analizat.

Primit la redacție la 15 februarie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. Burke Kemeny, *A novel cooling method for gas turbines.* Transactions of the ASME, *2* (1955).
2. Smith Pearson, *The cooled gas turbine.* Proc. Inst. Mech. Eng., *60* (1950).
3. V. Pimsner, *Contribuție asupra unei metode de mărire a forței de tracțiune a motorului turboreactor.* St. cerc. energ., **XI**, *1* (1961).
4. J. B. Stout, Electrical World, **156**, *7*, 72–75 (1961).
5. H. S. Tsien, *Research in rocket and jet propulsion.* Aero Digest, *60*, 120–125 (1950).
6. G. R. Kinney Ir. J. Sloop, *Internal film cooling experiments in a 4-inch duct with gas temperature to 2000° F.* NACA Res. Mem. F 50, F. 19 (1950).
7. A. Greenberg, MSAE Thesis, Purdue Univ. (1952).
8. M. Zucrow, A. Graham, *Congres International des fusées et engins guidés.* Paris (3–5 decembrie 1956).
9. E. Eckert, J. Livingood, NACA TN nr. 3 010 (1953).
10. G. Kinney, A. Abramson, J. Sloop, NACA Rep. nr. 1087 (1952)
11. M. Zucrow, A. Graham, Jet Propulsion, **27**, *6*, 650–656 (1957).
12. C. C. Lin, *Turbulent Flows and Heat Transfer.* Princenton University Press, Princenton, 1959.
13. P. .C Жирицкий и др. *Газовые турбины авиационных двигателей.* Москва, Оборонгиз, 1963.

STABILITATEA FLĂCĂRILOR DIFUZIVE ÎN JETURI DE COMBUSTIBIL GAZOS [1])

DE

D. GRECOV, I. IORDACHE și E. GUȚU

Institutul de energetică al Academiei R.P.R., Șos. Vitan, nr. 236, București

662.611 : 662.95

Modelul fizic adoptat și condițiile de echilibru impuse pentru stabilitatea flăcării permit obținerea unor relații de calcul a vitezei de rupere și de desprindere a flăcării, precum și a lungimii de desprindere a acesteia.

Experimentările efectuate pentru gaz metan au scos în evidență influența diametrului ajutajului și a vitezei inițiale a jetului de gaz asupra parametrilor de stabilitate ai flăcării difuziv turbulente.

1. INTRODUCERE

Flăcările difuzive, în cazul jeturilor libere, se caracterizează prin aceea că schimbul de masă aer-gaz, care are loc în stratul-limită al jetului, este factorul principal care determină lungimea și stabilitatea flăcării [1] [2].

Lucrările experimentale au arătat că, pe măsură ce viteza gazului combustibil la ieșire din ajutaj crește, procesul de amestecare aer-gaz devine mai intensiv, caracterul flăcării schimbîndu-se (flacăra devine mai transparentă, iar arderea capătă un caracter cinetic pronunțat).

Se observă că, la o anumită valoare a vitezei de ieșire a gazului combustibil u_0, flacăra se desprinde de gura ajutajului, devenind suspendată (vezi fotografia schlieren din fig. 1, realizată în cazul jetului liber de gaz metan).

[1] Lucrare publicată și în „Rev. Roum. Sci. Techn.-Electrotechn. Energ." **10**, 2 (1965).

Flacăra suspendată se stabilizează pe un inel de amorsare, cu o formă perfect circulară în cazul jetului laminar, prezentînd un aspect cu multe neregularităţi în cazul jetului turbulent sau pe măsură ce înălţimea de desprindere creşte.

O dată cu mărirea vitezei gazului la ieşirea din ajutaj, înălţimea de desprindere creşte, iar zona de ardere se prezintă sub forma unui con, care se micşorează pînă cînd are loc ruperea flăcării.

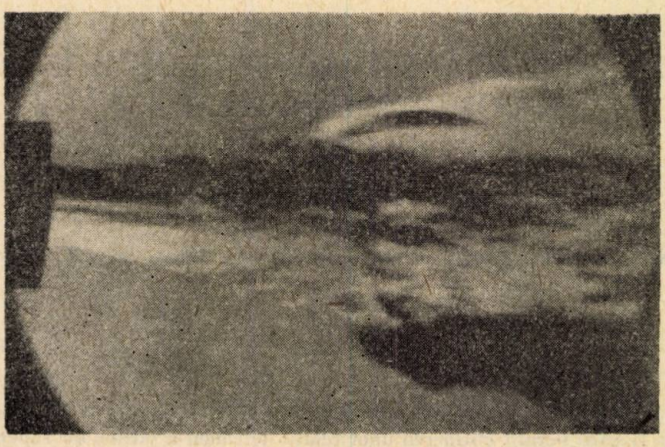


Fig. 1. — Fotografie schlieren a flăcării difuziv turbulente suspendate.

Vitezele gazului la ieşirea din ajutaj la care are loc desprinderea sau ruperea flăcării (u_{0d}, u_{0r}) depind de caracteristicile gazului combustibil şi de diametrul ajutajului.

Este de remarcat faptul că viteza gazului la care flacăra suspendată revine în gura ajutajului este mai mică decît viteza la care a avut loc desprinderea, cînd flacăra era amorsată la pereţii ajutajului, ceea ce indică o influenţă a pereţilor ajutajului asupra procesului de stabilizare a flăcării.

2. DETERMINAREA VITEZEI DE RUPERE ÎN CAZUL FLĂCĂRILOR DIFUZIV TURBULENTE

Pentru determinarea vitezei de rupere în cazul flăcărilor difuziv turbulente, se porneşte de la condiţiile de stabilitate ce pot fi obţinute din compararea cîmpurilor de viteze în jet cu vitezele turbulente de ardere în diferite secţiuni ale jetului, ţinînd seama de influenţa schimbului de masă gaz-aer asupra vitezelor de ardere a combustibilului.

După cum se cunoaşte din literatură [3] [4] [5], viteza turbulentă de ardere S_T depinde de viteza normală de ardere S_L şi de gradul de turbulenţă a mediului în care are loc arderea (componenta pulsatorie a

vitezei u' şi scara turbulenţei l), cercetările lui William şi Bollinger pentru arderea la ieşirea din tuburi, în limitele valorilor $R_e = 3\,000 - 80\,000$, conducînd la o relaţie de forma

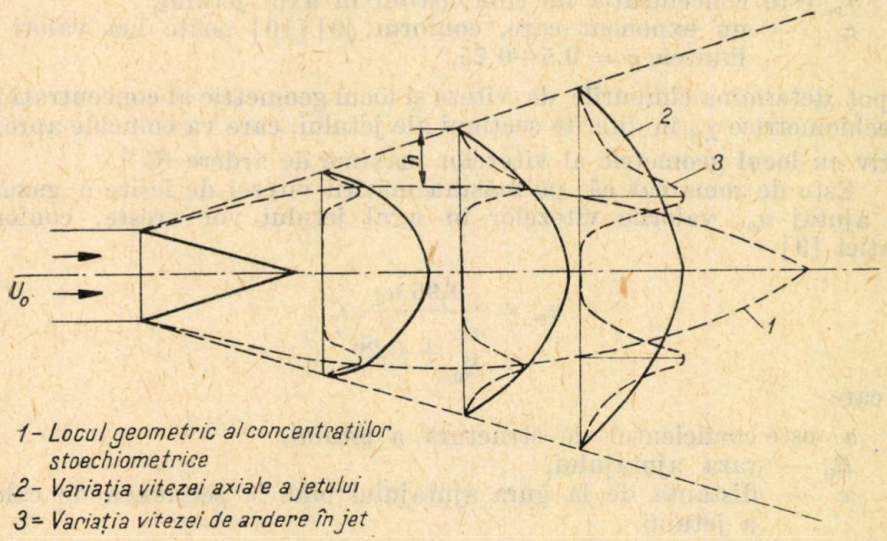
$$S_T = 0{,}18\ S_L\, d_0^{0{,}26}\, R_e^{0{,}24}, \tag{1}$$

în care

S_L — viteza normală de ardere (cm/s),
d_0 — diametrul ajutajului (cm).

Valoarea vitezei normale de ardere S_L depinde însă de concentraţia comburant-carburant, fiind maximă în apropierea concentraţiei stoechiometrice şi nulă în afara limitelor date de concentraţiile limită inferioară şi superioară ale carburantului [6].

Dat fiind faptul că maximul vitezei normale de ardere S_L are un caracter pronunţat în zona concentraţiilor stoechiometrice, variaţia vitezei de ardere turbulentă S_T într-o secţiune oarecare a jetului va fi de forma dată în figura 2, variind de la valoarea maximă S_T^{max} în zona concentraţiilor stoechiometrice, unde se poate crea inelul de amorsare a arderii, pînă la valoarea zero la marginea stratului-limită sau în interiorul stratului-limită.



1 - Locul geometric al concentraţiilor stoechiometrice
2 - Variaţia vitezei axiale a jetului
3 - Variaţia vitezei de ardere în jet

Fig. 2. — Cîmpurile de viteză axiale, concentraţie şi de viteză de ardere în stratul-limită al jetului liber turbulent.

Se poate considera că relaţia (1) se aplică cu suficientă aproximaţie pentru calculul valorii S_T^{max} în orice secţiune a jetului, cu condiţia ca valorile d_0 şi R_e să corespundă diametrului stratului-limită y_b şi valorii R_e în secţiunea respectivă a jetului. Această ipoteză poate fi adoptată ţinînd seama că viteza de ardere turbulentă se măreşte cu creşterea

pulsației vitezei transversale v' [7], care, la rîndul ei, conform [8] $v' \sim \frac{Dy_b}{Dt}$, demonstrează că viteza de ardere turbulentă va tinde să crească cu mărirea grosimii stratului-limită a jetului y_b.

Admițînd, conform teoriei jetului liber [9], o anumită repartiție afină a vitezelor și concentrațiilor în diferite secțiuni ale zonei de bază a jetului, dată de relațiile

$$u = u_m f(\eta), \tag{2}$$

în care :

u_m este viteza în axul jetului,

$$\eta = \frac{y}{x}$$

la care va corespunde o repartiție a concentrațiilor

$$\chi = \chi_m [f(\eta)]^\sigma \tag{3}$$

în care

χ_m este concentrația de combustibil în axul jetului,
σ — un exponent care, conform [9] [10] poate lua valori în limitele $\sigma = 0{,}5 \div 0{,}75$,

se pot determina cîmpurile de viteze și locul geometric al concentrațiilor stoechiometrice χ_{st} în diferite secțiuni ale jetului, care va coincide aproximativ cu locul geometric al vitezelor maxime de ardere S_T^{max}.

Este de remarcat că, pe măsura măririi vitezei de ieșire a gazului din ajutaj u_0, valorile vitezelor în axul jetului vor crește, conform relației [9]

$$u_m = \frac{0{,}96\, u_0}{\frac{ax}{R_0} + 0{,}29}, \tag{4}$$

în care

a este coeficientul de structură a jetului,
R_0 — raza ajutajului,
x — distanța de la gura ajutajului pînă la secțiunea de calcul a jetului.

Variația concentrației în lungul axului jetului este dată de relația [9]

$$\chi_m = \frac{0{,}7\ \chi_0}{\frac{ax}{R_0} + 0{,}29}. \tag{5}$$

de unde rezultă că variația cîmpului de concentrații în jetul turbulent nu depinde de valoarea u_0 (ceea ce explică faptul că lungimea flăcărilor

difuziv turbulente nu variază cu mărimea u_0) și deci locul geometric al vitezelor maxime de ardere S_T^{max} va fi același, independent de valoarea u_0.

Spre deosebire de condiția de stabilitate impusă în cazul fenomenului de retur al flăcărilor amestecurilor omogene, prin egalitatea gradienților vitezei de ardere și vitezei de deplasare a jetului în stratul limită la peretele ajutajului [11], [12], condiția de stabilitate în cazul flăcării difuzive va fi dată de egalitatea vitezei maxime de ardere S_T^{max} și vitezei de deplasare u, corespunzătoare zonei în care se stabilește S_T^{max} (inelul de amorsare a arderii).

Dat fiind faptul că atît cîmpul valorilor S_T^{max} cît și cîmpul de viteze u este funcție de u_0 și de distanța de la gura arzătorului x (vezi relațiile 1,2,4 și 5), rezultă că respectarea condiției de echilibru $u = S_T^{max}$ se va putea realiza la diferite nivele x în funcție de u_0, lungimea de desprindere a flacării x_d variind cu mărimea u_0, deoarece S_T^{max} este mai puțin influențat de u_0 decît valoarea u.

Creșterea valorilor u_0 și x_d conduce la deplasarea echilibrului $S_T^{max} = u$ în funcție de locul geometric al concentrațiilor $\chi = \chi_{st}$, ceea ce face ca diametrul inelului de amorsare la început să crească cu x_d, după care, în apropierea zonei de rupere, să se îngusteze, tinzînd spre o amorsare punctiformă în cazul cînd echilibrul se stabilește în axul jetului, unde $\chi = \chi_{st}$.

Rezultă deci că la limită, cînd u_m (în locul unde se stabilește $\chi_m = \chi_{st}$) depășește S_T^{max}, flacăra se va rupe, nefiind posibil alt nivel x în care să se poată stabili condiția de echilibru $u = S_T^{max}$.

Se observă că, deoarece conform (4) în zona de bază a jetului vitezele scad în jet invers proporțional cu valoarea x, iar diametrul stratului limită crește proporțional cu x ($y_b = cx$), mărimea R_e, în orice secțiune a zonei de bază a jetului, nu va depinde de x decît prin variația coeficientului de viscozitate ν, care va fi funcție de amestecul aer-gaz.

În cazul general cînd aerul necesar arderii sau gazul combustibil sînt la o temperatură mai ridicată decît mediul ambiant, trebuie avută în vedere dependența vitezei de ardere turbulentă de temperatura amestecului.

În acest caz se poate scrie o relație asemănătoare cu (5):

$$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = \frac{0{,}7}{\frac{ax}{R_0} + 0{,}29} \tag{6}$$

sau

$$\Delta T = \Delta T_m [f(\eta)]^{\sigma}. \tag{7}$$

în care

$$\Delta T = T - T_2; \quad \Delta T_m = T_m - T_2; \quad \Delta T_0 = T_1 - T_2,$$

T este temperatura într-un punct oarecare al zonei de bază a jetului (°K),
T_m — temperatura în axul jetului (°K),
T_1 — temperatura iniţială a jetului de gaz (°K),
T_2 — temperatura aerului necesar arderii (°K).

Notînd cu T_0 temperatura mediului ambiant, rezultă că viteza normală de ardere într-un punct oarecare al jetului în care are loc realizarea concentraţiei stoechiometrice, la temperatura T, va fi dată de relaţia aproximativă [7]:

$$S_L^{\max} = (S_L^{\max})_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^n, \tag{8}$$

în care n conform [3] [7] poate lua valori în limitele $n = 1{,}7 \div 2$.

O importanţă practică deosebită prezintă cazul în care aerul necesar arderii este la o temperatură ridicată T_2, temperatura gazului fiind egală cu cea a mediului ambiant $T_1 = T_0$.

În acest caz, temperatura, în orice punct al zonei de bază a jetului, va fi

$$T = T_2 (1 - \chi_{st}) + T_0 \tag{9}$$

sau

$$\frac{T}{T_0} = (1 - \chi_{st}) \frac{T_2}{T_0} + 1. \tag{9'}$$

Viteza normală maximă de ardere în acest caz va fi dată de relaţia

$$S_L^{\max} = (S_L^{\max})_0 \left[(1 - \chi_{st}) \frac{T_2}{T_0} + 1\right]^n. \tag{10}$$

În cazul general cînd atît aerul necesar arderii, cît şi gazul combustibil au temperaturi mai ridicate decît mediul ambiant şi se adoptă notaţiile din (7), rezultă:

$$S_L^{\max} = (S_L^{\max})_0 \left[(1 - \chi_{st}) \frac{T_2}{T_0} + \frac{T_1}{T_0}\right]^n. \tag{11}$$

În cazul cînd temperatura gazului şi a aerului necesar arderii este egală cu cea a mediului ambiant, condiţia de stabilitate a flăcării este dată de inegalitatea $u_m \leqslant S_T^{\max}$ scrisă pentru locul din axul jetului unde se stabileşte concentraţia χ_{st} care, la limită, permite determinarea vitezei de rupere u_{0r}:

$$u_m \simeq \frac{0{,}96\, u_0}{2a\, \overline{x}_f} \leqslant 0{,}18\, S_L^{\max} (\overline{y}_f\, d_0)^{0{,}26} \frac{u_0^{0{,}24}\, d_0^{0{,}24}}{\nu_{am}^{0{,}24}} 10^{-0{,}98}, \tag{12}$$

în care

$\overline{y}_f = \frac{y_f}{d_0}$ este diametrul relativ al stratului-limită al jetului în secțiunea în care pe axul jetului se stabilește concentrația $\chi_m = \chi_{st}$ ($\overline{y}_f$ depinde numai de natura gazului combustibil),

$\overline{x}_f = \frac{x_f}{d_0}$ — lungimea relativă între gura ajutajului și secțiunea jetului în care se realizează $\chi_m = \chi_{st}$ ($\overline{x}_f$ depinde numai de natura gazului combustibil),

d_0 — diametrul ajutajului (mm),

S_L^{max} — viteza normală maximă de ardere (m/s),

ν_{am} — viscozitatea cinematică a amestecului aer-gaz la rupere (m^2/s),

$$\nu_{am} = \frac{1}{\frac{\chi_{st}}{\nu_{gaz}} + \frac{1-\chi_{st}}{\nu_{aer}}}$$

a — coeficientul de structură al jetului ($a \simeq 0{,}07$).

Între valorile $\overline{x}_f$ și $\overline{y}_f$ conform [2] există relația $\overline{x}_f = 5{,}3\,\overline{y}_f$, valoarea $\overline{y}_f$ putînd fi luată cu suficientă aproximație [2] sub forma

$$\overline{y}_f = \frac{\chi_0}{\chi_{st}} \sqrt{\frac{\chi_{st}}{\chi_0} + \frac{\mathfrak{M}_a}{\mathfrak{M}_g}\left(1 - \frac{\chi_{st}}{\chi_0}\right)} \frac{1}{\alpha}, \qquad (13)$$

în care

$\mathfrak{M}_a$ și $\mathfrak{M}_g$ sînt greutățile moleculare ale aerului și, respectiv, gazului combustibil,

χ_0 — concentrația de combustibil în jetul de gaze, care în cazul cînd nu există aer primar în jet are valoarea $\chi_0 = 1$,

α — raportul dintre cantitatea de moli ce reacționează și cantitatea de moli produși prin reacție în cazul amestecului stoechiometric.

Din relația (12), la limită, rezultă expresia care permite determinarea vitezei de rupere a flăcării u_{0r}:

$$u_{0r} = K_1 \frac{(S_L^{max})^{1,31}\,\overline{y}_f^{1,65}}{\nu_{am}^{0,315}}\, d_0^{0,65}, \qquad (14)$$

din care rezultă ca fiind deosebit de importantă influența diametrului ajutajului și naturii gazului combustibil ($\overline{y}_f, S_L^{max}, \nu$) asupra mărimii vitezei de rupere a flăcării.

În cazul în care aerul necesar arderii sau gazul combustibil are temperatura mai ridicată decît cea a mediului ambiant, trebuie să se țină

seama de relaţiile (10) şi (11), care, introduse în (14), permit stabilirea influenţei preîncălzirii aerului şi gazului combustibil asupra limitei de stabilitate şi vitezei de rupere a flăcării.

Din analiza relaţiilor amintite se constată că viteza de rupere creşte mult cu temperatura de preîncălzire a aerului şi gazelor combustibile, eficienţa preîncălzirii aerului necesar arderii fiind mult mai mare în cazul gazelor combustibile care au χ_{st} scăzut (putere calorifică ridicată).

3. DETERMINAREA LUNGIMII DE DESPRINDERE A FLĂCĂRII DIFUZIV TURBULENTE

O importanţă deosebită o reprezintă determinarea lungimii de desprindere a flăcării, dat fiind faptul că în calculul instalaţiilor de ardere trebuie ţinut seama de factorii ce influenţează deplasarea zonei active a flăcării.

Pentru a determina nivelul x la care se stabileşte inelul de amorsare a flăcării în funcţie de viteza gazului u_0 la ieşirea din ajutaj conform modelului fizic adoptat, trebuie stabilită zona în care are loc egalitatea $u = S_T^{\max}$.

Din figura 2, rezultă că, atunci cînd $S_T^{\max} \gtrless u$, flacăra va tinde să se stabilizeze la un nivel x, mai coborît sau mai ridicat, unde se atinge egalitatea $u = S_T^{\max}$.

Pentru determinarea nivelului x la care se stabilizează flacăra, este suficient să se determine secţiunea din jet unde viteza medie de deplasare axială este egală cu viteza de ardere, corespuzătoare condiţiilor de turbulenţă ce se stabilesc în această secţiune.

Folosind ecuaţia conservării impulsului pentru determinarea variaţiei vitezei medii de deplasare în lungul jetului, rezultă

$$\rho_m \frac{\pi y_b^2}{4} u^2 = \rho_0 \frac{\pi d_0^2}{4} u_0^2, \tag{15}$$

în care

ρ_0, ρ_m reprezintă densitatea iniţială a gazului combustibil şi densitatea medie într-o secţiune a stratului limită,

y_b — grosimea stratului-limită în secţiunea analizată,

de unde

$$u = u_0 \frac{d_0}{y_b} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_m}}. \tag{16}$$

Raportul $\frac{\rho_m}{\rho_0}$ se poate calcula uşor în orice secţiune a jetului, în funcţie de concentraţia medie a gazului şi de greutatea moleculară a gazului combustibil şi aerului:

$$\frac{\rho_m}{\rho_0} = \chi \left(1 - \frac{\mathfrak{M}_a}{\mathfrak{M}_g}\right) + \frac{\mathfrak{M}_a}{\mathfrak{M}_g}, \tag{17}$$

în care, pentru variația valorii χ în lungul jetului, se poate adopta o relație de forma (5).

Condiția de stabilitate, ținînd seama de relațiile (1), (5), (16), (17) va fi

$$u_0 \frac{d_0}{y_b} \sqrt{\frac{1}{\frac{\chi_0 d_0}{y_b}\left(1 - \frac{\mathfrak{M}_a}{\mathfrak{M}_g}\right) + \frac{\mathfrak{M}_a}{\mathfrak{M}_g}}} = K\, y_b^{0,26} \left(\frac{u_0 d_0}{\nu_{am}}\right)^{0,24} S_L^{\max}, \qquad (18)$$

de unde rezultă că, pentru cazul cînd $\mathfrak{M}_a = \mathfrak{M}_g$, condiția de echilibru va fi dată de relația

$$x_d \simeq k_2 \frac{\nu_{am}^{0,19} d_0^{0,6}}{(S_L^{\max})^{0,8}} u_0^{0,6} \quad \text{(mm)}. \qquad (19)$$

În cazul $\mathfrak{M}_a \ll \mathfrak{M}_g$, din (18) rezultă după simplificări:

$$x_d \simeq k_2 \frac{\nu_{am}^{0,315} d_0^{0,34}}{(S_L^{\max})^{1,31}} u_0 \quad \text{(mm)}, \qquad (20)$$

în care d_0 este dat în mm.

Din relațiile (19), (20) rezultă că lungimea de desprindere a flăcării x_d crește relativ rapid cu viteza inițială a gazului u_0, depinzînd într-o măsură mai mică de diametrul ajutajului d_0 (în cazul $\mathfrak{M}_g \neq \mathfrak{M}_a$). Se remarcă influența naturii gazului asupra lungimii de desprindere prin valorile viscozității și a vitezei normale de ardere a gazului.

Avînd în vedere că valoarea viscozității variază în lungul jetului și că formulele (19), (20), sînt valabile în zona de bază a jetului, rezultă că pentru calcule aproximative se pot adopta pentru ν_{am} valorile corespunzătoare secțiunii de tranziție a jetului (exponentul mărimii ν_{am} fiind suficient de mic).

Dacă temperaturile aerului sau gazului sînt mai ridicate decît temperatura de referință, rezultă că valoarea $S_L^{\max}$ va crește conform relațiilor (10), (11), ceea ce va conduce la o micșorare corespunzătoare a lungimii de desprindere.

4. DETERMINAREA VITEZEI DE DESPRINDERE A FLĂCĂRII

Pentru a determina valoarea vitezei de ieșire a gazului u_0 la care are loc desprinderea flăcării, se va considera egalitatea gradienților transversali ai vitezei de deplasare axială și ai vitezei de ardere la marginea stratului-limită în apropierea gurei de ieșire din ajutaj ($x_d \to 0$). În adevăr, din relațiile (2) și (3) rezultă

$$\nabla u = u_m \left[f'(\eta) \frac{d\eta}{dy}\right]_{y=y_b} = \frac{u_m}{y_b} [f'(\eta)\eta]_{y=y_b}, \qquad (21)$$

$$\nabla \chi = \chi_m \left[\sigma f'(\eta) \frac{d\eta}{dy}\right]_{y=y_b} = \frac{\chi_m \sigma}{y_b} [f'(\eta)\eta]_{y=y_b}. \qquad (22)$$

Punînd condiţia în relaţia (22) ca $\chi = \chi_{st}$ distanţa h de la marginea stratului-limită la punctul $\chi = \chi_{st}$ va fi dată de relaţia

$$h \bigtriangledown \chi = \chi_{st} \tag{23}$$

Dacă se consideră o variaţie liniară a vitezei de ardere la marginea stratului-limită, rezultă că gradientul vitezei de ardere va fi:

$$\bigtriangledown S_T = \frac{S_T^{max}}{h} \frac{S_T^{max}}{\chi_{st}} \bigtriangledown \chi. \tag{24}$$

Condiţia de echilibru va fi dată de egalitatea gradienţilor ($\bigtriangledown S_T = \bigtriangledown u$), de unde se poate obţine valoarea vitezei de desprindere:

$$u_m = \sigma \frac{S_T^{max} \chi_m}{\chi_{st}}. \tag{25}$$

Ţinînd seama că relaţia (25) se referă la o secţiune foarte apropiată de gura de ieşire din ajutaj, rezultă $u_m \simeq u_0$ şi $\chi_m = \chi_0$.

Relaţia (25) poate fi explicitată folosind formula (1) pentru S_T^{max}, rezultînd în final valoarea vitezei de desprindere u_{0d}:

$$u_{0d} = k_3 \left(\frac{S_L^{max} \chi_0}{\chi_{st}} \frac{\rho_{st}}{\rho_0} \right)^{1,31} \frac{1}{\nu^{0,315}} d_0^{0,65}, \tag{26}$$

în care s-a ţinut seama şi de variaţia densităţii în stratul-limită [10]. Valoarea ρ_{st} reprezintă densitatea amestecului aer-gaz pentru concentraţia stoechiometrică.

Din experimentări a rezultat că viteza de desprindere este mai mare cînd flacăra se desprinde de la gura ajutajului (u_{0d_1}) decît în cazul cînd flacăra a fost readusă la poziţia normală (u_{0d_2}).

Raportul $\frac{u_{0d_1}}{u_{0d_2}}$ depinde atît de natura gazului, cît şi de starea suprafeţei pereţilor ajutajului în secţiunea de ieşire.

Relaţia (26) nu ţine seama de influenţa stratului-limită la pereţii ajutajului asupra vitezei de ardere, fiind deci valabilă în cazul cînd flacăra se readuce la poziţia normală din poziţia suspendată u_{0d_2}. Din relaţia (26) se remarcă că viteza de desprindere va depinde în acelaşi mod de diametrul d_0 ca şi viteza de rupere, fiind însă mai mică decît aceasta.

Din compararea relaţiilor (14), (26) rezultă deci că raportul $\frac{u_{0r}}{u_{0d_2}}$ rămîne constant pentru diferite valori ale diametrelor ajutajului, valoarea raportului depinzînd numai de natura gazului.

5. EXPERIMENTĂRI ASUPRA STABILITĂŢII FLĂCĂRILOR DIFUZIV TURBULENTE DESCHISE ÎN CAZUL GAZULUI METAN

Determinarea vitezei de rupere şi de desprindere s-a făcut pentru gaze naturale ($CH_4 = 99\%$), lungimea de desprindere a flăcării fiind stabilită pe baza fotografierii flăcărilor la un timp de expunere 1/5 s şi pe bază

de măsurători directe. Pentru a pune în evidenţă zona de amorsare a flăcării s-au realizat fotografii schlieren.

Experimentările s-au efectuat cu tuburi de lungime $\frac{L}{d_0} > 30$ dispuse vertical, diametrul tuburilor variind în limitele $d_0 = 4 \div 12{,}5$ mm.

În timpul experimentărilor, viteza iniţială a gazului combustibil u_0 a fost variată de la u_{0d_1} pînă la valoarea u_{0r} determinîndu-se totodată şi viteza u_{0d_2}.

În figura 3 sînt prezentate valorile experimentale ale vitezei de rupere în funcţie de diametrul ajutajului de ieşire a gazului (pentru gaz metan).

Calculele efectuate, conform expresiei (14), pentru cazul gazului metan ($S_L^{max} = 0{,}37$ m/s, $\chi_{st} = 0{,}095$, $\overline{y}_f = 13{,}75$, $\nu_{st} = 1{,}6 \cdot 10^{-5}$ m^2/s) au permis să se tragă concluzia că între datele experimentale şi cele de calcul există o foarte bună concordanţă în cazul în care valoarea constantei k_1, care ţine seama de structura jetului şi de unităţile de măsură adoptate în relaţia (14), este egală cu $k_1 = 2{,}87 \cdot 10^{-2}$.

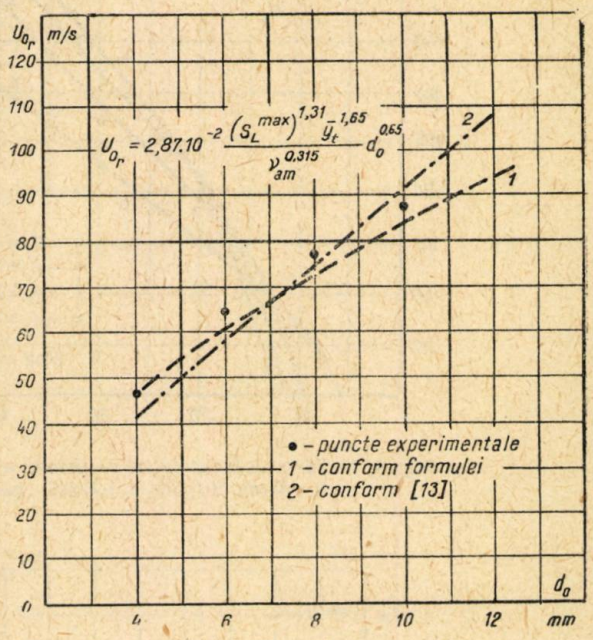


Fig. 3. — Variaţia vitezei de rupere în funcţie de diametrul ajutajului de ieşire (gaz metan).

Experimentările efectuate cu butan pentru tuburi cu diametrul $d_0 = 4$ mm au arătat că viteza de rupere creşte faţă de cea obţinută în cazul gazului metan, corespunzînd cu datele obţinute conform formulei (14).

De remarcat că relaţia empirică recomandată de Kitaev şi Levcenko în [13] pentru gazele naturale cu putere calorifică $P_{ci} = 7600$ kcal/Nm^3, de forma

$$u_{0r} = k^* \sqrt{1 + 0{,}2\, d_0^2}, \qquad (27)$$

în care $k^* = 15$, iar d_0 în mm conduce la aproximativ aceeaşi alură a curbei de variaţie a vitezei de rupere a flăcării în funcţie de diametrul ajutajului, în zona $d_0 = 4 \div 10$ mm (pentru gazul metan, din fig. 2, rezultă $k^* = 20$).

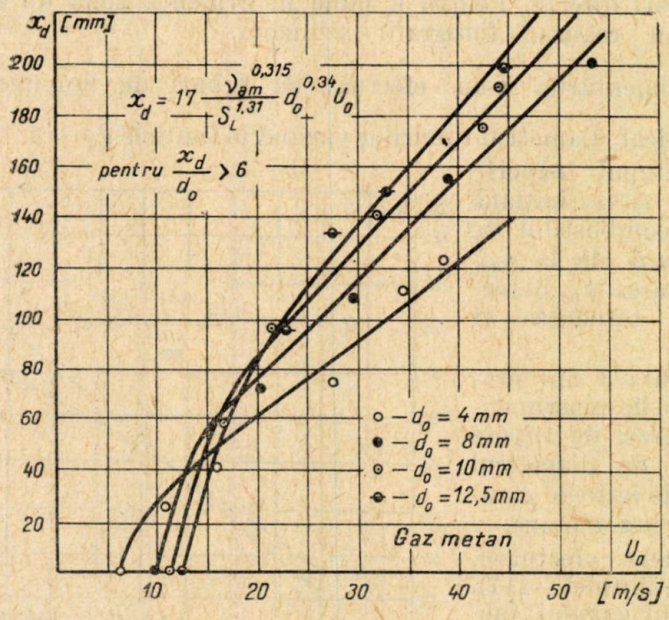


Fig. 4. — Variația lungimii de desprindere a flacării în funcție de viteza inițială a jetului (gaz metan).

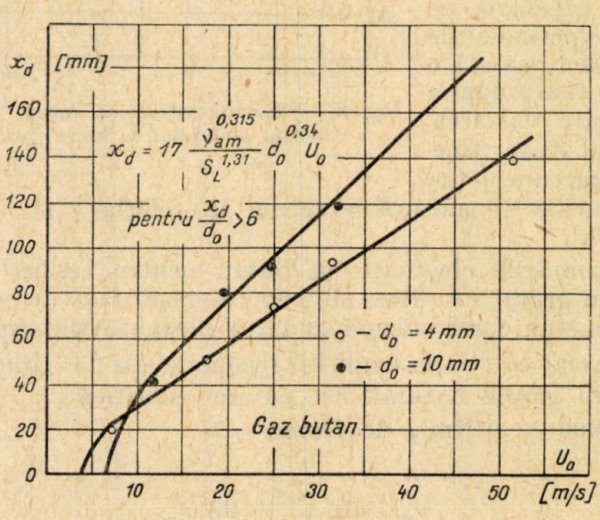


Fig. 5. — Variația lungimii de desprindere a flacării în funcție de viteza inițială a jetului (gaz butan).

Relaţia (14) se poate aplica şi la calculul vitezei de rupere în cazul jeturilor însoţite $\overline{y}_f$ fiind în acest caz funcţie de raportul dintre viteza aerului însoţitor şi cea a gazului combustibil $\left(m = \frac{u_1}{u_0}\right)$ [9], [14].

Rezultatele experimentale privind lungimea de desprindere x_d a flăcării pentru gazul metan şi butan sînt prezentate în figurile 4 şi 5 în funcţie de viteza u_0 şi de d_0, ales ca parametru.

În figurile 4 şi 5 valorile experimentale sînt marcate prin puncte, iar curbele de variaţie ale lui x_d s-au obţinut pe baza relaţiei (20), rezultînd de asemenea o suficient de bună aproximaţie faţă de datele experimentale, în special la valori $\frac{x_d}{d_0} > 6$ (la valori mari ale lui x_d se observă mici pulsaţii ale frontului de amorsare a flăcării).

Valoarea coeficientului k_2 din relaţia (20) în cazul dimensiunilor adoptate (d_0 în mm) a rezultat $k_2 = 17$.

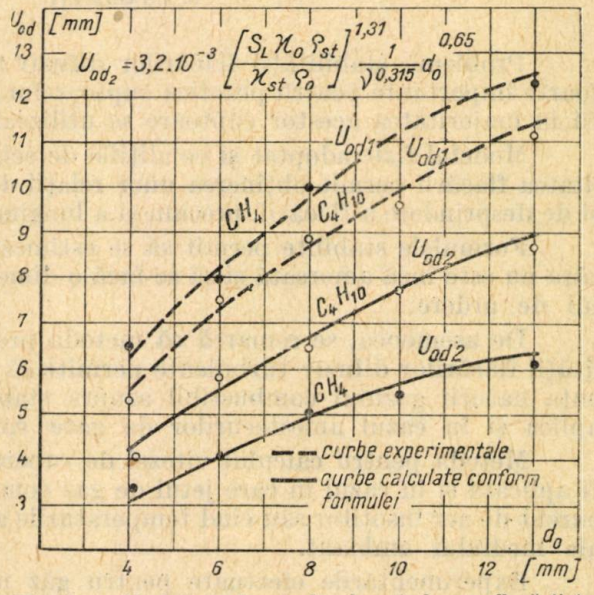


Fig. 6. — Variaţia vitezei de desprindere a flacării în funcţie de diametrul ajutajului de ieşire (gaz metan şi butan).

Vitezele de desprindere a flăcării u_{0d_1} şi u_{0d_2} s-au determinat prin măsurarea debitelor de gaze în momentul cînd flacăra s-a desprins sau a revenit la gura ajutajului.

Din experimentări s-a observat că raportul $\frac{u_{0d_1}}{u_{0d_2}}$ depinde numai de natura gazului combustibil şi de rugozitatea pereţilor ajutajului, avînd o valoare constantă pentru un gaz dat şi o prelucrare corespunzătoare a pereţilor ajutajului.

Astfel, pentru gazul metan s-a remarcat din experimentări că valoarea $\frac{u_{0d_1}}{u_{0d_2}}$ este aproximativ egală cu doi, iar pentru butan $\frac{u_{0d_1}}{u_{0d_2}} = 1{,}25$.

În figura 6 se dau valorile u_{0d_1} şi u_{0d_2} pentru gaz metan şi butan, în funcţie de d_0 fiind totodată prezentate şi curbele $u_{0d_2} = f(d_0)$, determinate conform formulei (26) pentru $k_3 = 1{,}92 \cdot 10^{-3}$.

De remarcat că în [13] se recomandă pentru calculul valorii u_{0d_1} o formulă aproximativ de aceeaşi formă cu relaţia (26), în care se ia

$k^* = 8{,}65$, ceea ce arată că şi pentru cazul gazelor naturale studiate în [13] raportul $\frac{u_{0r}}{u_{0d_1}}$ este constant pentru aceeaşi valoare d_0 a diametrului ajutajului.

6. CONCLUZII

Problema stabilităţii flăcărilor difuziv turbulente prezintă aspecte foarte importante pentru practica cuptoarelor industriale, avînd în vedere că în majoritatea acestor cuptoare se utilizează acest tip de flacără.

Modelul fizic adoptat şi condiţiile de echilibru impuse pentru stabilitatea flacării permit obţinerea unor relaţii de calcul a vitezei de rupere şi de desprindere a flăcării, precum şi a lungimii de desprindere a acesteia.

Formulele stabilite permit să se estimeze spaţiul iniţial în care flacăra nu este încă amorsată şi să se facă o dimensionare adecvată a spaţiului de ardere.

De asemenea, se remarcă că metoda propusă pentru calculul stabilităţii flăcărilor difuziv turbulente permite să se scoată în evidenţă influenţa naturii gazului combustibil asupra stabilităţii flăcării, putîndu-se aplica şi în cazul amestecurilor de gaze combustibile.

Metoda pentru calculul vitezei de rupere, cu mici modificări, poate fi aplicată şi în cazul în care jetul de gaz combustibil se destinde într-un curent de aer însoţitor sau cînd temperaturile agenţilor sînt diferite de cele ale mediului ambiant.

Experimentările efectuate pentru gaz metan au scos în evidenţă influenţa diametrului ajutajului şi a vitezei iniţiale a jetului de gaz asupra parametrilor de stabilitate ai flăcării difuziv turbulente.

Primit la redacţie la 29 ianuarie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. Л. А. Вулис, *Тепловой режим горения*. ГЭИ, Москва-Ленинград, 1954
2. B. Hawthorne, D. Wedell, G. Hottel, *Third Symposium on Combustion Flame and Explosion Phenomena*, 1949.
3. В. А. Спеишер, *Сжигание газа на электростанциях и в промышленности*, ГЭИ, Москва — Ленинград, 1960.
4. I. K. Richmond, I. M. Singer, E. B. Cook, I. R. Oxendine, J. Grumer, D. S. Burgess, *Sixth Symposium (International) on Combustion*, New York, 1957, 303–311.
5. B. Lewis, R. N. Plase, H. S. Taylor, *Combustion processes*, Princenton University Press, Princenton — New Jersey, 1956.
6. В. В. Мурзаков, *Основы теории и практики сжигания газа в паровых котлах*, ИЭ. Москва — Ленинград, 1964.
7. Л. Н. Хитрин, *Физика горения и взрыва*. И М У, Москва. 1957.

8. H. Schlichting, Grenzschicht-Theorie, Karlsrue, 1951.
9. Г. Н. Абрамовиҍ, *Теория туберкулентных струй*. ГИФМЛ, Москва, 1960.
10. Л. А. Вулис, *О премешивание газо ых объемов с помощью острых струй*. Теплоэнергетика, *12* (1956).
11. К. Вол, Н. Капп, К. Гаслей, *Устойчивость октратых пламен. Вопрос горения*. И И Л, Москва, 1953.
12. А. Патнэм, Р. Дженсон, *Применение безразмерных критериев к явлениям проскока и других явлениям горения*. Вопрос горения ИИЛ, Москва, 1953.
13. В. П. Михеев, *Сжагание природного газа в промышленных установках*. Гостоптехиздат, Москва, 1962.
14. D. Grecov, I. Iordache, *Determinarea lungimii flăcărilor difuziv turbulente în cazul jeturilor paralele*. St. cerc. energ. *1* (1965).
15. M. Rossi, *Étude aérodynamique sur modèle réduit des écoulements gazeux dans un four Martin chauffé au mazout*. Revue de métalurgie, aprilie, 1962.

TIMPUL DE ARDERE A PARTICULEI DE COMBUSTIBIL SOLID ȘI INFLUENȚA FACTORULUI GEOMETRIC[1])

DE

I. CARABOGDAN

Institutul de energetică al Academiei R.P.R., șos. Vitan nr. 236, București

662.611

Pornind de la ecuația generală a fluxului unui anumit tip de moleculă prin difuzie, sînt deduse relațiile teoretice ale timpului necesar arderii materiilor volatile și a reziduului carbonos în cazul unei particule de combustibil solid, precum și dependența timpului de ardere de caracteristica geometrică a fracției granulometrice. Se dă o metodă de calcul a diametrului mediu corectat, care să țină seama atît de abaterea formei particulei de la sferă, cît și de răspîndirea particulelor în limitele fracției granulometrice studiate.

Atît arderea materiilor volatile, cît și arderea reziduului carbonos se desfășoară în domeniul difuzional; rezultatele experimentale confirmă ipotezele teoretice pe baza cărora s-a demonstrat că timpul de ardere este proporțional cu pătratul caracteristicii geometrice a particulei respective.

1. În tehnică, în marea majoritate a cazurilor, procesele de ardere cvasistaționare decurg la temperaturi ridicate. Viteza de difuzie a oxigenului la suprafața de reacție a carbonului se apropie de viteza reacției chimice numai în domeniul temperaturilor moderate și rămîne în urma ei în domeniul temperaturilor ridicate. Nivelul de temperatură la care apare această diferență este cu atît mai scăzut, cu cît gradul de intensitate al schimbului de substanță în apropierea suprafeței carbonului este mai mic. Diferența dintre viteza potențială a reacției chimice și viteza ei faptică,

[1]) Lucrare prezentată în ședința secției de termoenergetică la 26 noiembrie 1964.

St. cerc. energ. electr. Tom 15 Nr. 2. p. 397–412 București, 1965

la o temperatură dată, constituie domeniul real al accelerării posibile a procesului datorită intensificării proceselor de formare a amestecului şi, prin urmare, este o rezervă importantă care poate fi valorificată prin mijloace variate, determinate de nivelul cunoaşterii procesului intim de ardere.

Studiul procesului de ardere a particulei de cărbune se bucură de o atenţie deosebită, deoarece combustibilul solid este folosit în majoritatea cazurilor în stare pulverizată, iar proiectarea şi realizarea instalaţiilor energetice moderne impun cunoaşterea cît mai precisă a acestui fenomen complex.

Rezultatele puţinelor cercetări întreprinse în acest domeniu nu pot fi generalizate şi aplicate la calcularea timpului de ardere a unui ansamblu de particule, deoarece nu ţin seama de abaterea particulelor de la forma sferică, considerată ca ipoteză de calcul, precum şi de diversitatea mărimii particulelor, chiar în cazul unei fracţii granulometrice foarte restrînse. În prezenta lucrare ne-am propus determinarea unui diametru echivalent mediu care să includă cele două abateri amintite şi studierea influenţei lui asupra vitezei de ardere.

2. Timpul de ardere al unei particule de combustibil solid poate fi imaginat ca suma a trei componente, şi anume : timpul necesar încălzirii particulei pînă la temperatura de aprindere (τ_p) (se măsoară din momentul în care particula este introdusă în cîmpul de temperaturi pînă cînd se aprinde), timpul de ardere a materiilor volatile (τ_v) şi timpul de ardere al reziduului de carbon (τ_r). Prin urmare, se poate scrie

$$\tau_{tot} = \tau_p + \tau_v + \tau_r . \tag{1}$$

Dintre aceste componente, ponderea cea mai mare revine ultimei, deoarece în această perioadă se consumă cea mai mare parte a carbonului care intră în componenţa particulei respective. Exprimarea analitică a celor trei componente în condiţiile convecţiei naturale impune adoptarea următoarelor ipoteze simplificatoare : particula este considerată sferică, condiţiile de stare sînt rapid stabilizate şi menţinute în întreaga perioadă de desfăşurare a procesului, sistemul difuzional are două componente principale : oxigenul care difuzează prin azotul staţionar (produsele de ardere sînt neglijate datorită concentraţiei reduse în raport cu celelalte componente) ; procesul de ardere se desfăşoară uniform de la exterior spre interiorul particulei, iar viteza reacţiei la suprafaţa particulei depinde de nivelul temperaturii mediului ; concentraţia oxigenului la suprafaţa solidului este neglijabilă ; stratul—limită care înconjură particula este simetric.

2. 1. Considerînd temperatura iniţială a particulei t_0 şi cea a mediului în care particula este introdusă rapid t_a, se poate calcula cu ajutorul relaţiilor cunoscute din literatura de specialitate [1] timpul în care particula atinge o temperatură dată, în cazul nostru temperatura de aprindere.

Astfel, repartizarea temperaturii în particulă pentru orice moment de timp este dată de relaţia

$$t_{r,\tau} = t_a \sum_{i=1}^{i=\infty} 2 \frac{\sin n_i - n_i \cos n_i}{n_i - \sin n_i \cdot \cos n_i} \cdot \frac{\sin\left(n_i \dfrac{r}{d_0/2}\right)}{n_i \cdot \dfrac{r}{d_0/2}} \cdot e^{-n_i^2 \mathrm{Fo}}, \qquad (2)$$

în care

$$n_i = \varepsilon \frac{d_0}{2}.$$

ε — un număr pozitiv,
d_0 — diametrul iniţial al particulei (m),

$\mathrm{F_0} = \dfrac{a\tau}{(d_0/2)^2}$ — criteriul Fourier,

$a = \dfrac{\lambda}{\gamma \cdot c}$

τ — timpul (h),
λ — coeficientul de conductibilitate termică (kcal/m·h°C),
c — căldura specifică a materialului încălzit (kcal/k g°C).

Dată fiind amploarea calculelor necesare pentru determinarea acestor parametri s-a propus folosirea unei relaţii criteriale de forma

$$\frac{t_{r,\tau}}{t_a} = f\left(\mathrm{Bi},\ \mathrm{Fo},\ \frac{r}{d_0/2}\right). \qquad (3)$$

Valorile acestei funcţii pentru diferite valori ale criteriilor Bi şi Fo sînt date în [1] $\left(\mathrm{Bi}$ — criteriul Biot $\mathrm{Bi} = \dfrac{\alpha d_0/2}{\lambda}\right)$. Determinarea timpului de pregătire al particulei cu ajutorul metodei sus-menţionate impune cunoaşterea următorilor factori : temperatura cîmpului în care este introdusă particula, caracteristicile fizice ale combustibilului respectiv şi temperatura de aprindere.

Temperatura de aprindere pentru o gamă largă de combustibili şi dependenţa ei de o serie de factori, ca dimensiunea particulei, conţinutul de materii volatile, umiditatea, cenuşa, a fost determinată într-o lucrare anterioară [2].

2. 2. Asupra desfăşurării procesului de ardere a materiilor volatile în emisie, pînă în prezent nu există o teorie completă. Cu oarecare rezerve se poate considera că timpul de ardere al materiilor volatile este determinat în mod real de timpul de devolatilizare [3], aceasta deoarece procesul se desfăşoară la temperaturi ridicate şi în atmosferă infinită. Particula de carbon poate fi imaginată ca un corp poros sferic care conţine o sferă concentrică de fluid supus unui transfer de masă prin evaporare

şi difuzie în materia poroasă a solidului. Dacă considerăm că reţeaua poroasă a particulei are raza a_0 şi permeabilitatea p_0, la o suprafaţă oarecare de rază a fluxul materiilor volatile (viscozitatea lor se notează prin η) volatilizate v este dat de ecuaţia lui Darcy :

$$v = -\frac{P_0}{\eta} \cdot \frac{dc}{dr}, \tag{4}$$

unde $\frac{dc}{dr}$ este gradientul radial al concentraţiei.

La suprafaţa lichidului de rază a, fluxul va fi

$$v_a = -\frac{r^2}{a^2} \cdot \frac{P_0}{\eta} \cdot \frac{dc}{dr}. \tag{5}$$

Integrînd ecuaţia (5) în limitele $r = a_0$, $c = 0$ şi $r = a$, $c = C_0$ se obţine

$$v_a = \frac{c_0 \cdot \frac{P_0}{\eta}}{a - \frac{a^2}{a_0}}. \tag{6}$$

În acelaşi timp însă, v_a este masa de schimb pe unitatea de suprafaţă a lichidului, $\frac{dm/dt}{4\pi r^2}$, deci

$$v_a = -\sigma\left(\frac{V}{100}\right) \cdot \frac{da}{d\tau}, \tag{7}$$

unde

V este conţinutul de materii volatile în %,

σ — densitatea particulei de combustibil (g/cm³).

Prin egalarea relaţiilor (6) şi (7), integrarea în limitele $\tau = 0$; $a = a_0$ şi $\tau = \tau_v$, $a = 0$ şi înlocuirea lui a_0 cu $\frac{d_0}{2}$, obţinem

$$\tau_v = \frac{\sigma\left(\frac{V}{100}\right)}{8 C_0 \frac{P_0}{\eta}} \cdot d_0^2 = K\left(\frac{V}{P_0}\right) \cdot d_0^2 = K_v d_0^2. \tag{8}$$

Valoarea lui P_0 poate fi determinată din teoria lui Darey şi Carman [4],[9]

$$P_0 = \frac{e^3}{K_0 s_1^2}, \tag{9}$$

în care :

e — este porozitatea reţelei,

s_1 — volumul specific al suprafeţei,

K_0 — constanta lui Kozeney.

În conformitate cu această teorie, porozitatea creată va fi direct proporțională cu $\frac{V}{100}$; pentru determinarea lui s_1 se consideră ca valabile două posibilități, și anume s_1 este proporțional cu $V^{\frac{2}{3}}$ și s_1 este independent de conținutul materiilor volatile.

De aici rezultă că, în cazul primei ipoteze, K_v va fi proporțional cu $V^{-\frac{2}{3}}$, iar în cazul celei de-a doua K_v este independent de conținutul materiilor volatile.

2.3.1. Ecuația generală a fluxului unui tip de moleculă prin difuzie

$$F = -\frac{D}{T} \cdot \frac{\mathrm{d}(c \cdot T)}{\mathrm{d}x}, \tag{10}$$

unde

F este fluxul net al masei prin unitatea de suprafață perpendiculară pe axa x (g/cm²s),

D — coeficientul de difuzie (cm²/s),

c — concentrația (g/cm³),

T — temperatura absolută (°K),

poate fi simplificată dacă compoziția gazului are greutatea medie moleculară constantă [6]. Aceasta este aproximativ exact în cele mai multe sisteme practice de ardere unde azotul reprezintă circa 80%. Cu această aproximație fluxul este dat de relația:

$$F = -\rho D \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}, \tag{11}$$

unde

ρ este densitatea gazului (g/cm³)

f — concentrația masică a gazului care difuzează (—).

Dacă produsul ρD este considerat constant în cîmpul care înconjură particula, relația (11) poate fi aplicată pentru determinarea vitezei de consum a gazului reactant pe unitatea de suprafață a particulei de formă sferică:

$$F_{0_2} = \frac{2\rho D(f_0 - f_s)}{d_0} = \frac{\rho D(f_0 - f_s)}{r_0}, \tag{12}$$

unde

F_{0_2} este viteza de consum a gazului pe unitatea de suprafață a particulei (g/cm³),

d_0 — diametrul inițial al particulei (cm),

f_0, f_s — concentrația masică a oxigenului în cîmpul ambiant și, respectiv, la suprafața particulei.

Viteza de descreștere a razei particulei este obținută din expresia vitezei de consum a carbonului:

$$F_c = -\frac{\mathrm{d}m/\mathrm{d}z}{S} = -\sigma \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\tau}, \tag{13}$$

S — suprafața exterioară a particulei (cm^2).
Relațiile (12) și (13) pot fi egalate, ținînd seama că viteza de consum a carbonului este de 12/32 de ori mai mare decît viteza de consum a oxigenului :

$$-\sigma\frac{dr}{d\tau}=\frac{3}{8}\cdot\frac{\rho D(f_g-f_s)}{r}. \tag{14}$$

Integrînd relația (14) în limitele $\tau=0$; $r=\frac{d_0}{2}$ și $\tau=\tau_r$; $r=0$, se obține

$$\tau_r=\frac{\sigma}{3\rho D(f_g-f_s)}\cdot d_0^2, \tag{15}$$

Pe baza ipotezei făcute inițial că procesul se desfășoară în domeniul difuzional, deci reacția chimică este foarte rapidă, concentrația oxigenului la suprafața particulei poate fi neglijată în comparație cu concentrația oxigenului în mediul înconjurător ($f_s=0$). Folosind expresiile densității și a coeficientului de difuzie ca funcții de temperatură și presiune :

$$\rho=\rho_0\left(\frac{P}{P_0}\right)\cdot\left(\frac{T_0}{T}\right) \tag{16}$$

$$D=D_0\left(\frac{P_0}{P}\right)\cdot\left(\frac{T}{T_0}\right)^n \tag{17}$$

și înlocuindu-le în relația (15), obținem

$$\tau_r=\frac{\sigma}{3\,\rho_0 D_0 f_g\left(\frac{T}{T_0}\right)^{n-1}}\cdot d_0^2, \tag{18}$$

unde

n = 1,75 — din teoria cinetică a gazelor,
ρ_0 = $1{,}3\cdot10^{-3}$ g/cm^3,
D_0 = 0,18 cm^2/s,
T_0 = 273 °C,
T = temperatura medie absolută a cîmpului care înconjură particula și care în general se determină prin relația

$$T=(T_s-T_g)\cdot\ln\left(\frac{T_s}{T_g}\right)\cdot \tag{19}$$

În cazul în care T_s și T_g au valori apropiate, T se poate calcula ca medie aritmetică a celor două temperaturi.

Indicii s și g se referă la suprafață și, respectiv, la gaz. Dacă temperatura mediului poate fi ușor măsurată, temperatura suprafeței se deter-

mină cu mari aproximaţii, dat fiind dimensiunea redusă a particulei şi viteza mare de desfăşurare a procesului.

Relaţia (18) poate fi pusă sub forma

$$\tau_r = K_D \cdot d_0^2, \tag{20}$$

unde

$$K_D = \frac{\sigma}{3\rho_0 D_0 f_g \left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,75}}. \tag{21}$$

Pentru diferite valori ale lui T şi pentru un anumit σ, K_D poate fi determinat prin calcul. Cunoscînd pe K_D, se poate calcula uşor τ_r pentru diferite caracteristici geometrice ale particulei.

2.3.2. În cazul determinării teoretice a timpului de ardere a reziduului carbonos, trebuie să se ţină seama de variaţia densităţii aparente datorită eliminării în perioada anterioară a materiilor volatile. Să presupunem că densitatea iniţială a particulei este σ_0, iar după eliminarea materiilor volatile σ_{red} (redus). În acest caz avem

$$\sigma_{red} = \sigma_0 \left(1 - \frac{V}{100}\right) \tag{22}$$

şi, prin urmare, îi corespunde

$$K_{D\,red} = K_D \left(1 - \frac{V}{100}\right). \tag{23}$$

3. Cercetările experimentale au avut ca scop, pe de o parte, determinarea dependenţei timpului de ardere de pătratul diametrului corectat al particulei, iar pe de altă parte compararea acestei valori, determinată practic, cu cea calculată pentru anumite caracteristici ale mediului. Instalaţia experimentală a trebuit să fie concepută astfel încît să permită determinarea următorilor parametri : timpul de pregătire, timpul de ardere a materiilor volatile, timpul de ardere a reziduului carbonos, temperatura suprafeţei particulei, factorul de umflare, precum şi dependenţa acestora de temperatura, presiunea, viteza şi compoziţia mediului ambiant. Instalaţia experimentală se compune din următoarele elemente (fig. 1) : un cuptor cilindric cu $\varnothing = 40$ mm (1), încălzit electric de la 0 la 1200°C, utilat cu dispozitive care permit ridicarea presiunii interioare, variaţia concentraţiei de oxigen şi măsurarea acestor mărimi. Un dispozitiv (*2*), răcit cu apă, de fixare a particulei şi de introducere a ei în centrul focarului ; două surse de lumină (*3*) concentrate pe particulă ; un sistem de lentile (*4*) ; un aparat cinematografic (*5*) cu turaţie reglabilă ; un sistem (*6*) format dintr-o lentilă, un colimator, o fotodiodă ; un amplificator (*7*) şi un oscilograf (*8*), care permite înregistrarea luminozităţii particulei în timpul arderii ; un preîncălzitor (*9*), care permite încălzirea aerului pînă la 500°C, şi o sursă de aer cu un debit de 150 m^3/h ; sursele necesare de alimentare şi diverse aparate de măsură prin care se controlează şi dirijează regimul termic din instalaţie.

4. Cercetările experimentale impun cunoaşterea următoarelor caracteristici ale combustibilului studiat : umiditate, cenuşă, materii volatile, putere calorică, densitate aparentă pentru fiecare fracţie granulometrică, caracteristicile geometrice, precum şi greutatea fiecărei particule. În acest scop, combustibilul ales, după măcinarea sa în moara ventilator de

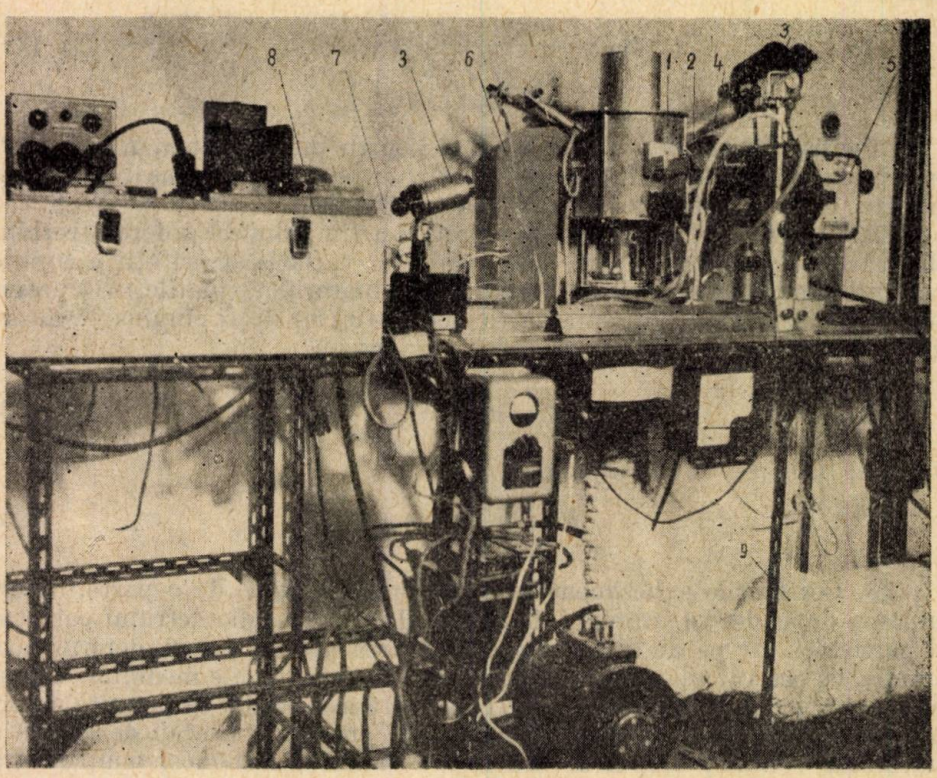


Fig. 1. — Instalaţia experimentală.

laborator, a fost sortat în opt fracţii granulometrice între 3000 şi 500μ. Din fiecare sort granulometric s-au ales două grupe a cîte 100 de particule. Cunoscîndu-se densitatea medie aparentă pe fracţiune şi greutate, s-a calculat volumul fiecărei particule.

4. 1. În capitolele anterioare particula a fost considerată de formă sferică. În realitate însă, ea diferă de aceasta. Mai mult încă, datorită faptului că experimental nu se pot stabili fracţiuni de un diametru dat, ci numai fracţiuni cuprinse între două limite, determinate de sitele folosite, diametrul mediu pe fracţiune trebuie calculat astfel încît să ţină seama atît de abaterea formei particulei de la sferă, cît şi de repartiţia lor în limitele fracţiunii respective.

Numai astfel timpul de ardere calculat sau determinat experimental poate fi reprezentativ pentru fracțiunea granulometrică respectivă. În acest scop se calculează pentru fiecare particulă diametrul sferei echivalente volumului particulei respective.

$$d_c = 1{,}24 \sqrt[3]{V_P}, \tag{24}$$

unde

$V_P = \frac{g_P}{\sigma}$ este volumul particulei (cm^3),

g_p — greutatea particulei (g),

σ — densitatea aparentă a fracțiunii (g/cm^3).

Pentru determinarea diametrului mediu corectat care să țină seama și de împrăștierea particulelor între cele două limite ale fracțiunii granulometrice, se determină pentru fiecare particulă raportul $x = \frac{d_c}{d_0}$, unde $d_0 = \frac{d_{01} + d_{02}}{2}$, și se trasează curba prezentată în figura 2, care are în abscisă raportul $\frac{d_c}{d_0}$, iar în ordonată procentul de particule corespunzător unui raport dat. În cazul experimentat, curbele reprezintă o medie a repartiției celor două grupe a câte 100 de particule (d_{01} și d_{02} valoarea minimă și maximă a fracțiunii granulometrice studiate).

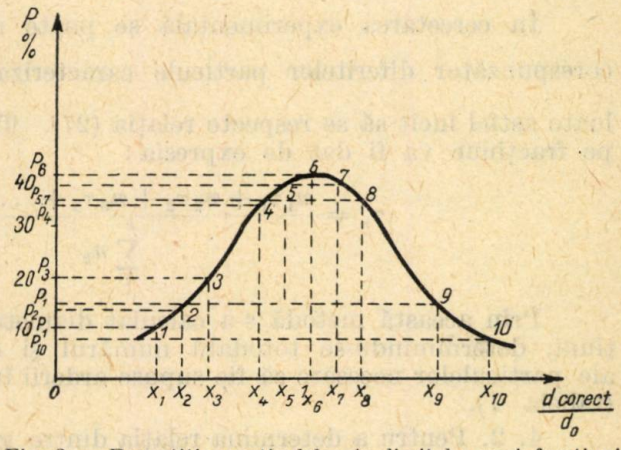


Fig. 2. — Repartiția particulelor în limitele unei fracțiuni granulometrice.

Pentru curba din figura 2 se poate scrie

$$\frac{n_1}{P_1} = \frac{n_2}{P_2} = \frac{n_3}{P_3} = \ldots = \frac{n_k}{P_k} = \frac{N}{\sum_1^k P_i} \tag{25}$$

în care n_1, n_2, n_3, ..., n_k este numărul de particule căruia în cazul repartiției date îi corespund procentele P_1, P_2, P_3, ..., P_k. Dacă se pune condiția ca n_i să fie numere întregi, numărul minim de particule ce vor trebui

luate corespunzător secționării curbei de repartiție în $(k-1)$ secțiuni va fi $\sum_1^k P_i$. Deci $\frac{N}{\sum_1^k P_i} = 1$ și prin urmare:

$$\left.\begin{aligned} n_1 &= P_1 \\ n_2 &= P_2 \\ n_3 &= P_3 \\ &\vdots \\ n_k &= P_k \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

$$\frac{d_{cm}}{d_0} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 + \ldots + n_k x_k}{\sum_1^k n_i},$$

de unde

$$d_{cm} = \frac{n_1 d_{c1} + n_2 d_{c2} + n_3 d_{c3} + \ldots + n_k d_{c\kappa}}{\sum_1^k n_i}. \tag{27}$$

În cercetarea experimentală se poate măsura timpul de ardere corespunzător diferitelor particule caracterizate printr-un anumit $\frac{V_P}{V_0}$, luate astfel încît să se respecte relația (27). Timpul mediu reprezentativ pe fracțiune va fi dat de expresia:

$$\tau_n = \frac{n_1 \tau_1 + n_2 \tau_2 + n_3 \tau_3 + \ldots + n_k \tau_k}{\sum_1^k n_k}. \tag{28}$$

Prin această metodă s-a calculat diametrul mediu al fiecărei fracțiuni, determinîndu-se totodată numărul și caracteristicile geometrice ale particulelor necesare să fie supuse arderii în instalația experimentală (tabela 1).

4. 2. Pentru a determina relația dintre greutatea particulelor (calculată ca medie a celor două grupe de cîte o sută) și diametrul mediu corectat, s-a trasat în coordonate logaritmice curba din figura 3.

Ecuația curbei din figura 3 este:

$$G_P = 881\, d_c^{3,01} \tag{29}$$

G_p — greutatea particulei (mg).

4. 3. Particulele experimentate au fost selecționate în conformitate cu valorile rezultate din relația (26). Fiecare particulă a fost fixată pe o bară de silică cu ajutorul unui ciment refractar, după care, prin intermediul dispozitivului (2), a fost introdusă în cuptorul încălzit în prealabil la tem-

Tabela 1

Diametrele medii corectate, numărul de particule necesare experimentării fiecărei fracţiuni şi caracteristicile fizice ale combustibilului

Fracţiunea	d_0	d_{6m}	Nr. de particule	$\frac{d_c}{d_0}$	σ	W^a	A^a	V^a	A^u	V^c	$\frac{Q_s^a}{Q_i^a}$
mm	mm	mm	—	—	g/cm²	%	%	%	%	%	kcal/kg
3—25	2,75	2,600	1 10 1	0,800 0,980 1,100	1,324	2,88	16,68	38,32	14,09	45,60	$\frac{6\,046}{5\,781}$
2,5—2,0	2,25	2,145	1 10 1	0,830 0,950 1,100	1,380	3,12	14,15	33,76	15,46	40,51	$\frac{5\,995}{5\,664}$
2,0—1,5	1,75	1,832	1 19 1	0,900 1,050 1,150	1,410	2,97	14,05	35,01	14,48	42,19	$\frac{6\,013}{5\,749}$
1,5—1,2	1,35	1,348	1 11 1	0,850 1,000 1,120	1,455	2,64	16,58	33,32	17,02	41,02	$\frac{5\,754}{5\,499}$
1,2—1,0	1,10	1,25	1 9 2	0,950 1,130 1,250	1,460	2,61	16,72	34,75	17,16	43,05	$\frac{5\,746}{5\,491}$
1,0—0,75	0,875	0,975	1 6 1	0,950 1,100 1,210	1,470	2,77	16,76	32,31	17,23	40,23	$\frac{5\,731}{5\,476}$
0,75—0,6	0,675	0,775	5 11 5	1,100 1,150 1,150	1,465	2,95	16,48	33,72	16,98	41,81	$\frac{5\,738}{5\,582}$
0,6—0,5	0,555	0,556	1 8 1	0,950 1,000 1,150	1,490	3,60	16,92	35,42	17,55	44,56	$\frac{5\,890}{5\,638}$

W^a – umiditatea la masa de analiză (%).

A^a , A^u – cenuşa raportată la masa de analiză şi la masa uscată (%).

V^a , V^c – conţinutul de materii volatile raportat la masa de analiză şi la masa combustibilă (%).

Q_s^a , Q_i^a – puterea calorică superioară şi inferioară raportate la masa de analiză (kcal/kg).

peratura dată. Cercetările experimentale au fost efectuate în următoarele condiţii : temperatura mediului 700°C, viteza relativă dintre mediu şi particulă egală cu zero şi presiunea parţială a oxigenului din mediu egală cu presiunea parţială a oxigenului din aer. Pentru fiecare particulă supusă

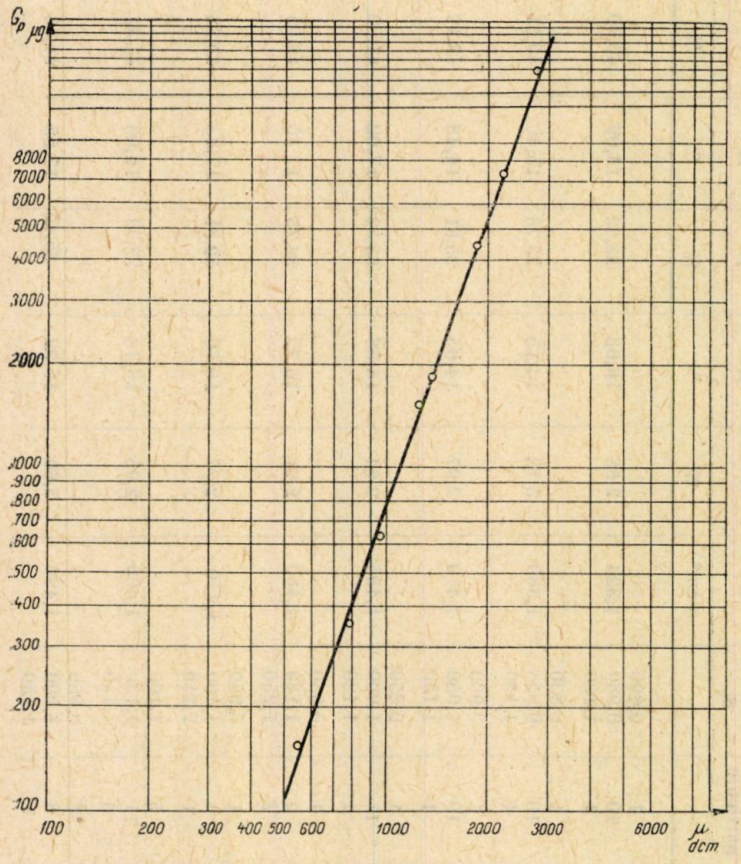


Fig. 3. — Greutatea particulelor funcţie de diametrul mediu corectat.

experimentării s-au înregistrat simultan imaginea ei şi variaţia intensităţii de radiaţie a suprafeţei. Timpii de ardere determinaţi prin ambele metode sînt foarte apropiaţi. Înregistrările pe pelicula cinematografică permit în plus determinarea factorului de umflare. Curbele înregistrate prin cea de-a doua metodă sînt de genul celei prezentate în figura 4.

Fiecărui proces prin care trece particula în perioada arderii îi corespunde o porţiune caracteristică a curbei de radiaţie a suprafeţei. Astfel :

— porţiunea *a* reprezintă timpul necesar particulei să atingă temperatura de aprindere, numit timp de pregătire ;

— porțiunea *b* reprezintă timpul de ardere al materiilor volatile;
— porțiunea *c*, cea mai lungă, reprezintă timpul de ardere al reziduului carbonos.

De menționat scăderea intensității de radiație a particulei după terminarea arderii materiilor volatile, urmată de creșterea pînă la atingerea

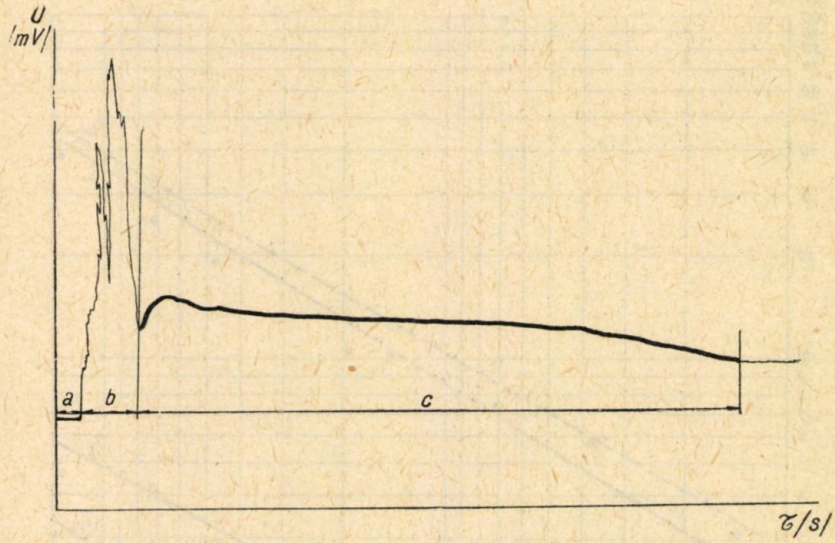


Fig. 4. — Desfășurarea procesului de ardere a unei particule de combustibil.

unui maxim, după care procesul se desfășoară cu o scădere treptată a radiației particulei.

4. 4. Pentru verificarea ipotezei făcute în alegerea particulelor după repartiția lor în cadrul fiecărei fracțiuni granulometrice în raport cu mărimea $\frac{d_c}{d_0}$, s-au efectuat cîteva serii de determinări a timpului de ardere a particulelor caracterizate prin $\frac{d_c}{d_0} = \text{const.}$, la forme și dimensiuni diferite. Din rezultatele obținute nu rezultă o dependență a timpului de ardere de forma particulei pentru același $\frac{d_c}{d_0}$.

Pe baza rezultatelor obținute la arderea diferitelor fracțiuni granulometrice au fost trasate curbele (fig. 5), corespunzătoare timpului de pregătire, de ardere a materiilor volatile, de ardere a reziduului carbonos, precum și timpul total de ardere a particulelor.

Prelucrarea datelor cu ajutorul relației (29) a fost impusă de exprimarea cu un grad ridicat de precizie a dependenței timpului de ardere de

caracteristica geometrică (d_c) a particulei. În formă generală se poate scrie :

$$G_P = K_0 d_{cm}^m, \tag{29'}$$

în care K_0 și m sînt constante funcție de natura combustibilului.

În cazul nostru, $K_0 = 881$ și $m = 3{,}01$.

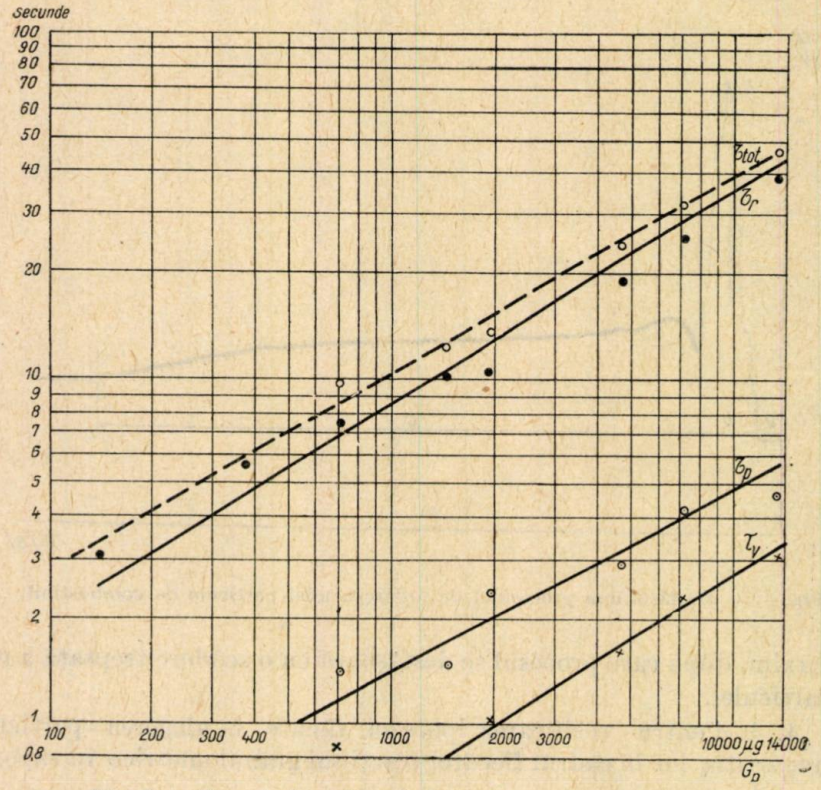


Fig. 5. — Timpul de ardere funcție de greutatea particulei.

Să considerăm că timpul de ardere funcție de diametrul corectat este dat de o relație de forma

$$\tau = K_1 d_{cm}^{m_1}. \tag{30}$$

iar funcție de greutatea particulei de o relație similară ;

$$\tau = K_2 G_P^{m_2}. \tag{31}$$

În cazul curbelor din figura 5, coeficienții K_2 și m_2 au următoarele valori :

$\tau_P = 1{,}4\ G_{P\ 0.532}$ pentru timpul de pregătire ; (32)

$\tau_v = 0{,}65\ G_{P\ 0.625}$ pentru timpul de ardere a materiilor volatile ; (33)

$\tau_r = 8{,}5\ G_{P\ 0.625}$ pentru timpul de ardere a reziduului ; (34)

$\tau_{tot} = 10{,}5\ G_{P\ 0.58}$ pentru timpul integral de ardere al particulei. (35)

Dacă în relaţia (31) se înlocuieşte valoarea lui G_p determinată din (29′) se obţine dependenţa timpului de ardere de caracteristica geometrică :

$$\tau = K_2(K_0 \cdot d_c^m)^{m_2}. \tag{36}$$

Din compararea relaţiilor (30) şi (36) se poate scrie

$$K_1 = K_2 \cdot K_0^{m_2} \tag{37}$$

$$m_1 = m \cdot m_2. \tag{38}$$

În urma acestor transformări, relaţiile (32), (33), (34) şi (35) vor avea forma

$$\tau_p = 51{,}5 \cdot d_{cm}^{1.6}, \tag{39}$$

$$\tau_v = 45{,}2\ d_{cm}^{1.88}, \tag{40}$$

$$\tau_r = 590 d_{cm}^{1.88}, \tag{41}$$

$$\tau_{tot} = 540 \cdot d_{cm}^{1.75}, \tag{42}$$

Compararea valorilor calculate cu cele determinate experimental, în cazul timpului de ardere al reziduului carbonos de exemplu, se reduce la compararea valorilor lui K_D, calculat prin relaţia (21), cu cea a lui $K_D = 590$ din relaţia (41), determinată experimental. În acest scop, valorii teoretice a lui K_D trebuie să i se aducă o serie de corecţii, şi anume : corecţia la variaţia densităţii aparente datorită eliminării în perioada anterioară a materiilor volatile ; corecţia la variaţia densităţii aparente în funcţie de fracţiunea granulometrică ; corecţia la variaţia dimensiunii particulei în perioada de pregătire. Dacă presupunem că în perioada de pregătire particula se umflă de la d_0 la d_1, densitatea sa variază de la σ_0 la σ_1, iar în mod corespunzător timpul de ardere de la τ_{r0} la τ_{r1}. Deoarece $\frac{\sigma_1}{\sigma_0} = \left(\frac{d_0}{d_1}\right)^3$,

$$\frac{\tau_{r1}}{\tau_{r0}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\left(\frac{d_1}{d_0}\right)^2 = \left(\frac{d_0}{d_1}\right)^3 \cdot \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^2 = \frac{d_0}{d_1}. \tag{43}$$

Notăm $\frac{d_1}{d_0} = \Phi$ —factor de umflare ($\Phi > 1$)

$$\tau_{r1} = \frac{\tau_{r0}}{\Phi} = K_D \cdot d_0^2/\Phi, \tag{44}$$

$$K_{D1} = \frac{K_D}{\Phi}. \tag{45}$$

Determinarea factorului de umflare a impus măsurarea experimentală a dimensiunii modificate a particulei după introducerea sa în cîmpul de temperaturi, şi anume în momentul în care începe arderea reziduului carbonos. Valorile experimentale sînt prezentate în tabela 2.

Tabela 2

Factorul de umflare mediu pe fracțiune funcție de diametrul mediu corectat.

d	mm	2,75	2,25	1,75	1,35	1.10	0,875
Φ	–	1,28	1,27	1,35	1,27	1,29	1,37

După cum se vede, factorul de umflare nu este funcție de granulație și oscilează pentru combustibilul experimentat în jurul valorii medii de 1,3.

Pentru cele opt grupe granulometrice studiate, determinările de laborator au arătat că densitatea aparentă variază cu diametrul mediu corectat al fiecărei grupe după o curbă de forma $\sigma = A\, d_{cm} + B$. Expresia generală a coeficientului K_D, cu includerea corecțiilor amintite, va fi:

$$K_D = \frac{(A\, d_{cm} + B)}{3 \rho_0 D_0 f_g \left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,75}} \left(1 - \frac{V^*}{100}\right) \cdot \frac{1}{\Phi}, \tag{46}$$

unde

$$A = 0{,}0785 \ \text{g/cm}^4, \qquad T = 2\,000\,^\circ\text{K},$$
$$B = 1{,}545 \ \text{g/cm}^3, \qquad T_0 = 273\,^\circ\text{K},$$
$$\rho_0 = 1 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \ g/cm^3, \qquad V^* = 47\,\%,$$
$$D_0 = 0{,}18 \ \text{cm}^2/\text{s}, \qquad \Phi = 1{,}3.$$
$$f_g = 0{,}23,$$

Valoarea coeficientului K_D calculată astfel este de 840, față de 590 determinat experimental

5. Rezultatele cercetărilor experimentale confirmă ipotezele teoretice, pe baza cărora s-a demonstrat că, în condițiile date, atît arderea materiilor volatile, cît și arderea reziduului carbonos se desfășoară în domeniul difuzional în care timpul de ardere este proporțional cu pătratul caracteristicii geometrice a particulei respective. Valoarea exponentului n de 1,88, obținută experimental, poate fi considerată ca foarte apropiată de cea teoretică ($n = 2$) dacă ținem seama de complexitatea procesului și de multitudinea factorilor care îl influențează.

Primit la redacție la 16 ianuarie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. С. Н. Шорин, *Теплопередача*. Москва, 1964.
2. I. Carabogdan, *Asupra temperaturii de aprindere a combustibililor solizi din R.P.R.*, St. cerc. energ., *4*, 509–524 (1963).
3. R. H. Essenhigh, *The influence of Coal Rank on the Burning Times of Single Captive particles*. Journal of Engineering for Power. Transaction of the ASME, Series A, *3* iulie, 183–188 (1963).
4. C. Darcy, *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*, Paris, Vitr. Delmot, 1956.
5. C. P. Carman, *Transaction Institution of Chemical Engineers*, London, vol. 15, 1937, 150.
6. A. M. Fidel, *Predicting the Burning Time of the Coke Residue of pulverised Fuel*. Britisch Coal Utilisation Research Association, **XXVIII**, *2*, febr. 61–75 (1964).

REDUCEREA CONŢINUTULUI DE SULF DIN COCSUL DE FLUIDIZARE (FAZĂ LABORATOR)

DE

I. NISTOR, I. HRISTESCU şi M. ROSENBERG

Institutul de energetică al Academiei R.P.R., Şos. Vitan nr. 236, Bucureşti

66.096.5

Se prezintă încercările de reducere a conţinutului de sulf din cocsul de fluidizare, executate într-o instalaţie de fluidizare discontinuă de laborator, folosindu-se drept agent un amestec de abur-aer.

În intervalul de temperatură la 650—750°C şi cu un conţinut de minimum 70% abur în agentul de fluidizare, se îndepărtează circa 30% din conţinutul total de sulf din cocsul de fluidizare obţinut din cărbune PALV.

1. GENERALITĂŢI

În vederea obţinerii economice a unei fonte de calitate, cu conţinut minim de sulf, precum şi pentru o bună separare a acesteia de zgură, s-a căutat să se folosească materii prime care să prezinte în mod natural un conţinut de sulf cît mai redus.

Deoarece, pe măsura exploatării lor, aceste materii prime au început să devină mai rare şi exploatarea lor mai neeconomică, s-a impus necesitatea cercetării căilor de îmbunătăţire atît a minereului, cît şi a cocsului rezultat din materii prime cu conţinut de sulf mai ridicat.

Cărbunii din Valea Jiului, principala bază de materii prime pentru industria noastră cocsochimică, au un conţinut ridicat de substanţe minerale şi de sulf.

Încercările de reducere a conţinutului de sulf din aceşti cărbuni au fost efectuate pe diferite căi, în strat fix şi fluidizat, în cadrul Institutului

de energetică al Academiei R.P.R. Ele s-au referit atît la cărbune şi semicocs, cît şi la cocs.

Studiile anterioare de desulfurare, efectuate în strat fix asupra cărbunilor din ţara noastră, deşi au dus uneori la efecte sensibile de desulfurare, nu au fost transpuse în industrie. Tehnica desulfurării în strat fix ducea la instalaţii cu volum mare şi la cheltuieli de desulfurare ridicate.

O dată cu dezvoltarea semicarbonizării cărbunilor în strat fluidizat, problema desulfurării concomitente sau ulterioare, tot prin fluidizare a cărbunilor sau semicocsurilor a devenit din nou actuală, condiţiile tehnice şi tehnologice fiind mult mai avantajoase.

Rezultatele obţinute la încercările de reducere a conţinutului de sulf din cărbune şi semicocs efectuate în strat fluid cu agent oxidant au fost prezentate anterior [1], [2]. În cele ce urmează se vor prezenta încercările de reducere, în fază de laborator, a conţinutului de sulf din cocsul de fluidizare.

După cum s-a arătat anterior, cărbunii din Valea Jiului au în general un conţinut ridicat de sulf, de ordinul a 2,5—3,0%. Analiza formelor din sulf din aceşti cărbuni arată predominanţa netă a sulfului mineral în cea mai mare parte.

Astfel, în cazul minei Aninoasa, sulful mineral ajunge uneori la 80% din total, în cazul minei Lupeni la circa 60%, iar la celelalte mine (Vulcan, Lonea şi Uricani) raportul dintre sulful mineral şi cel organic este aproximativ 1 : 1.

Pirogenarea cărbunilor, respectiv semicarbonizarea sau cocsificarea, duce însă la modificări radicale în repartiţia formelor iniţiale de sulf. Dinamica transformării formelor de sulf în cursul proceselor de pirogenare a cărbunilor a fost studiată de diferiţi autori. Powell şi Parr [3] arată că în timpul încălzirii cărbunilor pirita trece în FeS sau Fe_2O_3 şi sulf; sulful se combină cu hidrogenul, dînd H_2S. Sulfaţii se reduc sub acţiunea cărbunelui, trecînd în sulfură, iar sulful organic trece parţial în hidrogen sulfurat, parţial sub formă de combinaţii organice nevolatile. Krîm şi Beskina [4] arată că la cărbunii care conţin numai sulf organic viteza de degajare a H_2S rămîne practic constantă pînă la 1 100°C. La adăugare de sulf sub formă de pirită, dinamica degajării hidrogenului sulfurat are alt caracter, terminîndu-se la 600—700°C. Efectul inhibitor al piritei asupra descompunerii sulfului organic este semnalat şi de alţi autori [5].

În cazul cocsificării cărbunilor de Valea Jiului, conţinutul de sulf organic şi sulf sulfat rămîne aproximativ constant, sulful piritic scade şi conţinutul de sulf sulfură creşte sensibil.

Încercări de desulfurare cu agent oxidant apar deci justificate, dat fiind că gazele oxidante atacă în general sulful sulfură şi piritic, pe cînd gazele reducătoare afectează şi sulful organic [6].

Principalele reacții care pot avea loc între sulfurile de fier din cărbune sau, generic considerat, între pirite și agentul oxidant folosit la desulfurare sînt următoarele [2]:

1) $4\ FeS_2 + 3\ O_2 \rightarrow 2\ Fe_2O_3 + 4\ S_2$ (raport $FeS_2 : O_2 = 4 : 3$)
2) $2\ FeS_2 + 2\ O_2 \rightarrow 2\ Fe\,S + 2\ SO_2$ („ „ „ $= 4 : 4$)
3) $FeS_2 + 2\ O_2 \rightarrow Fe + 2\ SO_2$ („ „ „ $= 4 : 8$)
4) $2\ FeS_2 + 5\ O_2 \rightarrow 2\ Fe\,O + 4\ SO_2$ („ „ „ $= 4 : 10$)
5) $3\ FeS_2 + 8\ O_2 \rightarrow Fe_3O_4 + 6\ SO_2$ („ „ „ $= 3 : 8$)
6) $4\ FeS_2 + 11\ O_2 \rightarrow 2\ Fe_2O_3 + 8\ SO_2$ („ „ „ $= 4 : 11$)
7) $FeS_2 + 3\ O_2 \rightarrow Fe\,SO_4 + SO_2$ („ „ „ $= 4 : 12$).

Paralel pot avea loc și reacții secundare între oxizii de fier formați și pirite, între oxizii de fier și sulfatul de fier format, între sulfuri de fier și SO_2 și altele.

Dacă ținem seama de greutățile volumetrice relative ale piritei și substanței cărbunoase supuse desulfurării, conținutul volumetric al piritei în cărbune nu depășește în genere 3—4%. Gazele care vor oxida pirita, trecînd deci printr-o masă proporțional foarte mare de cărbune, vor reacționa și cu acesta.

Reacțiile care pot avea loc între cărbune și agentul oxidant (de exemplu abur-aer) sînt:

$$C + O_2 \rightarrow CO_2$$
$$2\,C + O_2 \rightarrow 2\,CO$$
$$2\,CO + O_2 \rightarrow 2\,CO_2$$
$$C + H_2O \rightarrow CO + H_2$$
$$C + 2H_2O \rightarrow CO_2 + 2H_2.$$

Mai sînt posibile și reacții inverse, de refixare a sulfului de către cărbune. Gradul de recombinare dintre sulf și cărbune depinde evident de reactivitatea cărbunelui, de granulația lui, de concentrația gazelor cu sulf în reactor, precum și de grosimea stratului și de viteza agentului de fluidizare în strat.

Din punctul de vedere al desulfurării sînt favorabile stratele scunde și cu suprafață mare, precum și viteze mari ale agentului gazos [1], [2].

Analiza teoretică a reacțiilor de desulfurare duce la ipoteza că îndepărtarea sulfului din cocsul de fluidizare în timpul sau la sfîrșitul treptei de cocsificare va fi mai anevoioasă decît în cazul semicarbonizării, deoarece combinațiile sulfului rezultate în procesul de cocsificare prezintă o stabilitate mai mare.

2. ÎNCERCĂRI EXPERIMENTALE

Materia primă folosită pentru încercări a fost cocsul de fluidizare fabricat în instalația „Carbofluid"-Calan. Caracteristicile chimico-tehnice ale materiei prime pentru diferitele serii de încercări sînt arătate în tabela 1.

Tabela 1

Caracteristicile chimico-tehnice ale cocsului de fluidizare folosit ca materie primă în procesul de desulfurare

Granulaţia mm	W_a %	A^a %	V^a %	St^a %	St^{anh} %
0,3—4	6,19	17,52	1,65	2,23	2,37

Aparatura folosită pentru încercările de reducere a conţinutului de sulf în laborator a fost o instalaţie de fluidizare cu funcţionare discontinuă, alcătuită dintr-un reactor metalic cu încălzire electrică exterioară, dintr-un supraîncălzitor în formă de serpentină pentru agentul de fluidizare, dintr-un generator de abur şi o suflantă pentru debitarea aerului ce intră în compoziţia agentului de fluidizare.

Agentul de fluidizare folosit a fost un amestec abur-aer în proporţii diferite, debitele fiind astfel reglate încît să se obţină viteza de fluidizare la nivelul dorit (sub 1 m/s).

Parametrii variabili a căror influenţă s-a căutat a se determina au fost :

— compoziţia agentului de fluidizare (respectiv proporţia abur-aer),
— temperatura optimă de desulfurare,
— durata de staţionare a cocsului în reactor şi
— înălţimea stratului de cărbune în reactor.

Prima serie orientativă de încercări (tabela 2) s-a efectuat cu un strat de cărbune mare ($I = 15$ cm, $G = 200$ g), cu o compoziţie a agentului de fluidizare alcătuită din abur-aer 10 : 90 şi 50 : 50 şi cu o durată de staţionare a materialului în reactor egală cu 10 min. Încercările efectuate la temperaturile de 600—650 şi 700°C au dus la desulfurări nesatisfăcătoare ($St = 2,1 - 2,3$ %).

Tabela 2

Desulfurarea cocsului de fluidizare
(înălţimea stratului $\cong$ 150 mm, timp = 10 min)

Nr. crt.	t °C	V m/s	St^a %	A^a %	V^a %	W^a %	Compoz. agent abur/aer
1	700	0,52	2,07	16,77	1,29	1,60	
2	650	0,59	2,07	18,10	0,35	2,56	10/90
3	600	0,43	2,26	17,64	1,38	1,07	
4	750	..	2,04	23,73	1,66	0,65	
5	700	0,85	2,04	19,62	1,60	0,87	50/50
6	650	0,72	2,00	19,92	2,07	0,71	
7	600	..	2,27	16,12	1,55	4,13	

Încercările ulterioare (tabela 3), efectuate în acelaşi interval de temperatură, cu aceeaşi înălţime de strat şi cu durata de staţionare a materialului în reactor de 10 şi 15 min, cu toată creşterea procentului de abur

în compoziția agentului de fluidizare pînă la circa 60%, au permis numai reducerea conținutului de sulf la circa 1,90%.

Tabela 3

Desulfurarea cocsului de fluidizare

(înălțimea stratului ≅ 15 mm, timp = 15 min)

Nr. crt.	t °C	V m/s	St^a %	A^a %	V^a %	W^a %	Compoz. agent abur/aer
1	750	0,97	2,04	..	..	..	
2	700	0,89	2,17	19,95	1,42	0,99	
3	650	0,84	2,07	20,09	1,53	0,96	60/40
4	600	0,77	2,14	18,95	1,88	1,90	
5	550	0,75	2,04	20,00	2,04	1,11	
6	800	1,22	1,88	20,14	1,02	0,69	
7	750	1,12	1,89	20,38	0,97	0,73	65/35
8	700	1,07	1,98	20,55	1,19	0,76	
9	650	0,98	1,95	—	—	—	

Această primă serie de încercări a arătat că în întregul interval de temperatură considerat, cu toată durata de staționare relativ mare (10 și 15 min) a cocsului în fluidizor și cu toată variația proporțiilor relative de abur-aer într-un interval destul de larg și la înălțimea mare de strat folosită în primele încercări, efectul de desulfurare este relativ scoborît.

Seriile următoare de încercări (tabela 4) s-au efectuat cu înălțimea stratului fluidizat, redusă la jumătate.

Încercările de desulfurare s-au efectuat în intervalul 550—800°C, durata de staționare fiind variată între 5 și 15 min, iar viteza agentului de desulfurare între 0,65 și 1,0 m/s. Proporția de abur în agentul de desulfurare a fost ridicată treptat pînă la 70% din total.

La vitezele de fluidizare folosite și la proporții relativ scăzute de abur (sub 50%), efectul de desulfurare s-a menținut scoborît. La creșterea pînă la 60—70% a conținutului de abur din agentul de desulfurare, conținutul de sulf a scăzut de la 2,37% în materialul inițial pînă la 1,7%, în probe izolate chiar pînă la 1,65% la temperatura de regim de 750°C. Durata de staționare a materialului în reactor a fost de 15,10 și 8 min. Coborîrea temperaturii de lucru de la 750 la 550°C a dus la micșorarea indicelui de desulfurare de la circa 29 la 22% (fig. 1).

Ambele serii de încercări efectuate confirmă categoric observația privitoare la necesitatea unui strat fluidizat de înălțime redusă și suprafață mare.

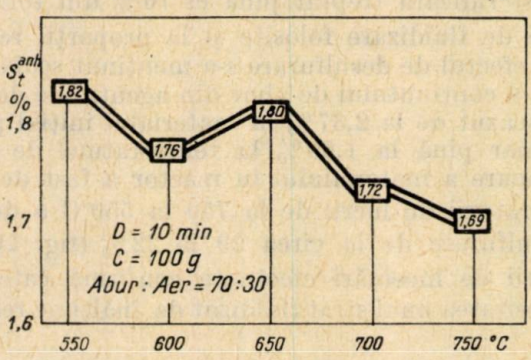
Datorită procesului chimic oxidativ în condițiile încercărilor de laborator, conținutul de cenușă din cocs crește de la $A^{anh} = 17,8$ pînă la 19,5% în cocsul desulfurat, iar conținutul de volatile scade cu circa 1%, ajungînd sub valoarea de 2%.

Tabela 4

Desulfurarea cocsului de fluidizare
(înălțimea stratului ≅ 80 mm)

Nr. crt.	t °C	V m/s	St^a %	A^a %	V^a %	W^a %	Compoz. agent. abur/aer	Durata de staționare min
1	700	0,25	2,32	20,10	1,05	1,90	15/85	
2	650	0,23	2,27	18,96	0,14	2,08		
3	700	0,48	2,04	19,78	0,67	0,68		
4	650	0,45	2,04	19,53	1,06	0,79	60/40	
5	600	0,40	2,01	19,19	1,36	0,65		
6	750	0,60	1,82	18,73	1,52	7,92		15
7	700	..	2,04	19,66	0,92	1,05	65/35	
8	650	1,00	2,07	23,66	1,45	1,00		
9	600	0,57	1,98	19,00	0,89	1,39		
10	750	0,73	1,60	18,44	1,61	4,49		
11	650	0,69	1,75	19,49	1,30	0,72	75/25	
12	600	..	1,72	17,52	1,64	1,23		
13	750	0,79	1,63	19,76	2,56	1,07		
14	700	0,75	1,69	19,98	1,14	1,37		
15	650	0,67	1,76	20,08	1,21	1,51	70/30	10
16	600	0,64	1,72	19,93	2,31	1,02		
17	550	0,63	1,79	20,88	1,94	1,58		
18	800	0,79	1,69	19,43	2,22	4,85		
19	750	0,82	1,69	19,65	0,52	4,85	70/30	
20	700	0,84	1,69	21,01	1,32	2,00		
21	650	0,74	1,74	20,48	1,46	1,61		8
22	750	0,94	1,69	21,31	1,52	4,29		
23	700	1,12	1,64	..	1,28	2,79	80/20	
24	650	0,91	1,64	19,79	1,48	3,55		

La o durată de staționare de numai 8 min, indicele de desulfurare se situează ceva mai jos, reprezentînd în medie circa 25% în intervalul tem-



Variația conținutului de sulf din cocsul desulfurat în funcție de temperatură.

peraturilor de 650—850°C. Față de încercările de desulfurare cu durate de desulfurare de 10 min, reducerea timpului de staționare de 8 min duce la o

mai mare dispersare a rezultatelor finale, îndeosebi în ceea ce privește conținutul final de sulf și de cenușă.

La mărirea în continuare a proporției de abur în compoziția agentului de fluidizare pînă la 95 și chiar 100% în intervalul de temperatură 650—750°C, indicii de desulfurare se situează la același nivel ca în cazul folosirii unui agent de fluidizare cu numai 70% abur.

Tabela 5

Desulfurarea cocsului de fluidizare
(înălțimea stratului ≈ 80 mm)

Nr. crt.	t °C	V m/s	St^a %	A^a %	V^a %	W^a %	Compoz. agent. abur/aer	Durata de staționare min
1	750	0,62	1,70	18,87	1,63	0,75		
2	700	0,97	1,66	19,09	1,41	0,95	100/0	8
3	550	0,51	1,87	19,37	2,89	4,95		
4	500	0,78	1,88	19,75	2,95	5,00		
5	750	0,56	1,73	19,20	1,71	1,02		
6	700	0,85	1,79	19,11	1,31	0,77		
7	650	1,26	1,76	18,81	1,46	1,14	100/0	5
8	600	1,91	1,73	19,09	1,10	0,78		
9	550	0,72	1,85	18,32	1,80	0,86		

Conținutul de sulf scade tot la circa 1,7%, în schimb conținutul de cenușă prezintă creșteri ceva mai mici. Și în acest caz eficiența procesului de desulfurare scade simțitor la nivele de temperatură mai scoborîte (500—600°C).

Centralizarea principalelor date privind fiecare serie de încercări în parte este redată în tabela 6.

Din analiza datelor cuprinse în tabel se desprind următoarele observații:

1. Reducerea conținutului de sulf de la $St^{anh} = 2{,}4$ la $St^{anh} = 1{,}7\%$ din cocsul de fluidizare obținut din cărbuni PALV se poate realiza folosind un agent de fluidizare alcătuit din amestec aer-abur care să conțină minimum 70% abur.

2. Pentru obținerea unor recuperări satisfăcătoare în condițiile de laborator, este necesară folosirea unei viteze de fluidizare sub 0,9 m/s. În condiții industriale, viteza agentului de fluidizare va trebui reverificată și corelată atît cu granulația cocsului folosit ca materie primă, cît și cu forma geometrică a reactorului.

3. Temperaturile optime de regim se situează în intervalul 700—750°C. Coborîrea temperaturii de lucru sub 600°C duce la înrăutățirea simțitoare a indicelui de desulfurare.

4. În condițiile de laborator s-a dovedit necesară menținerea înălțimii stratului de cocs la maximum 8 cm. Creșterea înălțimii stratului de cocs duce la favorizarea reacțiilor de recombinare a compușilor cu sulf

Tabela 6

Tabel sintetic privind încercările de desulfurare a cărbunilor în instalaţie de laborator
(granulaţia = 0,3 – 4 mm)

Nr. crt.	Înălţimea stratului cm	Timp min	Raport abur-aer	Viteza m/s	Temp. °C	Sulf iniţial %	Sulf final %	I_s %
1	15	10	10/90	0,4 – 0,6	600 – 700	2,54	2,25	11
2	15	10	50/50	0,7 – 1,0	550 – 750	2,54	2,19	14
3	15	15	60/40	0,75 – 0,95	550 – 750	2,54	2,14	16
4	15	15	65/35	1,0 – 1,2	650 – 750	2,54	2,00	21
5	8	15	15/85	0,25	650 – 700	2,37	2,31	3
6	8	15	60/40	0,45	600 – 700	2,37	2,14	10
7	8	15	65/35	0,6 – 1,1	600 – 700	2,37	2,19	7
8	8	15	75/25 } 70/30	0,65 – 0,80	650 – 750	2,37	1,69	29
9	8	10	70/30	0,65 – 0,86	550 – 750	2,37	1,82... 1,69	22... 29
10	8	8	70/30	0,7 – 0,9	650 – 800	2,37	1,75	25
11	8	8	80/20	0,9 – 1,0	650 – 750	2,37	1,70	28
12	8	8	100/0	0,6 – 1,0	700 – 750	2,30	1,70	24
13	8	8	100/0	0,5 – 0,85	500 – 550	2,30	1,85	20

eliminaţi şi deci la înrăutăţirea efectului de desulfurare. Înălţimea optimă de strat va trebui reverificată în faza-pilot.

5. Folosirea unui agent de fluidizare alcătuit numai din abur nu duce la îmbunătăţirea remarcabilă a desulfurării, în schimb se manifestă printr-o creştere mai mică a conţinutului final de cenuşă .

6. Pentru realizarea cocsului de fluidizare cu conţinut redus de sulf, încercările de laborator indică necesitatea separării ca tehnologie şi instalaţie a procesului de cocsificare de cel de desulfurare. Rămîne ca încercările ulterioare în faza-pilot să verifice tehnologia, gradul de reducere a conţinutului de sulf şi eficienţa economică a procesului.

Primit la redacţie la 25 ianuarie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. I. Blum, I. Nistor, V. Cîndea, C. Ionescu, *Desulfurarea cărbunilor neaglutinanţi PALV prin fluidizare cu agent abur-aer.* St. cerc. energ., *4*, 529–540 (1962).
2. I. Blum, I. Nistor, V. Cîndea, C. Ionescu, *Desulfurarea cărbunilor neaglutinanţi PALV prin fluidizare cu agent abur-aer-azot.* St. cerc. energ., *1*, 133–148 (1963).
3. A. R. Powell, S. W. Parr, J. Ind. Eng. Chem., *12*, 887–890 (1920); W. Glund, *Handbuch der Kokerei*, Verlag, von Donugol, 1930.
4. E. S. Krîm, G. I. Beskina, Citat după Kalina Gwiner, *Zwiazki siarkowe i cyanowe Z gazu koksowniczego-Koks-Smola-Gaz, 3* (1961).
5. К. П. Медведев, В. М. Петропольская, К. А. Никитин, *Обессеривание углей молекулярных водородов.* Кокс и химия, *2*, 5—9, (1959).
6. Г. К. Ангелова, *Исследование возможности обессеривания углей в процессе коксования.* Autoreferat-disertaţie, Instit. tehnic chimico-tehnologic. „D. I. Mendeleev", Moscova, 1958.

SCHIMB DE EXPERIENȚĂ CU R.D.G. PRIVIND APLICAREA OSCILOMOTOARELOR PARAMETRICE LA ACȚIONAREA COMPRESOARELOR PENTRU FRIGIDERE

DE

MATEI MARINESCU

MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI R.P.R.

721.313.84

În intervalul de la 9—14 noiembrie 1964 a avut loc la Uzinele „Scharfenstein" din R.D.G., în cadrul unui schimb de experiență între Academia R.P.R. și Academia de Științe din Berlin, efectuarea unor experiențe pentru a preciza condițiile de aplicare a oscilomotoarelor de tip parametric la acționarea compresoarelor de frigidere.

S-a procedat întîi la stabilirea caracteristicilor de mers în gol în comparație cu actualul motor produs în serie de Uzinele „Sachsenwerk" și prevăzut cu sistem bielă-manivelă pentru transformarea mișcării de rotație în mișcarea alternativă.

Rezultatele acestor prime experiențe au arătat marele avantaj al folosirii oscilomotorului, reducîndu-se considerabil pierderile mecanice prin suprimarea mecanismului de transformare a mișcării de rotație în mișcare alternativă. Astfel, pierderile mecanice s-au redus de la 63 W, în cazul folosirii motorului rotativ, la numai 17 W, în cazul folosirii oscilomotorului.

De asemenea s-a constatat la oscilomotor funcționarea cu un factor de putere superior aceluia al motorului rotativ (0,5 în loc de 0,45).

În afară de avantajele de mai sus, în care intră și realizarea unei reduceri substanțiale a cantității de material activ (fier și cupru), precum și o simplitate constructivă apreciabilă, oscilomotorul nu necesită relee de pornire și nici relee de protecție, datorită pornirii automate în sarcină și scăderii curentului în loc de o creștere a lui la blocarea motorului ca urmare a unei eventuale gripări a pistonului în cilindru, una dintre cauzele frecvente de scoatere din funcție a motorului rotativ fiind tocmai arderea bobinajului la blocarea pistonului prin dereglarea releului de protecție.

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 2 p. 421—422 București, 1965

În fine, una dintre problemele majore pe care trebuie s-o rezolve specialiștii Uzinelor „Scharfenstein" în legătură cu actualul grup motor-compresor este aceea a uzurii pieselor mecanismului de transformare a mișcării de rotație în mișcare alternativă, problemă a cărei rezolvare a devenit acută o dată cu mărirea turației motorului de antrenare de la 1 500 la 3 000 rot/min.

În scopul rezolvării ei, uzinele au creat un laborator modern pentru studiul cu izotopi al uzurii, investind un capital de 5 10^6 mărci.

Soluția cu oscilomotor elimină această problemă, ceea ce constituie iarăși un avantaj prețios al metodei.

În al doilea rînd, a fost experimentată funcționarea corectă a supapei de aspirație construită de Uzinele „Scharfenstein" în noile condiții create prin adaptarea acestei supape la oscilomotor.

Verificarea unei funcționări corecte s-a făcut prin măsurarea cu vacuumetrul a depresiunii create. S-a obținut aceeași valoare de — 0,8 At în ambele cazuri (cu oscilomotor și motor rotativ).

S-a trecut, în fine, la verificarea supapei de evacuare (construcție R.D.G.), constatîndu-se funcționarea corectă pînă la 7 Atm.

Condițiile care trebuie să le mai satisfacă oscilomotorul pentru o funcționare ireproșabilă într-un agregat de răcire cu compresor sînt : *a*) independența cursei de sarcină și *b*) independența cursei de tensiune. Realizarea acestor două condiții fac obiectul cercetărilor actuale în vederea efectuării probelor finale, care urmează a avea loc în cadrul Institutului de energetică, cu o aparatură specială, furnizată de Institutul pentru tehnica frigului (R.D.G.) și cu concursul unei delegații de specialiști germani care urmează a se deplasa la București cu această ocazie.

MODELAREA PROCESELOR DIN ECHIPAMENTUL DE INJECȚIE AL MOTOARELOR DIESEL PE UN CALCULATOR DE TIP ANALOGIC

DE

LUCIAN TEODORESCU și SORIN GHEȚARU

Institutul de energetică al Academiei R.P.R., Șos. Vitan, nr. 236, București

621.43.038

Folosind analogia dintre procesul de injecție și modelul realizat pe un calculator de tipul MECAN I și II, se stabilește o metodologie de modelare îmbunătățită față de metodele folosite în studiile anterioare sau prezentate în literatură [1]; în mod suplimentar se modelează variabilitatea volumului camerei pistonului în timpul procesului, se îmbunătățește modelarea conductei și se folosesc elemente de schemă care măresc precizia rezultatelor.

1. INTRODUCERE

Stăpînirea corectă prin calcul sau experimental, a procesului de ardere în motoarele cu aprindere prin compresiune, ridică imperios necesitatea controlării cît mai riguroase a procesului de injecție, cunoscut fiind faptul că acesta determină în mod direct desfășurarea arderii, afectînd toate performanțele motorului.

Tratarea teoretică a unor probleme legate de cercetarea procesului de injecție, implică un volum deosebit de calcul, datorită complexității fenomenelor care au loc în echipamentul de injecție, ceea ce face ca în general, atacarea și rezolvarea acestora să se facă experimental — solicitînd astfel un important volum de încercări.

Primele tatonări în direcția modelării procesului de injecție pe un calculator analogic realizate în Institutul de energetică, au pus în evidență posibilitățile largi pe care le oferă modelarea, atît în ceea ce privește abordarea unor probleme teoretice și îmbunătățirea metodologiei

de calcul cît și în ceea ce privește simplificarea volumului de experimentări; lucrări ulterioare, apărute în literatură [1] au adus noi aspecte în ceea ce privește aplicarea metodei analogice la studiul proceselor din echipamentul de injecție.

În cele ce urmează se va prezenta metodologia de modelare a procesului de injecție din motoarele cu aprindere prin compresiune, pe un calculator analogic de tipul calculatoarelor MECAN I și II — metodologie perfecționată cu concursul colectivului de automatizări din cadrul Institutului de energetică al Academiei R.P.R.

2. MODELAREA PROCESELOR DE INJECȚIE PE CALCULATOR

2.1. Modelarea proceselor la pompă poate fi făcută considerîndu-se că variația presiunii la pompă este determinată de variația volumului de acumulare elastică, a cărui valoare rezultă din diferența dintre volumul dislocat de piston în timpul cursei ascendente însumat cu volumul cantității de combustibil ce intră în camera pistonului și volumul dislocat pe de o parte de supapa de descărcare pe de altă parte de curgerea combustibilului spre conductă.

Ecuația corespunzătoare modelabilă pe calculator va fi:

$$M_k = F_k h_k + \int F_e \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{p_e - p_k}{\sqrt{|p_e - p_k|}} \, dt - F_v h_v - \int F_f \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{p_k - p_c}{\sqrt{|p_k - p_v|}} \, dt \quad (1)$$

Valorile secțiunii de comunicare cu conducta de aspirație și respectiv ale secțiunii oferite de supapa de descărcare spre conductă (F_f) corespund secțiunilor efective reale de curgere și pot fi modelate corespunzător.

Creșterea de presiune în camera pistonului va fi dată de ecuația:

$$p_k = \frac{EM_k}{V_k} \quad (2)$$

în care E reprezintă modulul mediu de elasticitate al combustibilului (efectul grosimii pereților la cilindrul pompei este neglijabil) iar V_k reprezintă volumul efectiv al camerei la pompă condiționat de mișcarea pistonului și a supapei, după legea:

$$V_k = V_{k_0} - F_k h_k + F_v h_v . \quad (3)$$

În modelarea procesului la pompă trebuie avută în vedere problema modelării „golurilor" datorate fie unei descărcări intense a conductei, fie elementelor în mișcare. Se poate accepta că în intervalul de timp în care presiunea calculată scade sub valoarea zero, modelarea pe calculator să mențină valoarea zero datorită apariției acestor „goluri"; creșterea presiunii peste valoarea zero poate fi realizată numai printr-un flux adițional de combustibil sau prin micșorarea volumului în care s-a destins lichidul astfel încît să se compenseze cantitatea de lichid descărcată.

Pe model, în această etapă, nu este posibilă modelarea acestor „goluri" sub formă de zone compacte sau sub forma unor bule aglomerate sau dispersate în masa lichidului, deoarece datele existente în literatura de specialitate asupra formării acestora, sînt încă insuficiente pentru stabilirea unor ipoteze veridice în acest sens.

Pentru obținerea unei precizii superioare, în modelarea operațiilor de extragere a radicalilor s-au folosit elemente neliniare; trebuie subliniat faptul că în general, diferențele de presiune $p_e - p_k$ sau $p_k - p_v$ care

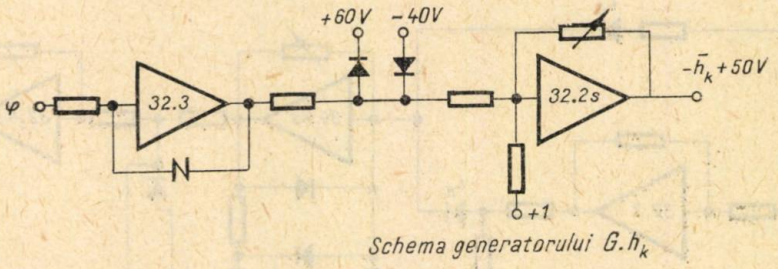


Fig. 1. — Schema generatorului funcției h_k (Gh_k)

indică de fapt și sensul curgerii, au valori variabile în jurul valorii zero, ceea ce face ca modelarea radicalilor cu ajutorul elementelor de înmulțire să ofere în general o precizie și o stabilitate a sistemului, mai reduse. Pentru îmbunătățirea stabilității funcționării în jurul valorii zero se poate asimila curba reală cu o dreaptă, de pantă diferită de zero intervalul ales fiind suficient de mic pentru a nu afecta substanțial precizia.

Curba reală a cursei pistonului (h_k) dată fie analitic, fie prin puncte determinate experimental, în funcție de unghiul de rotație al arborelui pompei (R.A.P.) poate fi modelată comod cu ajutorul elementelor neliniare — cuprinse în ansamblul generatorului de funcție Gh_k (fig. 1).

În condițiile calculatorului MECAN II [2] se pot modela curbe, pe o celulă de calcul, aproximînd prin pante drepte zone din curbă de aceeași pantă medie; modelarea nu poate depăși maximum 14 aproximații de pante drepte intermediare, atît la curba monoton crescătoare cît și la cele monoton descrescătoare.

Secțiunea de comunicație între camera pistonului și conducta de aspirație, reprezintă o funcție modelabilă cu ajutorul unor elemente neliniare:

$$F_e = f(h_k). \tag{4}$$

În schema de modelare realizată pentru un ciclu complet, s-a presupus că după sfîrșitul injecției, comunicația dintre galeria de aspirație a combustibilului și camera pistonului rămîne la o valoare a secțiunii constantă pînă la începutul unei noi curse a pistonului. Menținerea acestei valori se face cu ajutorul unui releu polarizat care este acționat la o anumită valoare a cursei pistonului (fig. 2).

Schema prezentată sugerează modelarea în cazul aproximării curbei printr-o singură pantă, cu limitările reale ale valorii maxime şi minime ale secţiunii F_e — şi pune în evidenţă posibilitatea modificării sarcinii pompei, cu afectarea începutului sau sfîrşitului injecţiei.

Modelarea secţiunii de trecere din camera pistonului în conductă (F_f) trebuie să ia în considerare atît cursa moartă a supapei, corespunzătoare volumului de descărcare, cît şi dependenţa dintre secţiunea efectivă şi cursa supapei. În schemă se sugerează modelarea secţiunii F_f pentru o

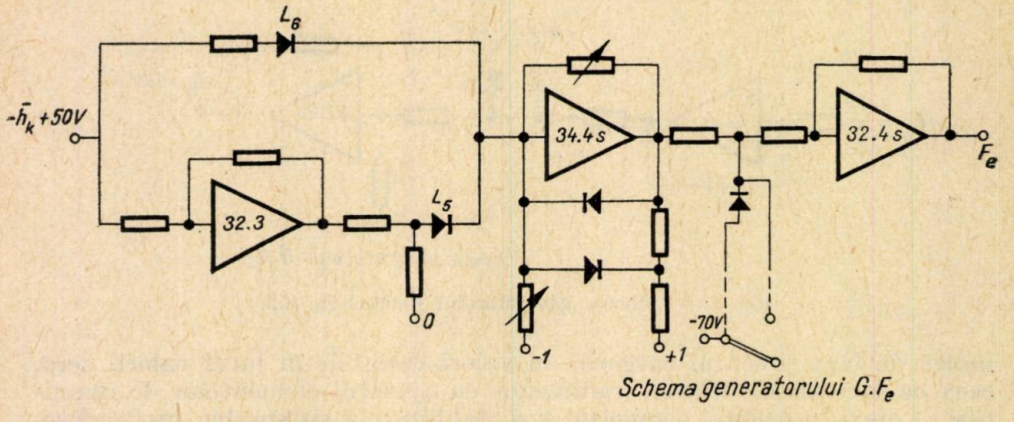


Fig. 2. — Schema generatorului funcţiei F_e (GF_e).

supapă cu guler de descărcare, în cazul în care secţiunea maximă oferită de supapă se realizează la o cursă a supapei (h_v) inferioară cursei maxime.

În cazul general se poate modela funcţia F_f cu ajutorul unor elemente neliniare, după legea :

$$F_f = \varphi(h_v). \tag{5}$$

În modelarea pe calculator a ecuaţiei (3), în vederea îmbunătăţirii preciziei calculului, s-a transformat relaţia pentru a pune în evidenţă în special partea variabilă între zero şi un maxim. Ea a fost modelată sub forma :

$$V_k = (V_{k_0} - F_k h_{k\,\max}) + F_k h_{k\,\max} - F_k h_k + F_v h_v. \tag{6}$$

De asemenea, pe model, relaţia (2) a fost folosită sub forma :

$$p_k V_k = EM_k. \tag{7}$$

Pentru realizarea stabilităţii circuitului de obţinere a lui p_k valorile acestuia au fost lăsate să varieze atît pozitiv cît şi negativ ; pentru calculul proceselor în continuare (la supapă) s-au introdus limitările :

$$M_k \geqslant 0 \qquad p_k = \frac{EM_k}{V_k}, \tag{8}$$

$$M_k < 0 \qquad p_k = 0. \tag{9}$$

Modelarea mișcării supapei de descărcare se face luînd în considerare forța datorită diferenței de presiune dintre camera pistonului și camera supapei, forța de pretensionare inițială a resortului supapei de descărcare, forța suplimentară din resort datorată ridicării supapei, frecarea, inclusiv rezistența de înaintare, considerate ca fiind proporționale cu viteza de deplasare a supapei și bineînțeles, caracteristicile geometrice ale supapei.

În conformitate cu acestea, mișcarea supapei se va face respectînd relația fundamentală a mecanicii :

$$m_v \frac{d^2 h_v}{dt^2} = F_v (p_k - p_v) - P_v - c_v h_v - k_v \frac{dh_v}{dt}, \quad (10)$$

De subliniat că această relație, reflectă mișcarea supapei de debit în situația de lucru, adică în perioadele în care supapa nu face contact nici cu sediul supapei nici cu limitatorul supapei.

Ecuația de mișcare a supapei, în cazul atingerii limitătorilor ($h_v \leqslant 0$ și $h_v \geqslant h_{v\,max}$) este dată de relația :

$$m_v \frac{d^2 h_v}{dt^2} = F_v (p_k - p_v) - P_v - (c_v + c_{v_s}) h_v - (k_v + k_{v_s}) \frac{dh_v}{dt}. \quad (11)$$

Creșterea suplimentară a constantei resortului c_{v_s} în momentul atingerii fie a limitatorului superior, fie a sediului supapei, este determinată de rigiditatea acestora ; creșterea suplimentară a constantei de frecare impusă în calculul pentru a apropia rezultatele de cele experimentale [1] poate fi explicată prin aderența între suprafețele de contact la limitator sau la sediu.

2.2. Modelarea proceselor în conductă, pornește de la ipoteza transmiterii undelor printr-un mediu elastic. În cazul considerării frecării dintre fluid și conductă, în ipoteza proporționalității frecării cu viteza de curgere a lichidului, relațiile care stau la baza calculului transmiterii undelor de presiune sînt ;

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - Kw \quad (12)$$

și

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -E \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (13)$$

Atît pe calculatorul analogic, cît și în general, soluționarea ecuațiilor cu derivate parțiale nu este posibilă decît cu aproximație.

Soluționarea acestor ecuații se pretează în mod deosebit pe un calculator de tip analogic, prin transformarea derivatei locale în cîturi de diferențe finite. În general precizia rezultatelor depinde de numărul intervalelor în care a fost împărțită conducta.

De subliniat faptul că spre deosebire de calculul obișnuit, derivatele funcție de timp, nu mai trebuie transformate, calculatorul analogic pretîndu-se în mod deosebit la soluționarea comodă a acestora.

Spre deosebire de calculul obişnuit în modelarea procesului, se poate asimila conducta cu un sistem de mase oscilante, prinse între resoarte detaşabile (pentru modelarea apariţiei „golurilor") ale cărui frecvenţe de rezonanţă să corespundă cu frecvenţele de rezonanţă ale sistemului fizic modelat.

În funcţie de soluţia constructivă a echipamentului de injecţie şi precizia de calcul urmărită, modelarea conductei poate fi făcută luînd în considerare prima frecvenţă de rezonanţă, două, trei sau mai multe frecvenţe de rezonanţă.

În cazul impunerii unei anumite precizii asupra abaterii mărimilor modelate faţă de modelul fizic, modelarea se poate face după o metodă diferită, pornind de la sistemul de ecuaţii care descrie fenomenul.

2.2.1. În cazul urmării concordanţei modelului, pentru un anumit număr de frecvenţe de rezonanţă, neglijînd în primă etapă frecările, sistemul de ecuaţii (12), (13) poate fi adus la o nouă formă, presupunînd că expresia variaţiei de presiune, în planul complex, are forma $p = p_{(x)}\, e^{j\omega t}$

$$\frac{d^2 p_x}{dx^2} + \frac{\omega^2 \rho}{E} p_x = 0 \tag{14}$$

a cărei soluţie generală, ţinînd seamă de condiţiile limită la extremităţile conductei, apare sub forma :

$$p = \left(\frac{p_{d_0} - p_{v_0} \cos z}{\sin z} \sin \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}} \cdot x + p_{v_0} \cos \omega \sqrt{\frac{\rho}{E}} \cdot x \right) e^{j\omega t} \tag{15}$$

în care s-au notat : $z = \omega l \sqrt{\frac{\rho}{E}}$; p_{v_0} şi p_{d_0} fiind amplitudinile oscilaţiilor, la supapa de descărcare, respectiv la duză.

Introducînd această expresie în ecuaţiile (12), (13) şi ţinînd seama de faptul că :

$$\frac{\partial p_v}{\partial t} = -\frac{E w_v}{\alpha_1 L} \tag{16}$$

şi

$$\frac{\partial p_d}{\partial t} = \frac{E w_d}{\alpha_2 L} \tag{17}$$

în care α_1 şi α_2 sînt daţi de relaţiile :

$$\alpha_1 = \frac{V_v}{F_e L} \quad \text{şi} \quad \alpha_2 = \frac{V_d}{F_e L} \tag{18}$$

se obţine :

$$\frac{p_{d_0}}{p_{v_0}} = \cos z - \alpha_1 z \sin z = \frac{1}{\cos z - \alpha_2 z \sin z} = Z \tag{19}$$

din care se determină :

$$t_0 z = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)\, z}{\alpha_1 \alpha_2 z^2 - 1}. \tag{20}$$

Soluțiile ecuației (20) corespund frecvențelor de rezonanță pe care va trebui să le realizeze și modelul analogic.

2.2.1.1. În cazul asimilării conductei cu un oscilator simplu, în vederea concordanței unei singure frecvențe de rezonanță între model și sistemul fizic, volumul conductei se împarte în două părți $F_e L \eta_1$ și $F_e L \eta_2$ care vor fi afectate camerei supapei respectiv duzei. Pentru reproducerea presiunilor statice, trebuie ca

$$\eta_1 + \eta_2 = 1. \tag{21}$$

Masa sistemului va fi substituită printr-o masă concentrată, prinsă între resoarte, a cărei valoare este

$$m = \xi_1 F_e L \rho, \tag{22}$$

în acest caz pe model :

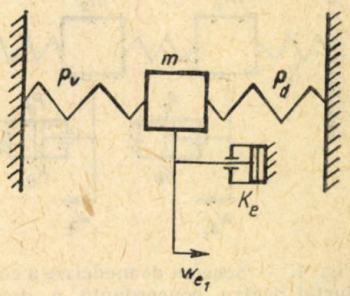


Fig. 3. — Schema de modelare a conductei cu un oscilator simplu (modelarea unei singure frecvențe de rezonanță).

$$\frac{dp_v}{dt} = -\frac{E w_{e_1}}{L(\alpha_1 + \eta_1)} \tag{23}$$

$$\frac{dp_d}{dt} = \frac{E w_{e_1}}{L(\alpha_2 + \eta_2)}. \tag{24}$$

Substituind valorile lui p_v și w_{e_1} de pe model, se obține la supapa de descărcare :

$$\frac{p_{d_0}}{p_{v_0}} = 1 - z^2 (\alpha_1 + \eta_1)\xi_1 \tag{25}$$

și la pulverizator :

$$\frac{p_{d_0}}{p_{v_0}} = \frac{1}{1 - z^2 (\alpha_2 + \eta_2)\xi_1}. \tag{26}$$

Introducînd în (25) și (26) valorile lui z_1 și Z_1 corespunzătoare frecvenței de rezonanță obținută din (20) și (19) și luînd în considerare și relația (21), după operații simple se obține :

$$\eta_2 = \frac{(Z_1 - 1)\,(\alpha_1 + 1 + \alpha_2 Z_1)}{2Z_1 - z^2_1 - 1} \tag{27}$$

$$\eta_1 = 1 - \eta_2 \tag{28}$$

și

$$\xi_1 = \frac{Z_1 - 1}{Z_1 z_1 (\alpha_2 + \eta_2)}. \tag{29}$$

2.2.1.2. În cazul urmăririi concordanței pentru două frecvențe de rezonanță, se substituie conducta cu un sistem oscilant compus din două mase și trei resoarte ca în figura 4.

Folosind aceleași notații pentru α_1 și α_2 aceleași semnificații pentru η_1, η_2, η_3, ξ_1 și ξ_2 se obține [1] pentru model din condițiile de echivalență ale celor două frecvențe de rezonanță z_1, z_2 respectiv Z_1, Z_2 următoarele expresii :

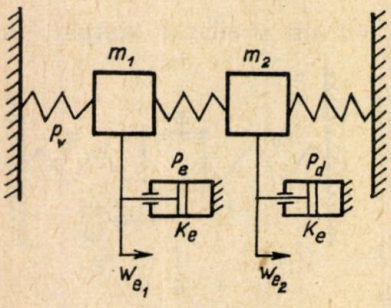


Fig. 4. — Schema de modelare a conductei pentru concordanța a două frecvențe de rezonanță.

$$\eta_1 = \frac{(\alpha_2+1)(z_2^2-z_1^2)-\alpha_1\left(\frac{z_1^2}{Z_2}-\frac{z_2^2}{Z_1}\right)}{\frac{z_1^2}{Z_2}-\frac{z_2^2}{Z_1}+z_2^2-z_1^2} \tag{30}$$

$$\eta_3 = \frac{(\alpha_1+1)(z_2^2-z_1^2)-\alpha_2(Z_2z_1^2-Z_1z_2^2)}{Z_2z_1^2-Z_1z_2^2+z_2^2-z_1^2} \tag{31}$$

$$\eta_2 = 1-\eta_1-\eta_3 \tag{32}$$

$$\xi_1 = \frac{Z_1(\alpha_2+\eta_3)+1+\alpha_1-\eta_3}{z_1^2(\alpha_1+\eta_1)(1-\eta_1-\eta_3)} \tag{33}$$

$$\xi_2 = \frac{\frac{\alpha_1+\eta_1}{z_1}+1+\alpha_2-\eta_1}{z_1^2(\alpha_2+\eta_3)(1-\eta_1-\eta_3)}. \tag{34}$$

În cazul împărțirii conductei în mai multe părți, acest mod de determinare a mărimilor caracteristice oscilatorului de substituire, devine deosebit de laborios. Vom prezenta în continuare o metodică de modelare a conductei pornind chiar de la ecuațiile de propagare ale undelor, care țin seamă și de frecare (12)—(13).

Eliminînd pe w din aceste ecuații se obține :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}+k\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{E}{\rho}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \tag{35}$$

a cărui soluție, sugerată și de regimul ciclic de lucru al pompei, este de forma :

$$p(x,t)=\sum_{r=1}^{\infty} p_r(x)\cos\left[r\,\Omega\,t+\varphi_r(x)\right] \tag{36}$$

în care Ω este o funcție de rotația motorului.

Trecînd la exprimarea presiunii în planul complex sub forma :

$$\overline{p}_\omega(xt)=\overline{P}_\omega(x)\,e^{j\omega t} \tag{37}$$

și verificînd dacă satisface ecuația (35) se obține după unele prelucrări :

$$\frac{d^2}{dx^2}\overline{P}_\omega(x)+\frac{\rho}{E}(\omega^2-j\,\omega k)\overline{P}_\omega(x)=0 \tag{38}$$

a cărui soluție generală este :

$$\overline{P}_{\omega}(x) = A \cos \gamma x + B \sin \gamma x \tag{39}$$

$$\gamma^2 = (\omega^2 - j\omega k)\frac{\rho}{E}. \tag{40}$$

Modelarea conductei se poate face în acest caz pornind de la ecuația (35) exprimată prin diferențe finite, pentru derivata locală, presupunînd intervale de conductă de lungimi egale cu $\delta = \frac{L}{n}$. Pentru intervalul $s(s = 1, 2 \ldots n)$ ecuația (35) devine :

$$\frac{d^2 p_s}{dt^2} + k\frac{dp_s}{dt} = \frac{E}{\rho\delta^2}(p_{s+1} - 2p_s + p_{s-1}) \tag{41}$$

în care pentru derivata de ordinul doi, în vederea asigurării stabilității sistemului, s-au considerat intervalul precedent și următor lui p_s.

Cum ecuația (41) se pretează la o soluție generală de forma :

$$p_s = (A \cos \gamma_n s\delta + B \sin \gamma_n s\delta)\, e^{j\omega t}; \; (s = 1, 2, \ldots n) \tag{42}$$

înlocuind în (41) obținem pentru γ_n

$$\cos \gamma_n \delta = 1 - \frac{\delta^2}{2}(\omega^2 - j\omega k)\frac{\rho}{E}. \tag{43}$$

Cu rezultatele obținute, se poate face un tabel comparativ între sistemul fizic și modelul analogic (tabela 1).

Tabela 1

Comparație între modelul analogic și sistemul fizic

Original	Model
$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + k\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{E}{\rho}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$	$\frac{\partial^2 p_s}{\partial t^2} + k\frac{\partial p_s}{\partial t} = \frac{E}{\rho\delta^2}(p_{s+1} - 2p_s + p_{s-1})$
$\overline{p}_{\omega}(x) = A\cos \gamma x + B \sin \gamma x$	$\overline{P}_{\omega}(s\delta) = A \cos \gamma_n s\delta + B \sin \gamma_n s\delta$
$\gamma^2 = (\omega^2 - j\omega k)\frac{\rho}{E}$	$\cos \gamma_n \delta = 1 - \frac{\delta^2}{2}(\omega^2 - j\omega k)\frac{\rho}{E}$

Legătura dintre valorile de pe model și cele ale sistemului original este pusă în evidență de relațiile :

$$\cos \gamma_n \delta = 1 - \frac{\gamma^2 \delta^2}{2} \tag{44}$$

sau

$$\gamma\delta = 2 \sin \frac{\gamma_n \delta}{2}, \tag{45}$$

Din calcule comparative, pentru valorile $\gamma_n \delta \leqslant 1{,}2$ eroarea lui $\gamma_n \delta$ faţă de $\gamma\delta$ este sub 6%.

Tabela 2

Eroarea valorii $\gamma_n \delta$ faţă de $\gamma\delta$

$\gamma_n\delta$	$\gamma\delta$	Δ ‰	Δ rad
0,02	0,02000	—	—
0,04	0,04000	—	—
0,06	0,06000	—	—
0,08	0,07998	0,25	0,00002
0,10	0,09996	0,40	0,00004
0,12	0,11992	0,67	0,00008
0,14	0,13998	0,86	0,00012
0,16	0,15982	1,13	0,00018
0,18	0,17976	1,33	0,00024
0,20	0,19966	1,70	0,00034
0,40	0,39734	6,65	0,00266
0,60	0,59104	14,93	0,00896
0,80	0,77884	26 41	0,02116
1,00	0,95886	41,14	0,04114
1,2	1,12928	58,90	0,07072

Pentru rezolvarea sistemului de ecuaţii (41) indicăm două modalităţi de modelare : cu elemente pasive (fig. 5) şi cu amplificatori operaţionali (fig. 6).

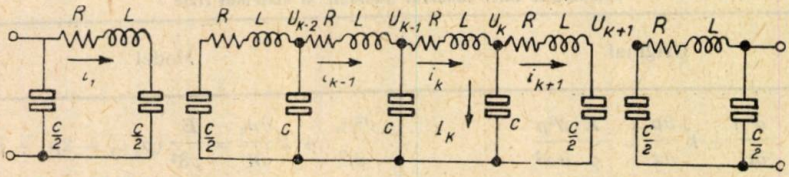


Fig. 5 — Schema de modelare a conductei cu elemente pasive.

Înlocuind pe model $u = K_p p$ şi $t^* = K_t t$ şi punînd condiţiile de echivalenţă între model şi ecuaţiile (41) se obţine :

$$k_t \frac{R}{L} = k \tag{46}$$

şi

$$\frac{K_t^2}{LC} = \frac{E}{\rho \delta^2} \tag{47}$$

Alegînd arbitrar una din mărimile R, L, C se pot determina ușor și celelalte.

Modelarea ecuațiilor (41) cu ajutorul amplificatorilor operaționali se face în felul sugerat în figura 6.

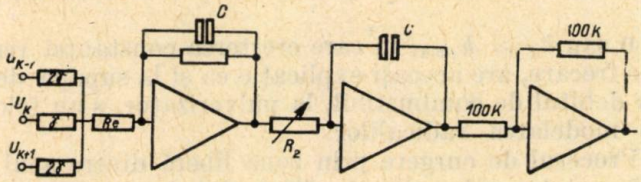


Fig. 6. — Schema de modelare a unei porțiuni de conductă cu amplificatori operaționali.

Identificînd ecuațiile pe model cu cele din sistemul ecuațiilor (41) se obține cu aceleași notații ca mai sus :

$$\frac{K_t}{R_1 C} = K \tag{48}$$

$$\frac{K_t^2}{(4R_e + 2r)\, R_2 C^2} = \frac{E}{\rho \delta^2}. \tag{49}$$

Alegînd convenabil pentru model unele elemente se pot determina celelalte.

Pe calculator trebuie introduse și relațiile care iau în considerare intrarea și evacuarea combustibilului, eventual cele care pun în evidență modificarea volumului camerei supapei de descărcare, respectiv al camerei pulverizatorului — ca urmare a deplasării supapei, respectiv acului pulverizatorului. (În schema generală prezentată (fig. 9) cele două volume au fost considerate constante, egale cu valorile lor medii).

2.3. *Modelarea proceselor la injector*

2.3.1. Modelarea mișcării acului pulverizatorului se face în mod asemănător cu modelarea mișcării supapei de descărcare.

Pentru perioada normală de lucru, s-a considerat că acul pulverizatorului este supus acțiunii forței de presiune din camera pulverizatorului (p_d) forței de presiune (p_z) din cilindru, forței de pretensionare inițială a resortului forței suplimentare din resort, datorită ridicării acului, frecării inclusiv rezistențele de înaintare, considerate la fel ca și la supapa de debit, proporționale cu viteza de deplasare.

Ecuația de mișcare în acest regim va fi :

$$m_d \frac{\mathrm{d}^2 h_d}{\mathrm{d}t^2} = (F_n - yF_s)\, p_d - P_d - c_d\, h_d - k_d \frac{\mathrm{d}h_d}{\mathrm{d}t}, \tag{50}$$

în care yF_s reprezintă creșterea de secțiune în momentul ridicării acului de pe sediu (pentru $h_d > 0, y = 0$).

În cazurile extreme ale cursei, la aşezarea pe sediu a acului, respectiv la limitarea superioară, ecuaţia de mişcare va fi :

$$m_d \frac{d^2 h_d}{dt^2} = (F_n - yF_s)\, p_d - P_d - (c_d + c_{d_s})\, h_d - (k_d + k_{d_s}) \frac{dh_d}{dt}, \quad (51)$$

pentru $h_d \leqslant 0$ sau $h_d \geqslant h_{d\,max}$ în care creşterea constantei resortului şi a constantei de frecare, are aceeaşi explicaţie ca şi la supapa de descărcare.

Pentru debitul de combustibil, la pulverizator, s-au folosit elemente neliniare la modelarea radicalilor.

2.3.2. Procesul de curgere prin zona liberă dintre acul pulverizatorului şi duză, are loc sub acţiunea diferenţei de presiune $p_d - p_z$ după legea :

$$\frac{dQ}{dt} = F_d \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{p_d - p_z}{\sqrt{|p_d - p_z|}}, \quad (52)$$

în care F_d reprezintă secţiunea de curgere efectivă oferită de ac în mişcarea sa, după o lege :

$$F_d = \xi\,(h_d),$$

În cazul cel mai general al acelor de pulverizator folosite la motoarele cu antecameră, curba F_d poate fi asimilată printr-un contur format din segmente de dreaptă. Alura generală este de forma celei din figura 7.

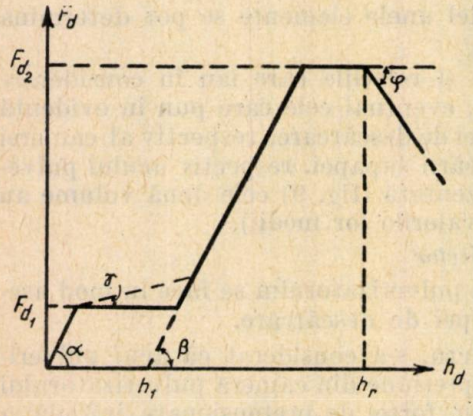


Fig. 7. — Forma generală medie, simplificată a curbei de variaţie a secţiunii de curgere la pulverizator în funcţie de ridicarea acului.

În figura 8 se prezintă o schemă de modelare a unei astfel de curbe, care să ofere posibilitatea variaţiei tuturor parametrilor indicaţi pe schema simplificată a curbei.

Acţionînd asupra rezistenţelor R_1, R_2, ... R_{8_a} şi R_{8_b} se pot modifica în ordinea notaţiei parametrii α, β, F_{d_1}, γ, F_{d_2} h_1 h_2 şi φ. Schema sugerată, permite urmărirea uşoară a influenţei exercitată de parametrii geometrici ai pulverizatorului asupra procesului de injecţie în ansamblu.

Folosind analogia dintre procesul de injecţie şi modelul realizat pe un calculator de tipul Mecan I şi II, se stabileşte o metodologie de modelare, care să ia în considerare variaţia reală a cursei pistonului, a mişcării supapei a transmisiei undelor în conducta de presiune şi a fenomenelor de la pulverizator; se prezintă noi modalităţi de modelare a proceselor în camera pistonului, de transmitere a vibraţiilor în conductă şi de mo-

delare a secțiunii libere la pulverizator, folosindu-se totodată elemente de schemă care măresc precizia determinărilor.

Se precizează metodologia de modelare a conductei în situații diferite, cînd precizia de calcul este condiționată, sau cînd posibilitățile de modelare sînt limitate.

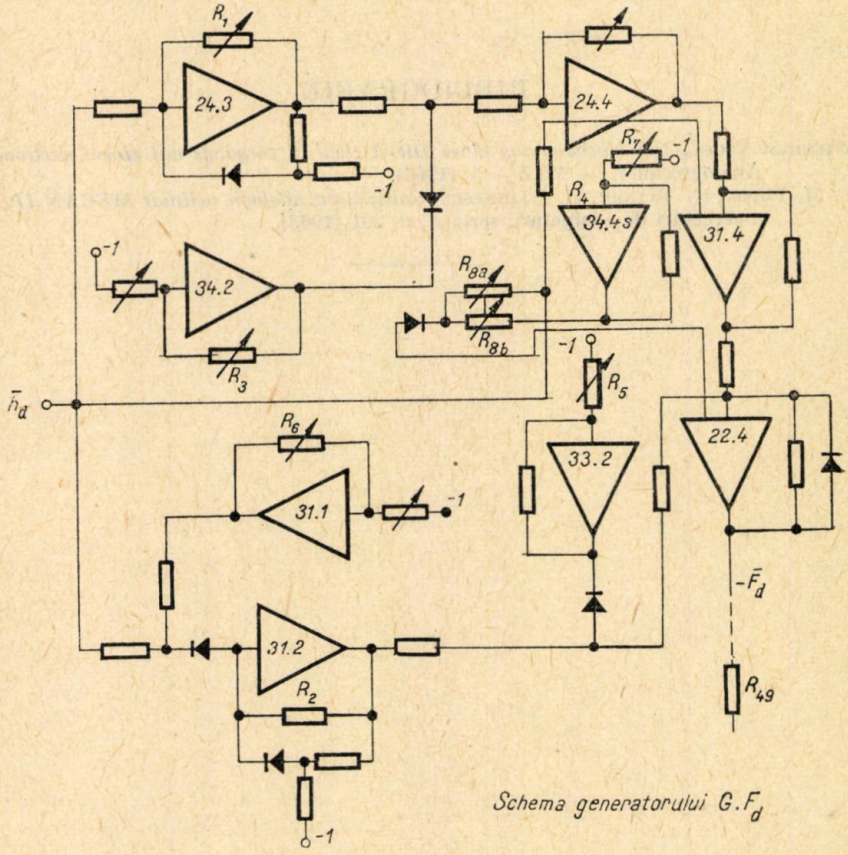


Fig. 8. — Schema generatorului funcției F_d.

Deși ipotezele de calcul apropie sensibil valorile calculate de cele reale, rămîn totuși în continuare substanțiale posibilități de ameliorare a schemei de modelare.

Folosirea calculatoarelor analogice în studiul proceselor de injecție în motoare, deschide largi perspective în rezolvarea unor probleme teoretice, a căror tratare prin calcul este deosebit de laborioasă pe de o parte iar pe de altă parte, urmărirea experimentală implică greutăți deosebit de greu de trecut.

Autorii țin pe această cale, să mulțumească în mod deosebit tov. ing. Popov Mihai, membru corespondent al Academiei R.P.R., ale cărui discuții, sugestii și propuneri au fost de un real folos autorilor în rezolvarea unor probleme teoretice și practice.

Primit la redacție la 29 ianuarie 1965

BIBLIOGRAEIE

1. Wilhelm Vogel, *Die Nachahmung eines Diesel eispritz vorgangs auf einem electronischen,* Analogrechner, — MTZ — 1 (1963).
2. V. M. Popov, N. Tătaru, M. Băjenescu, *Calculatorul analogic neliniar MECAN II.* Studii și cercetări de energetică, seria A, *2*, 291 (1963).

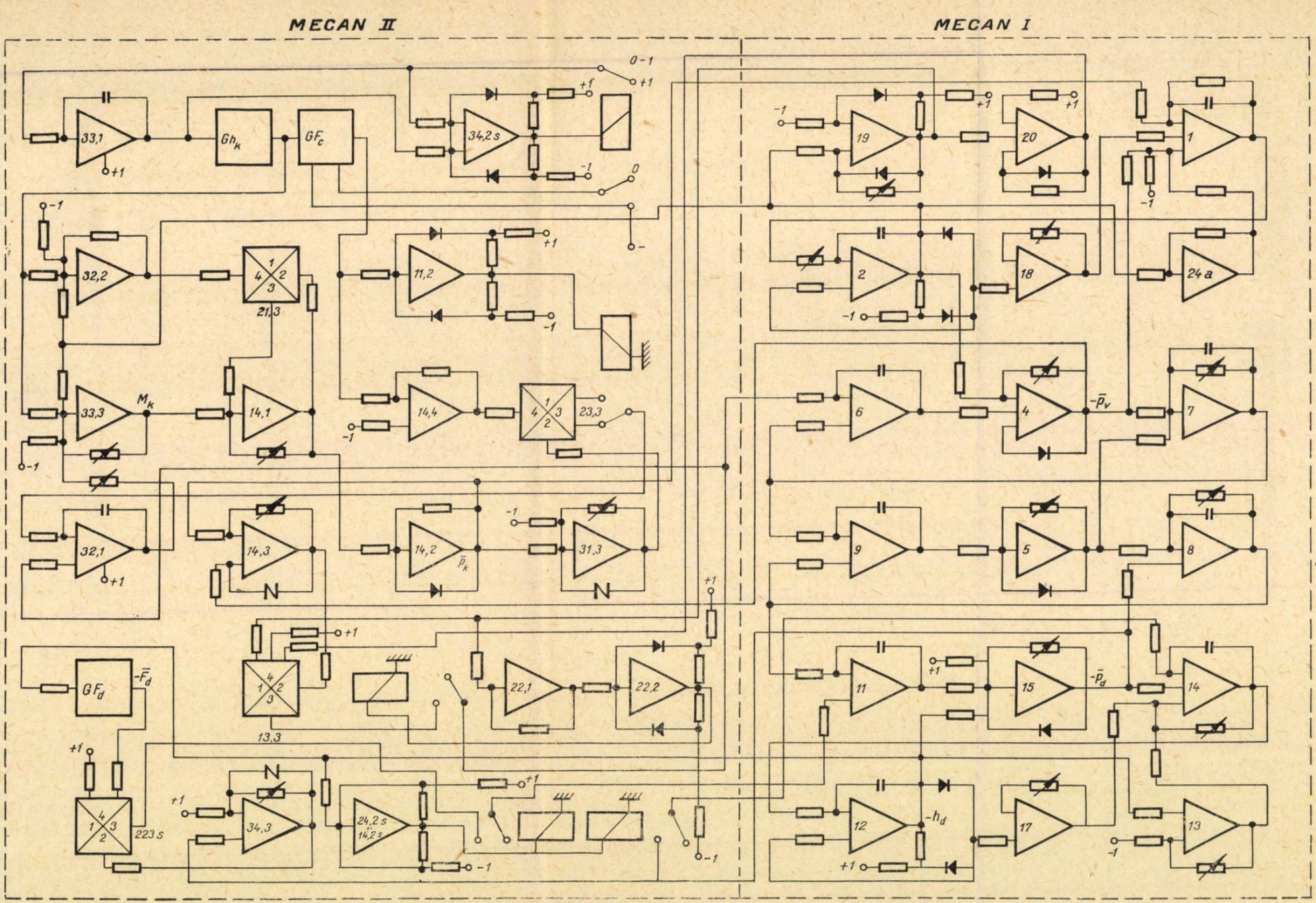
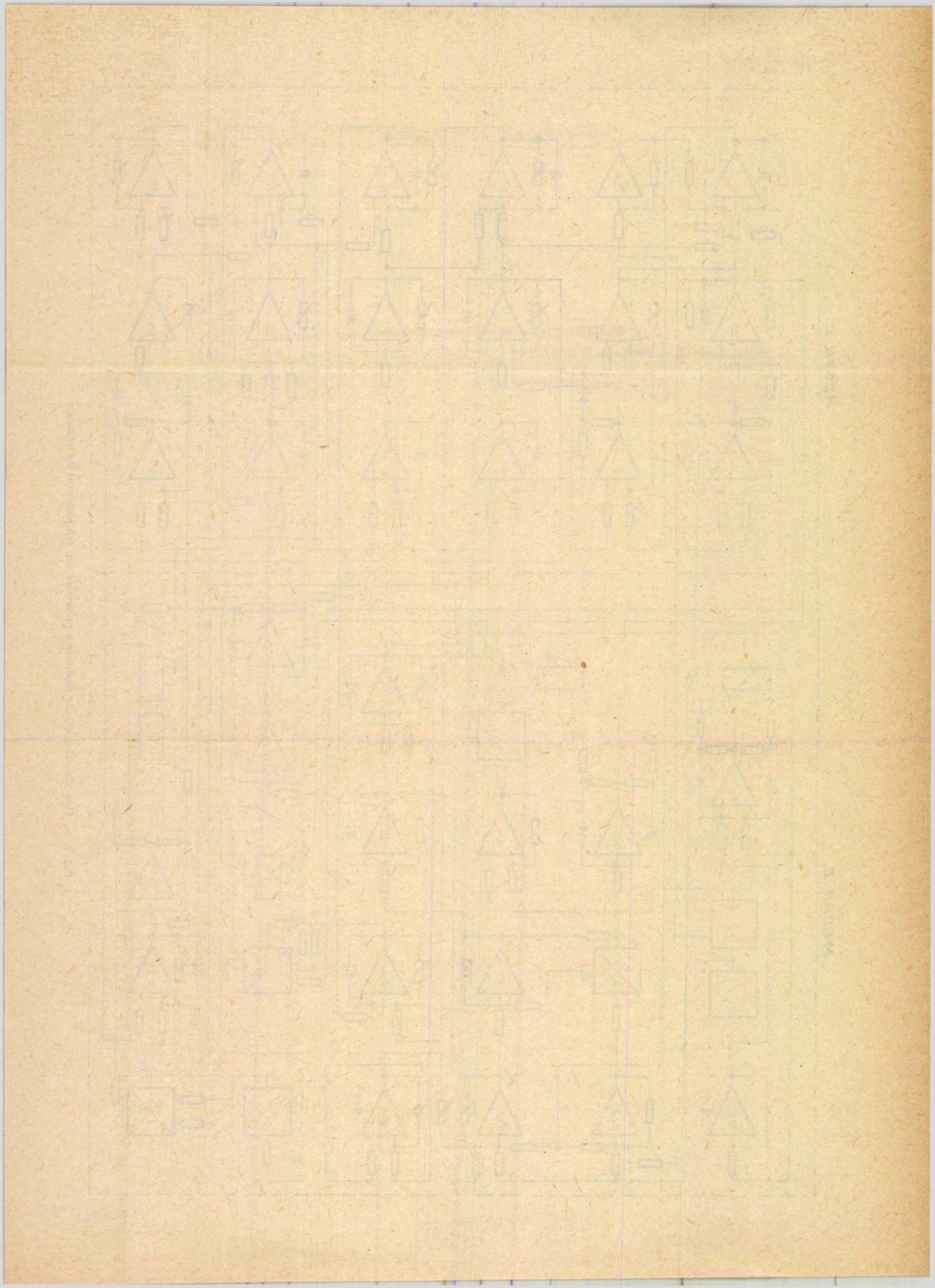


Fig. 9. — Una din schemele de modelare a proceselor din echipamentul de injecție.



RELAȚII ÎNTRE PARAMETRII FOCARULUI CICLON TEORETIC TIP ORIZONTAL, LA FUNCȚIONAREA IZOTERMICĂ MONOFAZICĂ

DE

C. CRĂCIUNEANU

Institutul de energetică al Academiei R.P.R., Șos. Vitan nr. 236, București

662.933.533

Din ecuațiile generale ale mișcării fluidelor, fără frecare, în baza anumitor ipoteze, s-au dedus cîteva relații teoretice între parametrii geometrici și aerodinamici ai focarului ciclon orizontal teoretic, complet deschis la un capăt și ai focarului ciclon orizontal teoretic cu secțiunea de ieșirea fluidului mai mică decît secțiunea focarului ciclon, la funcționarea izotermică monofazică.

Se consideră un focar teoretic tip orizontal, format dintr-un cilindru cu interiorul neted, de rază interioară R și de lungimea L, închis la un capăt și complet deschis la celălalt, a cărui secțiune transversală se păstrează pe întreaga sa lungime.

Introducerea fluidului se efectuează tangențial, pe o generatrice de lungimea focarului și ieșirea printr-o secțiune egală cu secțiunea transversală a cilindrului.

Fluidul introdus este ideal, incompresibil și fără frecări interioare. Temperatura lui rămîne aceeași pînă la ieșirea din focar. Nu există particule de material solid sau lichid în suspensie.

Prin introducerea fluidului cu o viteză de intrare W_i, în condițiile arătate mai sus, în interiorul focarului ciclon ia naștere o curgere definită de ecuațiile diferențiale ale mișcării unui fluid ideal ale lui Euler [1]. În acest caz se preferă aceste ecuații exprimate în coordonate cilindrice pentru cazul mișcării permanente. Se ține seama și de ecuația continuității.

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 2 p. 437–443 București, 1965

15 – c. 1674

În relațiile ce urmează W_x, W_r, și W_t sînt componentele vitezei după axul cilindrului, după raza și după tangenta lui, p este presiunea iar ρ densitatea fluidului.

Se integrează aceste ecuații în următoarele ipoteze :

— viteza și presiunea nu variază decît în funcție de rază ;

— vitezele și presiunea sînt simetrice în raport cu axul focarului ciclon ;

— viteza tangențială $W_t = \omega r$ în care $\omega = \text{const.}$ (1)

Această ultimă ipoteză este bazată pe faptul că într-o zonă de suprafață liberă, ω este constant spre centru și variază puțin spre periferie. ([2]

Prin integrare, neglijînd viteza radială se obține :

$$p = \rho \frac{W_t^2}{2} + c. \tag{2}$$

În secțiunea de ieșire va exista o presiune exterioară p_a (presiunea atmosferică), diferită de presiunile din interiorul ciclonului. Din cauza acestei diferențe de presiune se va naște un curent de fluid.

În figura 1 s-a prezentat grafic variația presiunii în interiorul focarului ciclon, printr-o parabolă ABC.

Ca origină a presiunilor s-a luat $p = p_a$ presiunea atmosferică. Dreapta $p = p_a$ intersectează parabola presiunilor în punctele M și N. În acest caz pe porțiunile MC și NA ale parabolei ($p > p_a$) se va naște o deplasare de fluid din interior spre exterior iar în porțiunea MBN a parabolei ($p < p_a$) deplasarea va fi de sens invers. Se notează raza corespunzătoare punctului M sau N cu r_a. În interiorul cilindrului de rază r_a numit

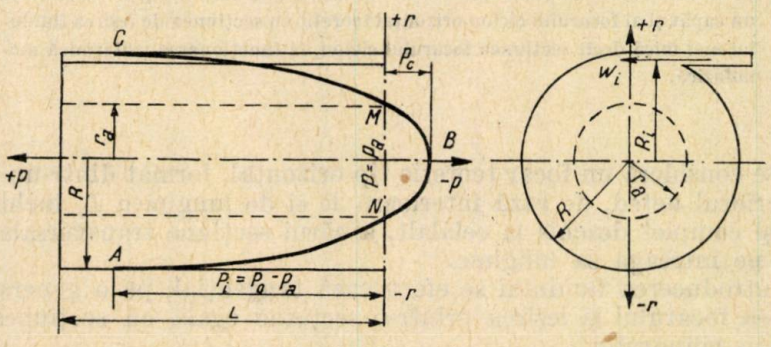


Fig. 1. — Variația presiunii într-un focar ciclon teoretic, complet deschis la un capăt.

și nucleul turbionului sau cilindrul de curent invers, se naște un curent invers, pe periferia căruia presiunea va fi p_a și viteza axială nulă.

Admițînd în mediul exterior presiunea la infinit $p_\infty = p_a$ și viteza $W_{x_\infty} = 0$, iar presiunea din interiorul focarului fiind p și viteza axială W_{x_i}, din aplicarea teoremei lui Bernouilli rezultă :

$$W_{x_i} = \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_a - p)}. \tag{3}$$

Presiunea dintr-un punct din interiorul focarului ciclon în cilindrul cu raza r_a ţinînd seama de condiţiile de limită este :

$$p = p_a + \frac{\rho}{2}\omega^2(r^2 - r_a^2). \tag{4}$$

Înlocuind în ecuaţia (3) presiunea p, se obţine

$$W_{x_i} = \omega\sqrt{r_a^2 - r^2} = \sqrt{W_{t_a}^2 - W_t^2}, \tag{5}$$

în care W_{t_a} este viteza tangenţială la raza r_a şi W_t viteza tangenţială într-un punct r din interiorul acestei zone.

Se observă că pentru $r = r_a$ $W_{x_i} = 0$ şi pentru $r = 0$, $W_{x_i} = W_{x_{i_{max}}} = W_{t_a}$.

Cu datele de mai sus se poate trece la calculul curentului invers Q_{i_s}.

În expresia debitului elementar de curent invers, integrînd între $r = 0$ şi $r = r_a$ se obţine :

$$Q_{is} = \frac{2\pi}{3}\omega r_a^3 = \frac{2\pi}{3} r_a^2 W_{t_a} = \frac{2\pi}{3} r_a^2 W_{x_{i_{max}}}. \tag{6}$$

În spaţiul dintre cilindrul de curent invers şi periferia ciclonului, cu o secţiune de $\pi(R^2 - r_a^2)$, presiunea interioară fiind mai mare ca presiunea exterioară se va naşte un curent de fluid de ieşire din ciclon.

Din ecuaţia (3) ţinînd seama că $p > p_a$ şi însemînd viteza axială de ieşirea fluidului cu W_{x_e} rezultă :

$$W_{x_e} = \omega\sqrt{r^2 - r_a^2}. \tag{7}$$

Această viteză este maximă pentru $r = R$, şi nulă pentru $r = r_a$ unde $p = p_a$.

Variaţia vitezei de intrare şi ieşire din ciclon se arată în figura 2.

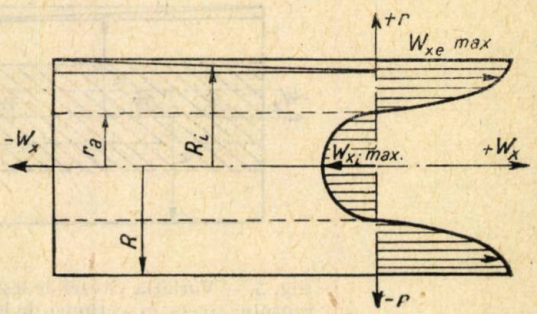


Fig. 2. — Variaţia vitezei de ieşire a fluidului şi a curentului invers în secţiunea de evacuare la focarul ciclon teoretic, complet deschis la un capăt.

În aceste condiţii, calculînd debitul de ieşire din ciclon din expresia debitului elementar, rezultă :

$$Q_e = \frac{2\pi}{3}\omega(R^2 - r_a^2)^{\frac{3}{2}}. \tag{8}$$

În secţiunea de ieşire trebuie să existe următoarea relaţie între debite :

$$Q_e = Q_i + Q_{i_s} \tag{9}$$

în care debitul fluidului tangenţial

$$Q_i = A_i W_i, \tag{10}$$

iar W_i este viteza de intrare, considerată constantă în toată secţiunea de intrare A_i.

Prin înlocuire în ecuaţia (9) rezultă :

$$(R^2 - r_a^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{3Q_i}{2\pi\omega} + r_a^3, \tag{11}$$

din care se poate calcula r_a celelalte date fiind cunoscute. Cu raza de viteză axială nulă r_a, se poate calcula presiunea statică pe peretele ciclonului, din relaţia :

$$p_i = p_0 - p_a = \frac{\rho}{2}\omega(R^2 - r_a^2) = \frac{\rho}{2}(W_{t_0}^2 - W_{t_a}^2), \tag{12}$$

în care p_i este suprapresiunea pe pereţii focarului ciclon faţă de presiunea atmosferică p_a.

Dacă se introduce valoarea lui r_a din (12) în relaţia (11) se obţine :

$$\left(\frac{2p_i}{\rho\omega^2}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{3Q_i}{2\pi\omega} + \left(R^2 - \frac{2p_i}{\rho\omega^2}\right)^{\frac{3}{2}}, \tag{13}$$

expresie ce arată legătura între parametrii geometrici ai focarului ciclon orizontal teoretic, complet deschis la un capăt şi parametrii aero-

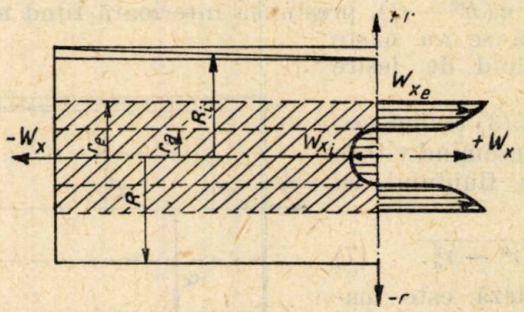


Fig. 3. — Variaţia vitezei de ieşire a fluidului şi a curentului invers, în secţiunea de ieşire, la focarul ciclon teoretic, cu secţiunea de evacuare a fluidului mai mică decît secţiunea transversală a focarului ciclon.

dinamici, la funcţionarea izometrică monofazică şi admisia aerului pe o singură generatoare.

Termenul $\frac{3Q_i}{2\pi\omega}$ se poate pune şi sub forma $\frac{3A_i R_i}{2\pi}$ care reprezintă cifra geometrică a focarului ciclon teoretic orizontal, complet deschis la un capăt.

În cazul variantei de focar ciclon teoretic de aceeaşi rază interioară R şi lungimea L, prevăzut la un capăt cu o deschidere circulară de rază $r_e < R$, coaxială, pentru evacuarea fluidului, în interiorul acestui gen de focar ciclon se pot deosebi în sens radial două zone :

a) Zona centrală de suprafaţa liberă cu rază r_e (haşurată în fig. 3), în care fluidul se comportă ca şi la focarul ciclon complet deschis la un capăt

şi în interiorul căruia sînt valabile relaţiile de viteză şi presiune găsite pentru varianta anterioară.

b) Zona periferică sau zona închisă între razele r_e şi R (nehaşurată în fig. 3) sau zona închisă în care există un regim de viteze şi presiuni deosebit de cel din zona centrală.

Se presupune că şi în acest caz fluidul se introduce tangenţial pe o generatoare a focarului ciclon.

În zona închisă, fluidul efectuează o mişcare echipotenţială [1].

Pentru cazul acestei mişcări se obţine legea binecunoscută a suprafeţelor [1], [3].

$$\omega_0 R^2 = \omega r^2 = \text{const.} \tag{14}$$

ω_0 şi ω fiind vitezele unghiulare de la periferie, respectiv într-un punct oarecare de rază $r_e < r < R$,

În aceste condiţii dacă integrăm prima ecuaţie a lui Euler se obţine

$$p + \frac{\rho}{2} W_t^2 = \text{const.} \tag{15}$$

Se observă de asemenea că în zona închisă presiunea variază după o hiperbolă spre deosebire de zona centrală unde s-a găsit o parabolă [1].

În interiorul zonei de suprafaţa liberă de rază r_e, presiunea într-un punct de rază r se poate scrie :

$$p = p_{r_e} - \frac{\rho}{2}\left(W_{t_e}^2 - W_t^2\right) = p_{r_e} - \frac{\rho}{2}(r_e^2\,\omega_e^2 - r^2\,\omega^2), \tag{16}$$

în care p_{r_e} = presiunea pe raza deschiderii de ieşirea fluidului,

W_{t_e} — viteza tangenţială la raza r_e,

ω_e — viteza unghiulară la raza r_e.

Înlocuind în (3) expresiile presiunilor p şi p_e se obţine :

$$W_{x_i} = \omega_e \sqrt{r_a^2 - r^2}. \tag{17}$$

Se observă că expresia găsită este similară cu formula respectivă din cazul focarului ciclon complet deschis la un capăt.

Debitul curentului în această alternativă rezultă în acelaşi mod ca şi la prima variantă.

$$Q_{i_s} = \frac{2\pi}{3}\omega_e\, r_a^3 = \frac{2\pi}{3} r_a^2 W_{t_a} = \frac{2\pi}{3} r_a^2 W_{x_{i\max}}, \tag{18}$$

expresie similară cu cea găsită în cazul focarului ciclon complet deschis la un capăt.

Viteza de ieşire din focarul ciclon va fi, după cum am văzut şi la focarul ciclon precedent :

$$W_{x_e} = \omega_e \sqrt{r^2 - r_a^2} \tag{19}$$

Se observă că viteza axială de ieşire este maximă pentru $r = r_e$ şi nulă pentru $r = r_a$.

Debitul fluidului ce iese din ciclon rezultă :

$$Q_e = \frac{2\pi}{3}\,\omega_e\,(r_e^2 - r_a^2)^{3/2}. \tag{20}$$

Din relația debitelor (9) și (10) se ajunge la formula :

$$(r_e^2 - r_a^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{3Q_i}{2\pi\omega_e} + r_a^3 = \frac{3A_i\,r_e^2}{2\pi R_i} + r_a^3. \tag{21}$$

Această ecuație arată legătura dintre parametrii aerodinamici și parametrii geometrici ai focarului ciclon orizontal teoretic cu deschiderea de ieșire a fluidului mai mică decît secțiunea focarului, pentru funcționarea izotermică, fără suspensii solide sau lichide, cu introducerea pe o singură generatoare.

Ca și în cazul focarului ciclon complet deschis la un capăt, se poate calcula presiunea pe peretele focarului ciclon.

$$p_{r_e} - p_a = p_{i_e} = \frac{Q}{2}(W_{t_e}^2 - W_{t_a}^2), \tag{22}$$

$$p_i = p_0 - p_a = \rho\left(W_{t_e}^2 - \frac{W_{t_a}^2}{2} - \frac{W_{t_0}^2}{2}\right). \tag{23}$$

Dacă în expresia (19) se înlocuiește $r_e^2 - r_a^2$ și r_a^3 scoase din ecuația (22) se obține :

$$\left(\frac{2p_{i_e}}{\rho\omega_e^2}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{3A_i\,r_e^2}{2\pi R_i} + \left(r_e^2 - \frac{2p_{i_e}}{\rho\omega_e^2}\right)^{\frac{3}{2}}. \tag{24}$$

Termenul $\frac{3A_i\,r_e^2}{2\pi R_i}$ se poate denumi cifra geometrică a focarului ciclon teoretic orizontal cu deschiderea de ieșire a fluidului mai mică decît secțiunea focarului. În ecuația (19) $R_i = R - \frac{H}{2}$, în care H este înălțimea deschiderii de introducere a fluidului.

În ceea ce privește ciclonul teoretic orizontal izotermic, fără particule în suspensie, însă cu introducerea fluidului prin n deschideri egale ca suprafață și așezate de-a lungul a n generatoare, din aplicarea principiului conservării energiei de-a lungul unei linii de curent de rază R_i rezultă :

$$W_i = \sqrt{n}\,W_{i_0}, \tag{25}$$

în care W_{i_0} este viteza de intrare într-o deschidere, pe o generatoare, n numărul generatoarelor de introducere și W_i viteza echivalentă de introducere.

În acest caz, cifra geometrică echivalentă devine :

$$A = \frac{3Q_i}{2\pi\sqrt{n}\,\omega_{e_0}} = \frac{3A_i\,r_e^2}{2\pi\sqrt{n}\,R_i}, \tag{26}$$

în care ω_{e_0} = viteza unghiulară a razei r_e în cazul cînd focarul ciclon ar avea introducerea fluidului pe o singură generatoare. Rezultă că viteza unghiulară pentru focarul ciclon cu introducerea pe n generatoare, la raza r_e va fi :

$$\omega_e = \sqrt{n}\,\omega_{e_0}, \tag{27}$$

iar ecuaţia (21) în forma generală devine :

$$(r_e^2 - r_a^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{3A_i r_e^2}{2\pi\sqrt{n}\,R_i} + r_a^3. \tag{28}$$

Ecuaţiile de mai sus, stabilite pentru focarul ciclon teoretic, la funcţionarea izotermică monofazică, prezintă următoarele posibilităţi :

1. Arată legătura între diferiţi parametri geometrici şi de funcţionare ai focarului ciclon teoretic.

2. Permit să se efectueze controlul datelor experimentale obţinute, în ceeace priveşte modul de variaţie al acestora, la focarele ciclon izotermice monofazice reale.

3. Cu anumite adaptări se pot aplica şi la focarele ciclon de tip vertical şi conic, la pulverizatoarele de fluid cu cameră turbionară, la cicloanele separatoare etc.

4. Ţinîndu-se seama de caracteristicile gazelor reale şi în baza metodicei de determinarea acestor relaţii, ele se pot stabili şi pentru fluidele reale.

5. Cu ajutorul acestor relaţii se pot calcula cu aproximaţie camerele turbionare izotermice monofazice şi presiunea ventilatoarelor respective de insuflarea fluidului.

Primit la redacţie la 25 ianuarie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. Elie Carafoli, *Mecanica fluidelor*, Edit. Acad. R.P.R., 1952.
2. M. Fortier, *Amortisment de la rotation et pertes de charge des écoulements giratoires dans les canalisations cylindrique de section circulaire.* Chaleur et Industrie, 370, Mai 111–117 (1956).
3. G. N. Abramovici *Dinamica aplicată a gazelor.* Gostehizdat, Moskva, 1951.

OBȚINEREA COCSULUI MĂRUNT DIN CĂRBUNI ENERGETICI ÎN CUPTOARE VERTICALE. CERCETĂRI ÎN FAZA-PILOT[1]) ȘI SEMIINDUSTRIALĂ

DE

I. NISTOR și F. ȘTEFĂNESCU

Institutul de energetică al Academiei R.P.R., Șos. Vitan nr. 236, București

662.82.056.6

În vederea alegerii tipului de cuptor vertical adecvat pentru producerea cocsului mărunt din cărbuni energetici, s-au efectuat o serie de experimentări în cuptoare verticale continue și discontinue.

Experimentările au arătat posibilitatea degazării cărbunilor PALV 0—10 mm (clasificare 11IS0—711), atît în cuptoare verticale discontinue, cît și în cuptoare verticale continue.

Dintre cuptoarele verticale s-a stabilit ca indicat pentru producerea cocsului mărunt din cărbuni energetici cuptorul vertical continuu, care asigură un proces uniform, o bună utilizare a căldurii, deservire ușoară și productivitate ridicată.

Pentru obținerea cocsului mărunt, care constituie o parte din materia primă necesară procedeului termochimic de producere a cocsului brichete, cît și combustibilul necesar aglomerării minereului de fier, se pot utiliza în principal două sisteme de cuptoare :

— cuptoare de fluidizare, cu încălzire directă și degazarea bruscă a cărbunelui ;

— cuptoare verticale, cu încălzire indirectă și în care degazarea cărbunelui se efectuează lent.

Din punctul de vedere al instalațiilor, cuptoarele de fluidizare prezintă o serie de avantaje, dintre care amintim : investiții reduse, productivități mari și deservire ușoară.

Deosebirile dintre cele două sisteme de cuptoare atît din punctul de vedere al încălzirii, cît și al celorlalți parametri tehnologici și constructivi

[1] La experimentările din faza-pilot a colaborat ing. I. Epure.

duc la diferenţieri nete şi sub aspectul caracteristicilor produselor carbonizării. Astfel, cocsul produs în cuptoare de fluidizare este spongios, are porozitate şi reactivitate ridicată şi o greutate volumetrică mică (275 kg/m^3), în timp ce cocsul mărunt de cuptoare verticale este mai compact, cu porozitate mai redusă şi cu greutate volumetrică mai mare (610 kg/cm^3). Şi în privinţa produselor chimice există diferenţieri mari, fluidizarea producînd numai gaz cu putere calorifică medie, pînă la 2 500 kcal/Nm^3, în timp ce la cocsificarea în cuptoare verticale rezultă gudroane (în cantităţi mai mari chiar decît la cocsificarea clasică) şi gaz cu putere calorifică ridicată (circa 4 000 kcal/Nm^3). Trebuie să arătăm însă că subprodusele de la cocsificarea clasică şi-au pierdut pe piaţa mondială importanţa mare pe care o aveau, datorită dezvoltării cu paşi mari a petrochimiei, cu ajutorul căreia se produc azi aproape toate produsele obţinute la cocsării, cu preţuri mai reduse şi în stare mai pură.

În compararea celor două tipuri de cuptoare trebuie avute în vedere şi unele elemente referitoare la situaţia actuală a procesului cocsificării prin fluidizare şi perspectivele de îmbunătăţire a acestuia, ca, de exemplu, preîncălzirea cărbunelui, care este în curs de experimentare, precum şi preîncălzirea agentului de fluidizare (a aerului, eventual şi a gazului) [2]. Aceste modificări tehnologice vor permite atît reducerea consumului de cărbune pe tona de cocs, cît şi reducerea procentului de cenuşă.

Studiul degazării cărbunilor în cuptoare verticale [3] a permis atît clarificarea unor elemente tehnologice, cît şi aprecierea avantajelor din punct de vedere economic la folosirea ca materie primă pentru producerea cocsului prin procedeul termochimic şi la aglomerarea minereului de fier.

Cuptoarele verticale se utilizează în mod curent în uzinele de gaz pentru degazarea cărbunilor cocsificabili. Degazarea cărbunilor energetici în aceste cuptoare prezintă inconveniente din punctul de vedere al descărcării, deoarece, pe de o parte, la uşoare tendinţe de aglutinare apar agăţări datorită unei contractări insuficiente, iar pe de altă parte cărbunii energetici cu granulaţie redusă produc mult praf şi flăcări la defurnare, fapt care periclitează instalaţia. În încercările efectuate pînă în prezent în diverse ţări privind degazarea cărbunilor mărunţi în cuptoare verticale, nu s-a putut ajunge decît pînă la utilizarea unor procente mici (20—30%) de cărbuni mărunţi 0—10 mm [1] în şarjele de cărbuni de granulaţie mare, din cauza pericolului de explozie datorit curgerii neregulate a cocsului mărunt din cuptor.

Pentru alegerea tipului de cuptor vertical necesar producţiei cocsului mărunt au intrat în discuţie mai multe tipuri de cuptoare, diferite din punctul de vedere al funcţionării (continue sau discontinue), al lăţimii camerei de cocsificare, al sistemului de evacuare a cocsului etc. Fiecare din aceşti parametri influenţează asupra calităţii materiei prime necesare, asupra duratei de cocsificare şi a productivităţii cuptorului, a calităţii

[2] D. Ionescu, A. Păun şi I. Ţăranu. *Obţinerea cocsului mărunt prin fluidizare.* Sesiunea de comunicări ICEM, ianuarie, 1965.

[3] Academia R. P. R. Institutul de energetică, *Lărgirea bazei de materii prime pentru fabricarea cocsului metalurgic. Cocs brichete din cărbuni energetici.* Raport, 1962.

subproduselor etc. Astfel, productivitatea cuptorului este în raport invers proporţional cu lăţimea lui, celelalte dimensiuni fiind egale.

Pentru un cuptor de cocs orizontal, cu înălţimea de 4 m şi lungimea de 12,77 m, la o densitate a cărbunelui umed, încărcat prin cădere liberă, de 800 kg/m^3 şi la temperatura normală de cocsificare, se indică [2] următoarea variaţie a productivităţii pentru diferite lăţimi ale cuptorului :

Lăţimea medie a cuptorului (mm)	Încărcarea (*t*)	Perioada de cocsificare (h)	Productivitatea unui cuptor (*t*/24h)
350	13,24	12	26,48
400	15,14	16	22,70
450	17,03	20	20,43
500	18,91	25	18,17

Din cele de mai sus apare clar că sînt de preferat cuptoarele verticale cu lăţime mică a camerei.

EXPERIMENTĂRI ÎN CUPTOARE VERTICALE DISCONTINUE

Primele experimentări în vederea alegerii tipului de cuptor vertical pentru degazarea cărbunilor energetici s-au efectuat în două cuptoare verticale discontinue (cuptor-pilot de 1 tonă şi cuptor industrial).

S-au utilizat cărbuni PALV (Petrila, Aninoasa, Lonea, Vulcan) 0-10mm, număr de cod ISO 711, special spălaţi, şi cărbuni LUV (Lupeni, Uricani, Vulcan) 0-10mm, număr de cod ISO 623, special spălaţi.

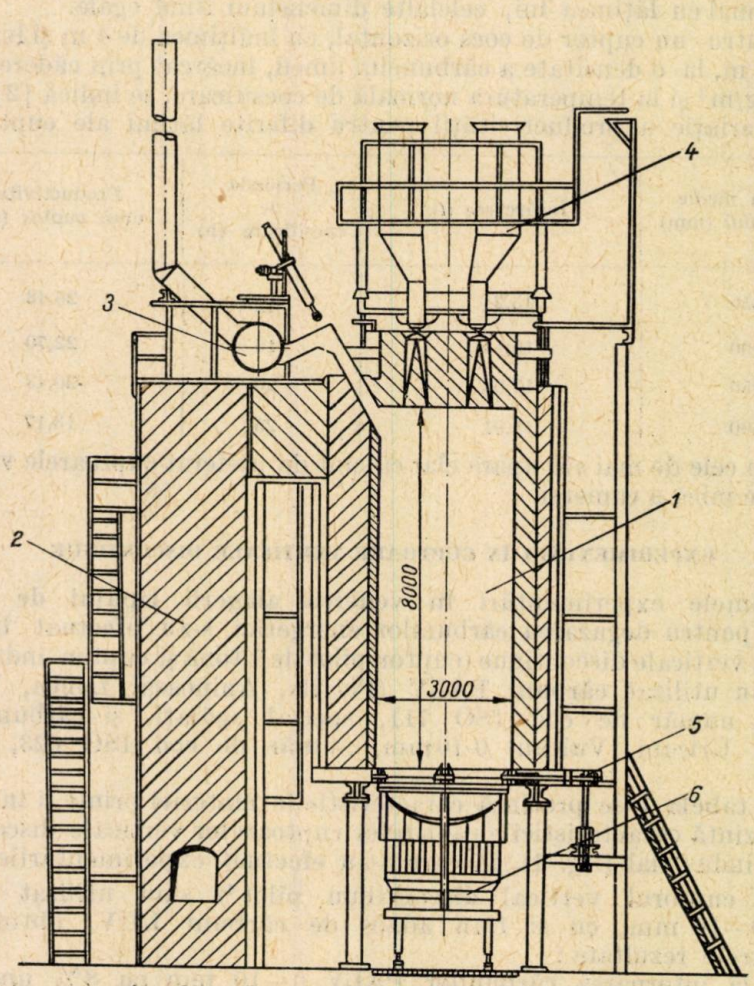
În tabela 1 se prezintă caracteristicile materiei prime şi în tabela 2 se prezintă caracteristicile camerelor cuptoarelor verticale discontinue, pilot şi industrial (fig. 1), în care s-au efectuat experimentările.

În cuptorul vertical discontinuu pilot[4]) s-au utilizat cărbuni PALV 0—10 mm, cu şi fără adaos de cărbuni LUV, obţinîndu-se următoarele rezultate :

— la înfurnarea cărbunilor PALV 0—10 mm cu 8% umiditate, cocsul s-a defurnat uşor, practic fără agăţări, şi a avut aspectul unui conglomerat de particule de mărimi diferite, de la 10 la 80 mm, cu particule sub 10 mm circa 20% şi un procent redus de praf. Bucăţile de cocs sînt friabile, se sfărîmă la manipulare sau prin apăsare de circa 10 kg/cm^2 şi se macină relativ uşor (fig. 2 şi fig. 3);

— pentru eventualitatea înfurnării în cuptoare verticale a cărbunelui PALV uscat în prealabil, s-au efectuat o serie de probe cu cărbuni PALV 0—10 mm cu 3% umiditate. În acest caz defurnarea s-a făcut ceva mai greu, cu mici agăţări, iar cocsul a prezentat o rezistenţă mai mare la sfărîmare ;

[4]) Experimentările au fost efectuate cu concursul Laboratorului de cocs ICEM.



1 – Cameră de cocsificare (H=8100, L= 3000, l=270/420)
2 – Recuperator
3 – Barilet
4 – Conveior mobil, cu două pîlnii de încărcare
5 – Inchizător
6 – Chiblă pentru transportul cocsului incandescent la stingerea cu apă

Fig. 1. — Cuptor vertical discontinuu industrial.

Tabela 1

Caracteristicile materiei prime la experimentările din cuptorul vertical-pilot

Nr. crt.	Specificaţie	Caracteristici chimico-tehnice			Indici de umflare		Indice Roga	Aspectul cocsului după Gray-King tip	Compoziţia granulometrică				
		W^a	A^{anh}	V^{anh}	După circa 7 zile stocare	După circa 15 zile stocare			— 1 mm	1—3 mm	3—5 mm	5—10 mm	+10 mm
1	Cărbuni LUV 0—10 mm	2,46	9,12	39,10	—	2	—	*D*	8,63	27,68	19,16	26,32	18,21
2	Cărbuni PALV 0—10 mm (cuptor-pilot)	8,13	9,36	40,12	1—1,5	1	—	*C*	8,79	15,90	22,73	41,85	10,73
3	Cărbuni PALV 0—10 mm (cuptor industrial)	7,0	8,1	39,7	—	1	28,3	—	2,7	8,5	11,6	37,6	39,6

Tabela 2

Caracteristicile camerelor cuptoarelor verticale discontinue

Specificaţie	Cuptor-pilot	Cuptor industrial
Înălţimea *H* mm	4 000	8 100
Lungimea *L* mm	1 000	3 000
Lăţimea *l* mm	200/300	270/420
Volumul *V* m³	~1	8
Temperatura în camerele de ardere *T*°C	950—1 200	1 200—1 250

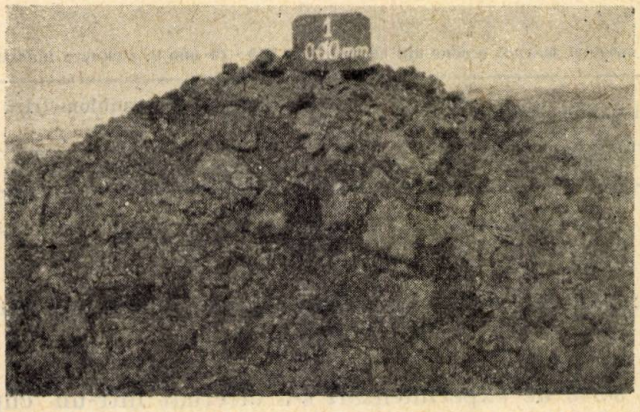


Fig. 2. — Cocs din cărbuni PALV 0—10 mm, obţinut în cuptorul vertical discontinuu de 1 tonă.

— pentru stabilirea posibilităţii degazării unor cărbuni mai aglutinanţi decît cărbunii PALV, s-au experimentat cîteva amestecuri de cărbuni PALV şi LUV. La un adaos de 5—10 % cărbuni LUV 0—10 mm

și 0—3 mm, cocsul a fost foarte asemănător celui obținut numai din cărbuni PALV, cu o ușoară creștere a proporției de bulgări, accentuată la utilizarea a 10% cărbuni LUV. La un adaos de 20% cărbuni LUV măcinat

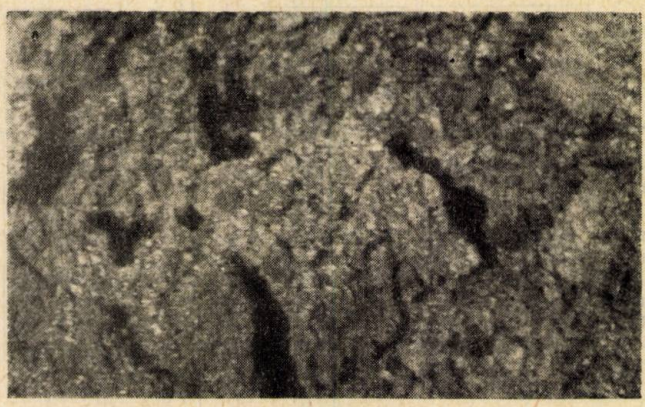


Fig. 3. — Macrostructura cocsului din cărbuni PALV 0—10 mm, obținut în cuptorul vertical discontinuu de 1 tonă.

la 2 mm, cocsul a prezentat o mare friabilitate, a fost slab aglutinat și a avut mult praf. Defurnarea s-a făcut ușor, dar cu flăcări.

La experimentările efectuate în cuptorul vertical discontinuu industrial, încărcarea și descărcarea cuptoarelor, precum și răcirea cocsului mărunt rezultat, au decurs normal, fără nici un fel de inconveniente. Caracteristicile cocsului mărunt rezultat sînt prezentate în tabela 3.

Tabela 3

Caracteristicile cocsului mărunt produs din cărbuni PALV 0—10 mm în cuptoare industriale discontinue

Caracteristici chimico-tehnice			Compoziția granulometrică [5] %				
W^a	A^{anh}	V^{anh}	—1 mm	1—3 mm	3—5mm	5—10 mm	+ 10 mm
11,2—25,6	15,2	1,7—2,5	6,3	14,1	21,7	48,8	9,1

EXPERIMENTĂRI LA SCARĂ SEMIINDUSTRIALĂ ÎNTR-UN CUPTOR VERTICAL CONTINUU [6]

O altă serie de experimentări s-a efectuat într-un cuptor vertical industrial cu funcționare continuă.

[5] Analiza granulometrică a fost efectuată după stingere și manipulare; la evacuarea din cuptor, granulația este ceva mai mare, prezentînd conglomerate de particule care se sfărîmă ușor.

[6] Experimentările au fost efectuate cu concursul uzinei „Carbochim" — Cluj.

Față de cuptoarele verticale discontinue, în care s-au efectuat primele cercetări, cuptoarele continue prezintă o serie de avantaje, dintre care menționăm productivitatea mărită, utilizarea rațională a căldurii și deservirea ușoară, factori care influențează sensibil economicitatea procesului tehnologic.

Experimentările au pornit de la o rețetă cuprinzînd un amestec de 50% mărunt de cocs și 50% cărbune, procentul de cărbune fiind apoi ridicat pînă la 100. Pentru producerea cocsului necesar primelor șarje s-a produs, într-o primă etapă, o cantitate de cocs mărunt într-un cuptor vertical discontinuu.

În tabela 4 sînt prezentate caracteristicile cărbunilor PALV 0—10 mm utilizați în aceste încercări.

Tabela 4

Caracteristicile materiei prime utilizată în experimentările din cuptorul continuu

Caracteristici chimico-tehnice			Indice de umflare	Aspectul cocsului după Gray-King tip	Compoziția granulometrică %				
W^a	A^{anh}	V^{anh}			−1 mm	1—2,5 mm	2,5—4 mm	4—7 mm	+ 7 mm
1,5	7,46	44,2	1,5	C	2,4	9,7	12,7	47,9	27,3

Camerele cuptorului vertical discontinuu în care s-a realizat cantitatea de cocs mărunt pentru adaos la șarja cuptorului continuu au următoarele caracteristici;

înălțimea $H = 3000$ mm;
lungimea $L = 1330/1600$ mm;
lățimea $l = 250/300$ mm;
temperatura în camerele de ardere $T = 1\,020—1\,080$°C;
perioada de cocsificare = 12 ore.

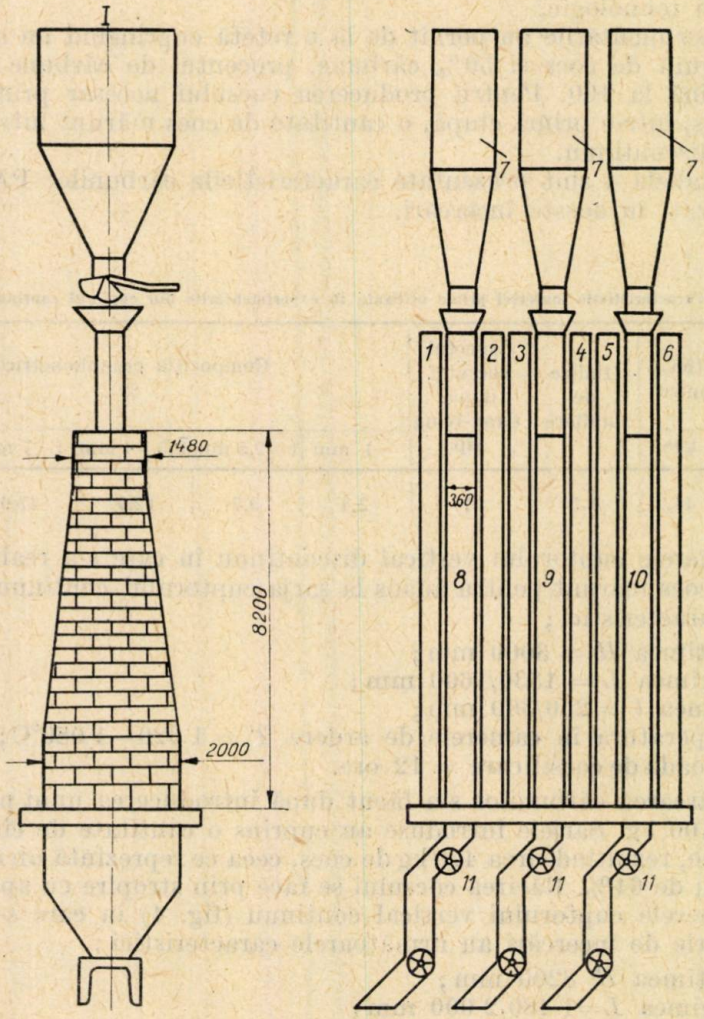
Încărcarea cărbunilor s-a făcut după introducerea unui pat de cocs de circa 100 kg. Șarjele introduse au cuprins o cantitate de circa 780 kg de cărbune, rezultînd circa 470 kg de cocs, ceea ce reprezintă un randament la anhidru de 64%. Răcirea cocsului se face prin stropire cu apă.

Camerele cuptorului vertical continuu (fig. 4) în care s-a efectuat ultima serie de încercări au următoarele caracteristici:

înălțimea H 8200 mm;
lungimea L=1 480/2 000 mm;
lățimea l=360 mm;
temperatura în camerele de ardere $T = 1\,150$°C.

Încărcarea cărbunilor se face dintr-un buncăr, de unde cărbunele este lăsat să cadă într-o pîlnie de alimentare, completînd treptat spațiul eliberat prin alunecarea șarjei în timpul evacuării cocsului. Descărcarea cocsului se face cu ajutorul unor extractoare. Extractorul funcționează periodic prin învîrtirea axului distribuitor timp de 5—10′ la $1^1/_2$—3 ore, evacuînd porții de circa 300 kg. Axul extractorului este răcit cu apă;

extractorul este de asemenea prevăzut cu o manta de apă pentru răcirea indirectă a cocsului. La ieşirea din extractor, cocsul nu necesită o răcire suplimentară.



1 - 6 Camere de ardere *8 - 10 Camere de cocsificare*
7 Buncăr de cărbune *11 Extractoare*

Fig. 4. — Cuptor vertical continuu.

Experimentările au început cu amestecul 50% mărunt de cocs şi 50% cărbune (procente în greutate), descărcările avînd loc iniţial din două în două ore. Procentul de cărbune în şarjă a fost apoi ridicat treptat

pînă la 100, iar perioada dintre descărcări a scăzut mai întîi la $1^1/_2$ oră, apoi la 1 oră.

Descărcările la 2 ore și la $1^1/_2$ au decurs normal, măruntul de cocs ieșind răcit și neaglomerat; pentru încărcare și descărcare s-a folosit extractorul, fără nici un fel de inconveniente, în toată perioada experimentărilor. La descărcările efectuate din oră în oră, cocsul rezultat nu era complet degazat și nici bine răcit, avînd loc degajări de gaze și aprinderea lor la evacuare.

Ridicarea procentului de cărbune crud în șarjă de la 50 pînă la 100% nu a dus la nici o modificare în ceea ce privește încărcarea și descărcarea cocsului mărunt. Cocsul descărcat era răcit și prezenta lipituri de cîteva granule, conglomerate foarte friabile.

În tabela 5 sînt prezentate caracteristicile cocsului produs în cuptorul vertical continuu.

Tabela 5

Caracteristicile cocsului produs din cărbuni PALV 0—10 mm în cuptorul continuu

Caracteristici chimico-tehnice %			Compoziția granulometrică %						Greutatea volumetrică kg/m³
W^a	A^{anh}	V^{anh}	−1 mm	1−3 mm	3−5 mm	5−10 mm	10−20 mm	+20 mm	
6,7	15,4	2,8	12,0	10,0	18,5	28,1	13,5	17,9	603

CONCLUZII

Experimentările efectuate în cuptoare verticale au arătat posibilitatea degazării cărbunilor PALV 0—10 mm, atît în cuptoare verticale discontinue, cît și în cuptoare verticale continue, fără a fi necesară amestecarea lui cu cărbune degazat. Demonstrarea posibilității utilizării exclusive a cărbunilor de granulație mică în cuptoare verticale constituie o contribuție originală importantă la dezvoltarea tehnologiei obținerii cocsului mărunt.

În cazul cuptoarelor verticale continue, la descărcările făcute la 1 1/2 și 2 ore măruntul de cocs se răcește suficient, fără a avea loc degazări de gaze și aprinderea lor. Productivitatea camerei este în acest caz de 3,6—4,8 tone/zi.

Dintre cuptoarele verticale, cel mai indicat pentru cocsificarea cărbunilor PALV 0—10 mm este cuptorul vertical continuu, care asigură un proces uniform, o bună utilizare a căldurii și o deservire ușoară.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Kappers Milteilungen*, Essen, 1938.
2. * * * *Ullmanns Encyklopädie der technischen Chemie*. Urban und Schwarzenberg, München-Berlin, 1958.
3. Roberts Yenkner, *International coal carbonization*. Isaac Pitman and Sons Ltd., Londra, 1934.

N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, G. SINGER, *Arderea intensificată a combustibililor solizi*. Editura tehnică, Bucureşti, 1964, 191 p., tab, 106 fig.

Construcţia de agregate energetice de puteri unitare tot mai mari, impusă de nevoile sporirii randamentului lor şi ale acoperirii necesarului de energie în continuă creştere, implică revizuirea unora dintre concepţiile care au stat în trecut la baza proiectării şi realizării acestor agregate.

Se tinde ca problemele dificile, în special de gabarit, pe care le ridică aceste mari agregate şi care impun sporirea la maximum a performanţelor lor tehnice, să fie rezolvate prin intensificarea proceselor care au loc în ele.

Printre agregatele care prezintă mari posibilităţi de ameliorare prin intensificarea proceselor ce au loc în ele — cum sînt arderea şi schimbul de căldură — cazanele de abur ocupă un loc deosebit.

Lucrarea *„Arderea intensificată a combustibililor solizi"* prezintă specialiştilor cele mai importante aspecte ale problemei arderii intensificate a acestor combustibili şi abordează mai în detaliu, două procedee de ardere intensificată : arderea în strat fluidizat, aplicabilă în general pentru agregatele de puteri mici şi arderea în focare ciclon şi în focare turbionare, aplicabile pentru agregatele energetice de puteri medii, mari şi foarte mari.

Prezentarea fiecărui procedeu începe cu tratarea problemelor lui teoretice şi fundamentale, urmată de examinarea celor mai reprezentative realizări tehnice şi de prezentarea performanţelor de bază obţinute în exploatare. În lucrare se acordă o atenţie deosebită problemelor legate de arderea intensificată în focarele ciclon, agregate de performanţe ridicate în exploatare.

Prezentarea succintă a simbolurilor şi notaţiilor folosite în lucrare formează obiectul capitolului 1 : *Simboluri şi notaţii.*

Conturarea problemei tratate, încadrarea ei în domeniul mai larg al procedeelor şi instalaţiilor de ardere, cu arătarea necesităţii folosirii instalaţiilor cu ardere intensificată în construcţia agregatelor energetice de puteri mari formează obiectul celui de-al doilea capitol : *Generalităţi asupra proceselor de ardere intensificată a combustibililor solizi.*

Elementele teoretice ale aerodinamicii şi schimbului de masă în strat fluidizat, ca şi principalele tipuri de focare cu ardere în strat fluidizat, împreună cu rezultatele lor în exploatare inclusiv cele obţinute în ţara noastră, şi cu precizarea domeniului folosirii instalaţiilor de ardere în strat fluidizat, în funcţie de calitatea combustibilului folosit, se prezintă succint în capitolul al treilea al lucrării : *Arderea combustibililor solizi în strat fluidizat.*

Arderea combustibililor solizi în focare ciclon formează obiectul capitolului de bază al patrulea — al lucrării.

Capitolul începe cu prezentarea principalelor tipuri de focare ciclon şi a poziţiei lor în clasificarea generală a focarelor, urmată de o analiză teoretică a caracteristicilor focarelor

ciclon la funcţionarea lor izotermică monofazică şi bifazică, precum şi de analiza teoretică a regimului de ardere şi schimbului de căldură în focarul ciclon, teoria prezentată fiind susţinută de cele mai noi rezultate experimentale obţinute în acest domeniu. Locul de bază, pe care-l ocupă problemele teoretice ale proceselor aerodinamice din focarele ciclon, — fundamentale în arderea intensificată, — împreună cu aspectele privitoare la cinetica arderii combustibilului şi desfăşurarea procesului de ardere a lui în aceste focare, rezultă clar din atenţia ce li se acordă în tratare. În continuare, se prezintă sistematic în acest capitol dezvoltările instalaţiilor energetice echipate cu focare ciclon, împreună cu caracteristicile energetice şi performanţele obţinute în exploatare pentru aceste focare, la încărcare termică ridicată, medie şi redusă, pentru ca încheierea să cuprindă analiza schemelor de pregătire a prafului pentru aceste focare şi a posibilităţilor de transformare a cazanelor clasice în cazane cu focare ciclon.

Capitolul al cincilea : *Arderea combustibililor solizi în focare turbionare sau turbofocare*, prezintă cititorilor acest nou grup de instalaţii de ardere intensificată, limitîndu-se la construcţia cazanelor şi a rezultatelor obţinute în exploatare. Ar fi fost util ca acest capitol să fi fost dezvoltat mai mult — şi în special să se fi prezentat şi teoria acestor instalaţii de ardere, ceea ce ar contribuit la o tratare mai omogenă a problemelor arderii intensificate a combustibililor solizi.

O succintă prezentare a teoriei reglării arderii în instalaţiile cu ardere intensificată este urmată de descrierea schemelor de reglare şi automatizare a acestor instalaţii, ghidată de ultimele realizări tehnice, în cel de al şaselea capitol al lucrării : *Automatizarea instalaţiilor de ardere intensificată.*

Capitolul al şaptelea priveşte caracteristicile cărbunilor româneşti şi posibilităţile de ardere a lor în focare cu ardere intensificată, creînd o bază de plecare în prezentarea perspectivelor aplicaţiei acestor procedee de ardere în energetica noastră. Acest capitol cuprinde elemente necesare examinării posibilităţii de folosire a unui combustibil în instalaţiile de ardere intensificată, cu considerarea specială a problemelor ridicate de comportarea zgurii în faza lichidă. Pe baza unor antecalcule se analizează şi comportarea prezumptivă a unor cărbuni româneşti la arderea în focarele ciclon.

Lucrarea se încheie cu un capitol privind : *Avantajele tehnico-economice ale arderii combustibililor solizi în focare cu ardere intensificată, cu referire la focarele ciclon.*

Comparaţia tehnico-economică a instalaţiilor de ardere intensificată cu instalaţiile clasice de ardere arată şi superioritatea economică a instalaţiilor de ardere intensificată.

După o analiză a calităţii combustibililor folosiţi în instalaţiile cu ardere intensificată, se face o paralelă între funcţionarea instalaţiilor energetice cu ardere intensificată şi a celor clasice, menţionîndu-se printre avantajele tehnice ale instalaţiilor cu ardere intensificată : posibilitatea funcţionării cu o gamă largă de combustibili, trecerea uşoară de la arderea unui combustibil la altul, siguranţa mărită în exploatare, elasticitatea şi simplicitatea exploatării. Printre avantajele economice se menţionează : scăderea consumurilor anuale de combustibil şi a celor de energie pentru serviciile interne, reducerea impurificării atmosferei, reducerea cheltuielilor de reparaţii, micşorarea gabaritelor şi reducerea costurilor de investiţii.

Avantajele economice ale folosirii instalaţiilor cu ardere intensificată sînt exemplificate pentru ţara noastră într-un tablou, pe cazanul de 110 t/h.

Materialul ilustrativ prins în 106 figuri şi cel de valori numerice cuprins în 16 tablouri permit uşurarea înţelegerii problemelor tratate.

O bibliografie de 157 titluri din surse recente şi de competenţă, permite cititorului să-şi lărgească cunoştinţele în acest domeniu.

Lucrarea pune la îndemîna specialiştilor un important material ştiinţific, în care problemele de perspectivă ale procedeelor şi instalaţiilor de ardere intensificată pentru energetica noastră sînt puse şi în lumina contribuţiei competente şi originale a autorilor, cercetători bine cunoscuţi în acest domeniu.

Academician *R. Răduleţ*

K. Niewiarowski, *Silniki ciagnikove* (Motoare de tractor). Pasistowowe Wydawnictwo Polnicze i Lesne, Warszawa, 1964, 697 pagini, 111 referinţe bibliografice, 531 fig. 63 tab.

În Polonia s-a editat de curînd această lucrare care reprezintă un manual pentru învăţămîntul superior, tratînd teoria, calculul şi construcţia motorului de tractor. Încă din introducere, autorul arată că pe tractoare se folosesc atît motoare cu aprindere prin scînteie cît şi motoare cu aprindere prin compresiune sau semi-diesel, în doi şi în patru timpi, răcite cu lichid sau cu aer; în consecinţă domeniul de studiu se lărgeşte destul de mult, elementele comune fiind date de gama de puteri (10—100 CP) şi condiţiile de turaţie, încărcare şi robusteţe.

Înaintea studiului propriu-zis al motoarelor se cercetează succint problema combustibililor. De semnalat în tabela 3 caracteristicile cerute în R.P.P. combustibililor pentru motoarele cu aprindere prin compresiune.

Se cercetează dezvoltat teoria motoarelor. Studiul este început prin teoria ciclurilor ideale cu gaze perfecte avînd călduri specifice constante. Se cercetează apoi calitativ şi se prezintă modul de calcul al ciclului real: admisiunea (cu coeficientul de umplere), compresiunea (unde pe baza unor cercetări proprii se arată dependenţa dintre raportul de compresiune uzual la motoarele cu aprindere prin compresiune şi turaţia nominală), arderea (arătîndu-se totodată metodele de control ale perfecţiunii arderii spre exemplu prin intermediul triunghiului de ardere), destinderea şi evacuarea. Metoda de calcul abordată foloseşte relaţii termodinamice simple aplicate global pe evoluţii; capitolul se încheie cu prezentarea modului de trasare a diagramei indicate.

În continuare, se cercetează caracteristicile motorului. Se prezintă instalaţiile pentru măsurarea puterii motorului şi determinarea consumului de combustibil.

Bazîndu-se pe o serie de lucrări personale privind studiul motoarelor cu aprindere prin compresiune şi antecameră, autorul prezintă detaliat instalaţia, modul de lucru şi rezultatele cercetării bilanţului termic al motorului cu aprindere prin compresiune.

Pe scurt, însă clar, se prezintă în continuare teoriile moderne asupra arderii atît în motorul cu aprindere prin scînteie cît şi în motorul cu aprindere prin compresiune. Se arată rolul mişcării amestecului şi fenomenele de ardere anormală. Se cercetează forme de camere de ardere. Capitolul se încheie cu prezentarea îmbunătăţirilor ce se pot aduce sistemelor de ardere cum ar fi sistemul Meurer.

Studiul teoriei motorului se încheie cu schimbarea încărcăturii la motoarele în doi timpi. În afara metodelor experimentale pentru cercetarea calităţii baleiajului (metoda pusă la punct la IVK-Dresden) se prezintă studiului, prin metode simplificate, a secţiunii de baleiaj şi metodele de realizare ale baleierii cu suflantă Roots şi prin comprimare în carter.

În continuare se prezintă elemente de calcul şi construcţia motorului.

După prezentarea, prin metode analitice de calcul a cinematicii sistemului bielă-manivelă, se studiază pistonul, segmentul, axul de oscilaţie al pistonului, biela şi arborele. La acesta din urmă se prezintă calculul simplu de rezistenţă, forme constructive problema echilibrului şi a vibraţiilor de torsiune şi curba polară de încărcare pe fusul arborelui. La problemele distribuţiei se cercetează cama (cinematica şi dinamica acesteia) supapele, arborele cu came, resoartele precum şi mecanismul de antrenare.

Partea constructivă se încheie cu studiul părţilor fixe ale motorului : blocul cilindrilor, bucceaua cilindrului (atît în cazul răcirii cu apă cît şi în cazul răcirii cu aer) chiulasa ; se studiază probleme de garnituri şi modul de strîngere al buloanelor pentru a asigura etanşarea.

Răcirea motorului este studiată atît în cazul răcirii cu aer (sînt date mai multe elemente constructive privind modul de organizare a circulaţiei aerului) cît şi în cazul răcirii cu lichid (se cercetează pompa, ventilatorul, radiatorul şi detailat, termostatul).

Pompa de ulei, filtrele de ulei şi modul de construire a circuitului de ungere constituie capitolul de ungere.

Se cercetează apoi multiplele probleme legate de alimentarea cu combustibil : la motoarele cu aprindere prin compresiune pompele de injecţie şi la motoarele cu aprindere prin scînteie carburatorul şi alimentarea cu gaze de gazogen. Se prezintă regulatoarele şi efectul lor, filtrele de aer, problemele aprinderii prin scînteie şi problemele pornirii (demaror, metode de uşurare ale pornirii la motoarele cu aprindere prin compresiune etc.).

Autorul face o descriere detaliată a unei serii de motoare (cum ar fi MAN, Steyr, Perkins, Fiat) alegînd pe cele mai caracteristice pentru o anumită grupă de motoare.

Lucrarea se încheie cu cercetarea problemelor de perspectivă în dezvoltarea motoarelor de tractor : supraalimentarea motoarelor, motoarele cu turbină de gaze (se descrie turbina GT 305), folosirea generatoarelor cu piston de gaze de ardere şi a motorului cu piston rotativ şi trohoidodrom Wankel.

Datorită volumului mare de probleme tratate, lucrarea nu poate intra în amănunte, în special în problemele de calcul ; lipsesc metodele de calcul exact ale ciclului real şi metode moderne pentru calculul solicitărilor diferitelor organe. În schimb, lucrarea dă multe soluţii constructive şi orientează în ansamblul problemelor legate de motorul de tractor. În cadrul de manual, autorul tratează clar şi la nivel corespunzător problemele propuse.

Este de remarcat judicioasa selecţie făcută de autor astfel ca să poată cuprinde într-un număr nu prea mare de pagini gama de probleme ridicată de motoare atît de variate.

Sînt de semnalat, de asemenea atît exemplele de calcul numeric axate pe motoare reale cît şi diferitele scheme şi desene care prezintă realizările industriei de motoare poloneze, în special tractorul Ursus S-312.

Călin Adrian Vasilescu

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile: discuții, recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. Structura lucrării.

a) *Introducerea* va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate;

b) *Tratarea* (despărțită pe subcapitole numerotat după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorile, posibilitățile și comoditatea aplicării;

c) *Concluziile* vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

d) Bibliografia după standardele în vigoare;

e) Rezumat (fișă) de cinci, șase rînduri.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la 2 rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții.

b) Figurile pe calc un exemplar, pe hîrtie ozalid 2 exemplare;

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internațională.

d) Volumul lucrării circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție: București, Șos. Vitan, nr. 236, raionul Tudor Vladimirescu.

ERATĂ

Pag.	rîndul sau formula	în loc de:	se va citi:
254	6 de jos	0,0933	— 0,0933
266	1	$\underline{I} =$	$I =$
266	7	$\underline{U}_{ef}$	U_{ef}
410	(32)—(35)	0,532 0,625 0,625 indici 0,58	0,532 0,625 0,625 exponenți 0,58

St. cerc. energ. electr., Tom. 15, Nr. 2, 1965

ORSZÁGOS MŰSZAKI DOKUMENTÁCIÓS SZÉKHÁZ

1966 JAN 12

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI R.P.R.

V. PIMSNER, C. A. VASILESCU, şi GH. RĂDULESCU, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, 1964, 756 p., 45 lei.

D. DAMSKER, *Principii şi mijloace noi de automatizare a acţionărilor electrice*, 1964, 439 p., 24,50 lei.

N. TIPEI, V. N. CONSTANTINESCU, AL. NICA şi O. BÎŢĂ, *Lagăre cu alunecare (calculul, proiectare, ungere)*, în limba rusă, 1964, 459 p., 30 lei.

GH. CARTIANU, *Modulaţia de frecvenţă* (în limba rusă), 1961, 579 p. + 7 pl., 39,10 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, *Lubrificaţia cu gaze*, 1963, 635 p., 31 lei.

SUZANA GÎDEA, M. PROTOPOPESCU, D. DRIMMER, *Metalurgia fizică a semiconductorilor*, 501 p. +4 pl., 31 lei.

VASILE MARCU, *Metalizarea prin pulverizare*, 1963, 340 p., 21 lei.

A. MORARU, *Amplidina (maşină electrică amplificatoare de curent continuu cu cîmp transversal)*, 1962, 328 p. + 2 pl., 14,90 lei.

T. OROVEANU, *Scurgerea fluidelor prin medii poroase neomogene*, 1963, 329 p., 16,30 lei.

TRAIAN SĂLĂGEAN, *Fenomene fizice şi metalurgice la sudarea cu arcul electric a oţelurilor*, 1963, 219 p., 12,10 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS şi VICTOR PIMSNER, *Exploatarea raţională a gazelor naturale*, 1963, 367 p. + 7 pl., 26,40 lei.

I. P. „Informaţia" — c. 1674

43 821

Lei 18.—

F 1736

R REFERATIVĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

3

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 3 p. 459—766 Bucureşti 1965

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — redactor responsabil;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei R.S.România — redactor responsabil adjunct;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei R. S. România;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei R.S.România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei R.S.România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei R.S.România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Ing. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Ing. V. PIMSNER;
Ing. C. A. VASILESCU;
Ing. ECATERINA ARIE — secretar de redacție.

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 72 lei.

În țară, abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT

REMUS RĂDULET, ALEXANDRU TIMOTIN

358.3

Electrodinamica neliniară și problema permitivității și permeabilității vidului

În legătură cu discuțiile purtate în cadrul Comisiunii Electrotehnice Internaționale referitor la denumirea și definirea constantelor universale ε_0 și μ_0, articolul conține o expunere critică a electrodinamicii neliniare și analizează interpretarea care rezultă din această electrodinamică pentru conceptele de permitivitate a vidului și de permeabilitate a vidului.

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 3 p. 461 București 1965

VICTOR BUNEA

538.221.001.2

Corectarea neliniarității la magnetizarea mediilor feromagnetice

Se analizează teoretic și experimental fenomenul deformat al repartiției unui flux pe două ramuri feromagnetice neliniare. Acest fenomen se petrece de exemplu la acceleratoarele de particule.

Sînt găsite relațiile care dau valorile instantanee ale inducțiilor, atît în cazul cînd pe fiecare ramură se plasează cîte o bobină de compensație conectate între ele, cît și în cazul cînd cele două bobine sînt neconectate între ele. Din analiza teoretică se deduce că există o anumită situație cînd repartiția fluxurilor capătă un caracter liniar într-un domeniu larg de funcționare.

Experiențele au confirmat analiza teoretică.

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 3 p. 497 București 1965

MARIUS PREDA

621.3.06.001.2 : 517.433

Asupra aplicării metodei operaționale la studiul circuitelor electrice cu condiții inițiale oarecare

Se studiază sistematic problema condițiilor inițiale independente necesare calculului curenților într-un curent electric și căderilor de tensiune.

În cazul general al unor circuite idealizate la care apar discontinuități ale curenților din bobine și ale sarcinilor unor condensatoare se obțin rezultate noi privind: stabilirea condițiilor inițiale independente pe baza unor circuite de calcul, ordinul maxim al ecuațiilor diferențiale corespunzătoare și elaborarea metodei de calcul în care se utilizează condițiile inițiale la $t = 0_-$ în locul celor de la $t = 0_+$.

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 3 p. 515 București 1965

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 15, nr. 3 1965

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT

SUMAR

Pag.

REMUS RĂDULEŢ şi ALEXANDRU TIMOTIN, Electrodinamica neliniară şi problema permitivităţii şi permeabilităţii vidului 461

VICTOR BUNEA, Corectarea neliniarităţii la magnetizarea mediilor feromagnetice 497

MARIUS PREDA, Asupra aplicării metodei operaţionale la studiul circuitelor electrice cu condiţii iniţiale oarecare 515

ANDREI ŢUGULEA şi ALEXANDRU TIMOTIN, Condiţiile de unicitate în determinarea cîmpurilor electrostatic şi magnetic cuasistaţionar în materiale neliniare cu polarizare şi magnetizare reversibile 531

V. D. SAVIUC, Contribuţii la studiul efectului pelicular în conductoare feromagnetice masive 539

ANDREI ŢUGULEA, Cîmpul electromagnetic cuasistaţionar al conductoarelor rectilinii trifazate în prezenţa ecranelor electromagnetice cilindrice subţiri . 549

CONSTANTIN APETREI, Optimizarea soluţiilor la calculul maşinii de curent continuu 561

C. V. BĂLĂ, Încălzirea indusului masiv al maşinilor de curent alternativ la pornirea în asincron 579

ADRIAN CUPŞA, Calculul rezistenţei electrice dintre contactele rotorului unei maşini unipolare axiale 591

ALEXANDRU FRANSUA, Contribuţii experimentale la studiul servomotorului asincron cu rotorul în formă de pahar. 603

D. F. LĂZĂROIU, Încălzirea maşinilor electrice cu întrefier axial şi circuite imprimate 613

MATEI MARINESCU, MIRCEA PETCU şi GHEORGHE DUMITRESCU, Funcţionarea optimală a oscilomotoarelor electromagnetice 629

AUGUSTIN MORARU, Reacţiile datorite excentricităţii rotorului în maşinile electrice amplificatoare 643

A. C. NICOLAIDE, Caracteristicile de funcţionare în asincron ale maşinilor sincrone cu poli ieşiţi masivi 663

St. cerc. energ. electr. Tom 15 Nr. 3 p. 459—766 Bucureşti 1965

Pag.

TOMA DORDEA, Studiul funcționării transformatorului trifazat cu două înfășurări în regim sinusoidal nesimetric 691
PAUL DIMO, Metoda iterației curenților de scurtcircuit pentru determinarea simultană a regimurilor, a schemelor REI și a imaginilor nodale prin calcul numeric 703
MARIUS POMÎRLEANU, ECATERINA ARIE, ELENA COMĂNESCU și HARALAMBIE CRISTEA, Optimizarea reglajului automat frecvență-putere al unui sistem electroenergetic complex ținînd seama de neliniarități și de caracteristicile reale ale perturbațiilor 719
NICOLAE V. BOȚAN și ION BEJAN, Asupra funcționării modulatorului magnetic în regim de releu 739
* * * Academician profesor Ion S. Gheorghiu (cu ocazia împlinirii a 80 de ani) . . 753
* * * Lista lucrărilor științifice publicate de academician profesor Ion S. Gheorghiu 759

ELECTRODINAMICA NELINEARĂ ŞI PROBLEMA PERMITIVITĂŢII ŞI PERMEABILITĂŢII VIDULUI

DE

ACADEMICIAN REMUS RĂDULEŢ şi ALEXANDRU TIMOTIN candidat în ştiinţe tehnice

358.3

În legătură cu discuţiile purtate în cadrul Comisiei Electrotehnice Internaţionale referitor la denumirea şi definirea constantelor universale ε_0 şi μ_0, articolul conţine o expunere critică a electrodinamicii nelineare şi analizează interpretarea care rezultă din această electrodinamică pentru conceptele de permitivitate a vidului şi de permeabilitate a vidului.

Discuţiile purtate în cadrul Comisiei electrotehnice internaţionale începînd cu reuniunea ei generală, care a avut loc la Bucureşti în iunie-iulie 1962, în legătură cu numirea şi definirea corectă a constantelor universale electrică ε_0 şi magnetică μ_0, au atras atenţia cercurilor tehnice asupra teoriilor mai noi ale spaţiului vid (de corpuri) şi, în particular, asupra problemelor polarizării lui electrice şi magnetice. Cum aceste probleme au fost ridicate pentru prima oară în legătură cu problema particulelor elementare în cadrul teoriilor microfizice nelineare ale cîmpului electromagnetic, ne propunem ca, prin prezentarea locului pe care aceste teorii îl ocupă în cadrul evoluţiei cunoştinţelor despre fenomenele electrice şi magnetice şi a trăsăturilor esenţiale ale conţinutului lor, să contribuim la clarificarea interpretării care trebuie dată în lumina acestor teorii constantelor universale ε_0 şi μ_0. Cum toate teoriile nelineare sînt relativiste, vom folosi prezentarea cvadridimensională, care permite o scriere mai sistematică, în opoziţie cu un studiu efectuat de primul dintre autori, care nu a părăsit prezentarea tridimensională.

1. TEORIILE LINEARE ALE CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ŞI PROBLEMA PARTICULELOR ELEMENTARE

După ce în a doua jumătate a secolului trecut s-a părăsit concepţia acţiunii la distanţă, care s-a dovedit inadecvată interpretării fenomenelor electrice şi magnetice, teoria acestora a fost elaborată în cadrul concepţiei

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 3 p. 461–495 Bucureşti 1965

de acțiune prin contiguitate, adică din aproape în aproape atît în spațiu, cît și în timp, a concepției de *cîmp* a lui Faraday și Maxwell, proprietățile de stare asociate acestor fenomene fiind localizate în întregul spațiu, ocupat sau nu de corpuri, prin ceea ce studiul acestor fenomene a devenit o teorie a cîmpului electromagnetic, obiect fizic distinct de substanța corpurilor, putînd exista și în vid și capabil să acumuleze, să transmită și să schimbe cu corpurile energie, impuls, moment cinetic etc.

În prima etapă, încheiată de J. C. Maxwell în 1873 pentru cazul corpurilor imobile și de H. Hertz în 1890 pentru cazul corpurilor mobile, această teorie a cîmpului electromagnetic a avut un caracter fenomenologic sau macroscopic, adică a admis modelul continuu al substanței corpurilor neluînd în considerare structura acestora la scară atomică. În teoria lui Maxwell-Hertz, care e prerelativistă, mărimile de stare ale cîmpului electromagnetic care intervin în legi sînt separate în electrice și magnetice, după cum corpurile de probă cu ajutorul cărora sînt detectate sînt în repaus, respectiv în mișcare în raport cu referențialul *propriu*, care se găsește local în repaus relativ și instantaneu față de mediul corporal în mișcare, oricare ar fi referențialul la care se raportează coordonatele de poziție ale corpurilor în mișcare. Deficiențele acestei teorii ce conduc la ecuații lineare pentru vid și corpurile nepolarizabile, deficiențe care derivă din caracterul ei fenomenologic și prerelativist, privesc aspecte cu puține aplicații de tehnică clasică.

În a doua etapă, H. A. Lorentz a adaptat, în perioada din jurul anului 1895, teoria lui Maxwell-Hertz atomicității corpurilor, considerate ca sisteme de particule elementare presupuse toate încărcate electric, numite în acel timp toate *electroni*, admițînd pentru ele modelul și legile de mișcare ale punctului material din mecanica newtoniană. În teoria sa microfizică, însă prerelativistă și precuantică, Lorentz a admis structura continuă, maxwelliană, a cîmpului electromagnetic microscopic și a postulat valabilitatea unor legi analoge legilor maxwelliene pentru medii corporale nepolarizabile, reușind să explice pe această bază numeroase fenomene și legi de material sau privitoare la corpuri în mișcare, fără să fi reușit să clarifice însă efecte specific cuantice sau efecte specific relativiste (cum era rezultatul negativ al experienței lui Michelson). Incompatibilitatea acestei teorii a electronilor cu efectele relativiste deriva și din modul în care separa în electrice respectiv magnetice mărimile de stare ale cîmpului electromagnetic care intervin în legile acestei teorii, după cum corpurile de probă utilizate pentru detectarea lor erau mobile, respectiv în mișcare în raport cu un referențial inerțial unic, numit referențialul inerțial lorentzian (presupus imobil în raport cu sistemul stelelor fixe).

În a treia etapă s-a constituit teoria (tot lineară) precuantică relativistă a cîmpului electromagnetic, în cadrul teoriei relativității restrînse, întemeiată în principal de Einstein în 1905. Ea a fost încadrată deci într-o cinematică și o dinamică relativiste, adică satisfăcînd, ca și ea, principiul invarianței vitezei luminii în vid și al relativității restrînse. În conformitate cu acestea, legile generale ale tuturor fenomenelor fizice, singurele pe

care se bazează teoriile microfizice, au aceeași expresie, oricare ar fi referențialul inerțial față de care se definesc mărimile care intervin în ele respectiv relația de simultaneitate a evenimentelor, care intervine de asemenea, — și anume implicit — în ele și despre care Einstein a arătat că este o relație relativă, adică dependentă și de referențialul inerțial față de care e considerată. În particular, trebuie ca în teoria relativității restrînse mărimile de stare ale cîmpului electromagnetic să fie separate în electrice și magnetice în raport cu fiecare referențial inerțial în parte, după cum corpurile de probă cu ajutorul cărora sînt definite se găsesc în repaus sau în mișcare în raport cu acel referențial (relativitatea despicării mărimilor de stare ale cîmpului electromagnetic în mărimi electrice și magnetice). Analiza relativistă a mărimilor cinematice a arătat că, pentru un eveniment oarecare, legătura dintre raza sa vectoare și timpul la care se petrece, cînd sînt raportate la un referențial inerțial, și aceleași mărimi ale lui, cînd sînt raportate la un al doilea (care este în mișcare față de primul), nu e dată de transformarea Galilei, care forma baza cinematicii prerelativiste, ci de transformarea Lorentz, care formează baza cinematicii relativiste. Analiza a mai arătat că legile teoriei prerelativiste, lorentziene, a electronilor au aceeași formă cînd sînt raportate la două referențiale inerțiale oarecare dacă s-a operat relativist separarea mărimilor de stare în electrice și magnetice ; cu alte cuvinte, că ecuațiile care le exprimă sînt invariante față de transformarea Lorentz și că deci pot fi admise și ca legi relativiste, ceea ce a explicat efectele de electrodinamică și optică a mediilor în mișcare.

Dacă $(\boldsymbol{r}, t)$ sînt raza vectoare și timpul care definesc coordonatele spațio-temporale ale unui eveniment oarecare față de referențialul inerțial [S], coordonatele $(\boldsymbol{r}', t')$ ale evenimentului față de un al doilea referențial inerțial [S'], care are viteza relativă de translație $\boldsymbol{v}$ (constantă) față de primul, sînt date deci de transformarea Lorentz, care are următoarea formă vectorială :

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{r}' &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}}(\boldsymbol{r}_{\parallel} - \boldsymbol{v}t) + \boldsymbol{r}_{\perp} \\ t' &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}}(t - \boldsymbol{v}\boldsymbol{r}/c_0^2) \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

unde s-au utilizat notațiile $\boldsymbol{r}_{\parallel} = \frac{\boldsymbol{v}}{v}\left(\frac{\boldsymbol{v}}{v}\boldsymbol{r}\right)$, respectiv $\boldsymbol{r}_{\perp} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_{\parallel}$ pentru componentele longitudinală, respectiv transversală, față de viteza relativă $\boldsymbol{v}$, ale vectorului de poziție $\boldsymbol{r}$, și s-a făcut ipoteza că s-au ales astfel originile referențialelor, încît ele să coincidă la $t = t' = 0$.

Conform teoriei clasice relativiste a electronilor, care a servit ca punct de plecare pentru teoriile nelineare ale particulelor elementare

electrizate, acestea sînt mici formații materiale stabile, caracterizabile prin masa lor de repaus m_0 și prin sarcina lor electrică $q = \pm q_0 \approx \approx \pm 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; ele se mișcă prin vid sub acțiunea forțelor exercitate de cîmpul electromagnetic microscopic, în acord cu legile dinamicii relativiste a punctului material: dacă $\boldsymbol{u}$ e viteza unei particule față de un referențial inerțial [S] și $m = m_0/\sqrt{1 - u^2/c_0^2}$ masa ei în raport cu acest sistem, forța newtoniană $\boldsymbol{F}$ rezultantă, exercitată asupra particulei, îi determină mișcarea după legea fundamentală a dinamicii relativiste

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\boldsymbol{u}) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(m_0 \frac{\boldsymbol{u}}{\sqrt{1 - u^2/c_0^2}}\right), \tag{2}$$

în care $c_0 \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ e o constantă universală, viteza luminii în vid.

Stările electromagnetice ale corpurilor sînt determinate de densitățile sarcinii electrice (ρ) și curentului electric de convecție ($\rho\boldsymbol{u}$), iar stările cîmpului electromagnetic sînt univoc determinate de intensitatea microscopică a cîmpului electric $\boldsymbol{e}(\boldsymbol{r}, t)$ și de inducția magnetică microscopică $\boldsymbol{b}(\boldsymbol{r}, t)$, care au, toate, valori raportate la diferitele referențiale inerțiale și satisfac legile

$$\boldsymbol{f} = \rho(\boldsymbol{e} + \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{b}), \tag{3}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{e} + \frac{\partial \boldsymbol{b}}{\partial t} = 0, \tag{4}$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{b} = 0, \tag{5}$$

$$\operatorname{rot}(\boldsymbol{b}/\mu_0) + \frac{\partial(\varepsilon_0 \boldsymbol{e})}{\partial t} = \rho\boldsymbol{u}, \tag{6}$$

$$\operatorname{div}(\varepsilon_0 \boldsymbol{e}) = \rho. \tag{7}$$

În aceste ecuații, μ_0 e constanta universală magnetică, iar ε_0 e constanta universală electrică. Din ecuațiile (3)—(6) rezultă următoarea relație a lui Maxwell pentru viteza de fază a undelor electromagnetice în vid:

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}, \tag{8}$$

egală cu viteza luminii în vid, în acord cu teoria electromagnetică a luminii. Valoarea numerică a uneia dintre constantele universale ε_0 și μ_0 depinde de alegerea unității independente a unei mărimi electromagnetice, iar valoarea numerică a celeilalte rezultă din relația (8). În sistemul de unități SI, din definiția amperului rezultă

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}} \quad \text{și deci} \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{c_0^2 \mu_0} \approx \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}. \tag{9}$$

Din aceste legi rezultă, între altele, următoarele consecinţe :

— Densitatea volumică a sarcinii satisface ecuaţia de conservare (invariantă) :

$$\operatorname{div}(\rho \boldsymbol{u}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \tag{10}$$

din care rezultă şi invariabilitatea sarcinii particulelor elementare.

— Ecuaţiile (4) şi (5) sînt identic satisfăcute dacă se introduc potenţialele electrodinamice vector $\boldsymbol{a}$ şi scalar φ prin relaţiile invariante relativist

$$\boldsymbol{b} = \operatorname{rot} \boldsymbol{a}; \qquad \boldsymbol{e} = -\operatorname{grad} \varphi - \frac{\partial \boldsymbol{a}}{\partial t}. \tag{11}$$

Potenţialele electrodinamice nu sînt definite univoc de aceste relaţii. Li se poate impune deci condiţia suplimentară de etalonare, a lui Lorentz :

$$\operatorname{div} \boldsymbol{a} + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0, \tag{12}$$

ceea ce le determină univoc dacă se dau şi condiţiile de frontieră.

— Notînd cu $i_{\mathrm{tot}\Gamma}$ curentul total, de convecţie şi de deplasare, care trece printr-o suprafaţă oarecare S_Γ sprijinită pe curba închisă Γ şi avînd elementul de arie $d\boldsymbol{A} = \boldsymbol{n}\,dA$,

$$i_{\mathrm{tot}\Gamma} = \int_{S_\Gamma} \left(\rho \boldsymbol{u} + \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{e}}{\partial t}\right) d\boldsymbol{A}, \tag{13}$$

şi cu q_Σ sarcina totală din domeniul v_Σ din interiorul unei suprafeţe închise Σ şi avînd elementul de volum dv,

$$q_\Sigma = \int_{v_\Sigma} \rho \, dv, \tag{14}$$

se pot defini constantele universale ε_0 şi μ_0 prin următoarele relaţii, care rezultă din (6) şi (5) :

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{q_\Sigma} \oint_\Sigma \boldsymbol{e}\, d\boldsymbol{A} \tag{15}$$

şi

$$\mu_0 = \frac{1}{i_{\mathrm{tot}\Gamma}} \oint_\Gamma \boldsymbol{b}\, d\boldsymbol{r}, \tag{16}$$

în care $d\boldsymbol{A} = \boldsymbol{n}\, dA$ sînt elemente de arie vectoriale orientate spre exteriorul suprafeţei Σ, iar $d\boldsymbol{r}$ elemente de arc ale curbei Γ cu sensul asociat, după regula burghiului drept, sensului curentului $i_{\mathrm{tot}\Gamma}$.

Condiţia de invarianţă relativistă, adică faţă de transformarea Lorentz, permite să se determine regulile de transformare a mărimilor

electromagnetice la trecerea de la raportarea lor la un referențial inerțial la raportarea lor la un altul. Dacă ρ', $\rho'\boldsymbol{u}'$, $\boldsymbol{e}'$ și $\boldsymbol{b}'$ sînt valorile mărimilor electromagnetice relative la noul referențial [S'], se obțin expresiile (vezi și anexa) :

$$\rho' = \rho \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}} (1 - \boldsymbol{v}\boldsymbol{u}/c_0^2) \tag{17}$$

$$\rho'\boldsymbol{u}' = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}} (\rho \boldsymbol{u}_{\parallel} - \rho \boldsymbol{v}) + \rho \boldsymbol{u}_{\perp} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{b}' = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}} \left(\boldsymbol{b}_{\perp} - \frac{\boldsymbol{v}}{c_0^2} \times \boldsymbol{e} \right) + \boldsymbol{b}_{\parallel} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{e}' = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}} (\boldsymbol{e}_{\perp} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{b}) + \boldsymbol{e}_{\parallel} \tag{20}$$

Expresiile (19) și (20) arată caracterul relativ la sistemul de referință considerat al mărimilor $\boldsymbol{e}$ și $\boldsymbol{b}$, adică, implicit, caracterul relativ al separării cîmpului electromagnetic în „cîmp electric" și „cîmp magnetic".

Din legi se deduce și teorema energiei electromagnetice pentru o porțiune oarecare v_Σ din spațiu :

$$\int_{v_\Sigma} \boldsymbol{f}\boldsymbol{u}\, dv = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{v_\Sigma} \left(\frac{\varepsilon_0 \boldsymbol{e}^2}{2} + \frac{\boldsymbol{b}^2}{2\mu_0} \right) dv - \oint_{\Sigma} (\boldsymbol{e} \times \boldsymbol{b}/\mu_0)\, \boldsymbol{n}\, dA, \tag{21}$$

din care rezultă *densitatea de volum a energiei electromagnetice* localizate în cîmp :

$$w = w_{el} + w_m = \frac{\varepsilon_0 \boldsymbol{e}^2}{2} + \frac{\boldsymbol{b}^2}{2\mu_0} \tag{22}$$

și *densitatea fluxului de energie electromagnetică* (vectorul lui Poynting) :

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{e} \times \boldsymbol{b} \frac{1}{\mu_0}, \tag{23}$$

care caracterizează transmisiunea energiei în cîmp (în unitatea de timp și prin unitatea de arie).

Din aceleași legi se deduce teorema impulsului electromagnetic pentru o porțiune oarecare v_Σ din spațiu :

$$\int_{v_\Sigma} \boldsymbol{f}\, dv = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{v_\Sigma} \varepsilon_0 \boldsymbol{e} \times \boldsymbol{b}\, dv - \oint_{\Sigma} \left[-(\varepsilon_0 \boldsymbol{e}\boldsymbol{n})\boldsymbol{e} - \left(\frac{1}{\mu_0} \boldsymbol{n}\boldsymbol{b} \right) \boldsymbol{b} + \boldsymbol{n}\, w \right] dA, \tag{24}$$

din care rezultă *densitatea de volum a impulsului electromagnetic* localizat în cîmp :

$$\boldsymbol{g} = \varepsilon_0 \boldsymbol{e} \times \boldsymbol{b} = \frac{1}{c_0^2} \boldsymbol{s} \tag{25}$$

şi *densitatea fluxului de impuls electromagnetic* într-o direcţie de versor n egală şi de semn schimbat cu următoarea tensiune maxwelliană :

$$T(n) = \varepsilon_0 (ne)e + \frac{1}{\mu_0}(nb)b - nw, \tag{26}$$

care caracterizează transmisiunea impulsului, în cîmp în direcţia de versor $(-n)$, şi anume în unitatea de timp şi prin unitatea de arie.

Dacă se introduc în legi intensitatea cîmpului magnetic microscopic h şi inducţia electrică microscopică d, ca mărimi derivate, prin relaţiile

$$h = \frac{1}{\mu_0} b, \qquad d = \varepsilon_0 e, \tag{27}$$

ecuaţiile Maxwell-Lorentz (6) şi (7) iau aceeaşi formă ca în teoria macroscopică :

$$\operatorname{rot} h - \frac{\partial d}{\partial t} = \rho u \tag{28}$$

$$\operatorname{div} d = \rho \tag{29}$$

Din (27), (19) şi (20) rezultă pentru mărimile h şi d următoarele reguli de transformare :

$$\left.\begin{aligned} h' &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}} (h_\perp - v \times d) + h_\parallel \\ d' &= \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}} \left(d_\perp + \frac{v}{c_0^2} \times h \right) + d_\parallel \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Cu ajutorul acestor relaţii se poate verifica direct invarianţa expresiilor (28), independent de valabilitatea ecuaţiilor (27), ceea ce prezintă mare importanţă pentru electrodinamicile nelineare, în care se presupune că relaţiile dintre mărimile h şi d, de o parte, şi e şi b, de altă parte, nu au forma simplă, lineară şi omogenă din (27), cu menţinerea ecuaţiilor (28) şi (29), ceea ce echivalează cu abandonarea ecuaţiilor (6) şi (7) ale electrodinamicii lineare.

Dacă se consideră acum o particulă (elementară) de sarcină q care se mişcă rectiliniu şi uniform cu viteza u faţă de referenţialul inerţial [S], cu o viteză u mică ($u^2 \ll c_0^2$) — la care ne limităm pentru simplificarea expunerii —, se obţin din legile (4), (5), (6) şi (7) pentru cîmpul electric, respectiv pentru inducţia magnetică a particulei faţă de [S], expresiile

$$e = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{R}{R^3}; \qquad b = \frac{u \times e}{c_0^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{qu \times R}{R^3}, \tag{31}$$

în care R e vectorul de poziţie al punctului din vid în care se calculează cîmpul faţă de punctul în care se găseşte particula. Dacă se presupune particula sferică şi de rază a, se obţin pentru energia electromagnetică

W_{em} și pentru impulsul electromagnetic G_{em} ale cîmpului propriu (31) din *exteriorul* particulei, față de [S] și cu $u^2 \ll c_0^2$, expresiile

$$W_{em} = \int_{R \geqslant a} \left(\frac{\varepsilon_0 e^2}{2} + \frac{b^2}{2\mu_0} \right) dv \approx \int_{R \geqslant a} \frac{\varepsilon_0 e^2}{2}\, dv = \frac{3}{4} m_{em} c_0^2 \tag{32}$$

$$G_{em} = \int_{R \geqslant a} \varepsilon_0 e \times b\, dv = m_{em} u \tag{33}$$

în care s-a folosit notația

$$m_{em} = \frac{1}{6\pi \varepsilon_0 c_0^2 a} q^2 > 0, \tag{34}$$

mărime care are dimensiunea unei *mase*. Aceste expresii privesc *întregul* cîmp propriu dacă nu există cîmp în interiorul particulei, adică dacă sarcina e repartizată uniform pe particulă, cu densitate superficială.

Presupunem acum că particulei i se aplică o forță exterioară F_e, care îi determină o foarte slabă viteză de variație a impulsului $\frac{d(mu)}{dt}$ față de [S]. Calculul arată că în acest caz cîmpul *propriu*, care la mișcare accelerată diferă de (31), exercită o forță rezultantă F_p asupra particulei, calculabilă cu relația (24) aplicată noului cîmp propriu și în care integrarea se extinde asupra întregului spațiu, deoarece în afara particulei $f = 0$. Limitînd calculul pentru simplificarea expunerii la viteze și forțe mici, se poate arăta că integrala de suprafață din (24), efectuată asupra unei suprafețe $\Sigma \to \infty$, e neglijabilă în raport cu integralele de volum, astfel că pentru forța proprie F_p rezultă expresia

$$F_p = \int_{V_\infty} f\, dv = -\frac{d}{dt} \int_{V_\infty} \varepsilon_0 e \times b\, dv = -\frac{dG_{em}}{dt}. \tag{35}$$

Se poate arăta că în aceeași aproximație impulsul G_{em} al cîmpului propriu rămîne proporțional cu viteza, adică se poate scrie $G_{em} = m_{em} u$, cu m_{em} dat de (34) la repartiția superficială a sarcinii. Sub acțiunea forței exterioare F_e și a forței proprii F_p, particula, a cărei *masă* „*mecanică*" o notăm cu

$$m^* = m_0^* / \sqrt{1 - u^2/c_0^2}, \tag{36}$$

se va mișca în conformitate cu legea

$$F_e + F_p = \frac{d}{dt} (m^* u). \tag{37}$$

Cu (33) și (35) ecuația de mișcare (37) devine

$$F_e = \frac{d}{dt} [(m^* + m_{em}) u] \tag{38}$$

şi arată că, din punctul de vedere al forţei exterioare aplicate, *masa „aparentă"* m a particulei e mai mare decît masa ei „mecanică", fiind dată de expresia

$$m = m^* + m_{em}, \tag{39}$$

în care m_{em} e mărimea de proporţionalitate dintre impulsul cîmpului propriu şi viteza particulei $\boldsymbol{u}$ şi se numeşte *masa electromagnetică* a acesteia. Cum numai masa aparentă m e determinabilă experimental pe baza legii de mişcare (38), considerentele de mai sus arată că această masă include o contribuţie de natură electromagnetică.

Masa inertă a particulelor electrizate în mişcare ar fi deci, cel puţin în parte, de natură electromagnetică, fiind datorită şi forţei de reacţiune $\boldsymbol{F}_r$ a propriului ei cîmp electromagnetic. De aici rezultă că şi energia cinetică aparentă $m\frac{\boldsymbol{u}^2}{2}$ a particulei e, cel puţin în parte, energia cîmpului magnetic propriu al particulei, iar impulsul aparent $m\boldsymbol{u}$ al particulei e, cel puţin în parte, impulsul electromagnetic al cîmpului ei propriu. Teoria electronilor oferă deci, cel puţin în parte, o justificare de natură „electromagnetică" pentru legea de mişcare a unei particule electrizate.

Această posibilitate a sugerat fizicienilor ideea unei *teorii electromagnetice a particulelor elementare*, conform căreia întregul impuls al particulei şi deci întreaga lui masă ar fi de origine electromagnetică :

$$m = m_{em}; \quad m^* = 0. \tag{40}$$

În acest caz, în locul teoriei mecanice a fenomenelor electromagnetice, în care cîmpul apare drept o stare de deformare elastică a unei substanţe care se numea *eter*, apare o teorie electromagnetică a fenomenelor mecanice : masa inertă a particulelor încărcate ar fi o proprietate derivată din cele electromagnetice, iar legea fundamentală a dinamicii, o formă particulară a teoremei de conservare a impulsului electromagnetic, consecinţă a ecuaţiilor acestui cîmp.

O primă verificare a bazelor acestei teorii a consistat în evaluarea razelor particulelor elementare pe baza valorilor determinate experimental ale sarcinii q_0 şi maselor lor. Astfel, deoarece relaţia (34) a fost obţinută numai cu cîmpul din exteriorul particulei, masa electromagnetică e mai mare sau cel puţin egală cu valoarea (34). Cu (39) se obţine inegalitatea

$$a \geqslant \frac{q_0^2}{6\pi\varepsilon_0 c_0^2 m}. \tag{41}$$

Introducînd aici valoarea masei şi sarcinii determinate experimental pentru electron, se obţine o limită inferioară a razei lui, de ordinul a 10^{-13} cm, care corespunde diferitelor date cunoscute pe alte baze experimentale privitoare la dimensiunile maxime ale acestor particule :

$$a \geqslant 1{,}8 \cdot 10^{-15}\ \text{m} = 1{,}8 \cdot 10^{-13}\ \text{cm}. \tag{42}$$

Legile lineare ale teoriei relativiste a electronilor au însă şi consecinţe inconsistente pentru teoria particulelor elementare.

Dacă întreaga energie a unei particule ar fi de origine electromagnetică, energia cîmpului propriu al unei particule, W, ar trebui să corespundă masei ei m în măsura prevăzută de relația relativistă, stabilită de Einstein :

$$W = m c_0^2. \tag{43}$$

Această relație nu e însă compatibilă cu (32) și se constată că incompatibilitatea se menține și dacă se reface calculul pentru viteze mari și oricare ar fi ipoteza asupra repartizării sarcinii în interiorul particulelor.

Conform unei cunoscute teoreme a lui Earnshaw, un sistem de particule încărcate electric nu poate avea o configurație statică stabilă decît dacă între particule se exercită și alte forțe decît cele de natură electrostatică lineară. Considerînd acum o particulă electrizată, de rază a finită, nesupusă vreunei forțe exterioare, și care deci se menține în repaus în raport cu referențialul ei propriu [S°] dintr-un moment dat, cîmpul ei electromagnetic față de [S°] este un cîmp pur electrostatic, oricare ar fi repartizarea sarcinii în interiorul particulei. Dacă, în acord cu teoria electromagnetică, asupra părților particulei acționează numai forțele electrostatice, din teorema lui Earnshaw rezultă că aceste forțe nu pot asigura configurația de echilibru stabil a particulei : sub acțiunea repulsiei coulombiene dintre părțile ei, orice particulă electrizată ar trebui „să explodeze" dacă nu ar exista și alte forțe care să-i asigure coeziunea părților, rezultat care se obține pentru orice particulă cu dimensiuni finite.

Conform fizicii relativiste, existența unor forțe neelectromagnetice, pe care Poincaré le-a introdus ca „presiuni interne", ar fi însă asociată unei anumite energii interioare neelectromagnetice și unui anumit impuls neelectromagnetic, adică unei mase „mecanice" neelectromagnetice, ceea ce ar contrazice ipoteza inițială : teoria electromagnetică a masei e incompatibilă cu stabilitatea particulelor de dimensiuni finite.

Dacă particulele elementare electrizate ar fi strict punctuale ($a = 0$), ele ar putea fi considerate drept singularități ale cîmpului electromagnetic, existente ca atare în natură ; în acest caz însă, masa lor electromagnetică, calculată cu (34) considerînd limita $a \to 0$, ar rezulta infinită :

$$\lim_{a \to 0} m_{em} = \infty, \tag{44}$$

în contradicție cu valoarea ei finită, constatată experimental. Masa finită a particulelor elementare ar putea rezulta deci, în acest caz, cel mult admițînd și o masă neelectromagnetică „de compensare", negativă și infinit mare, ceea ce ar echivala în fond cu renunțarea la teoria pur electromagnetică a particulelor.

Cînd dificultățile de a încadra teoria gravitației în teoria relativității restrînse au condus, în perioada 1915—1916, la întemeierea teoriei relativității generale, gravitația a putut fi cuprinsă în această teorie lineară, bazată pe principiul echivalenței dintre masa grea și cea inertă și pe principiul relativității generale, care afirmă că legile generale ale tuturor fenomenelor fizice au aceeași expresie în raport cu toate referențialele

realizabile în univers. În cadrul acestei teorii, ecuațiile ce exprimă legile cîmpului electromagnetic cu forma din teoria relativității restrînse se dovedesc invariante față de toate transformările punctuale dacă operatorii lineari de derivare în raport cu coordonatele spațiotemporale care interveneau în teoria restrînsă sînt înlocuiți cu cei tot lineari corespunzători pentru universul pseudoriemannian, care este o consecință a acestei teorii și exprimă influența cîmpului de gravitație. Efectele cîmpului de gravitație asupra fenomenelor electromagnetice, care se manifestă prin metrica universului pe care o impune, sînt însă neglijabile, în special la nivelul particulelor elementare.

De aceea în a patra etapă, care se constituie în prezent, teoria cîmpului electromagnetic se dezvoltă în cadrul fizicii cuantice ca o parte a teoriei cuantice a cîmpurilor și în acord cu teoria relativității restrînse, care îndeplinește rolul de teorie-etalon pentru toate ramurile fizicii.

În acord cu concepțiile fundamentale ale fizicii cuantice, ecuațiile care exprimă legile teoriei cuantice a cîmpului electromagnetic au o formă care se obține din aceea a ecuațiilor ce exprimă legile lui în aproximația precuantică sau clasică, locul vectorilor-cîmp ai teoriei microscopice clasice fiind luat de operatori (lineari) care satisfac la „înmulțire" anumite reguli de comutare ce definesc „cuantificarea" acelor ecuații și care acționează asupra unor funcțiuni de undă cu interpretare statistică și au ca variabile numerele de particule asociate cîmpului, adică numerele de fotoni în diferitele stări în cazul cîmpului electromagnetic pe care l-am considerat. Cu toate succesele parțiale obținute în explicarea a numeroase efecte „cuantice" constatate experimental, această nouă teorie lineară a cîmpului electromagnetic e încă incompletă, atît din punctul de vedere al încadrării într-o teorie mai generală, consecventă și necontradictorie, a cîmpurilor cuantice, cît și din punctul de vedere al aparatului matematic utilizat.

Cînd se renunță la teoria pur electromagnetică, lineară, adică se admite existența și a altor cîmpuri de forțe (cum se procedează și în teoria cuantică a cîmpurilor), repulsia electrostatică a părților unei particule finite, dată de teoria liniară a electronilor, poate fi compensată de o atracție neelectromagnetică a lor spre a asigura astfel stabilitatea particulei. Ar trebui însă ca noua teorie să ducă la ecuații care să fie cel puțin în parte tot neliniare în raport cu mărimile de stare sau cu derivatele lor, respectiv în raport cu operatorii din fizica cuantică. În adevăr, pentru orice sistem de ecuații exclusiv lineare ar fi valabilă teorema superpoziției, adică oricărei soluții statice a ecuațiilor (corespunzătoare unei particule în repaus) i-ar corespunde o infinitate de soluții posibile, cu configurație geometrică asemenea și cu alte valori pentru sarcina și masa particulei. Această concluzie ar fi incompatibilă cu datele experimentale, care confirmă identitatea tuturor particulelor de un același tip și existența unui număr discret de particule distincte. Totodată, nu s-ar putea evita nici în fizica cuantică, în cadrul unor teorii bazate pe ecuații exclusiv lineare, caracterul impropriu al unei particule punctuale și valoarea infinită a sumei energiilor cîmpurilor ei și deci a masei particulei care e asociată acestor cîmpuri (divergența masei), dificultăți care nu pot fi evitate nici în această

fizică decît prin procedee în fond exterioare teoriei : *renormarea*, care revine în cazul masei la admiterea unei mase „mecanice" m^* negative și infinite, astfel încît o sumă de tipul celei din relația (38) să dea masa particulelor observată experimental. Aceste dificultăți, care conduseseră la dezvoltarea teoriei pur electromagnetice a particulelor pe calea adoptării unor ecuații de cîmp nelineare, adică la constituirea unor electrodinamici nelineare în cadrul fizicii clasice, precuantice, îndreaptă și în prezent cercetările unor fizicieni în direcția constituirii unei teorii cuantice și relativiste a cîmpului bazate tot pe ecuații nelineare.

În cadrul electrodinamicilor nelineare, relațiile (15) și (16), care permit definirea constantelor universale, nu mai rămîn valabile, ca și relațiile (27). Se ivește astfel posibilitatea unei analogii formale cu teoria macroscopică a corpurilor cu legi nelineare de polarizare electrică și magnetică, analogii care permit definirea — chiar pentru spațiul vid de corpuri — a unei permitivități $\varepsilon_v \neq \varepsilon_0$ și a unei permeabilități $\mu_v \neq \mu_0$, dependente de intensitățile locale ale cîmpului. Acestea sînt motivele pentru care electrodinamicile nelineare prezintă importanță pentru definirea corectă și generală a constantelor universale ε_0 și μ_0. Cum aceste electrodinamici sînt în mod necesar relativiste, ecuațiile neliniare propuse pentru legile lor trebuie să fie invariante relativist. Studiul ecuațiilor cărora li se impune această proprietate se face însă deosebit de simplu cu ajutorul notației cvadridimensionale și a formalismului lagrangian, pe care le prezentăm succint în continuare.

2. UNIVERSUL CVADRIDIMENSIONAL

Dacă pentru coordonatele x, y, z și t ale unui eveniment, față de un referențial inerțial [S], se introduc notațiile

$$(\mathrm{j} = \sqrt{-1}) \tag{45}$$

$$x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z, \quad x_4 = \mathrm{j}c_0 t, \tag{46}$$

se constată că universul cu patru dimensiuni astfel definit are o structură formal euclidiană, definită de o consecință esențială a transformării Lorentz : invarianța pătratului intervalului elementar $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - c_0^2 \Delta t^2$, care cu (46) ia forma :

$$\Delta s^2 = \Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 + \Delta x_4^2 = \sum_{\nu=1}^{4} \Delta x_\nu^2. \tag{47}$$

Trecerea de la un referențial inerțial [S] la un altul [S'] corespunde în acest univers unei transformări lineare ortogonale a coordonatelor, pe care o admitem omogenă, excluzînd schimbarea originii, neimportantă din punctul de vedere fizic :

$$x'_\nu = \sum_{\mu=1}^{4} a_{\nu\mu} x_\mu ; \qquad x_\lambda = \sum_{\nu=1}^{4} a_{\nu\lambda} x'_\nu \tag{48}$$

$$(\nu, \lambda = 1, 2, 3, 4)$$

care este forma analitică generală a transformărilor Lorentz proprii (1) și ai cărei coeficienți (funcțiuni continue de viteza relativă și de „unghiurile" noilor axe față de cele vechi) satisfac relațiile de ortonormalitate

$$\sum_{\nu=1}^{4} a_{\nu\mu} a_{\nu\lambda} = \sum_{\nu=1}^{4} a_{\mu\nu} a_{\lambda\nu} = \delta_{\mu\lambda} \tag{49}$$

unde determinantul mărimilor $a_{\mu\nu}$ satisface ecuația

$$| a_{\mu\nu} | = 1, \tag{49a}$$

iar

$$\delta_{\mu\nu} = 0 \ (\mu \neq \nu); \quad \delta_{\nu\nu} = 1. \tag{50}$$

Mărimile tensoriale din acest univers descriu proprietăți intrinseci; cu ajutorul lor se pot defini deci operații invariante față de schimbarea referențialului inerțial. În particular, *invarianții scalari*, sau tensorii de ordinul zero, sînt caracterizabili în fiecare referențial inerțial [S], [S'], ..., [S°] printr-o singură mărime scalară ($4^\circ = 1$) de valoare neschimbată:

$$\lambda = \lambda' = \ldots = \lambda_0 \tag{51}$$

Sarcina electrică q a unei particule și masa ei de repaus $m\sqrt{1 - u^2/c_0^2} = m_0$ sînt exemple de invarianți scalari.

Un *cvadritensor de ordinul întîi* $\mathcal{Q}$, numit și *cvadrivector*, e caracterizabil în fiecare referențial prin cele patru ($4^1 = 4$) componente scalare ale sale $\mathcal{Q}_\nu$, care se transformă la schimbarea referențialului ca și coordonatele spațiotemporale (48) (vezi și anexa):

$$\mathcal{Q}'_\nu = \sum_{\mu=1}^{4} a_{\nu\mu} \mathcal{Q}_\mu. \tag{52}$$

Primele trei componente ($\nu = 1, 2, 3$) ale cvadrivectorilor sînt reale și definesc un trivector $\boldsymbol{C}$ în spațiul fizic tridimensional (componenta spațială a cvadrivectorului), iar a patra componentă e imaginară și definește un scalar C_t în spațiu tridimensional (componenta temporală a cvadrivectorului). Cvadrivectorii pot fi deci notați cum urmează:

$$\mathcal{Q} = \{\mathcal{Q}\} = \{\boldsymbol{C}, \mathrm{j}\, C_t\}. \tag{53}$$

Operațiile invariante de anulare, înmulțire cu scalar și adunare a cvadrivectorilor se definesc ca la vectorii din spațiul cu trei dimensiuni. Produsul scalar a doi cvadrivectori $\mathcal{A}$ și $\mathcal{B}$ e un invariant al lor, care poate fi pozitiv, negativ sau nul:

$$\mathcal{A}\mathcal{B} = \sum_{\mu=1}^{4} \mathcal{A}_\mu \mathcal{B}_\mu = \boldsymbol{A}\boldsymbol{B} - A_t B_t. \tag{54}$$

Se constată ușor că intervalul cvadridimensional dintre două evenimente $\{\Delta \boldsymbol{r}, \mathrm{j}\, c_0 \Delta t\}$, ca și operatorul gradient cvadridimensional $\left\{\frac{\partial}{\partial x_\mu}\right\} = \left\{\nabla, -\mathrm{j}\frac{\partial}{\partial t}\right\}$, au proprietăți de cvadrivectori.

Un *cvadritensor de ordinul al doilea* $\mathcal{T}$ e caracterizabil în fiecare referențial prin cele $4^2 = 16$ componente scalare $\mathcal{T}_{\mu\nu}$ ale sale, care se transformă la schimbarea referențialului ca și produsele de cîte două componente de cvadrivectori (vezi și anexa)

$$\mathcal{T}_{\varkappa\lambda} = \sum_{\mu=1}^{4} \sum_{\nu=1}^{4} a_{\varkappa\mu} a_{\lambda\nu} \mathcal{T}_{\mu\nu}. \tag{55}$$

În electrodinamica relativistă prezintă importanță cvadritensorii antisimetrici, care satisfac condiția invariantă

$$\mathcal{T}_{\mu\nu} = - \mathcal{T}_{\nu\mu}, \tag{56}$$

din care rezultă $\mathcal{T}_{\nu\nu} = 0$. Aceștia au numai cîte șase componente scalare independente, și anume : trei fără indici egali cu 4, care definesc în acest caz un vector real $\boldsymbol{S}$ al spațiului tridimensional, conform relațiilor

$$\mathcal{T}_{12} = - \mathcal{T}_{21} = S_z; \quad \mathcal{T}_{23} = - \mathcal{T}_{32} = S_x; \quad \mathcal{T}_{31} = - \mathcal{T}_{13} = S_y, \tag{57}$$

și trei cu indice egal cu patru, care definesc în acest caz un vector imaginar $\mathrm{j}\boldsymbol{T}$ al spațiului tridimensional, conform relațiilor

$$\mathcal{T}_{14} = - \mathcal{T}_{41} = \mathrm{j}T_x; \quad \mathcal{T}_{24} = - \mathcal{T}_{42} = \mathrm{j}T_y; \quad \mathcal{T}_{34} = - \mathcal{T}_{43} = \mathrm{j}T_z. \tag{58}$$

Datorită acestui fapt, cvadritensorii antisimetrici se numesc și hexavectori și se notează strîns și sub forma

$$\mathcal{T} = \{\boldsymbol{S}; \mathrm{j}\boldsymbol{T}\}, \tag{59}$$

Operațiile invariante de anulare, înmulțire cu un scalar și adunare, produs tensorial, produs contactat etc. se definesc cu cvadritensorii de ordinul al doilea, ca și cu tritensorii respectivi. În particular, cu ajutorul componentelor unui cvadritensor antisimetric se pot construi doi invarianți scalari independenți :

$$\mathrm{I}_1(\mathcal{T}) = \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^{4} \sum_{\nu=1}^{4} \mathcal{T}_{\mu\nu} \mathcal{T}_{\mu\nu} = \boldsymbol{S}^2 - \boldsymbol{T}^2 \tag{60}$$

și

$$\mathrm{I}_2(\mathcal{T}) = \det \| \mathcal{T}_{\mu\nu} \| = - (\mathcal{T}_{12} \mathcal{T}_{34} + \mathcal{T}_{23} \mathcal{T}_{41} + \mathcal{T}_{31} \mathcal{T}_{4})^2 = - (\boldsymbol{ST})^2. \tag{61}$$

3. FORMA CVADRIDIMENSIONALĂ A LEGILOR TEORIEI RELATIVISTE A ELECTRONILOR

Invarianța relativistă a ecuațiilor Maxwell-Lorentz ale teoriei relativiste a electronilor se poate demonstra arătînd că în scriere cvadridimensională ele corespund unor operații tensoriale invariante. Ținînd seama de legea de mișcare (1), se introduce *cvadrivectorul densitate de forță-putere* :

$$\ell = \left\{ \boldsymbol{f}, \mathrm{j} \frac{1}{c_0} \boldsymbol{fu} \right\}, \tag{62}$$

iar ţinînd seama de teorema de conservare (10) a sarcinii electrice, se introduce *cvadrivectorul densitate de curent-sarcină* :

$$\mathcal{J} = \{\rho \boldsymbol{u},\ \mathrm{j}\,\rho c_0\} \tag{63}$$

şi se constată că teorema (10) exprimă anularea divergenţei cvadrimensionale a acestui cvadrivector

$$\sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial \mathcal{J}_\nu}{\partial x_\nu} = 0 \tag{64}$$

şi că legea acţiunii ponderomotoare (2) a cîmpului electromagnetic are forma tensorială

$$\ell_\lambda = \sum_{\mu=1}^{4} \Phi_{\lambda\mu} \mathcal{J}_\mu \tag{65}$$

numai dacă mărimile $\boldsymbol{b}$ şi $\boldsymbol{e}$ alcătuiesc un *cvadritensor antisimetric* :

$$\Phi = \left\{\boldsymbol{b},\ -\mathrm{j}\frac{\boldsymbol{e}}{c_0}\right\}. \tag{66}$$

Invarianţa relaţiei (65) impune deci caracterul cvadridimensional al mărimilor de stare a cîmpului electromagnetic. Cu interpretările (63) şi (66), ecuaţiile Maxwell-Lorentz (4)—(7) se exprimă cvadridimensional prin relaţiile tensoriale invariante relativist :

$$\frac{\partial \Phi_{\mu\nu}}{\partial x_\lambda} + \frac{\partial \Phi_{\lambda\mu}}{\partial x_\nu} + \frac{\partial \Phi_{\nu\lambda}}{\partial x_\mu} = 0, \tag{67}$$

ale căror ecuaţii componente scalare spaţiale şi temporală reprezintă ecuaţiile (4), respectiv (5), şi

$$\frac{1}{\mu_0} \sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial \Phi_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = \mathcal{J}_\mu \tag{68}$$

ale căror ecuaţii componente scalare, spaţiale şi temporală, reprezintă ecuaţiile (6), respectiv (7), caracterul lor tensorial putînd fi demonstrat fără dificultăţi. Ţinînd seama de antisimetria cvadritensorului Φ, se constată imediat că divergenţa cvadrivectorului $\mathcal{J}$, care satisface legea (68), e identic nulă, ceea ce demonstrează direct teorema (64) de conservare a sarcinii. Prima ecuaţie (67) e satisfăcută identic dacă se introduce *cvadrivectorul potenţial* electromagnetic

$$\mathcal{A} = \left\{\boldsymbol{a},\ \mathrm{j}\,\frac{\varphi}{c_0}\right\} \tag{69}$$

prin relaţiile tensoriale invariante relativist

$$\Phi_{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{A}_\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial \mathcal{A}_\mu}{\partial x_\nu}, \tag{70}$$

ale căror ecuaţii componente reprezintă ecuaţiile (11).

Cu această notație se constată că condiția Lorentz (12) exprimă doar anularea divergenței cvadripotențialului :

$$\sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial \mathcal{A}_\nu}{\partial x_\nu} = 0. \tag{71}$$

Se mai poate observa că mărimile $\boldsymbol{h}$ și $\boldsymbol{d}$, definite de (27), alcătuiesc tot un cvadritensor antisimetric :

$$\Psi = \{\boldsymbol{h}, -\mathrm{j}c_0 \boldsymbol{d}\}, \tag{72}$$

care satisface relațiile

$$\Psi = \Phi/\mu_0 \tag{73}$$

adică

$$\Psi_{\mu\nu} = \frac{1}{\mu_0} \Phi_{\mu\nu}$$

ce reprezintă ecuațiile (27). Cu ajutorul lui, ecuațiile (28), respectiv (68) devin ecuațiile componente spațiale și temporale ale următoarei relații invariante relativist :

$$\sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial \Psi_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = \mathcal{J}_\mu. \tag{74}$$

În electrodinamicile nelineare se mențin ecuațiile lineare (70), (71) și (74) și se părăsesc ecuațiile lineare (73), care se înlocuiesc prin altele, nelineare.

4. DEDUCEREA DINTR-UN PRINCIPIU VARIAȚIONAL A ECUAȚIILOR DE CÎMP ALE ELECTRODINAMICILOR RELATIVISTE LINEARE ȘI NELINEARE

Utilizarea principiilor variaționale a fost preluată de teoria cîmpurilor din mecanica sistemelor mecanice cu un număr finit de grade de libertate, în care proprietățile de structură ale unui astfel de sistem, olonom și conservativ, sînt conținute în expresia unei funcțiuni $L(q_1 \dots q_l, \dot{q}_1 \dots \dot{q}_l) \equiv L(q_k; \dot{q}_k)$ de cele l coordonate generalizate independente $q_k(t)$ și de cele l viteze generalizate $\dot{q}_k(t) = \dfrac{\mathrm{d}q_k}{\mathrm{d}t}$ $(k = 1, 2, \dots, l)$, numită *funcția Lagrange* a sistemului și egală în aproximația prerelativistă cu diferența dintre energia lui cinetică T și cea potențială V : $L = T - V$. Ecuațiile de mișcare au următoarea formă independentă de alegerea coordonatelor generalizate :

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right) = 0, \qquad (k = 1, 2, \dots, l) \tag{75}$$

care exprimă ecuaţiile lui Euler pentru condiţiile de extremum ale funcţionalei de acţiune

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q_k, \dot{q}_k)\, dt, \tag{76}$$

reprezentate de anularea primei ei variaţii :

$$\delta S = 0, \tag{77}$$

cînd funcţiunile variate $q_k(t)$ coincid pentru t_1 şi t_2 cu funcţiunile de extrem $q_k(t)$ căutate.

Un cîmp fizic este însă un sistem cu o infinitate de grade de libertate, pentru care nu există o singură variabilă independentă, ca timpul din cazul sistemelor mecanice, ci patru, dintre care trei (x_1, x_2, x_3) sînt cele trei componente spaţiale, iar una (x_4) e componenta temporală a razei vectoare a evenimentelor. Numărul infinit de grade de libertate derivă din faptul că în fiecare punct al universului cîmpul e caracterizat prin valorile locale ale unui număr m de variabile de stare, funcţii de punct $\varphi_s(x_1, x_2, x_3, x_4)$, care au rolul coordonatelor generalizate $q_k(t)$ din mecanica analitică. Principiul acţiunii staţionare pentru cîmpuri admite că există o funcţie scalară locală $\mathcal{L}$ de aceste variabile de stare şi de primele lor derivate parţiale :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}\left(\varphi_1, \varphi_2, \ldots; \frac{\partial\varphi_1}{\partial x_1}, \frac{\partial\varphi_2}{\partial x_1}, \ldots; \frac{\partial\varphi_1}{\partial x_2}, \frac{\partial\varphi_2}{\partial x_2}, \ldots; \frac{\partial\varphi_1}{\partial x_3}, \frac{\partial\varphi_2}{\partial x_3}, \ldots; \frac{\partial\varphi_1}{\partial x_4}, \frac{\partial\varphi_2}{\partial x_4}, \ldots; \frac{\partial\varphi_m}{\partial x_4}\right) \tag{78}$$

sau, mai scurt,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}\left(\varphi_s; \frac{\partial\varphi_s}{\partial x_\mu}\right), \qquad (s = 1, 2, \ldots, m;\ \mu = 1, 2, 3, 4)$$

numită *densitate lagrangiană*, astfel că ecuaţiile de structură şi evoluţie a cîmpului sînt condiţiile de extrem ale funcţionalei de acţiune

$$S = \iiiint \mathcal{L}\left(\varphi_s; \frac{\partial\varphi_s}{\partial x_4}\right) dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4 \tag{79}$$

care se exprimă anulînd prima ei variaţie cînd la frontiera domeniului de integrare, presupusă invariabilă, variaţiile funcţiunilor $\varphi_s(x_1, x_2, x_3, x_4)$ se anulează. Ecuaţiile Euler ale acestei probleme variaţionale sînt următoarele ecuaţii cu derivate parţiale :

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi_s} - \sum_{\mu=1}^{4} \frac{\partial}{\partial x_\mu}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\frac{\partial\varphi_s}{\partial x_\mu}\right)}\right) = 0. \qquad (s = 1, 2, \ldots, m) \tag{80}$$

Pentru diferite alegeri ale lagrangianului $\mathcal{L}$ și a numărului de variabile de stare φ_s se obțin diferite ecuații de structură (80) pentru diferitele cîmpuri fizice. Metoda variațională de stabilire a ecuațiilor de cîmp prezintă avantajul de a conduce în mod automat la ecuații de cîmp invariante relativist, și anume dacă funcționala de acțiune din (79) e un *invariant scalar* al universului. Cum elementul de hipervolum $dx_1 dx_2 dx_3 dx_4$ este un invariant dacă și $\mathcal{L}$ e un astfel de invariant, atunci acțiunea S din (79) e invariantă și deci din condiția de extrem $\delta S = 0$ rezultă ecuații invariante relativist (80). Metoda variațională constituie deci un formalism comod pentru construirea unor ecuații de cîmp care satisfac automat principiului relativității restrînse.

În cazul ecuațiilor cîmpului electromagnetic se aleg drept variabile de stare cele patru componente ale cvadrivectorului potențial $\mathcal{A}_\mu$ ($\mu = 1, 2, 3, 4$), adică $m = 4$, și densitatea lagrangiană poate fi orice invariant relativist scalar funcție de $\mathcal{A}_\mu$ și $\mathcal{A}_{\nu,\mu} = \dfrac{\partial \mathcal{A}_\nu}{\partial x_\mu}$, adică de forma

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\mathcal{A}_\mu ; \mathcal{A}_{\nu,\mu}), \tag{81}$$

astfel că ecuațiile Euler (80), care exprimă principiul acțiunii staționare, devin :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathcal{A}_\mu} - \sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial}{\partial x_\nu} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathcal{A}_{\mu,\nu}} \right) = 0. \qquad (\mu = 1, 2, 3, 4) \tag{82}$$

Prin această alegere a variabilelor de stare, componentele

$$\Phi_{\mu\nu} = \mathcal{A}_{\nu,\mu} - \mathcal{A}_{\nu,\mu} \tag{83}$$

ale cîmpului, date de (70), satisfac automat primele ecuații Maxwell-Lorentz (67) și rămîne să se aleagă numai forma funcțiunii scalare (81) în așa fel încît să fie satisfăcute și ecuațiile (68).

Pentru ca ecuațiile (82) să aibă o expresie analogă cu ecuațiile (74) ale electrodinamicilor lineare și nelineare, e suficient să se aleagă un lagrangian de forma

$$\boxed{\mathcal{L} = \mathcal{L}_0(\Phi_{\mu\nu}) - \sum_{\mu=1}^{4} \mathcal{J}_\mu \mathcal{A}_\mu}, \quad \Phi_{\mu\nu} = \mathcal{A}_{\nu,\mu} - \mathcal{A}_{\mu,\nu}, \tag{84}$$

și *să se definească* componentele $\Psi_{\mu\nu}$ ale cvadritensorului Ψ prin *relațiile de legătură*

$$\boxed{\Psi_{\mu\nu} - \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \mathcal{A}_{\nu,\mu}} = 2 \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \Phi_{\mu\nu}}}. \tag{85}$$

Atunci ecuațiile (82) devin

$$\sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial \Psi_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = \mathcal{J}_\mu, \tag{86}$$

adică coincid formal cu (74).

Conținutul fizic al acestor ecuații depinde de alegerea părții de cîmp $\mathcal{L}_0(\Phi_{\mu\nu})$ a densității lagrangiene, și teoriile de cîmp se numesc lineare, respectiv nelineare, după cum relațiile (85) conduc la relații lineare, respectiv nelineare între cvadritensorii antisimetrici Ψ și Φ. Diferențiala totală a părții de cîmp a densității lagrangianului devine

$$d\mathcal{L}_0 = \sum_{\mu=1}^{4} \sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \Phi_{\mu\nu}} d\Phi_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^{4} \sum_{\nu=1}^{4} \Psi_{\mu\nu} d\Phi_{\mu\nu}. \tag{85a}$$

Pentru ca ecuațiile (86) să fie identice cu ecuațiile (68) ale electrodinamicii lineare trebuie să fie satisfăcute relațiile (73), adică trebuie să existe relațiile

$$\Psi_{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \mathcal{A}_{\nu,\mu}} = 2 \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \Phi_{\mu\nu}} = \frac{1}{\mu_0} \Phi_{\mu\nu}, \tag{87}$$

adică partea de cîmp a densității lagrangiene în cazul particular al teoriei liniare este

$$\mathcal{L}_0 = \int d\mathcal{L}_0 = \int d\left(\sum_{\mu=1}^{4} \sum_{\nu=1}^{4} \frac{\Phi_{\mu\nu}^2}{4\mu_0} \right) = \sum_{\mu=1}^{4} \sum_{\nu=1}^{4} \frac{\Phi_{\mu\nu}^2}{4\mu_0} =$$

$$= \sum_{\nu=1}^{4} \sum_{\mu=1}^{4} \frac{(\mathcal{A}_{\nu,\mu} - \mathcal{A}_{\mu,\nu})^2}{4\mu_0} = \frac{b^2}{2\mu_0} - \frac{\varepsilon_0 e^2}{2} \tag{88}$$

și deci densitatea lagrangiană corespunzătoare (83) devine

$$\mathcal{L} = \sum_{\mu=1}^{4} \sum_{\nu=1}^{4} \frac{(\mathcal{A}_{\nu,\mu} - \mathcal{A}_{\mu,\nu})^2}{4\mu_0} - \sum_{\mu=1}^{4} \mathcal{J}_\mu \mathcal{A}_\mu = \frac{b^2}{2\mu_0} - \frac{\varepsilon_0 e^2}{2} - \boldsymbol{a}\boldsymbol{J} + \rho\varphi. \tag{89}$$

Se pot construi și alte densități lagrangiene invariante, alegînd în locul expresiei (88) alte funcțiuni de invarianții scalari ai cîmpului electromagnetic, care sînt de formele (60) și (63) :

$$I_1(\Phi) = \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^{4} \sum_{\nu=1}^{4} \Phi_{\mu\nu}^2 \quad \text{și} \quad I_2(\Phi) = \det \| \Phi_{\mu\nu} \|.$$

Dacă lagrangianul ales nu este o funcțiune bilineară de $\Phi_{\mu\nu}$, ecuațiile (87), respectiv (86), și deci și electrodinamica respectivă vor rezulta însă nelineare.

Scrierea cvadridimensională permite să se dea o formulare unitară teoremelor energiei electromagnetice și impulsului electromagnetic, care, în cadrul teoriei liniare, au expresiile (21) și (24). Din ecuațiile (65), (67) și (86) rezultă, dacă se ține seama de antisimetria tensorilor Φ și Ψ,

$$f_\lambda = - \sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial}{\partial x_\nu} \left(\sum_{\mu=1}^{4} \Phi_{\lambda\mu} \Psi_{\nu\mu} \right) + \sum_{\mu=1}^{4} \sum_{\nu=1}^{4} \frac{1}{2} \Psi_{\mu\nu} \frac{\partial \Phi_{\mu\nu}}{\partial x_\lambda} \tag{90}$$

sau, cu (85),

$$f_\lambda = - \sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial}{\partial x_\nu} \left(\sum_{\mu=1}^{4} \Phi_{\lambda\mu} \Psi_{\nu\mu} \right) + \frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial x_\lambda}.$$

Cu ajutorul cvadritensorului unitate $\delta_{\lambda\nu}$ (care are componente egale cu 1 la indici egali și nule la indici neegali), această expresie se poate scrie sub forma

$$\ell_\lambda = -\sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial \mathcal{T}_{\lambda\nu}}{\partial x_\nu} \tag{91}$$

cu

$$\mathcal{T}_{\lambda\nu} = \sum_{\mu=1}^{4} \Phi_{\lambda\mu} \Psi_{\nu\mu} - \delta_{\lambda\nu} \mathcal{L}_0 (\Phi_{\mu\nu}). \tag{92}$$

Acestea sînt componentele unui cvadritensor de ordinul al doilea, în general nesimetric, numit *cvadritensorul energie-impuls* și avînd matricea

$$\| \mathcal{T} \| = \left\| \begin{array}{c|c} -\overline{\overline{T}} & \mathrm{j} c_0 \boldsymbol{g} \\ \hline \dfrac{\mathrm{j}}{c_0} \boldsymbol{s} & -w \end{array} \right\|. \tag{93}$$

În adevăr, cu aceste notații, componentele spațiale ($\lambda = 1, 2, 3$) și componenta temporală ($\lambda = 4$) ale ecuației cvadridimensionale (91) se scriu sub formele

$$\boldsymbol{f} = \mathrm{Div}\, \overline{\overline{T}} - \frac{\partial \boldsymbol{g}}{\partial t}; \qquad \boldsymbol{fu} = -\operatorname{div} \boldsymbol{s} - \frac{\partial w}{\partial t}, \tag{94}$$

care, integrate pe un volum V_Σ mărginit de o suprafață închisă Σ cu versorul $\boldsymbol{n}$ al normalei exterioare, iau formele integrale :

$$\int_{V_\Sigma} \boldsymbol{f}\, dv = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{V_\Sigma} \boldsymbol{g}\, dv + \oint_\Sigma \overline{\overline{T}} \cdot \boldsymbol{n}\, dA, \tag{95}$$

$$\int_{V_\Sigma} \boldsymbol{fu}\, dv = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{V_\Sigma} w\, dv - \oint_\Sigma \boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{n}\, dA. \tag{96}$$

Comparînd aceste expresii cu (24) și (25), se constată că relația (91) reprezintă forma locală, invariantă, a teoremelor de conservare a impulsului electromagnetic, cu densitatea $\boldsymbol{g}$ și densitatea de flux $-\boldsymbol{T}(\boldsymbol{n}) = -\overline{\overline{T}} \cdot \boldsymbol{n}$, și a energiei electromagnetice, cu densitatea w și densitatea de flux $\boldsymbol{s}$. Expresiile explicite ale acestor mărimi rezultă din (92) cu (66) și (72) și sînt :

$$w = \boldsymbol{ed} + \mathcal{L}_0 (\boldsymbol{b}, \boldsymbol{e}) \tag{97}$$

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{e} \times \boldsymbol{h} \tag{98}$$

$$\boldsymbol{g} = \boldsymbol{d} \times \boldsymbol{b} \tag{99}$$

$$\overline{\overline{T}} \cdot \boldsymbol{n} = \boldsymbol{T}(\boldsymbol{n}) = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{bn}) + \boldsymbol{e}(\boldsymbol{dn}) - \boldsymbol{n}(\boldsymbol{hb} - \mathcal{L}_0 (\boldsymbol{b}, \boldsymbol{e})) \tag{100}$$

pentru *orice alegere* a scalarului invariant

$$\mathcal{L}_0 = \mathcal{L}_0(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{e}) = \mathcal{L}_0(\Phi_{\mu\nu}) = \mathcal{L}_0(\mathcal{A}_{\nu,\mu}). \tag{101}$$

Cu expresia (92), ţinînd seama de (85), se pot deci determina componentele cvadritensorului $\mathcal{T}$, adică mărimile w, $\boldsymbol{s}$, $\boldsymbol{g}$ şi $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{n})$ pentru orice alegere invariantă a părţii de cîmp $\mathcal{L}_0$ a densităţii lagrangiene.

În teoria relativistă lineară a electronilor, $\mathcal{L}_0$ e dat de relaţia (88) corespunzătoare formelor (87) şi (73) ale relaţiilor de legătură (85), condiţii în care expresiile (97), (99), (98) şi (100) coincid cu (22), (23), (25) şi (26).

5. ELECTRODINAMICA NELINEARĂ ŞI TEORIA PARTICULELOR ELEMENTARE

Principalele electrodinamici neliniare, precuantice, care se deosebesc prin alegerile diferite ale părţii de cîmp $\mathcal{L}_0$ a densităţii lagrangiene, au fost elaborate de G. Mie (1912), M. Born (1934), M. Born şi L. Infeld (1934) şi E. Schrödinger. Teoria lui Mie a fost prima încercare reuşită de soluţionare a problemei teoriilor nelineare, dar prezintă deficienţa că ecuaţiile ei nu sînt invariante la aşa-numita transformare de etalonare a potenţialelor electrodinamice, ceea ce atribuie o semnificaţie fizică nejustificată unei anumite alegeri a acestor potenţiale. De aceea prezentăm teoria lui Born şi Infeld, care nu prezintă aceste deficienţe şi din care rezultă drept aproximaţii pentru cîmpuri slabe, respectiv foarte slabe, teoria neliniară a lui Born, respectiv teoria lineară.

Principiile tuturor electrodinamicilor clasice nelineare sînt următoarele. Cîmpul electromagnetic, continuu în întregul spaţiu, e caracterizat de vectorii-cîmp $\boldsymbol{e}(\boldsymbol{r}, t)$ şi $\boldsymbol{b}(\boldsymbol{r}, t)$, avînd proprietăţile de transformare din electrodinamica lineară, care satisfac ecuaţii care în regiunile de „cîmp slab", suficient depărtate de particulele electrizate, tind către ecuaţiile Maxwell-Lorentz (4)—(7). Legile inducţiei electromagnetice (4) şi fluxului magnetic (5) au aceeaşi formă ca în electrodinamica lineară, ceea ce permite introducerea potenţialelor electrodinamice prin relaţiile (11), ecuaţiile cvadrimensionale (67) şi (70) rămînînd, aşadar, valabile. Particulele elementare încărcate electric sînt riguros punctuale, de sarcini electrice $\pm q_0$, fiind singularităţi asociate cîmpului electromagnetic. Sistemul ecuaţiilor invariante relativist ale acestui cîmp, exprimate cu ajutorul mărimilor $\boldsymbol{e}$ şi $\boldsymbol{b}$, conţine şi ecuaţii nelineare, deductibile dintr-un principiu variaţional cu ajutorul unei densităţi lagrangiene de forma (84) şi care tinde către lagrangianul (89) al teoriei lineare în cîmpuri suficient de slabe.

Din premisele de mai sus rezultă că ecuaţiile (67) şi (74) ale cîmpului se păstrează şi în electrodinamica neliniară, ale cărei ecuaţii rămîn deci de forma

$$\frac{\partial \Phi_{\mu\nu}}{\partial x_\lambda} + \frac{\partial \Phi_{\nu\lambda}}{\partial x_\mu} + \frac{\partial \Phi_{\lambda\mu}}{\partial x_\nu} = 0, \tag{102}$$

care reprezintă cvadridimensional ecuațiile

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{e} + \frac{\partial \boldsymbol{b}}{\partial t} = 0\,; \qquad \operatorname{div} \boldsymbol{b} = 0, \tag{102 a}$$

și

$$\sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial \Psi_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = \mathcal{J}_\mu, \tag{103}$$

care reprezintă cvadridimensional ecuațiile

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{h} - \frac{\partial \boldsymbol{d}}{\partial t} = \rho \boldsymbol{u}\,; \qquad \operatorname{div} \boldsymbol{d} = \rho, \tag{103 a}$$

cvadritensorii $\Phi = \left\{ \boldsymbol{b}\,; -\frac{\mathrm{j}}{c_0}\boldsymbol{e} \right\}$ și $\Psi = \{\boldsymbol{h}, \mathrm{j}\, c_0 \boldsymbol{d}\}$ ne mai fiind universal proporționali cu relația (73), ci legați prin relațiile universale mai generale (85) (a căror formă concretă depinde de alegerea părții de cîmp $\mathcal{L}_0$ a densității lagrangiene) :

$$\Psi_{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathcal{A}_{\nu,\mu}} = 2\,\frac{\partial \mathcal{L}_0}{\partial \Phi_{\mu\nu}} \tag{104}$$

și care reprezintă cvadridimensional relațiile

$$\begin{aligned} \boldsymbol{h} &= \operatorname{grad}_{\boldsymbol{b}} \mathcal{L}_0 (\boldsymbol{b}, \boldsymbol{e}), \\ \boldsymbol{d} &= -\operatorname{grad}_{\boldsymbol{e}} \mathcal{L}_0 (\boldsymbol{b}, \boldsymbol{e}). \end{aligned} \tag{104 a}$$

În electrodinamica lui *Born și Infeld* se face următoarea alegere a expresiei părții de cîmp a densității lagrangiene :

$$\mathcal{L}_{0\mathrm{BI}} = w_0 \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{w_0} \sum_{\mu=1}^{4} \sum_{\nu=1}^{4} (\Phi_{\mu\nu}^2/2\mu_0) + \frac{1}{\mu_0^2 w_0^2} \det \| \Phi_{\mu\nu} \|} \right], \tag{105}$$

adică

$$\mathcal{L}_{0\mathrm{BI}} = w_0 \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{w_0} \left(\frac{\boldsymbol{b}^2}{\mu_0} - \varepsilon_0 \boldsymbol{e}^2 \right) - \frac{\varepsilon_0 (\boldsymbol{e}\,\boldsymbol{b})^2}{\mu_0 w_0^2}} \right], \tag{105 a}$$

în care w_0 e o nouă constantă universală, caracteristică teoriei, cu dimensiunea unei densități de energie. Pentru cîmpuri slabe, ultimul termen de sub radicalul din (105) e neglijabil față de ceilalți și partea de cîmp a densității lagrangiene ia următoarea formă, ce fusese aleasă inițial de *Born* în electrodinamica sa neliniară :

$$\mathcal{L}_{0\mathrm{B}} = w_0 \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{w_0} \sum_{\mu=1}^{4} \sum_{\nu=1}^{4} \Phi_{\mu\nu}^2/2\mu_0} \right], \tag{106}$$

respectiv

$$\mathcal{L}_{0\mathrm{B}} = w_0 \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{w_0} \left(\frac{\boldsymbol{b}^2}{\mu_0} - \varepsilon_0 \boldsymbol{e}^2 \right)} \right], \tag{106 a}$$

iar pentru cîmpuri foarte slabe, dezvoltînd în serie radicalul și întrerupînd dezvoltarea după primii doi termeni, se obține lagrangianul (88) al teoriei lineare :

$$\mathcal{L}_{0\,\mathrm{BI}} \to \mathcal{L}_{0\,\mathrm{B}} \to \mathcal{L}_0 = \frac{\boldsymbol{b}^2}{2\mu_0} - \frac{\varepsilon_0 \boldsymbol{e}^2}{2}. \tag{107}$$

Cu alegerea lui Born-Infeld a mărimii $\mathcal{L}_0$, ecuațiile de legătură (104) devin

$$\Psi_{\mu\nu} = \frac{\Phi_{\mu\nu}/\mu_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{w_0}\sum_{\mu=1}^{4}\sum_{\nu=1}^{4}\Phi_{\mu\nu}^2/2\mu_0 + \frac{1}{\mu_0^2 w_0^2}\det\|\Phi_{\mu\nu}\|}}, \tag{108}$$

care reprezintă cvadridimensional legăturile

$$\boldsymbol{h} = \frac{\boldsymbol{b}/\mu_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{w_0}\left(\frac{\boldsymbol{b}^2}{\mu_0} - \varepsilon_0 \boldsymbol{e}^2\right) - \frac{\varepsilon_0 (\boldsymbol{e}\,\boldsymbol{b})^2}{\mu_0 w_0^2}}};$$

$$\boldsymbol{d} = \frac{\varepsilon_0 \boldsymbol{e}}{\sqrt{1 + \frac{1}{w_0}\left(\frac{\boldsymbol{b}^2}{\mu_0} - \varepsilon_0 \boldsymbol{e}^2\right) - \frac{\varepsilon_0 (\boldsymbol{e}\,\boldsymbol{b})^2}{\mu_0 w_0^2}}}, \tag{108 a}$$

sau, în cazul teoriei inițiale a lui Born,

$$\Psi_{\mu\nu} = \frac{\Phi_{\mu\nu}/\mu_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{w_0}\sum_{\mu=1}^{4}\sum_{\nu=1}^{4}\Phi_{\mu\nu}^2/2\mu_0}}, \tag{109}$$

care reprezintă cvadridimensional ecuațiile

$$\boldsymbol{h} = \frac{\boldsymbol{b}/\mu_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{w_0}\left(\frac{\boldsymbol{b}^2}{\mu_0} - \varepsilon_0 \boldsymbol{e}^2\right)}}; \quad \boldsymbol{d} = \frac{\varepsilon_0 \boldsymbol{e}}{\sqrt{1 + \frac{1}{w_0}\left(\frac{\boldsymbol{b}^2}{\mu_0} - \varepsilon_0 \boldsymbol{e}^2\right)}}. \tag{109 a}$$

Cu aceste relații se observă că invarianții de forma (60)

$$\mathrm{I}_1\left(\frac{1}{\sqrt{\mu_0}}\Phi\right) = \sum_{\mu=1}^{4}\sum_{\nu=1}^{4}\frac{1}{2\mu_0}\Phi_{\mu\nu}^2 = \frac{\boldsymbol{b}^2}{\mu_0} - \varepsilon_0 \boldsymbol{e}^2 \tag{110}$$

și

$$\mathrm{I}_1(\sqrt{\mu_0}\,\Psi) = \sum_{\mu=1}^{4}\sum_{\nu=1}^{4}\frac{\mu_0}{2}\Psi_{\mu\nu}^2 = \mu_0 \boldsymbol{h}^2 - \frac{1}{\varepsilon_0}\boldsymbol{d}^2 \tag{110 a}$$

sînt legați în *teoria lui Born* prin relațiile

$$\mathrm{I}_1\left(\frac{1}{\sqrt{\mu_0}}\Phi\right) = \mathrm{I}_1(\sqrt{\mu_0}\,\Psi)\Big/\left(1 - \frac{1}{w_0}\mathrm{I}_1(\sqrt{\mu_0}\,\Psi)\right), \tag{111}$$

$$\mathrm{I}_1(\sqrt{\mu_0}\,\Phi) = \mathrm{I}_1\left(\frac{1}{\sqrt{\mu_0}}\Phi\right)\Big/\left(1 + \frac{1}{w_0}\mathrm{I}_1\left(\frac{1}{\mu_0}\Phi\right)\right) \tag{111 a}$$

și

$$\left(1-\frac{1}{w_0}\,\mathrm{I}_1(\sqrt{\mu_0}\,\Psi)\right)\left(1+\frac{1}{w_0}\,\mathrm{I}_1\left(\frac{1}{\sqrt{\mu_0}}\,\Phi\right)\right)=1, \tag{112}$$

ceea ce permite explicitarea imediată a relațiilor (109) :

$$\Phi_{\mu\nu}=\frac{\mu_0\,\Psi_{\mu\nu}}{\sqrt{1-\frac{1}{w_0}\sum_{\mu=1}^{4}\sum_{\nu=1}^{4}\frac{\mu_0}{2}\,\Psi_{\mu\nu}^2}}, \tag{113}$$

care reprezintă cvadridimensional ecuațiile

$$\boldsymbol{b}=\frac{\mu_0\,\boldsymbol{h}}{\sqrt{1-\frac{1}{w_0}\left(\mu_0\,\boldsymbol{h}^2-\frac{1}{\varepsilon_0}\,\boldsymbol{d}^2\right)}}\,;\qquad \boldsymbol{e}=\frac{\boldsymbol{d}/\varepsilon_0}{\sqrt{1-\frac{1}{w_0}\left(\mu_0\,\boldsymbol{h}^2-\frac{1}{\varepsilon_0}\,\boldsymbol{d}^2\right)}}\cdot \tag{113 a}$$

Cvadritensorul energie-impuls are expresia generală (92), cu componentele tridimensionale (97)—(100), în care $\mathcal{L}_0=\mathcal{L}_{0\mathrm{B}}$, dat de (106). Rezultă, în particular, densitatea de impuls $\boldsymbol{g}=\boldsymbol{d}\times\boldsymbol{b}$ și densitatea de energie în teoria lui Born :

$$w=\boldsymbol{e}\boldsymbol{d}-w_0\left(1-\sqrt{1+\frac{1}{w_0}\left(\frac{\boldsymbol{b}^2}{\mu_0}-\varepsilon_0\boldsymbol{e}^2\right)}\right)\cdot \tag{114}$$

Principalul succes al electrodinamicilor neliniare consistă în posibilitatea elaborării unei teorii pur electromagnetice a particulelor elementare, considerate ca singularități ale cîmpului, cu localizare strict punctuală a sarcinii lor q.

Considerăm întîi o particulă de repaus. Ecuațiile cîmpului electrostatic în teoria neliniară a lui Born rezultă din (102), (103), (109a) și (113) și au forma

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{e}=0\,;\quad \mathrm{div}\,\boldsymbol{d}=\rho\,;\quad \boldsymbol{d}=\frac{\varepsilon_0\,\boldsymbol{e}}{\sqrt{1-\frac{\varepsilon_0\,\boldsymbol{e}^2}{w_0^2}}}\,;\quad \boldsymbol{e}=\frac{\boldsymbol{d}/\varepsilon_0}{\sqrt{1+\frac{\boldsymbol{d}^2}{\varepsilon_0\,w_0}}}\cdot \tag{115}$$

Există deci o valoare maximă, care nu poate fi depășită (oricît de mare ar fi inducția electrică $\boldsymbol{d}$), a intensității cîmpului electric $\boldsymbol{e}$:

$$\lim_{|\boldsymbol{d}|\to\infty}|\boldsymbol{e}|=\sqrt{\frac{w_0}{\varepsilon_0}}=e_M, \tag{116}$$

ceea ce permite scrierea constantei universale w_0 sub forma

$$w_0=\varepsilon_0\,e_M^2. \tag{117}$$

În cazul particulei punctuale, cu teorema lui Gauss se obține soluția cu simetrie sferică a ecuațiilor (115) :

$$\boldsymbol{d} = \frac{q}{4\pi}\cdot\frac{\boldsymbol{R}}{R^3}; \qquad \boldsymbol{e} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\boldsymbol{d}}{\sqrt{1+\dfrac{d^2}{\varepsilon_0^2 e_M^2}}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\boldsymbol{R}}{R^3}\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{R_0^4}{R^4}}}, \tag{118}$$

în care expresia

$$R_0 = \sqrt{\frac{q}{4\pi\sqrt{\varepsilon_0 w_0}}} = \sqrt{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 e_M}} \tag{119}$$

definește o „rază de acțiune neliniară" a particulei punctuale, deoarece pentru $R > R_0$ cîmpul (118) tinde rapid către cîmpul coulombian a teoriei lineare.

La viteze $\boldsymbol{u}$ ale particulei suficient de mici ($u^2 \ll c_0^2$) se obțin pentru cîmpul electric al particulei tot expresiile (118), iar pentru cîmpul magnetic se obține o expresie tip Biot-Savart-Laplace, deoarece relația dintre $\boldsymbol{h}$ și $\boldsymbol{d}$ e dată de legea circuitului magnetic, aceeași ca în teoria lineară. Rezultă, așadar, cu (113 a) cîmpul magnetic :

$$\boldsymbol{h} = \frac{q\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{R}}{4\pi R^3}; \qquad \boldsymbol{b} = \frac{\mu_0\boldsymbol{h}}{\sqrt{1+\dfrac{d^2}{\varepsilon_0 w_0}}} = \frac{q\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{R}}{4\pi\varepsilon_0 c_0^2 R^3\sqrt{1+\dfrac{R_0^4}{R^4}}}. \tag{120}$$

Energia electromagnetică a particulei în mișcare se reduce în aproximația considerată la energia cîmpului ei electric cu densitatea care rezultă din (114) (punînd $\boldsymbol{b} \approx 0$) și (117) :

$$w = \boldsymbol{e}\boldsymbol{d} - \varepsilon_0 e_M^2\left(1 - \sqrt{1-\frac{e^2}{e_M^2}}\right). \tag{121}$$

Notînd

$$s = \frac{R}{R_0} \tag{122}$$

și ținînd seama de (118), se obține

$$w = \varepsilon_0 e_M^2[\sqrt{1+s^4} - 1]. \tag{123}$$

Prin integrare pe întregul spațiu se obține după două integrări prin părți :

$$W = \int_0^\infty w\,4\pi R^2\,\mathrm{d}R = 4\pi R_0^3\int_0^\infty w\,s^2\,\mathrm{d}s = \frac{8\pi}{3}R_0^3\varepsilon_0 e_M^2\int_0^\infty\frac{\mathrm{d}s}{\sqrt{1+s^4}}$$

sau, deoarece din (119) rezultă $4\pi\varepsilon_0 e_M R_0^2 = q$,

$$W = \frac{q^2}{6\pi\varepsilon_0 R_0}\int_0^\infty\frac{\mathrm{d}s}{\sqrt{1+s^4}} = \frac{q^2}{6\pi\varepsilon_0 R_0}I_0, \tag{124}$$

unde I_0 e valoarea următoarei integrale eliptice :

$$\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}s}{\sqrt{1+s^4}} = I_0 \approx 1{,}85 \ldots \tag{125}$$

Impulsul electromagnetic al particulei în mișcare se poate calcula cu (99), (118) și (120) și are densitatea

$$\boldsymbol{g} = \boldsymbol{d} \times \boldsymbol{b} = \frac{q^2}{16\pi^2 \varepsilon_0 c_0^2} \frac{\boldsymbol{R} \times (\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{R})}{R^6} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R_0^4}{R^4}}}. \tag{126}$$

Prin integrare pe întregul spațiu se obține impulsul electromagnetic al întregului cîmp al particulei, cu componente transversale nule, dat de relația (în care $\theta = \sphericalangle(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{u})$

$$\boldsymbol{G} = \int_0^\pi \int_0^\infty \boldsymbol{g}\, 2\pi \sin\theta \,\mathrm{d}\theta\, R^2 \,\mathrm{d}R = \frac{q^2}{6\pi \varepsilon_0 c_0^2 R_0} I_0 \boldsymbol{u} = m_{em} \boldsymbol{u}. \tag{127}$$

Rezultă pentru masa electromagnetică, în teoria neliniară a lui Born, expresia :

$$m_{em} = \frac{G}{u} = \frac{q^2}{6\pi \varepsilon_0 c_0^2 R_0} I_0 \approx 1{,}85 \frac{q^2}{6\pi \varepsilon_0 c_0^2 R_0}, \tag{128}$$

astfel că energia electromagnetică (124) asociată particulei satisface condiția relativistă

$$W = c_0^2 m_{em}. \tag{129}$$

Raza de acțiune „neliniară" R_0, dată de electrodinamica neliniară în (119) pentru particula punctuală, reprezintă o caracteristică a acesteia, interpretabilă ca rază a particulei în sens clasic, deoarece pentru $R > R_0$ cîmpul poate fi studiat cu aproximația teoriei lineare. Din (128) se obține, în cadrul interpretării pur electromagnetice a masei,

$$R_0 = I_0 \frac{q^2}{6\pi \varepsilon_0 c_0^2 m} \approx 1{,}85 \frac{q^2}{6\pi \varepsilon_0 c_0^2 m}, \tag{130}$$

adică de același ordin de mărime cu (42), în acord cu datele experimentale cunoscute.

Ecuația de mișcare a unei particule elementare punctuale încărcate se poate deduce în electrodinamica neliniară, în cadrul teoriei electromagnetice a particulei, ca o formă particulară a teoremei impulsului electromagnetic. În adevăr, din această teoremă s-a dedus relația (35), respectiv (38), care, în cadrul teoriei electromagnetice a particulei, trebuie scrisă cu masă mecanică nulă $m^* = 0$. Din (38) se obține atunci

$$\boldsymbol{F}_e = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (m_{em} \boldsymbol{u}). \tag{131}$$

Ecuația de mișcare este acum o consecință a ecuațiilor cîmpului, particula reprezentînd o singularitate a acestuia cu *masă aparentă* pur electromagnetică.

6. CONDIȚIA DE CONSISTENȚĂ A UNEI TEORII ELECTROMAGNETICE A PARTICULELOR INCĂRCATE

Am arătat mai sus că în cadrul electrodinamicii nelineare a lui Born este posibilă constituirea unei teorii pur electromagnetice a unei particule punctuale, deoarece energia cîmpului propriu e finită și satisface condiția relativistă (1.29). Demonstrația dată poate fi extinsă fără dificultăți la viteze oricît de mari. Problema generală a posibilității unei teorii consistente, pur electromagnetice, a particulelor a fost studiată de Laue și prezintă interes pentru stabilirea criteriilor care permit să selecteze acele electrodinamici neliniare care sînt compatibile cu o astfel de teorie.

Pentru ca o singularitate punctuală a cîmpului electromagnetic să poată constitui un model electromagnetic pentru un punct material e necesar și suficient ca, în absența unui cîmp exterior, să fie satisfăcute următoarele condiții :

a. — În referențialul propriu [S°] în care singularitatea e în repaus energia totală a cîmpului propriu să rezulte finită :

$$W^\circ = \int w^\circ \, dv^\circ < \infty \tag{132}$$

b. — În același referențial impulsul total al cîmpului propriu să fie nul

$$\boldsymbol{G}^\circ = \int \boldsymbol{g}^\circ \, dv^\circ = 0 \tag{133}$$

c. — Energia totală W și impulsul total $\boldsymbol{G}$ să se transforme la schimbarea sistemului inerțial de referință la fel ca energia totală $m \cdot c_0^2$ și impulsul $m\boldsymbol{u}$ ale unui punct material, adică să fie componentele unui cvadrivector $(\boldsymbol{G}, \mathrm{j}\, W/c_0)$:

$$\begin{aligned} W &= (W^\circ + \boldsymbol{u}\boldsymbol{G}^\circ)/\sqrt{1 - u^2/c_0^2} \\ \boldsymbol{G} &= \boldsymbol{G}_\perp + (\boldsymbol{G}_\parallel^\circ + \boldsymbol{u}\, W^\circ/c_0^2)/\sqrt{1 - u^2/c_0^2}. \end{aligned} \tag{134}$$

Aceste relații, care rezultă imediat din (1) observînd că transformarea Lorentz corespunde cvadrivectorului $(\boldsymbol{r}, \mathrm{j}\, t\, c_0)$ și că în acest caz viteza referențialului oarecare [S] față de [S°] este $-\boldsymbol{u}$, iau cu (133) forma

$$W = \frac{W^\circ}{\sqrt{1 - u^2/c_0^2}}; \qquad \boldsymbol{G} = \boldsymbol{u}\frac{W}{c_0^2}. \tag{135}$$

A doua condiție (135) e chiar relația (1.29) dacă masa electromagnetică m_{em} e definită de relația $\boldsymbol{G} = m_{em}\boldsymbol{u}$.

Satisfacerea condițiilor (134) se poate analiza observînd că w și $\boldsymbol{g}$ sînt componente de cvadritensori, ale căror relații de transformare (55) sînt explicitate în anexă. Se constată imediat că pentru ca relațiile de

transformare ale integralelor $G = \int_\infty g\,dv$ și $W = \int_\infty w\,dv$ să coincidă cu (134) e necesar ca integralele

$$\int_\infty \overline{\overline{T}}^\circ\,dv^\circ = 0 \qquad \int_\infty s^\circ\,dv^\circ = 0 \tag{136}$$

luate, în referențialul propriu, asupra întregului spațiu să se anuleze.

Condițiile (132), (133) și (136) exprima *criteriul lui Laue*, conform căruia condițiile a, b și c de consistență ale unei teorii pur electromagnetice sînt satisfăcute, dacă în referențialul propriu se anulează integralele extinse asupra întregului spațiu ale tuturor componentelor cvadritensorului energie-impuls, cu excepția integralei componentei $w = -\mathcal{T}_{44}$ care rămîne finită.

Arătăm în cele ce urmează că în cazul unei singularități cu simetrie sferică în [S°], care ar constitui modelul unei particule încărcate, condiția de consistență ia o formă mult mai simplă.

În adevăr, în acest caz în [S°) nu avem cîmp magnetic și componentele (97), (98), (99) și (100) ale cvadritensorului energie-impuls, în *orice* electrodinamică neliniară, sînt :

$$w = \boldsymbol{e}^\circ \boldsymbol{d}^\circ + \mathcal{L}_0(0, \boldsymbol{e}^\circ);\ \boldsymbol{s}^\circ = 0;\ \boldsymbol{g}^\circ = 0;\ \overline{\overline{T}}^0 = \boldsymbol{e}^\circ;\ \boldsymbol{d}^\circ + \overline{\overline{1}}\,\mathcal{L}_0(0, \boldsymbol{e}^\circ) \tag{137}$$

Ecuațiile cîmpului electrostatic propriu asociat singularității sînt în (S°);

$$\mathrm{rot}^\circ\,\boldsymbol{e}^\circ = 0 \qquad \mathrm{div}^\circ\,\boldsymbol{d}^\circ = 0 \tag{138}$$

Acest cîmp mai trebuie să satisfacă condiția de existență a singularității

$$\oint_\Sigma \boldsymbol{d}^\circ \cdot d\boldsymbol{A} = q \tag{139}$$

pentru suprafețele încise Σ care înconjoară punctul în care e localizată singularitatea și numai pentru aceste suprafețe — și condiția de corespondență asimptotică, la distanțe R suficient de mari de singularitate, cu cîmpul electrostatic al teoriei lineare :

$$e^\circ = -\frac{\mathrm{d}V^\circ}{\mathrm{d}R} \to \frac{d^\circ}{\varepsilon_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}R}\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}\right) \tag{140}$$

$$\mathcal{L}_0(0, e^\circ) \to -\frac{\varepsilon_0 e^{02}}{2} = -\frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 R^4} \tag{141}$$

Condiția de simetrie sferică permite să se stabilească, cu (138) și (139), expresia inducției electrice — aceeași ca în teoria lineară — și să se deducă caracterul radial al vectorilor $\boldsymbol{e}^\circ$ și $\boldsymbol{d}^\circ$ și dependența lor și a lagrangianului $\mathcal{L}_0$ numai de distanța R. Cu (104) se pot scrie relațiile

$$\mathcal{L}_0 = g(R);\ e^\circ = e(R);\ d^\circ = \frac{q}{4\pi R^2} = -g'(R)/e'(R) \tag{142}$$

în care intervin funcţiile necunoscute $g(R)$ şi $e(R)$. În aceste condiţii criteriul lui Laue (132), (133), (136) se reduce la condiţiile

$$W^\circ = \int_\infty (e^\circ d^\circ + g(R))\, dv^\circ < \infty \tag{143}$$

$$\int_\infty T^0_{\mu\nu}\, dv^\circ = \int_\infty \left((e^\circ \bar{\mu})(d^\circ \bar{\nu}) + \delta_{\mu\nu}\, g(R)\right) dv^\circ = 0 \tag{144}$$

în care versorii $\bar{\mu}$ şi $\bar{\nu}$ sînt ortogonali şi în rest arbitrari.

Din (142) cu (141), integrînd prin părţi, rezultă :

$$\mathcal{L}_0 = g(R) = -\frac{q}{4\pi}\left(\frac{e(R)}{R^2} + 2\int_\infty^R \frac{e(r)}{r^3}\, dr\right) \tag{145}$$

iar din (144), cu (140) şi (141), efectuînd integrarea în coordonate sferice în raport cu variabilele unghiulare şi integrînd prin părţi în raport cu R rezultă :

$$\int_\infty T^0_{\mu\nu}\, dv^\circ = 0 \qquad (\mu \neq \nu) \tag{146}$$

$$\int_\infty T^0_{\nu\nu}\, dv^\circ = \frac{2q}{3} \lim_{R\to 0}\left(R^3 \int_\infty^R \frac{e(r)}{r^3}\, dr\right) = 0 \tag{147}$$

Pe aceeaşi cale, expresia (143) a energiei totale ia forma :

$$W^\circ = \frac{2q}{3} \lim_{R\to 0}\left(R^3 \int_\infty^R \frac{e(r)}{r^3}\, dr\right) + \frac{2q}{3} \lim_{a\to 0} \int_a^\infty e(R)\, dR \tag{148}$$

adică, ţinînd seama de (147), forma :

$$W^\circ = \frac{2q}{3} \lim_{a\to 0} \int_a^\infty e(R)\, dR = \frac{2q}{3} V^0(0) \tag{149}$$

Aici

$$V^\circ(R) = -\int_\infty^R e(R)\, dR \text{ cu } V^\circ(\infty) = 0 \tag{150}$$

e potenţialul electrostatic al cîmpului propriu în [S°].

Pentru ca energia să rămînă finită e deci necesar ca în referenţialul propriu potenţialul electrostatic să rămînă finit în punctul în care e localizată singularitatea

$$\boxed{\lim_{R\to 0} V^\circ(R) = \lim_{R\to 0} \int_R^\infty e(r)\, dr = V^\circ(0) < \infty} \tag{151}$$

Se poate constata că această condiţie este şi suficientă pentru *consistenţa unei teorii pur electromagnetice a particulei încărcate cu simetrie*

sferică. În adevăr, convergența în origine a integralei (151) impune ca $e(r)$ să crească mai încet decît r^{-p} cu $p < 1$ cînd $r \to 0$. Dar în acest caz integrala din membrul drept al relației (147) nu crește mai repede ca $R^{-(2+p)}$ cînd $R \to 0$ și limita din (147) e nulă deoarece $p < 1$. Criteriul lui Laue (143), (144) e deci satisfăcut cu condiția (151) .

În concluzie, pentru o singularitate cu simetrie sferică în [S°], lagrangianul $\mathfrak{L}_0(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{e}) = g(R)$ al electrodinamicii nelineare trebuie astfel ales încît să conducă la o valoare mărginită a potențialului electrostatic în punctul unde este localizată singularitatea, sau — ceea ce din (149) rezultă a fi tot una — să conducă la o valoare finită a energiei totale a cîmpului propriu față de [S°]. Pentru particulele încărcate al căror model e reprezentat de o astfel de singularitate, e suficientă deci condiția (132) menționată la începutul acestui paragraf. Evident condiția de simetrie sferică nu corespunde particulelor cu spin, al căror studiu se poate dezvolta consecvent numai în cadrul electrodinamicii cuantice.

7. PERMITIVITATEA ȘI PERMEABILITATEA VIDULUI ÎN ELECTRODINAMICILE NELINEARE

Expunerea de mai sus a scos în evidență faptul că în electrodinamica neliniară se păstrează ecuațiile lui Maxwell (102) și (103) ale electrodinamicii lineare, scrise cu cei patru vectori-cîmp $\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{d}$, $\boldsymbol{b}$ și $\boldsymbol{h}$, și se modifică numai ecuațiile de legătură, care, în locul formei clasice pentru vid

$$\boldsymbol{h} = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{b}\,; \quad \boldsymbol{d} = \varepsilon_0 \boldsymbol{e}, \tag{152}$$

iau forma neliniară (104a), respectiv (109a) și (113a). Se poate face o analogie formală cu electrodinamica macroscopică, în care ecuațiile lui Maxwell se completează în medii cu polarizare și magnetizare temporare cu relațiile :

$$\boldsymbol{H}^\circ = \left(\frac{\overline{\overline{1}}}{\mu}\right)\cdot \boldsymbol{B}^\circ \quad ; \quad \boldsymbol{D}^\circ = \overline{\overline{\varepsilon}}\cdot \boldsymbol{E}^\circ, \tag{153}$$

valabile numai cu mărimile raportate la sistemul de referință propriu, în care $\left(\frac{\overline{\overline{1}}}{\mu}\right)$ e permeabilitatea reciprocă a mediului, iar $\overline{\overline{\varepsilon}}$ e permitivitatea lui, care au în general caracter tensorial. În cadrul acestei analogii se pot defini permeabilitatea reciprocă a vidului $\left(\frac{\overline{\overline{1}}}{\mu}\right)_v$ și permitivitatea vidului $\overline{\overline{\varepsilon}}_v$ prin relațiile

$$\boldsymbol{h} = \left(\frac{\overline{\overline{1}}}{\mu}\right)_v \cdot \boldsymbol{b} \quad ; \quad \boldsymbol{d} = \overline{\overline{\varepsilon}}_v \cdot \boldsymbol{e}. \tag{154}$$

Aceste mărimi *nu mai sînt însă mărimi de material*, ca în electrodinamica macroscopică, ci mărimi caracteristice cîmpului electromagnetic în vid, funcţiuni — tensoriale sau scalare, universale şi invariante — de starea locală a acestuia.

Din (109a) şi (113) rezultă *în electrodinamica lui Born*

$$\varepsilon_v \mu_v = 1 \tag{155}$$

şi, cu (117),

$$\varepsilon_v = \varepsilon_0 \sqrt{1 + \frac{d^2}{\varepsilon_0^2 e_M^2} - \frac{\mu_0 h^2}{\varepsilon_0 e_M^2}} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{1 - \frac{e^2}{e_M^2} + c_0^2 \frac{b^2}{e_M^2}}}, \tag{156}$$

$$\mu_v = \frac{\mu_0}{\sqrt{1 + \frac{d^2}{\varepsilon_0^2 e_M^2} - \frac{\mu_0 h^2}{\varepsilon_0 e_M^2}}} = \mu_0 \sqrt{1 - \frac{e^2}{e_M^2} + c_0^2 \frac{b^2}{e_M^2}}. \tag{157}$$

Se observă că în cîmpuri suficient de slabe, în care $|\boldsymbol{e}| \ll e_M$ şi $|c_0 \boldsymbol{b}| \ll e_M$, permitivitatea şi permeabilitatea vidului tind către constantele universale ε_0 şi μ_0:

$$\lim_{\substack{\boldsymbol{e}\to 0 \\ \boldsymbol{b}\to 0}} \varepsilon_v = \varepsilon_0 \quad ; \quad \lim_{\substack{\boldsymbol{e}\to 0 \\ \boldsymbol{b}\to 0}} \mu_v = \mu_0 \tag{158}$$

În cîmpul electrostatic al unei particule punctuale considerat în raport cu referenţialul propriu rezultă expresiile:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_0 \sqrt{1 + \frac{d^2}{\varepsilon_0^2 e_M^2}} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c_M^2}}} = \varepsilon_0 \sqrt{1 + \frac{R_0^4}{R^4}} > \varepsilon_0 \tag{159}$$

$$\mu_v = \mu_0 \sqrt{1 - \frac{e^2}{e_M^2}} = \frac{\mu_0}{\sqrt{1 + \frac{d^2}{\varepsilon_9^2 e_M^2}}} = \frac{\mu_0}{\sqrt{1 + \frac{R_0^4}{R^4}}} < \mu_0. \tag{160}$$

Dezvoltînd în continuare această analogie cu teoria macroscopică a mediilor polarizabile şi magnetizabile, se poate spune că totul se petrece ca şi cum vidul „s-ar polariza" şi „magnetiza" neliniar, cu polarizaţia electrică $\boldsymbol{p}$, respectiv magnetizaţia $\boldsymbol{m}$, date de relaţiile generale

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{d} - \varepsilon_0 \boldsymbol{e} = \varepsilon_0 \boldsymbol{e} \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{e^2}{e_M^2} + \frac{c_0^2 b^2}{e_M^2}}} - 1 \right], \tag{161}$$

$$\boldsymbol{m} = \frac{1}{\mu_0} \boldsymbol{b} - \boldsymbol{h} = \boldsymbol{h} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{d^2}{\varepsilon_0^2 e_M^2} - \frac{\mu_0 h^2}{\varepsilon_0 e_M^2}}} - 1 \right], \tag{162}$$

în care se găsesc în croşete susceptivităţile corespunzătoare.

În particular, pentru cîmpul electrostatic al unei particule punctuale, rezultă, în cuprinsul razei de acțiune „neliniare" a particulei, polarizația

$$p = \varepsilon_0 e\left(\sqrt{1 + \frac{R_0^4}{R^4}} - 1\right). \tag{163}$$

Se mai observă că „legea" lui Coulomb are, în cîmpul electrostatic a două particule în repaus relativ, expresia

$$F_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 R_{12}^2 \sqrt{1 + \frac{R_0^4}{R_{12}^4}}} u_{12}, \tag{164}$$

care pentru $R_{12} > R_0$ tinde repede spre expresia clasică.

Din această analiză rezultă că relațiile (15) și (16) de definiție a constantelor universale ε_0 și μ_0 pot fi menținute numai dacă suprafața Σ și curba Γ se găsesc la distanțe suficient de mari de particulele elementare încărcate, în zona cîmpurilor slabe față de constanta universală $e_M = \sqrt{\frac{w_0}{\varepsilon_0}}$ a teoriei. Practic, aceasta înseamnă în afara razei lor de acțiune, care are ordinul de mărime R_0, dat de (119).

În cadrul electrodinamicii neliniare, numirile *permitivitatea vidului* și *permeabilitatea vidului* pentru constantele universale ε_0 și μ_0 sînt improprii, ele trebuind să fie rezervate pentru mărimile ε_v și μ_v definite de relațiile (154).

8. CONCLUZII

Teoria neliniară a cîmpului electromagnetic microscopic reușește să elaboreze un model pur electromagnetic, punctiform, pentru o particulă elementară încărcată, de masă finită. În acest model, energia și impulsul particulei sînt energia electromagnetică și impulsul electromagnetic ale cîmpului ei propriu; particula este stabilă și ecuația ei de mișcare rezultă din ecuațiile cîmpului ca o formă particulară a teoremei de conservare a impulsului electromagnetic. Neliniaritatea cîmpului se manifestă numai într-un domeniu din vecinătatea particulei, a cărui rază are ordinul de mărime al razei clasice (10^{-13} cm) compatibil cu datele experimentale, de exemplu cele privitoare la difuziunea fasciculelor de particule.

Cu toate realizările ei, electrodinamica neliniară nu poate fi considerată o teorie pe deplin satisfăcătoare, din următoarele motive mai importante:

Teoria nu se constituie în mod univoc, existînd mai multe alegeri posibile ale lagrangianului $\mathcal{L}_0$ care să conducă la aceleași consecințe privitoare la teoria electromagnetică a particulelor elementare; teoria nu ia în considerare efectele specific cuantice, fără de care nu se poate concepe astăzi teoria acestor particule; nu există pînă astăzi nici o consecință a teoriei — în afara modelului menționat al particulei — care să fi

fost verificată experimental. Diferitele efecte neliniare care trebuie să rezulte în mod inevitabil din teorie, şi în principal invalidarea principiului superpoziţiei, caracteristic cîmpurilor cu ecuaţii liniare, rezultă prea slabe ca să fi putut fi observate pînă acum.

Electrodinamica neliniară are o mare valoare euristică, fiind prima teorie neliniară relativistă a cîmpului. Desigur, teoria particulelor elementare nu se poate dezvolta astăzi decît în cadrul fizicii cuantice, care este pînă acum, în principal, o teorie lineară, luînd în considerare interacţiunea mai multor cîmpuri cuantice cu ecuaţii de cîmp lineare. Dar această teorie a cîmpurilor cuantice nu a reuşit să înlăture valorile infinite ale masei electromagnetice şi a altor mărimi şi pare să se îndrepte în prezent către o teorie unitară neliniară. De altă parte, există efecte foarte slabe de interacţiune multiplă consecutivă a particulelor elementare, de exemplu difuziunea luminei pe lumină, care, în cadrul unei teorii unitare, au inevitabil un caracter nelinear. Totodată, teoria modernă a vidului, adică a cîmpului în afara particulelor, introduce pe alte considerente ideea de polarizare a vidului, caracteristică interpretării „macroscopice" a electrodinamicii neliniare.

În cadrul electrodinamicii neliniare, permeabilitatea vidului μ_v şi permitivitatea vidului ε_v nu coincid cu constantele universale μ_0 şi ε_0 decît în cîmpuri „slabe" suficient de departe de particulele elementare. De aceea aceste noţiuni nu trebuie confundate. Totodată, introducerea mărimilor ε_v şi μ_v nu trebuie să inducă în eroare asupra interpretării fizice acestor mărimi, care nu mai sînt mărimi de material, ca în electrodinamica macroscopică, ci funcţii universale de starea cîmpului.

Relaţiile de legătură între vectorii cîmpului, scrise cu ajutorul lui ε_v şi μ_v, sînt legi generale invariante şi nu legi de material valabile în raport cu referenţialul propriu. Analogiile formale nu trebuie să altereze interpretarea conţinutului fizic al unei teorii.

ANEXA

TRANSFORMAREA COMPONENTELOR SPAŢIALE ŞI TEMPORALE ALE CVADRIVECTORILOR ŞI CVADRITENSORILOR

Considerăm un referenţial inerţial oarecare [S] care are viteza $\boldsymbol{u}$ faţă de un alt referenţial inerţial [S°]. Notăm:

$$\boldsymbol{u} = u\bar{v} \quad ; \quad \alpha = 1/\sqrt{1 - u^2/c_0^2} \quad ; \quad \delta = \frac{1}{\alpha} - 1 \tag{a}$$

Cu ajutorul transformării Lorentz (1), adusă sub forma (48), şi al relaţiilor de definiţie ale cvadrivectorilor (52) şi cvadritensorilor (55) se pot deduce relaţiile de transformare ale componentelor spaţiale, temporale şi mixte ale acestora, notate cu indicele superior ^{0} cînd se referă la [S°].

Cvadrivectori. Dacă matricea componentelor este

$$\| C_x, C_y, C_z, jC_t \| \qquad \text{notată strîns } [\boldsymbol{C}, jC_t] \tag{b}$$

relațiile de transformare sînt :

$$\begin{cases} \boldsymbol{C} = \dfrac{1}{\alpha}\,(\boldsymbol{C}_{\parallel}^{0} + \bar{\boldsymbol{u}}\underline{\boldsymbol{C}}_{t}^{0}/c_0) + \boldsymbol{C}_{\perp}^{0} \\ C_{\perp} = \dfrac{1}{\alpha}\,(C_{\perp}^{0} + \bar{\boldsymbol{u}}\underline{\boldsymbol{C}}^{0}/c_0) \end{cases} \tag{c}$$

simbolurile $\parallel$, respectiv $\perp$, indicînd componente longitudinale, respectiv transversale, în raport cu orientarea vitezei $\boldsymbol{u}$.

Cvadritensori antisimetrici. Dacă matricea componentelor este

$$\left\| \begin{array}{cccc} 0 & S_z & -S_y & \mathrm{j}T_x \\ -S_z & 0 & S_x & \mathrm{j}T_y \\ S_y & -S_x & 0 & \mathrm{j}T_z \\ -\mathrm{j}T_x & -\mathrm{j}T_y & -\mathrm{j}T_z & 0 \end{array} \right\| \qquad \text{notată strîns } \{\boldsymbol{S} \;;\; \mathrm{j}\boldsymbol{T}\} \tag{d}$$

relațiile de transformare sînt :

$$\begin{cases} \boldsymbol{S} = \dfrac{1}{\alpha}\,(\boldsymbol{S}_{\perp}^{0} - \boldsymbol{u}\times\boldsymbol{T}^{0}/c_0) + \boldsymbol{S}_{\parallel}^{0} \\ \boldsymbol{T} = \dfrac{1}{\alpha}\,(\boldsymbol{T}_{\perp}^{0} + \boldsymbol{u}\times\boldsymbol{S}^{0}/c_0) + \boldsymbol{T}_{\parallel}^{0} \end{cases} \tag{e}$$

Cvadritensori oarecari. Dacă matricea componentelor este

$$\left\| \begin{array}{cccc} -T_{xx} & -T_{xy} & -T_{xz} & \mathrm{j}c_0 g_x \\ -T_{yx} & -T_{yy} & -T_{yz} & \mathrm{j}c_0 g_y \\ -T_{zx} & -T_{zy} & -T_{zz} & \mathrm{j}c_0 g_z \\ \mathrm{j}s_x/c_0 & \mathrm{j}s_y/c_0 & \mathrm{j}s_z/c_0 & -w \end{array} \right\| \qquad \text{notată strîns } \left\{ \begin{array}{c|c} \overline{\overline{T}} & \dfrac{\mathrm{j}c_0\boldsymbol{g}}{-w} \\ \hline \mathrm{j}\boldsymbol{s}/c_0 & \end{array} \right\} \tag{f}$$

relațiile de transformare sînt :

$$\left.\begin{aligned} \overline{\overline{T}} &= \overline{\overline{T}}^{0} + \delta\,[(\overline{\overline{T}}\cdot\bar{\nu})\,;\bar{\nu} + \bar{\nu}\,;(\bar{\nu}\cdot T)] + \delta^2\bar{\nu}\,;\bar{\nu}\,T_{\nu\nu}^{0} - \bar{\nu}\,;\bar{\nu}\,\frac{u^2 w^0}{c_0^2\alpha^2} - \\ &- \frac{\delta}{\alpha}\,\bar{\nu}\,;\bar{\nu}\left|\frac{\boldsymbol{s}^0\boldsymbol{u}}{c_0^2} + \boldsymbol{g}^0\boldsymbol{u}\right) - \frac{1}{\alpha}\,\boldsymbol{g}^0\,;\boldsymbol{u} - \frac{1}{\alpha c_0^2}\,\boldsymbol{u}\,;\boldsymbol{s}^0 \\ \boldsymbol{g} &= \frac{\boldsymbol{g}^0}{\alpha} + \frac{\boldsymbol{u}w^0}{\alpha^2 c_0^2} + \frac{\delta}{\alpha}\,(\bar{\nu}\,(\bar{\nu}\boldsymbol{g}^0) - \frac{\boldsymbol{u}}{c_0^2}\,T_{\nu\nu}^{0}) - \frac{\overline{\overline{T}}^{0}\cdot\boldsymbol{u}}{\alpha c_0^2} + \frac{\boldsymbol{u}\,(\boldsymbol{s}^0\boldsymbol{u})}{c_0^4\alpha^2} \\ \boldsymbol{s} &= \frac{\boldsymbol{s}^0}{\alpha} + \frac{\boldsymbol{u}w^0}{\alpha^2} + \frac{\delta}{\alpha}\,(\bar{\nu}\,(\bar{\nu}\boldsymbol{s}^0) - \boldsymbol{u}T_{\nu\nu}^{0}) - \frac{\boldsymbol{u}\cdot\overline{\overline{T}}^{0}}{\alpha} + \frac{\boldsymbol{u}(\boldsymbol{g}^0\boldsymbol{u})}{\alpha^2} \\ w &= \frac{1}{\alpha^2}\left(w^0 + \boldsymbol{s}^0\,\boldsymbol{u}/c_0^2 + \boldsymbol{u}\boldsymbol{g}^0 - \frac{u^2}{c_0^2}\,T_{\nu\nu}^{0}\right) \end{aligned}\right\} \tag{g}$$

sau :

$$\left.\begin{aligned}
&\overline{\overline{T}} = \overline{\overline{T^0}} + \overline{\nu}\,;\,\overline{\nu}\left[\delta^0\, T^0_{\nu\nu} - \frac{u^2 w^\circ}{c_0^2 \alpha^2} - \frac{\delta}{\alpha}\left(\frac{\boldsymbol{s}^0 \boldsymbol{u}}{c_0^2} + \boldsymbol{g}^0 \boldsymbol{u}\right)\right] + \\
&+ \delta\,[(\overline{\overline{T}}\cdot\overline{\nu})\,;\,\overline{\nu} + \overline{\nu}\,;\,(\overline{\nu}\cdot\overline{\overline{T}})] - \frac{1}{\alpha}\,(\boldsymbol{g}^0\,;\boldsymbol{u} + \boldsymbol{u}\,;\boldsymbol{s}^\circ/c_0^2) \\
&\boldsymbol{g} = \frac{1}{\alpha^2}\left[\left(\boldsymbol{g}^0 - \frac{\overline{\overline{T^0}}\cdot\boldsymbol{u}}{c_0^2}\right)_{\|} + \boldsymbol{u}\left(\frac{w^0 + \boldsymbol{s}^0\boldsymbol{u}/c_0^2}{c_0^2}\right)\right] + \frac{1}{\alpha}\left(\boldsymbol{g}^0 - \frac{\overline{\overline{T^0}}\cdot\boldsymbol{u}}{c_0^2}\right)_{\perp} \\
&\boldsymbol{s} = \frac{1}{\alpha^2}\,[(\boldsymbol{s}^0 - \boldsymbol{u}\cdot\overline{\overline{T^0}})_{\|} + \boldsymbol{u}\,(w^0 + \boldsymbol{g}^0\boldsymbol{u})] + \frac{1}{\alpha}\,(\boldsymbol{s}^0 - \boldsymbol{u}\cdot\overline{\overline{T^0}})_{\perp} \\
&w = \frac{1}{\alpha^2}\left(w^0 + \frac{\boldsymbol{s}^0\boldsymbol{u}}{c_0^2} + \boldsymbol{u}\boldsymbol{g}^0 - \frac{u^2}{c_0^2}\,\overline{\overline{T^0_{\nu\nu}}}\right)
\end{aligned}\right\} \quad \text{(h)}$$

În aceste relații $T^0_{\nu\nu} = (\overline{\overline{T^0}}\cdot\overline{\nu})\,\overline{\nu}$, punctul indică produsul contractat al unui tensor de ordinul al doilea cu un vector (la stînga sau la dreapta), iar simbolul punct-virgulă indică produsul diadic a doi vectori adică tensorul avînd drept componente produsele componentelor lor.

Primit la redacție la 20 *aprilie* 1965

BIBLIOGRAFIE

1. Arnold Sommerfeld, *Elektrodynamik*. Geest u. Portig, Leipzig, 1949.
2. D. Ivanenko, A. Sokolov, *Teoria clasică a cîmpului*. Ed. tehnică, București, 1955.
3. V. Novacu, *Introducere în electrodinamică*. Ed. Acad. R.P.R., București, 1955.

CORECTAREA NELINIARITĂȚII LA MAGNETIZAREA MEDIILOR FEROMAGNETICE [1)]

DE

VICTOR BUNEA

Uzina de Mașini Electrice, București

538.221.001.2

Se analizează teoretic și experimental fenomenul deformant al repartiției unui flux pe două ramuri feromagnetice neliniare. Acest fenomen se petrece de exemplu la acceleratoarele de particule.

Sînt găsite relațiile care dau valorile instantanee ale inducțiilor, atît în cazul cînd pe fiecare ramură se plasează cîte o bobină de compensație conectate între ele, cît și în cazul cînd cele două bobine sînt neconectate între ele. Din analiza teoretică se deduce că există o anumită situație cînd repartiția fluxurilor capătă un caracter liniar într-un domeniu larg de funcționare.

Experiențele au confirmat analiza teoretică.

1. INTRODUCERE

Problema magnetizării mediilor feromagnetice nu poate fi considerată nici azi rezolvată. Soluțiile preconizate, din care unele foarte interesante, se bazează pe ipoteze simplificatoare care limitează considerabil aplicarea lor la cazurile care intervin în practică. Pe lîngă ipoteze simplificatoare, soluțiile preconizate iau în general în considerație numai fundamentalele undelor inducției (sau cîmpului), ceea ce reprezintă o altă simplificare, suprapusă peste ipotezele inițiale, care restrînge și mai mult utilitatea soluțiilor propuse.

În prezenta lucrare se analizează cazul particular al distribuției neliniare a unui flux în două ramuri cu caracteristici neliniare. Acest caz, care ar reprezenta cea mai simplă problemă a unei distribuții neliniare

[1)] Articol apărut și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." **10**, *3* (1965).

de fluxuri, este totuşi pînă azi nesatisfăcător soluţionat, cu toate că este extrem de important şi de util.

Astfel, o distribuţie de acest fel intervine în general la toate acceleratoarele de particule care folosesc fenomenul inducţiei magnetice, ca, de exemplu, acceleratoarele de tip betatron. Se cunoaşte, de pildă, cîte neplăceri cauzează saturaţia funcţionării betatroanelor. Mai puţin sînt cunoscute efectele histerezei sau ale curenţilor Foucault, cu toate că acestea poate cauza uneori neplăceri şi mai mari.

Analiza experimentală a fenomenelor care intervin s-a efectuat în prezenta lucrare pe un circuit analogic foarte simplu. Aceasta a permis tratarea matematică cantitativă a problemei direct, fără nici o ipoteză simplificatoare, ceea ce a putut pune în evidenţă unele fenomene de mare fineţe încă necunoscute. Cu această ocazie s-a putut găsi o soluţie care poate corecta într-un interval larg de funcţionare neliniarităţile intervenite.

Folosirea unui sistem analogic, aşa cum se arată în lucrarea de faţă poate sugera extinderea lui la analizarea unei distribuţii de fluxuri pe mai multe ramuri. În acest fel se vor putea soluţiona probleme care azi sînt încă în faza de cercetare.

Soluţiile care s-au reuşit a se găsi în prezenta lucrarea se datoresc faptului că s-a pornit de la ideea de a admite inducţia în întrefier ca parametru variabil [1].

2. NOTAŢIILE PRINCIPALE FOLOSITE

A_1, A_2 — suprafeţele afectate fluxurilor φ_1, φ_2 (fig. 1);

B_1, B_2 — inducţiile în întrefierurile δ_1, respectiv δ_2, valori instantanee (fig. 1);

B_{1p}, B_{1q} — inducţiile în spaţiul δ_1 la punctele P, respectiv Q (fig. 4);

B_a, B_p — cantităţi constante care apar prin integrare în ecuaţiile (20) şi (21);

C_a, C_p — constante arbitrare în ecuaţiile (20) şi (21);

C_s — capacitanţă-serie în setul bobinelor *1* şi *2*;

D_a, D_p — partea constantă a raportului B_2/B_1, respectiv abaterea;

F_{1p}, F_2 — mărimi date de ecuaţia (28), respectiv (29);

H_1, H_2 — cîmpul în porţiunile l_1, respectiv l_2 (fig. 1), valori instantanee;

H_{ip}, H_{1q} — cîmpul în porţiunile l_1, respectiv l_2 la punctele P, respectiv Q, valori instantanee;

L — inductanţa de scăpări a setului de bobine *1* şi *2* conectate între ele;

K, K_{1a}, K_{1p}, M_{1a}, M_{1p}, M_{2a}, M_{2p} — tangenta unghiului de înclinare (fig. 2, 4 şi 6); mărimi din ecuaţiile (20) şi (21) date de ecuaţiile (24) şi (26) corespunzătoare laturilor AB, respectiv PQ (fig. 4);

N_{1a}, N_{1p}, N_{2a}, N_{2p} — mărimi din ecuațiile (20) și (21) date de ecuațiile (25) și (27) corespunzătoare laturilor AB, respectiv PQ (fig. 4);

R — rezistența setului de bobine *1* și *2* conectate între ele;

Φ — valoarea maximă a fluxului φ;

d_{1a} — mărimea analogă d_{1p} corespunzătoare laturii AB (fig. 4);

d_{1p}, d_2 — mărimi date de ecuațiile (7) și (8);

i — curentul care circulă între bobinele *1* și *2*;

l_3 $= n_2/n_1$

l_1, l_2 — lungimile $\overline{GH}$ respectiv $\overline{KL}$ (fig. 1);

n_1, n_2, — numărul de spire al bobinelor *1*, respectiv *2* (fig. 1);

p $= \dfrac{d}{d\,x}$;

r_p — coeficient dat de ecuația (22);

z_{10}, z_{20} — mărimi rezultînd din figura 3, respectiv figura 2;

z_{1p} — mărime dată de ecuația (5);

t — timpul;

x $= \omega \cdot t$;

δ_1, δ_2 — întrefieruri (fig. 1);

ε — cantitate dată de ecuația (33);

θ_1, θ_2 — decalaje (fig. 5);

φ, φ_1, φ_2 — fluxuri (fig. 1); valori instantanee;

ω — pulsația.

3. FORMULAREA PROBLEMEI

Să considerăm un circuit analogic ca în figura 1, pe care îl vom socoti ca prototipul unei distribuții neliniare al unui flux în două ramuri. Construcția acestui model analogic reiese clar din figură. Fluxul principal φ, produs de bobinajul de excitație E, se divide în două fluxuri φ_1 și φ_2. Fiecare din aceste fluxuri parcurge o porțiune feromagnetică în general neliniară și o porțiune liniară, constituită în cadrul modelului analogic printr-un întrefier. Astfel, fluxul φ_1 parcurge porțiunea neliniară $\overline{GH} + \overline{G'H'} = 2\,\overline{GH} = 2l_1$ și întrefierul δ_1, iar fluxul φ_2 parcurge porțiunea neliniară $\overline{KL} + \overline{L'K'} = 2 \cdot \overline{KL} = 2\ l_2$ și întrefierul δ_2. Între porțiunile $\overline{KL}$ și $\overline{GH}$ se găsește un canal C care separă cele două fluxuri φ_1 și φ_2. Pe porțiunile $\overline{GH}$ și $\overline{KL}$ se găsește cîte o bobină *1* și *2*, avînd n_1, respectiv n_2 spire, care sînt fie legate, fie eventual nelegate între ele. Modelul analogic este constituit din tole de dinam obișnuite, iar excitația lui se face prin bobina E cu curent alternativ. Ne propunem să determinăm valoarea instantanee a fluxurilor φ_1 sau φ_2, respectiv a inducțiilor B_1 și B_2 cunoscînd fluxul φ, care în general este sinusoidal:

$$\varphi = \Phi \sin x.$$

În acest fel vom putea determina și raportul φ_2/φ_1, raport avînd o deosebită importanță la buna funcționare a acceleratoarelor de particule. Precum se știe, este de dorit la asemenea acceleratoare ca acest raport să păstreze o valoare constantă sau cît mai constantă pe toată durata unui sfert de perioadă.

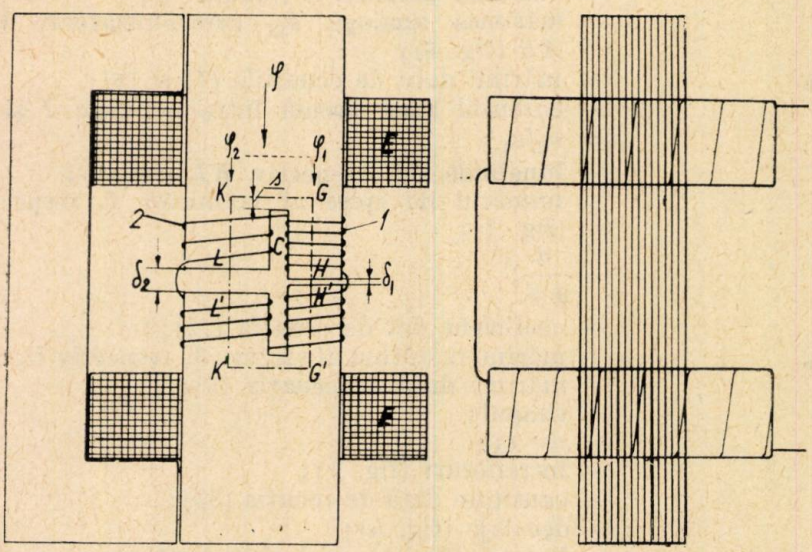


Fig. 1. — Prototipul circuitului analogic corespunzător unei distribuții de flux în două ramuri.

4. ANALIZA MATEMATICĂ A PROBLEMEI

În cazul general, distribuția celor două fluxuri se face atît în prezența parametrilor mediului feromagnetic, cît și în prezența parametrilor bobinelor *1* și *2*. Din parametrii mediului feromagnetic fac parte și curenții Foucault, care intervin în orice caz, fie că între bobinele *1* și *2* circulă sau nu vreun curent. Este ușor de văzut că efectul acestor curenți se poate înlocui cu un curent echivalent care ar circula între cele două bobine și care ar produce aceleași pierderi.

Datorită curenților Foucault nu avem practic o funcționare în gol a modelului analogic, indiferent dacă bobinele *1* și *2* sînt conectate între ele sau nu. Problema fiind destul de complicată cu fenomene deformante, este totuși necesar să studiem în primul rînd un mers în gol fictiv al modelului, neglijînd curenții Foucault.

4.1. *Funcționarea în gol.* Funcționarea în gol se va analiza, așadar, cu bobinele *1* și *2* nelegate între ele și neglijînd curenții Foucault. În cazul general, așa cum se vede în figura 1, fluxul φ_2, care trece prin întrefierul δ_2 sensibil mai mare ca δ_1, este sensibil mai mic ca φ_1. Din această cauză, în porțiunea $\overline{KL}$ nu se atinge în general saturația, spre deosebire

de porțiunea $\overline{GH}$, unde se atinge saturația. Bucla de histerezis a porțiunii $\overline{KL}$ poate fi cu mare aproximație asemuită cu un paralelogram, ca în figura 2, în timp ce bucla de histerezis a porțiunii $\overline{GH}$ are aspectul general cunoscut din figura 3. În figurile 2 și 3 s-au trecut în ordonate valorile $2l_1H_1$, respectiv $2l_2\ H_2$ în loc de H_1, respectiv H_2, deoarece, așa cum se

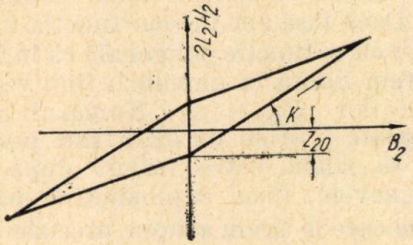


Fig. 2. — Bucla de magnetizare $_2l_2H_2 = f_2(B_2)$.

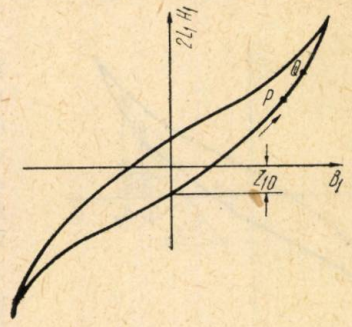


Fig. 3. — Bucla de magnetizare $_2l_1H_1 = f_1(B_1)$.

va vedea în prezenta lucrare, intervin totdeauna aceste cantități. Să considerăm în figura 1 conturul $G\,K\,L\,L'\,K'\,G'\,H'\,H$. Liniile $\overline{G\,K}$, respectiv $\overline{G'\,K'}$ sînt trasate la o distanță $s = 1 \div 2$ cm deasupra canalului C, pentru a putea presupune că componenta inducției în direcția $\overline{G\,K}$, respectiv $\overline{G'K'}$ este zero. În acest caz, de-a lungul acestui contur de integrare avem :

$$2\,l_1H_1 + (\delta_1 B_1 / 4\,\pi) - 2\,l_2H_2 - (\delta_2 B_2 / 4\,\pi) = 0. \qquad (1)$$

Cantitățile $2l_1H_1$ și $2\,l_2\,H_2$ sînt funcții exclusiv de B_1, respectiv de B_2 și sînt cunoscute din geometria modelului și din caracteristicile de matrial ale acestuia. Ele depind, de asemenea, de factorul de umplere al tolelor în porțiunile l_1 și l_2. Datorită histerezisului, la $B_1 = 0$ avem $2l_1\,H_1 = z_{10}$, iar la $B_2 = 0$, $2\ l_2\,H_2 = z_{20}$. În condițiile buclei din figura 2, pentru circa un sfert de perioadă se poate scrie :

$$2\,l_2\,H_2 = K\,B_2 + z_{20}. \qquad (2)$$

Cantitățile K și z_{20} sînt constante circa 1/4 perioadă. În timpul unui ciclu cuprinzînd o perioadă, K și z_{20} se schimbă doar la colțurile paralelogramului (fig. 2).

Putem găsi și pentru $2.l_1H_1$ o relație cu caracter liniar, dar valabilă în limite mult mai mici ca 1/4 perioadă. O astfel de liniarizare se poate face, ca în figura 3, de-a lungul corzii $P \cdot Q$, care unește două punte vecine punctului de funcționare. Analiza va trebui să se limiteze în acest caz numai la mulțimea punctelor de funcționare curpinse între P și Q. Cu această restricție se poate scrie

$$2\ l_1\,H_1 = K_{1p}\ B_1 + z_{1p}. \qquad (3)$$

Mărimile K_{1p} şi Z_{1p} se deduc din figura 4 :

$$K_{1p} = \frac{2\, l_1\, H_{1q} - 2 \cdot l_1 \cdot H_{1p}}{B_{1q} - B_{1p}}, \tag{4}$$

$$z_{1p} = 2 \cdot l_1 \cdot H_{1p} - K_{1p} \cdot B_{1p}. \tag{5}$$

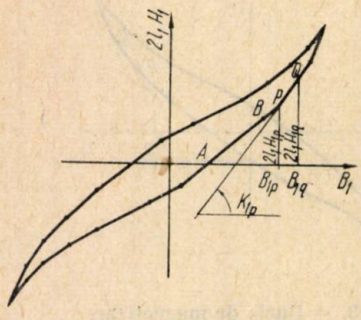


Fig. 4. — Transformarea funcţiei $f_1(B_1)$ între funcţie poligonală.

În timpul unui ciclu, cantităţile K_{1p} şi z_{1p} variază la fiecare punct de funcţionare. Dacă însă am înlocui funcţia $2\, l_1\, H_1$ (fig. 3) cu o funcţie poligonală ca în figura 4, putem limita la un număr finit variaţia cantităţilor K_{1p} şi z_{1p}. Numărul acesta finit poate fi oricît de mare sau poate fi făcut să tindă către infinit după cum avem nevoie, totul depinzînd de pretenţiile pe care le avem asupra preciziei analizei matematice pe care o facem. În unele lucrări trecute am numit acest sistem de analiză procedeu de liniarizare limitată şi progresivă [2], [3].

Din ecuaţiile (1) — (3) se deduce

$$d_{1p}\, B_1 - d_2\, B_2 + z_{1p} - z_{20} = 0, \tag{6}$$

cu

$$d_{1p} = (\delta_1 / 4\, \pi) + K_{1p}, \tag{7}$$

$$d_2 = (\delta_2 / 4\, \pi) + K. \tag{8}$$

La aceste ecuaţii se poate adăuga

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \Phi \sin x. \tag{9}$$

O soluţie pur analitică a sistemului (6) — (9) nu se va putea face decît aproximînd analitic curba de magnetizare $B-H$. Dacă mai ţinem seama că în realitate curbele $B-H$ sînt nişte bucle ca în figurile 2 şi 3, ne putem da seama de erorile mari care ar afecta o soluţie bazată pe o astfel de aproximaţie.

Soluţia ecuaţiilor (6) — (9) va putea fi făcută cel mai exact şi mai sugestiv grafoanalitic. În figura 5 s-a făcut acest calcul în două ipoteze : funcţionare nesaturară (linie plină) şi funcţionare saturată (linie întreruptă). Fenomenul de histerzis a fost considerabil exagerat, pentru a pune mai bine în evidenţă efectele lui. Calculul grafoanalitic se va face într-o primă etapă pornind de la B_1 luat ca parametru independent [1] (fig. 5 stînga). Acest calcul va putea fi apoi transpus astfel încît să ne rezultă undele φ_1 şi φ_2 funcţie de timp, respectiv de x (fig. 5 dreapta).

Presupunînd B_1 cunoscut, deducem imediat d_{1p}, z_{1p} și $\varphi_1 = A_1 \cdot B_1$. Inducția B_2 rezultă din (6). În figura 5 stînga s-au trasat curbele $\varphi_1 = A_1 . B_1$ (o linie dreaptă) : $\varphi_2 = A_2 \cdot B_2$ și $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$. Ținînd seama de bucla de histerezis, ecuațiile (6) și (9) dau pentru φ_2 și φ două ramuri : una pentru inducție crescătoare și una pentru inducții descrescătoare.

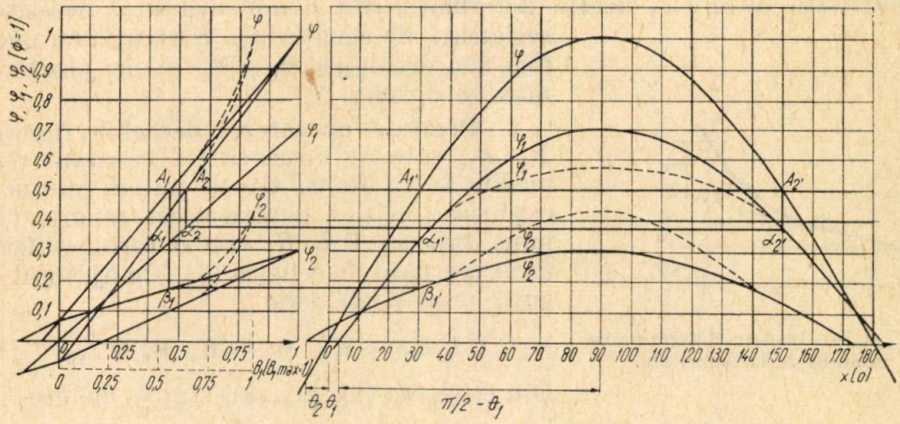


Fig. 5. — Repartiția fluxului principal φ în cele două ramuri φ_1 și φ_2 :
——— funcționare nesaturată,
– – – – funcționare saturată.

Soluțiile găsite în figura 5 stînga, funcție de B_1, s-au transpus în figura 5 dreapta, funcție de x, presupunînd dată unda sinusoidală $\Phi \sin x$. Astfel, punctul A_1 de pe porțiunea ascendentă a undei φ s-a transpus în $A_{1'}$, dreapta, iar punctul α_1 de pe unda φ_1 în $\alpha_{1'}$ dreapta. Același lucru pentru punctele A_2 și α_2 de pe porțiunile descendente ale undelor φ și φ_1. Transpunerea s-a făcut astfel încît punctele transpuse $A_{1'}$, $\alpha_{1'}$, se află pe aceeași ordonată a undei φ. S-au folosit unități relative, considerînd B_1 max $= 1$ și $\Phi = 1$. Curbele φ și φ_2 stînga și φ_1 și φ_2 dreapta, desenate cu linie întreruptă, reprezintă funcționarea saturată în ipoteza că aceasta începe să se facă simțită de la $B_1 \approx 0{,}6$ B_1 max.

Calculul grafoanalitic arătat ne permite să analizăm fenomenele care se întîmplă la funcționarea în gol a modelului. Histerezisul provoacă atît o deformație nesimetrică a undelor φ_1 și φ_2, cît și un decalaj atît între ele, cît și între fiecare și unda φ. Unda φ_2 este decalată înainte față de φ cu unghiul θ_2, iar φ_1 este înapoi cu unghiul θ_1. Pe lîngă aceasta, maximul undei φ_1 (respectiv φ_2) nu mai are loc la $\pi/2$ față de $\varphi_1 = 0$ (respectiv $\varphi_2 = 0$). Pentru porțiunea ascendentă a undei φ_1, intervalul pe axa absciselor între valorile corespunzînd $\varphi_1 = 0$ și $\varphi_1 =$ max. este

$(\pi/2) - \theta_1$ iar pentru unda φ_2 acest interval este egal cu $(\pi/2) + \theta_2$. Valoarea unghiului θ_1 și θ_2 se găsește ușor :

$$\theta_1 = 4 \cdot \pi \cdot A_2 \cdot (z_{10} - z_{20}) / \delta_2 \cdot \Phi, \tag{10}$$

$$\theta_2 = -4 \pi \cdot A_1 (z_{10} - z_{20}) / \delta_1 \Phi. \tag{11}$$

Saturația produce numai o deformație simetrică în undele φ_1 și φ_2. Comparate între ele, aceste deformații sînt complementare, necesitate reclamată de ecuația (9). Saturația nu modifică nici decalajele θ_1 și θ_2 și nici poziția φ_1 max. și φ_2 max.

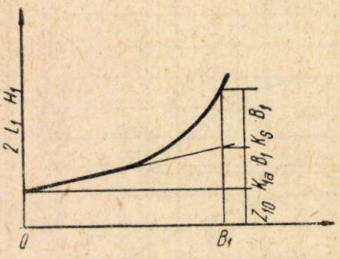


Fig. 6. — Pentru determinarea abaterii de la liniaritate.

Prezintă un interes deosebit raportul B_2 / B_1, care ar urma să fie constant dacă mediul ar fi liniar. Ca să putem obține o expresie analitică pentru acest raport, vom pune funcția $2\ l_1 \cdot H_1$ sub o formă diferită decît cea dată de ecuația (3). Cu ajutorul figurii 6 se poate scrie

$$2\ l_1 H_1 = K_{1a}\ B_1 + K_s\ B_1 + z_{10}. \tag{12}$$

Din ecuațiile (1), (2), (8), (12) se deduce

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{(\delta_1/4\ \pi) + K_a}{d_2} + \frac{K_s}{d_2} + \frac{z_{10} - z_{20}}{d_1 \cdot B_1} = D_c + D_p, \tag{13}$$

unde

$$D_c = \frac{(\delta_1/4\ \pi) + K_a}{d_2} = \frac{d_{1a}}{d_2} \tag{14}$$

este partea constantă a raportului B_2 / B_1, iar

$$D_p = \frac{K_s}{d_2} + \frac{z_{10} - z_{20}}{d_2 \cdot B_1} \tag{15}$$

este partea perturbatoare care determină eroarea acestui raport față de valoarea constantă D_c. Această eroare este cauzată de saturație prin termenul K_s/d_2 și de histerezis prin termenul $(z_{10} - z_{20})/d_2 \cdot B_1$. Atîta timp cît nu se atinge saturația $K_s = 0$, iar către $B_1 = 0$ eroarea este ∞. Putem în felul acesta aprecia cît de dăunător este efectul histerezisului. După ce $B_1 > 200\ G$, perturbația provocată de histerezis se diminuează ca importanță. Pentru tole obișnuite, saturația începe să apară de la $B_1 > 7\ 000\ G$. Între 200 și 7 000 G, raportul B_2 / B_1 poate fi considerat constant, abaterea putînd fi neglijată (ea variind între 2 și 0,02%).

4.2. *Funcționarea în prezența bobinelor 1 și 2.* Soluția va rezulta din ansamblul ecuațiilor

$$2l_1 H_1 + (\delta_1 B_1/4\ \pi) - 2l_2 H_2 - (\delta_2 B_2/4\ \pi) = (n_1 + n_2)\ i, \tag{16}$$

$$Lpi + (Ri/\omega) = -n_1 A_1 p\ B_1 + n_2 A_2 p\ B_2, \tag{17}$$

$$A_1 B_1 + A_2 B_2 = \Phi \sin x. \tag{18}$$

Ecuația (16) este ecuația circuitului magnetic $GKLL'K'G'H'H$. Ecuația (17) este ecuația circuitului electric format de setul bobinelor *1* și *2*. Ecuația (18) este ecuația de conservare a fluxului.

Soluționarea sistemului de ecuații (16), (17) și (18) nu poate fi întreprinsă prin mijloacele analitice cunoscute. O descompunere în armonice a undelor B_1 și B_2 nu ne va permite să analizăm fenomenele relativ delicate care se petrec în cadrul acestei funcționări.

Soluția dată de noi se bazează, pe de o parte, pe liniarizarea limitată și progresivă a buclelor $B-H$ și, pe de altă parte, pe faptul că în ecuațiile (16), (17) și (18) nu apar decît derivate de ordinul 1.

Să definim un interval de funcționare corespunzător unei laturi oarecare PQ a poligonului (fig. 4). În acest interval de funcționare, ecuația (16) devine o ecuație cu coeficienți constanți :

$$d_{1p} B_1 - d_2 B_2 + z_{1p} - z_{20} = (n_1 + n_2) i, \tag{19}$$

care, împreună cu ecuațiile (17) și (18), au soluția generală

$$B_1 = C_p \cdot e^{-r_p x} + B_p + N_{1p} \cos x + M_{1p} \sin x, \tag{20}$$

$$B_2 = -\frac{A_1}{A_2} C_p \cdot e^{-r_p x} - \frac{A_1}{A_2} B_p + N_{2p} \cdot \cos x + M_{2p} \cdot \sin x, \tag{21}$$

cu

$$r_p = \frac{d_{1p} \cdot A_2 + d_2 A_1}{F_{1p} \cdot A_2 + F_2 \cdot A_1}, \tag{22}$$

$$B_p = - A_2 \cdot \frac{Z_{1p} - Z_{20}}{d_{1p} \cdot A_2 - d_2 \cdot A_1}, \tag{23}$$

$$M_{1p} = \Phi \frac{F_2 (F_{1p} \cdot A_2 + F_2 \cdot A_1) + d_2 (d_{1p} \cdot A_2 + d_2 \cdot A_1)}{(F_{1p} \cdot A_2 + F_2 \cdot A_1)^2 + (d_{1p} \cdot A_2 + d_2 \cdot A_1)^2}, \tag{24}$$

$$N_{1p} = \Phi \frac{A_2 (d_{1p} \cdot F_2 - d_2 \cdot F_{1p})}{(F_{1p} \cdot A_2 + F_2 \cdot A_1)^2 + (d_{1p} \cdot A_2 + d_2 \cdot A_1)^2} \tag{25}$$

$$M_{2p} = \Phi \frac{F_{1p} (F_{1p} \cdot A_2 + F_2 \cdot A_1) + d_{1p} (d_{1p} \cdot A_2 + d_2 \cdot A_1)}{(F_{1p} \cdot A_2 + F_2 \cdot A_1)^2 + (d_{1p} \cdot A_2 + d_2 \cdot A_1)^2}, \tag{26}$$

$$N_{2p} = \Phi \frac{A_1 (d_2 \cdot F_{1p} - d_{1p} \cdot F_2)}{(F_{1p} \cdot A_2 + F_2 \cdot A_1)^2 + (d_{1p} \cdot A_2 + d_2 \cdot A_1)^2} \tag{27}$$

și unde

$$F_{1p} = \frac{n_1^2}{R} \omega \left[\frac{L}{n_1^2} d_{1p} + (1 + k) A_1 \right], \tag{28}$$

$$F_2 = \frac{n_1^2}{R} \omega \left[\frac{L}{n_1^2} \cdot d_2 + k (1 + k) A_2 \right]. \tag{29}$$

Valorile mărimilor r_p, B_p, M_{1p}, N_{1p}, M_{2p} și N_{2p} depind de parametrii K_{1p} și z_{1p} ai laturii $P\,Q$, motiv pentru care au fost toți afectați cu indicele p. Fiecărei laturi a poligonului (fig. 4) îi corespunde o matrice proprie a mărimilor amintite. Valoarea constantei C_p corespunzătoare laturii PQ se determină din identitatea valorilor B_1 (sau B_2) în punctul de joncțiune P al laturii PQ cu latura precedentă. În final mai rămîne de determinat o singură constantă arbitrară inițială. Se recomandă să se înceapă calculul cu porțiunea liniară a buclei $B-H$, care va fi numită porțiunea inițială. Mărimile corespunzătoare acestei laturi vor fi afectate de indicele a (latura AB fig. 4) și le vom numi mărimi inițiale. Constanta arbitrară C_a se va putea determina din condiția ca unda B_1 (sau B_2) să taie axa absciselor la un interval egal cu π.

4.3. *Efectele bobinelor 1 și 2.* Valorile instantanee B_1 și B_2 ale inducțiilor în spațiul δ_1 și δ_2 dat de ecuațiile (20) și (21) reprezintă soluția completă a problemei funcționării modelului în cazul cînd bobinele *1* și *2* sînt conectate între ele. Soluția este complet determinată și unică dacă toate elementele problemei, așa cum s-au amintit, sînt date. Pentru fiecare valoare a lui Φ există o soluție unică. De aici rezultă că pentru fiecare Φ vom găsi o anumită constantă inițială C_a. Ar fi foarte dificil, dacă nu imposibil, să rezolvăm problema pornind de la valoarea Φ dată. Cel mai simplu este să pornim invers, de la o valoare arbitrară pentru C_a. În aceste condiții, ecuațiile inițiale (20) și (21) sînt fixate și ele ne dau o primă porțiune inițială a undei B_1 (sau B_2). Din identitatea lui B_1 în punctul de joncțiune ale laturii AB a poligonului (fig. 4) cu latura BC se găsește constanta C_b, care fixează forma ecuației (20) pentru porțiunea următoare a undei B_1 (sau B_2) etc. Odată undele B_1 și B_2 aflate, se găsește și suma lor, adică unda φ și deci $\Phi = \varphi$ max. Variind valoarea constantei arbitrare, se găsește alt Φ. În felul acesta, problema se rezolvă pas cu pas, așa cum se face de altfel chiar cu cele mai simple cazuri unde avem de-a face cu o caracteristică de magnetizare care nu suferă o transpunere convenabilă sub o formă analitică. Calculele sînt destul de simple și se pot face și cu mîna, fără ajutorul vreunei mașini de calcul.

Din relațiile și calculele de mai sus se constată că distorsiunile undelor φ_1 și φ_2 provocate de histerezis și de saturație sînt în bună parte corectate. Acest lucru pare oarecum normal, această corectare fiind o consecință a fluxului de reacție produs de curentul de circulație i. Pe lîngă aceasta mai apare un fenomen foarte interesant, care pînă azi nu a fost încă analizat. Se constată în general că, cu cît Φ este mai mare, decalajul undelor φ, φ_1 și φ_2 la trecerea acestora prin zero variază. Acest fenomen face să pară că saturația produce o rezistență în setul bobinelor *1* și *2* care face să varieze acest decalaj. În anumite condiții foarte simplu de realizat, această rezistență poate fi negativă, anulînd orice decalaj între undele φ, φ_1 și φ_2 cînd acestea trec prin zero.

Ne propunem să analizăm în ce condiții obținem acest fenomen, care, aplicat la cazul acceleratoarelor de inducție, poate duce la performanțe superioare pentru aceste utilaje. Cu ajutorul relațiilor găsite (20)—(29) se poate afla ușor condiția căutată.

Într-adevăr, lipsa oricărui decalaj între φ și φ_1, φ_2 impune ca la $x = 0$ să avem simultan $\varphi = \varphi_1 = \varphi_2 = 0$. Or, ecuația inițială (20) devine în acest caz

$$C_a + B_a + N_{1a} = 0. \tag{30}$$

Ecuația (30) ne determină constanta inițială C_a, care asigură o funcționare fără decalaj între fluxuri la trecerea lor prin zero. Pentru a cunoaște care este valoarea Φ în această situație, trebuie să revenim la calculul din figura 5 și să constatăm că histerezisul a deformat simetria undelor φ_1 și φ_2 (sau B_1 și B_2) și a făcut că maximul acestora, de exemplu al lui φ_1, să aibă loc la $x = (\pi/2) - \theta_1$ în raport cu momentul $B_1 = 0$. Acest lucru se menține și în prezența bobinelor *1* și *2*, acestea neputînd contribui și nici modifica cu nimic fenomenul deformant amintit.

Să presupunem mai departe că maximul lui B_1 are loc pe o anumită latură PQ a buclei în figura 4. În ipoteza $x = 0$, $B_1 = B_2 = 0$, decalajul $(\pi/2) - \theta_1$ se reproduce și față de $x = 0$. Acest lucru înseamnă că condiția căutată rezultă din ecuația

$$pB_1 = 0 \text{ pentru}$$
$$x = (\pi/2) - \theta_1. \tag{31}$$

Ținînd seama că θ_1 este mic, rezultă

$$N_{1p} = r_p C_p e^{-r_p(\pi/2)} + M_{1p}\theta_1 = \varepsilon \tag{32}$$

cu

$$\varepsilon = r_p C_p e^{-r_p(\pi/2)} + M_{1p}\cdot\theta_1. \tag{33}$$

Cantitatea ε din ecuațiile (32) și (33) este în general mică, depinzînd în primul rînd de geometria modelului. Prezența parametrilor r_p, M_{1p}, θ_1 și C_p în ecuația (32) arată că ε depinde de întreaga alură a buclelor de histerezis $H_1 - B_1$ și $H_2 - B_2$.

Ecuația (32) reprezintă condiția care, satisfăcută, asigură o corectare în limite largi a neliniarității mediului feromagnetic. Expresia (32), în forma completă a parametrilor dați de ecuațiile (20)—(29), poate fi simplificată în anumită măsură dacă se ține cont că în general $(d_{1p}A_2 + d_2A_1)^2$ este neglijabil față de $(F_{1p}A_2 + F_2A_1)^2$, în care caz se obține

$$\frac{R}{n_1^2}\frac{1}{\omega}(1+k)A_2\frac{k\,d_{1p}A_2 - d_2A_1}{\left[\frac{L}{n_1^2}(d_{1p}A_2 + d_2A_1) + A_1A_2(1+k)^2\right]^2} = \frac{\varepsilon}{\Phi}. \tag{34}$$

O simplificare substanțială se obține dacă se face $\varepsilon = 0$ în ecuația (34). Relația obținută are numai un caracter orientativ, însă este foarte sugestivă :

$$k = \frac{A_1}{A_2}\frac{(\delta_2/4\pi) + K}{(\delta_1/4\pi) + K_{1p}}. \tag{35}$$

Relaţia (35) arată dependenţa dintre raportul numărului de spire $k = n_2/n_1$ şi saturaţia reprezentată prin K_{1p}. Dacă facem acum ca numărul laturilor funcţiei poligonale (fig. 4) să tindă către ∞, K_{1p} devine coeficientul unghiular al tangentei în punctul maxim de funcţionare. Putem ataşa acest coeficient însuşi efectului de liniarizare obţinut, considerînd, aşa cum s-a mai spus, că saturaţia produce o rezistenţă negativă în setul bobinelor *1* şi *2*, astfel încît să anuleze orice decalaj între fluxurile φ şi φ_1, φ_2.

Cu ajutorul ecuaţiilor de mai sus se poate determina cu cea mai mare precizie şi raportul B_2/B_1 şi calcula abaterea neliniarităţii fie pe parcursul unui sfert de perioadă, fie pe un ciclu întreg. Acest raport are, precum s-a mai spus, o importanţă specială la funcţionarea în condiţii bune a acceleratorului de particule. Acest raport va conţine o parte constantă $D_{c'}$ şi o parte variabilă $D_{p'}$, care reprezintă abaterea de la liniaritate. În cadrul soluţiilor complete date de ecuaţiile (20)—(29), expresia acestor cantităţi este complicată însă indispensabilă la calculele numerice exacte. Este însă interesant să găsim şi pentru acest raport o expresie simplificată. Partea principală a cantităţii $D_{c'}$ va rezulta, evident, din expresia raportului B_2/B_1 luat pentru porţiunea iniţială a buclelor $B_1—H_1$ şi $B_2—H_2$, şi anume chiar atunci cînd x este mic. În acest caz ecuaţiile (20)—(29) dau

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{-\frac{A_1}{A_2} C_a - \frac{A_1}{A_2} B_a + N_{2a} + M_{2a} \cdot x}{C_a + B_a + N_{1a} + M_{1a} \cdot x}. \tag{36}$$

Ţinînd seama de ecuaţia (36), precum şi de faptul că între N_{1a} şi N_{2a} avem relaţia $N_{2a} = -\frac{A_1}{A_2} N_{1a}$, se deduce

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{M_{2a}}{M_{1a}} = \frac{F_{1a}(F_{1a} A_2 + F_2 A_1) + d_{1a}(d_{1a} A_2 + d_2 A_1)}{F_2(F_{1a} A_2 + F_2 A_1) + d_2(d_{1a} A_2 + d_2 A_1)}. \tag{37}$$

Ţinînd cont că d_{1a} (sau d_2) este neglijabil faţă de F_{1a} (sau F_2), ecuaţia (37) se poate simplifica :

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{F_{1a}}{F_2} = \frac{d_{1a} + (1+k) A_1 (n_1^2/L)}{d_2 + k(1+k) A_2 (n_1^2/L)}. \tag{38}$$

Comparînd această expresie cu (14), se constată că, datorită bobinelor *1* şi *2*, valoarea raportului B_2/B_1 s-a schimbat. Face excepţie cazul particular cînd avem îndeplinită condiţia de proporţionalitate

$$\frac{d_{1a}}{d_2} = \frac{1}{k} \frac{A_1}{A_2}. \tag{39}$$

În acest caz însă se deduce

$$\frac{A_2 \cdot B_2}{A_1 B_1} = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{1}{k}. \tag{40}$$

Relația (40) este echivalentă cu a alege numărul de spire n_1 și n_2 invers proporțional cu fluxurile care străbat bobinele *1*, respectiv *2*. Se constată însă în acest caz din ecuațiile (25) și (27) că N_{1p} și N_{2p} sînt bine determinate și în general nu mai este îndeplinită condiția (32), respectiv (34). Mediul nu mai este liniarizat. Ideea relației (40) este cunoscută în tehnica acceleratoarelor, însă pînă azi nu a dat rezultate tocmai din cauză că, în loc de a aduce o contribuție pozitivă liniarizării mediului, a adus mai degrabă dezavantaje. Pentru a liniariza mediul trebuie să avem în general $k \neq \varphi_1/\varphi_2$. În această situație, relația (38) arată că raportul de transformare k duce la o forțare parțială a fluxurilor φ_1 și φ_2, fenomen studiat prima dată de Kerst [4] la o problemă diferită. Tot relația (38) ne arată că valoarea principală a raportului φ_2/φ_1 este dată de o combinație între valorile întrefierurilor δ_1, δ_2 și numărul de spire n_1 și n_2. Putem realiza raportul D_c cu întrefieruri mai mici dacă alegem în mod judicios pe k. Acest lucru se traduce în micșorarea puterii magnetizante absorbită de model, ceea ce în multe cazuri poate fi foarte util.

Este evident că analiza aceasta s-a făcut pe baza ecuației simplificate (38). În realitate, la fenomenele descrise aici contribuie și toate celelalte mărimi R și L, precum și caracteristicile materialului, adică așa cum rezultă din aplicarea integrală a ecuațiilor (20)—(29). Influența lui R și L este însă mai mică. Ecuația (38) arată că ar fi interesant ca L să fie cît de mic posibil. Acest lucru ne-a făcut să analizăm și o liniarizare cu introducerea unui condensator în setul bobinelor *1* și *2* în scopul de a combate efectul inductanței. Într-un regim sinusoidal, acest lucru este totdeauna posibil. Într-un regim nesinusoidal, capacitatea nu poate combate totdeauna inductanța. Nu se va expune în cadrul acestei lucrări calculele detaliate asupra analizei matematice a problemei puse în acest fel. Ecuațiile matematice conțin derivate de ordinul 2 și soluția analitică este mult mai complicată. Se vor arăta însă concluziile la care s-a ajuns.

Introducerea unui condensator-serie duce totdeauna la apariția unei unde suplimentare, care se suprapune peste unda principală lui B_1 și B_2. Pentru ca această undă suplimentară să nu dăuneze realizării liniarității mediului, este necesar ca frecvența ei să fie mică în raport cu frecvența undei principale. Acest lucru se poate realiza dacă $1/\omega \cdot C_s$ se menține apropiat de ωL, fără însă să avem $\dfrac{1}{\omega C_s} = \omega L$. Ameliorarea care se obține este strîns legată de această frecvență a undei suplimentare. Din acest motiv, sistemul este foarte sensibilizat și devine nestabil.

5. VERIFICĂRI EXPERIMENTALE

Pentru a verifica teoria expusă aici și pentru a stabili care este influența diferiților parametri în realizarea liniarizării mediului feromagnetic analizat, s-au făcut numeroase experiențe pe modele analogice, similare modelului din figura 1. S-au efectuat două categorii de experiențe.

O categorie de experimentări au constat din oscilograme ale fluxurilor φ_1, φ_2 fie în funcţia de timp, fie oscilografiind direct curba $\varphi_2 = f(\varphi_1)$. Măsurarea fluxurilor φ_1 şi φ_2 s-a efectuat plasînd pe miezurile *1* şi *2* cîte o bobină de măsură din conductor subţire, care înregistra tensiunile date

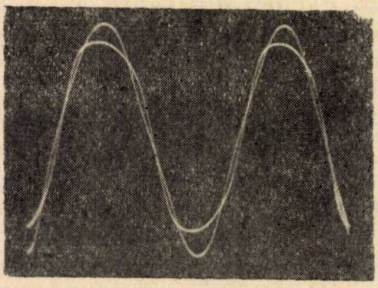


Fig. 7. — Undele φ_1 şi φ_2 la saturaţie atunci cînd bobinele *1* şi *2* nu s-au conectat între ele.

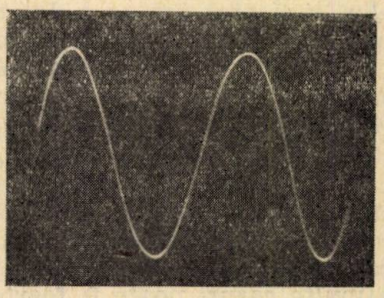


Fig. 8. — Undele φ_1 şi φ_2 din figura 7 după conectarea bobinelor *1* şi *2* între ele.

de fluxurile φ_1 şi φ_2. La oscilograf s-au introdus totuşi fluxurile prin circuite integratoare potrivite.

Funcţia $\varphi_2 = f(\varphi_1)$ s-a realizat în felul următor : la plăcile de deviaţie orizontală s-au conectat bornele circuitului bobinei de măsură pentru φ_1, iar la plăcile de deviaţie verticală s-a conectat bornele circuitului φ_2. Evident, conectarea s-a făcut prin circuite integratoare.

Toate oscilogramele au arătat prezenţa fenomenului de liniarizare arătat aici. Iată cîteva dintre cele mai sugestive.

Figura 7 arată undele φ_1 şi φ_2 în cazul cînd saturaţia începe să se facă simţită. Cele două bobine *1* şi *2* de compensaţie sînt încă neconectate între ele. Se vede că cele două unde sînt sinusoide deformate şi decalate.

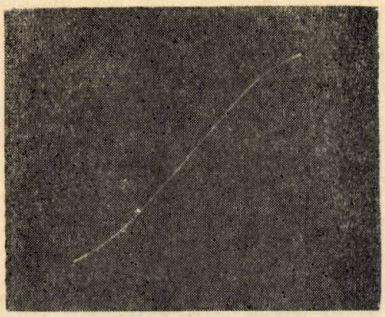
Figura 8 arată fenomenul după conectarea între ele a bobinelor *1* şi *2*. Cele două sinusoide deformate s-au autocorectat, ele suprapunîndu-se aproape complet.

Figurile 9*a*, 9*b* şi 9*c* reprezintă funcţia $\varphi_2 = f(\varphi_1)$ în situaţie saturată la acelaşi Φ în următoarele condiţii :

— figura 9*a* în cazul că cele două bobine nu au fost încă conectate între ele ;

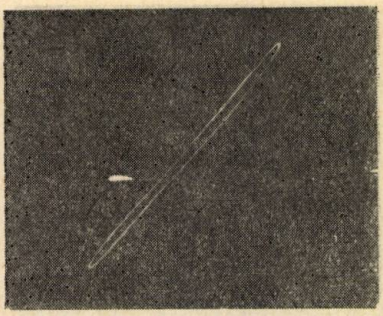
— figura 9*b* în cazul că fără să se schimbe nimic în raport cu situaţia din fig. 9*a*, bobinele s-au conectat între ele. Se vede că $\varphi_2 = f(\varphi_1)$ se transformă într-o elipsă alungită. Acest lucru reiese, de altfel, din ecuaţiile (20) şi (21) eliminînd x între ele. Apariţia acestei elipse se datoreşte decalajului dintre φ_1 şi φ_2. Elipsa este mai apropiată de o linie dreaptă decît curba din figura 9*a*. Din cauza decalajului dintre φ_1 şi φ_2 însă, la trecerea prin zero a fluxurilor decalajul face ca raportul φ_2/φ_1 să se abată foarte mult de la vreo valoare constantă. Abaterea poate ajunge la ∞ ;

— figura 9*c* în cazul că decalajul dintre φ_1 și φ_2 în apropiere de trecerea prin zero a fluxurilor a dispărut. Acest lucru s-a realizat prin micșorarea întrefierurilor δ_1 și δ_2. Restul a rămas neschimbat. Funcția $\varphi_2 = f(\varphi_1)$ a devenit o dreaptă perfectă către mijloc, adică în vecinătatea



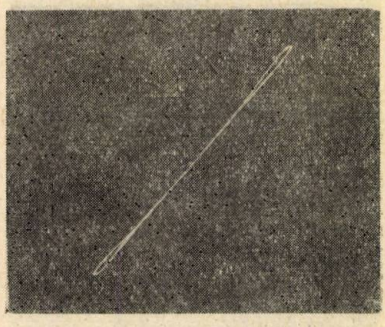
a

Fig. 9 *a*. — Funcția $\varphi_2 = f(\varphi_1)$ cînd bobinele *1* și *2* nu s-au conectat între ele.



b

Fig. 9 *b*. — Funcția $\varphi_2 = f(\varphi_1)$ din figura 9 *a* după conectarea bobinelor *1* și *2*.



c

Fig. 9 *c*. — Funcția $\varphi_2 = f(\varphi_1)$ din figura 9 *a* după conectarea bobinelor *1* și *2* și după liniarizarea realizată prin micșorarea întrefierului δ_1.

trecerii prin zero a fluxurilor. Către saturație, dreapta trece în două bucle alungite. Nici aici abaterea de la linia dreaptă nu este exagerată

Oscilograma din figura 10 arată două funcții $\varphi_2 = f(\varphi_1)$, plasate pe același film. Curba cea mai scurtă corespunde la o compensație obținută la o anumită saturație. Această compensație s-a realizat prin alegerea unui raport de transformare k convenabil. Curba mai lungă corespunde unei saturații mai mari (Φ mai mare), compensația fiind realizată cu un alt k. Se vede că înclinarea celor două linii diferă. Acest lucru pune în evidență fenomenul de forțare al fluxurilor φ_1 și φ_2.

Figura 11 arată unda curentului i, care circulă între cele două bobine *1* și *2* atunci cînd se realizează o compensare perfectă ca în figura 9*c*. Se constată că această undă conține și o armonică fundamentală destul de însemnată. Compensarea deci nu poate fi realizată dacă între cele două bobine circulă curent numai cu armonice superioare (în special armonica 3, ca în fig. 12).

Dacă între bobinele *1* şi *2* se conectează inductanţe sau rezistenţe, acestea intră în componenţa valorilor lui L sau R din ecuaţiile de mai sus. În felul acesta se poate obţine un reglaj fin al compensaţiei. Se pot imagina diferite scheme care realizează acest lucru.

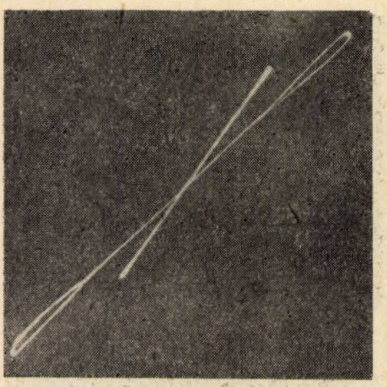


Fig. 10.

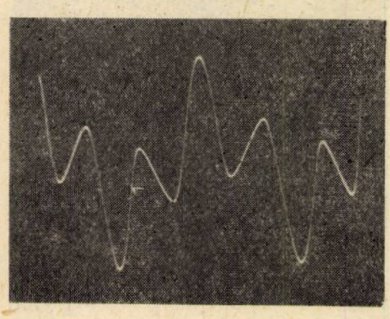


Fig. 11.

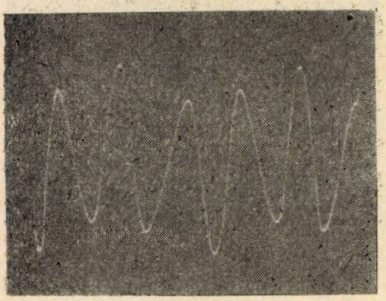


Fig. 12.

Fig. 10. — Punerea în evidenţă a fenomenului de forţare a fluxurilor φ_1 şi φ_2.

Fig. 11. — Unda curentului i la liniarizarea perfectă a mediului.

Fig. 12. — Unda curentului i la dispariţia fundamentalei. Mediul nu este bine liniarizat.

O altă categorie de experimentări au fost destinate să furnizeze datele constructive cele mai convenabile ale modelului analogic pentru a putea obţine o saturaţie maximă în cadrul unei liniarizări pe un domeniu cît mai mare pe lîngă o putere de magnetizare cît mai mică. Datele culese coincid cu cele care sînt date de relaţiile găsite în prezenta lucrare. Experimentările s-au efectuat pe 7 modele, diferite din punct de vedere geometric.

CONCLUZIE

Experimentările efectuate au coincis cu teoria expusă aici şi au dovedit justeţea acesteia, generalitatea fenomenelor observate şi utilitatea lor la diferite cazuri practice, de exemplu la focalizarea fasciculului

de particule la acceleratoare de inducție sau la studiul pe modele analogice al fenomenelor de repartiție neliniară a cîmpurilor, respectiv a inducțiilor în medii feromagnetice.

Autorul mulțumește tov. ing. I. Grînaru de la Uzina de Mașini Electrice pentru concursul și sugestiile obținute și care i-au fost de mare ajutor.

Primit la redacție la 15 martie 1965.

BIBLIOGRAFIE

1. I. S. Gheorghiu, *Mașini electrice*. Edit. Ministerului Învățămîntului și Culturii, București, 1959.
2. V. Bunea, *About the Theory of the Quy-type High-Frequency Generator*. Rev. Electrotech. Energ., București, 7, 249 (1962).
3. — *Theory of Medium-Frequency Pulsating Field Machines*. Proc. IEE, **111**, 7, London, Iulie (1963).
4. D. W. Kerst, G. D. Adams, H. W. Koch, C. S. Robinson, *An 80 Model of a 300 MeV Betatron*. The Review of Scientific Instruments, New York, **21**, 5, May, 462 (1950).

ASUPRA APLICĂRII METODEI OPERAȚIONALE LA STUDIUL CIRCUITELOR ELECTRICE CU CONDIȚII INIȚIALE OARECARE

DE

MARIUS PREDA

Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

621.3.06.001.2 : 517.433

Se studiază sistematic problema condițiilor inițiale independente necesare calculului curenților și căderilor de tensiune.

În cazul general al unor circuite idealizate la care apar discontinuități ale curenților din bobine și ale sarcinilor unor condensatoare se obțin rezultate noi privind : stabilirea condițiilor inițiale independente pe baza unor circuite de calcul, ordinul maxim al ecuațiilor diferențiale corespunzătoare și elaborarea metodei de calcul în care se utilizează condițiile inițiale la $t=0_-$ în locul celor de la $t = 0_+$.

Studiul regimurilor tranzitorii ale circuitelor electrice constituie o problemă importantă pentru proiectarea, construcția și exploatarea mașinilor, aparatelor și liniilor electrice.

Acest studiu implică găsirea soluțiilor generale ale unor ecuații integrodiferențiale și determinarea valorilor constantelor care intervin în aceste soluții pe baza condițiilor inițiale.

Cu toată importanța teoretică și practică a problemei studierii regimurilor tranzitorii, în literatură se tratează incomplet problema condițiilor inițiale, prezentîndu-se adesea, ca general-valabile, anumite „reguli" sau „principii" care de fapt au o aplicabilitate limitată.

În cele ce urmează, în prima parte a lucrării, se dau cîteva exemple de circuite idealizate pentru care regulile, uzual indicate în literatură cu

St. cerc. energ. electr. Tom. 15. Nr. 3 p. 515–530 București 1965

privire la condiţiile iniţiale, nu se aplică. Se analizează condiţiile pentru care în unele circuite idealizate comutaţii instantanee produc variaţii discontinue ale curenţilor din bobine sau ale tensiunilor la bornele condensatoarelor.

În a doua parte a lucrării, pe baza legilor cîmpului electromagnetic, fără a utiliza „principiile" de conservare a fluxului, se deduc condiţiile iniţiale necesare determinării curenţilor şi tensiunilor dintr-un circuit. Avînd în vedere comutaţii instantanee la $t = 0$, circuite electrice idealizate, cu pierderi finite prin efect Joule şi energie electromagnetică finită, se deduc condiţiile iniţiale independente la $t = 0_+$.

Se demonstrează că prin metoda operaţională de calcul se obţin aceleaşi valori ale curenţilor din bobine, rezistoare sau surse şi ale tensiunilor la bornele condensatoarelor dacă se utilizează fie condiţiile iniţiale la $t = 0_+$ (după comutaţia instantanee), fie condiţiile iniţiale la $t = 0_-$ (înainte de comutaţia instantanee). Astfel se stabileşte pe cale riguroasă o metodă generală şi unitară de calcul care simplifică studiul circuitelor în regim tranzitoriu prin aceea că nu necesită calculul condiţiilor iniţiale la $t = 0_+$ în urma unor comutaţii instantanee la $t = 0$ şi care dă indicaţii complete şi în ceea ce priveşte eventualele discontinuităţi de la $t = 0_-$ la $t = 0_+$.

1. CIRCUITE IDEALIZATE CU VARIAŢII DISCONTINUE ALE CURENŢILOR ÎN BOBINE SAU ALE TENSIUNILOR LA BORNELE UNOR CONDENSATOARE

Un prim exemplu de circuit idealizat cu variaţie discontinuă a intensităţii curentului în laturi cu inductivitate îl constituie transformatorul electric (fig. 1) cu factor de cuplaj unitar

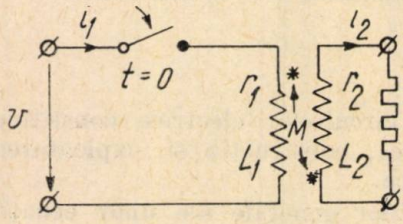


Fig. 1. — Circuit cu cuplaj magnetic ideal ($M = \sqrt{L_1 L_2}$), avînd o variaţie discontinuă a curentului în momentul aplicării tensiunii la borne.

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = 1, \tag{1}$$

conectat la o sursă de tensiune constantă U.

Înainte de închiderea contactului,

$$i_1(0_-) = i_2(0_-) = 0. \tag{2}$$

După închiderea instantanee a contactului, la $t=0$, ecuaţiile circuitului sînt

$$r_1 i_1 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(L_1 i_1 + M i_2) = U, \tag{3}$$

$$(r_2 + r)\, i_2 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(L_2 i_2 + M i_1) = 0. \tag{4}$$

Conform „regulii" după care curentul în laturile cu inductivitate nu variază discontinuu, în acest caz ar rezulta

$$i_1(0_+) = i_1(0_-) = 0, \tag{5}$$

$$i_2(0_+) = i_2(0_-) = 0. \tag{6}$$

Pe de altă parte, pe baza relației (1), ecuațiile (3) și (4) se pot pune în forma

$$r_1 i_1 + \sqrt{L_1}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\sqrt{L_1} i_1 + \sqrt{L_2} i_2) = U, \tag{3'}$$

$$(r_2 + r) i_2 + \sqrt{L_2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\sqrt{L_2} i_2 + \sqrt{L_1} i_1) = 0. \tag{4'}$$

Împărțind prima ecuație cu $\sqrt{L_1}$ și a doua cu $\sqrt{L_2}$, prin scădere se obține

$$\frac{r_1}{\sqrt{L_1}} i_1 - \frac{r_2 + r}{\sqrt{L_2}} i_2 = U. \tag{7}$$

Din (3') și (7) se obține

$$r_1 i_1 + \sqrt{L_1}\left(\sqrt{L_1} + \frac{L_2}{\sqrt{L_1}} \cdot \frac{r_1}{r_2 + r}\right)\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} = U. \tag{8}$$

Ecuația (8) are soluția generală

$$i_1 = \frac{U}{r_1} + K_1 \mathrm{e}^{-\frac{r_1}{L_1 + L_2 \frac{r_1}{r_2 + r}} t}. \tag{9}$$

Din (4') și (7) rezultă

$$(r_2 + r) i_2 + \sqrt{L_2}\left(\sqrt{L_2} + \frac{L_1}{\sqrt{L_2}} \cdot \frac{r_2 + r}{r}\right)\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} = 0. \tag{10}$$

Ecuația (10) are soluția generală

$$i_2 = K_2 \mathrm{e}^{-\frac{r_2 + r}{L_2 + L_1 \frac{r_2 + r}{r_1}} t}. \tag{10'}$$

Condițiile inițiale la 0_+, obținute pe baza „regulii" indicate în (5) și (6), conduc la

$$i_1 = \frac{U}{r_1}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{r_1}{L_1 + L_2 \frac{r_1}{r_2 + r}} t}\right) \tag{11}$$

$$i_2 = 0, \tag{12}$$

valori care în mod vizibil nu corespund problemei studiate, deoarece nu verifică ecuațiile circuitului (3) și (4).

Ca urmare, condițiile (5) și (6) și deci „regula" amintită nu sînt valabile în acest caz.

Faptul că valorile (5) și (6) nu sînt compatibile cu ecuațiile circuitului se poate observa și direct pe baza ecuației (7), din care rezultă că pentru circuitul considerat

$$\frac{r_1}{L_1} i_1(0_+) - \frac{r_2 + r}{L_2} i_2(0_+) = U. \tag{13}$$

Un al doilea exemplu îl constituie circuitul din figura 2, unde contactul K se deschide la $t = 0$.

În regim permanent, înainte de deschiderea contactului K, valorile curenților sînt

$$i_1(0_-) = \frac{U}{r_1 + \frac{rr_2}{r+r_2}}, \quad i_2(0_-) = \frac{U - r}{r_1 r + r_1 r_2 + r r_2},$$

$$i_3(0_-) = \frac{r_2}{r_1 r + r_1 r_2 + r r_2} U. \tag{14}$$

După deschiderea instantanee a contactului în circuit se realizează un curent i. Dacă se aplică regula citată mai sus pentru prima bobină, rezultă

$$i(0_+) = i_1(0_-). \tag{15}$$

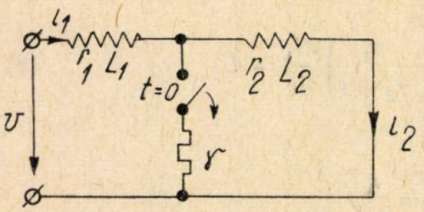


Fig. 2. — Circuit cu două bobine în care curentul variază discontinuu în momentul deconectării rezistorului.

Este de observat că regula amintită nu se poate aplica pentru ambele bobine ale circuitului; pentru a doua bobină,

$$i(0_+) \neq i_2(0_-). \tag{16}$$

Un al treilea exemplu în care se realizează o variație discontinuă a sarcinilor unui condensator îl constituie circuitul din figura 3, la care în regim permanent, cu U = const., contactul K se închide la $t = 0$.

În regim permanent, înainte de închiderea contactului K se obține

$$u_1(0_-) = U. \tag{17}$$

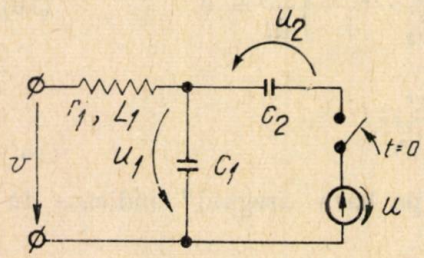


Fig. 3. — Circuit cu condensatoare avînd o variație discontinuă a sarcinilor în momentul conectării sursei.

În ipoteza că, înainte de închiderea contactului K, condensatorul C_2 era descărcat

$$u_2(0_-) = 0, \tag{18}$$

aplicarea „regulii" potrivit căreia tensiunea la bornele unui condensator nu poate varia discontinuu conduce la

$$u_1(0_+) = u_1(0_-) = U, \quad u_2(0_-) = 0. \tag{19}$$

Se observă că relațiile (19) nu corespund, deoarece, nu satisfac ecuația :

$$u_1 + u_2 = u,$$

valabilă după închiderea contactului K.

Fără dificultate se pot da și alte exemple în care apar, în urma unor comutații instantanee, discontinuități ale unor curenți din bobine sau tensiuni ale unor condensatoare; pentru aceasta este suficient să se observe că în general :

α) conectarea unei surse ideale de curent la un nod la care sînt legate numai laturi ce conțin bobine implică variația discontinuă a curenților din aceste laturi;

β) conectarea unei surse ideale de tensiune într-un ochi format din laturi care conțin numai condensatoare și surse ideale de tensiuni implică variația discontinuă a unor tensiuni (și deci a sarcinilor unor condensatoare din astfel de ochiuri).

2. CONDIȚIILE INIȚIALE NECESARE PENTRU DETERMINAREA INTENSITĂȚILOR CURENȚILOR ȘI CĂDERILOR DE TENSIUNE DINTR-UN CIRCUIT ELECTRIC

Examinarea problemei condițiilor inițiale care intervin în studiul regimurilor tranzitorii ale circuitelor electrice se poate face pe o cale comodă pe baza metodei operaționale. Se consideră un circuit liniar, simplu conex, cu o ochiuri independente și n noduri.

Prima teoremă a lui Kirchhoff în valori instantanee conduce la un sistem de $(n-1)$ ecuații independente

$$\sum_{n_k} i = \sum_{n_k} i_s, \text{ cu } n_k = 1, 2, \ldots, n-1, \tag{20}$$

$\sum_{n_k} i$ este suma intensităților curenților care „ies" din nodul n_k prin laturile conectate la acest nod,

$\sum_{n_k} i_s$ — suma intensităților curenților care „intră" în nodul n_k prin sursele de curent conectate la acest nod.

Termenii „ies" și „intră" se referă la sensurile de referință considerate la scrierea ecuațiilor (20).

A doua teoremă a lui Kirchhoff, în valori instantanee, conduce la un sistem de o ecuații independente

$$\sum_{o_j} \left(ri + L \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + M \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{q}{C} \right) = \sum_{o_j} e_s, \text{ cu } o_j = 1, 2, \ldots, o, \tag{21}$$

în care

$\sum_{o_j} ( )$ este suma căderilor de tensiune din lungul ochiului o_j,

$\sum_{o_j} e_s$ — suma tensiunilor electromotoare ale surselor conectate în ochiul o_j.

Valorile căderilor de tensiune și ale tensiunilor electromotoare se exprimă în relațiile (21) față de un sens comun de referință de-a lungul conturului.

Sarcina q a unui condensator la momentul t, exprimîndu-se ca suma dintre sarcina $q(0_+)$ cu care acesta era încărcat la $t = 0_+$ şi sarcina acumulată de la 0_+ la t datorită curentului i ce încarcă condensatorul :

$$q = \int_0^t i \, dt + q(0_+), \tag{22}$$

ecuaţiilor (20) şi (21) le corespund ecuaţiile operaţionale

$$\sum_{n_k} i = \sum_{n_k} i_s \text{ cu } n_k = 1, 2, \ldots, n-1 \tag{23}$$

şi

$$\sum_{o_j} \left[ri + pL\mathfrak{L}i - Li(0_+) + pM\mathfrak{L}i - Mi(0_+) + \frac{1}{pC}\mathfrak{L}i + \right.$$
$$\left. + \frac{q(0_+)}{pC} \right] = \sum_{o_j} Le_s \text{ cu } o_j = 1, 2, \ldots, o. \tag{24}$$

Ecuaţiile (23) şi (24) formează un sistem de $o + (n-1)$ ecuaţii independente. Conform teoremei lui Euler, acest număr

$$l = o + n - 1 \tag{25}$$

este egal cu numărul l de laturi ale circuitului.

Este uşor de observat că este suficient să se cunoască sarcinile condensatoarelor din circuit la $t = 0_+$ şi valorile intensităţilor curenţilor din bobinele circuitului la $t = 0_+$ pentru ca sistemul de ecuaţii (23) şi (24) să determine valorile curenţilor şi deci ale căderilor de tensiune la $t \geqslant 0$.

Pentru obţinerea condiţiilor iniţiale necesare şi suficiente este avantajos să se considere o schemă de calcul echivalentă a circuitului considerat în care pentru bobine, respectiv condensatoare, se utilizează schemele indicate în figura 4 *a*, respectiv 4 *b*.

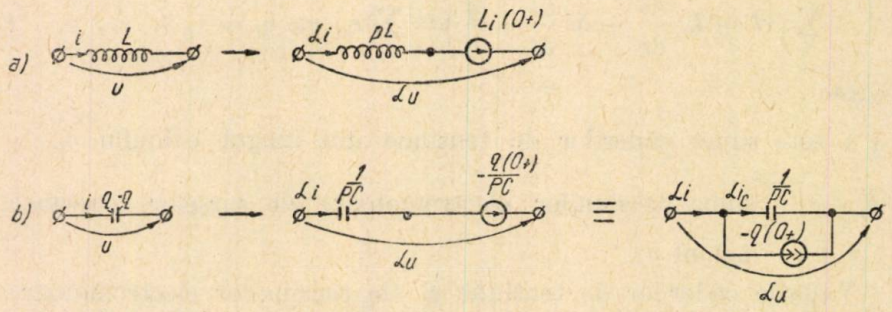


Fig. 4. — Schemele echivalente în metoda operaţională de calcul pentru o bobină ideală (*a*) şi pentru un condensator ideal (*b*).

Calculul curenților i, care corespund căderilor de tensiune în rezistoare, bobine, și al curenților i_c, care corespund căderilor de tensiune în condensatoare, $u_c = \frac{1}{C}\int_0^t i_c\,dt$ se realizează pe baza teoremei superpoziției.

Componenta i' a curenților, determinată de curenții, respectiv tensiunile electromotoare ale surselor și de tensiunile electromotoare operaționale (fictive) de forma $Li(0_+)$ și $Mi(0_+)$, este determinată de ecuațiile

$$\sum_{n_k} i' = \sum_{n_k} i_s \text{ cu } n_k = 1, 2, \ldots, n-1, \tag{26}$$

$$\sum_{o_k}\left[r\mathfrak{L}i' + pL\mathfrak{L}i' + pM\mathfrak{L}i' + \frac{1}{pC}\mathfrak{L}i'\right] = \sum_{o_k}[\mathfrak{L}e_s + pLi(0_+) + pMi(0_+)]. \tag{27}$$

Componenta i'' a curenților, determinată de curenții operaționali (fictivi) de forma $q(0_+)$, corespunzători surselor de curent introduse prin transfigurarea indicată în figura 4 *b*, este determinată de ecuațiile

$$\sum_{n_k} i'' = \sum_{n_k} q(0_+) \text{ cu } n_k = 1, 2, \ldots, n'-1, \tag{28}$$

$$\sum_{o_k}[r\mathfrak{L}i'' + pL\mathfrak{L}i'' + pM\mathfrak{L}i''] = 0 \text{ cu } o_k = 1, 2, \ldots, o. \tag{29}$$

Ecuațiile (28) se obțin aplicînd prima teoremă a lui Kirchhoff la $n'-1$ noduri din cele n' noduri ale circuitului obținut după înlăturarea surselor de curent și înlocuirea fiecărui condensator cu un circuit echivalent, așa cum se arată în schema din figura 4 *b*.

Suprapunînd în schema echivalentă nodurile care sînt reunite prin conductoare de impedanță nulă (corespunzătoare surselor de tensiune ideale pasivizate), se obține un circuit echivalent cu n'' noduri, pentru care corespund ecuațiile

$$\sum_{n_k''} i'' = \sum_{n_k''} q(0_+) \text{ cu } n_k'' = 1, 2, \ldots, n''-1, \tag{30}$$

$$\sum_{o_k}[r\mathfrak{L}i'' + pL\mathfrak{L}i'' + pM\mathfrak{L}i''] = 0 \text{ cu } o_k = 1, 2, \ldots, o, \tag{31}$$

unde nu mai intervin curenții surselor de tensiune care nu erau înseriate cu bobine sau cu rezistoare. Se remarcă faptul că trecerea de la ecuațiile (28), (29) la ecuațiile (30), (31) se realizează din punct de vedere matematic prin eliminarea curenților surselor amintite mai sus. Din punct de vedere fizic, ecuațiile (30), (31) corespund primei teoreme a lui Kirchhoff, aplicată nodurilor circuitului de calcul C, obținut din circuitul studiat pasivizat prin înlocuirea condensatoarelor cu o schemă echivalentă derivație (fig. 4 *b*) și apoi prin suprapunerea punctelor care au același potențial.

Examinînd sistemele de ecuații (26), (27) și (30), (31), se constată că, pentru determinarea transformatelor Laplace ale intensităților curenților din rezistoarele și bobinele unui circuit și ale intensităților

curenților de calcul care determină căderile de tensiune pe condensatoarele sale, este suficient să se cunoască următoarele condiții inițiale :

a) valoarea fluxului magnetic total în momentul inițial $t = 0_+$:

$$\sum_{o_k} [Li(0_+) + Mi(0_+)] = \Phi_{o_k}(0_+) \tag{32}$$

pentru fiecare din ochiurile $o_k = 1, 2, \ldots, o$ ale circuitului dat;

b) valoarea la $t = 0_+$ a sumei sarcinilor electrice ale armăturilor condensatoarelor care în circuitul de calcul C sînt conectate la un același nod n_k'' :

$$\sum_{n_k''} q(0_+) = Q_{n_k''}(0_+), \tag{33}$$

cu $n_k'' = 1, 2, \ldots, n'' - 1$.

Condițiile inițiale (*a*) se obțin prin luarea în considerare numai a unei părți din termenii aflați în membrul unu al ecuațiilor (21). Ca urmare, independența ecuațiilor (21) nu implică independența condițiilor (*a*). Se obțin condiții independente de forma (*a*) numai pentru acele ecuații din (21) care formează un sistem independent de ecuații după ce se anulează termenii corespunzători căderilor de tensiune ohmice $r\ i$, capacitive q/C și tensiunilor electromotoare ale surselor. Se observă că un sistem de astfel de ecuații independente corespunde unui sistem de ochiuri independente ale *circuitului de calcul* C_1, obținut din circuitul dat prin înlocuirea rezistoarelor, condensatoarelor și surselor de tensiune cu conductoare de impedanță nulă. Ca urmare, *numărul de condiții inițiale necesare și suficiente referitoare la valoarea inițială a fluxului magnetic este egal cu numărul de ochiuri independente* o_1 *ale circuitului obținut din circuitul dat prin înlocuirea rezistoarelor, condensatoarelor și surselor ideale de tensiune cu conductoare de impedanță nulă* (și suprapunerea într-un singur nod al tuturor nodurilor care au un același potențial în circuitul astfel obținut). Fluxurile totale ale ochiurilor sînt prin definiție sume algebrice ale fluxurilor laturilor. Rezultă că numărul de condiții independente de forma (*a*) este cel mult egal cu numărul laturilor care conțin inductivități ale circuitului dat. *Numărul total de curenți ai căror valori la* $t = 0_+$ *constituie condiții inițiale* (a) *independente este uneori mai mic decît numărul de laturi din circuitul dat care conțin inductivități.* Aceasta se realizează ori de cîte ori în circuitul de calcul al condițiilor inițiale C_1 nu apar legate în scurt-circuit toate extremitățile laturilor circuitului dat.

Condițiile (*b*) exprimă suma „intensităților" $q(0_+)$ ale surselor operaționale fictive de curent, introduse prin transfigurarea indicată în figura 4 *b*, conectate la un același nod al circuitului de calcul C. Aceste surse fictive de curent au fiecare conectate cele două extremități la noduri, aparținînd, în circuitul de calcul C, unui grup de noduri interconectate prin condensatoare. Condițiile (*b*), corespunzătoare nodurilor care fac parte din cîte un același grup de astfel de noduri, nu sînt deci independente, pentru totalitatea nodurilor unui astfel de grup suma curenților dați de surse fiind identic nulă. Ca urmare, *numărul de condiții inițiale*

necesare și suficiente referitoare la sarcinile condensatoarelor este egal cu numărul n_2 de noduri independente ale circuitului de calcul C_2 obținut din circuitul dat prin întreruperea laturilor cu rezistoare, bobine sau surse de curent, prin înlocuirea surselor ideale de tensiune cu conductoare de impedanță nulă și prin suprapunerea nodurilor legate prin astfel de conductoare. Sumele sarcinilor (*b*) fiind cunoscute cînd se dau sarcinile fiecărui condensator, rezultă că numărul condițiilor independente de forma (*b*) este cel mult egal cu numărul condensatoarelor din circuitul dat. *Numărul de sarcini ale condensatoarelor ale căror valori la* $t = 0_+$ *constituie condiții inițiale* (b) *independente este uneori mai mic decît numărul de condensatoare din circuit.* Aceasta are loc ori de cîte ori în circuitul de calcul C_2 nu apar întrerupte toate extremitățile laturilor care conțin condensatoare.

Numărul total n_i de condiții inițiale independente necesare și suficiente determinării tuturor curenților și căderilor de tensiune dintr-un circuit este deci

$$n_i = o_1 + n_2, \tag{34}$$

unde

o_1 este numărul de ochiuri independente în circuitul de calcul C_1 obținut din circuitul dat prin înlocuirea rezistoarelor, bobinelor și surselor de tensiune cu conductoare de impedanță nulă și prin suprapunerea în cîte un nod a nodurilor legate prin astfel de conductoare,

n_2 — numărul de noduri independente ale circuitului de calcul C_2 obținut din circuitul dat prin întreruperea (înlăturarea) rezistoarelor, bobinelor și surselor de curent, prin înlocuirea surselor ideale de tensiune cu conductoare de impedanță nulă și prin suprapunerea în cîte un nod a nodurilor legate prin astfel de conductoare.

3. CALCULUL CONDIȚIILOR INIȚIALE LA $t = 0_+$ ÎN FUNCȚIE DE VALORILE CURENȚILOR ȘI CĂDERILOR DE TENSIUNE LA $t = 0_-$

În continuare se rezolvă problema condițiilor inițiale pentru cazul interesant în practică al circuitelor (idealizate) cu valori finite ale pierderilor prin efect Joule, ale energiilor electrice și ale energiilor magnetice, ale tensiunilor electromotoare (externe) ale surselor e_s și ale curenților surselor i_s. În astfel de circuite, căderile de tensiune corespunzătoare fiecărui rezistor și fiecărui condensator ideal au valori finite, iar curenții corespunzători bobinelor ideale au, de asemenea, valori finite.

Pentru calculul condițiilor inițiale, în astfel de circuite, corespunzătoare regimurilor care se realizează după comutații, se pot considera comutațiile idealizate „instantanee" ca limite ale unor comutații care au loc de la momentul $t_1 = -\varepsilon$ la $t_2 = \varepsilon$ pentru $\varepsilon \to 0$.

Înmulțind cu dt și integrînd de la momentul t_1 la t_2, din ecuațiile (21) corespunzătoare celei de-a doua teoreme a lui Kirchhoff, pentru un

sistem de ochiuri independente ale circuitului format după comutație, se obțin relațiile

$$\sum_{0_j}\left(\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} ri\,dt+\int_{i(-\varepsilon)}^{i(\varepsilon)} L\,di+\int_{i(-)}^{i(\varepsilon)} M\,di+\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon}\frac{q}{C}\,dt\right)=\sum_{0_j}\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} e_s\,dt. \quad (35)$$

Aplicînd teorema mediei și ținînd seama de ipotezele făcute mai sus cu privire la valorile finite ale lui ri, $\frac{q}{C}$ și e_s la limită pentru $\varepsilon \to 0$, rezultă

$$\sum_{0_j}[Li(0_+)+Mi(0_+)]=\sum_{0_j}[Li(0_-)+Mi(0_-)], \quad (36)$$

cu $o_j = 1, 2, \ldots, o$.

Înmulțind cu dt și integrînd de la momentul t_1 la t_2, din ecuațiile (20) corespunzătoare primei teoreme a lui Kirchhoff aplicată nodurilor circuitului dat rezultă relațiile

$$\sum_{n_k}\left(\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} i\,dt\right)=\sum_{n_k}\left(\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} i_s\,dt\right) \text{ cu } n_k = 1, 2, \ldots, n-1. \quad (37)$$

Eliminînd curenții laturilor care conțin numai surse de tensiune exprimînd curenții condensatoarelor sub forma $i=\frac{dq}{dt}$ și ținînd seama de valorile finite ale curenților din laturile cu rezistoare sau bobine, la limită aplicînd teorema mediei, rezultă condițiile

$$\sum_{n_k\in n_k''} q(0_+)=\sum_{n_k\in n_k''} q(0_-) \text{ cu } n_k'' = 1, 2, \ldots, n''-1, \quad (38)$$

unde $\sum_{n_k\in n_k'} q$ reprezintă suma sarcinilor armăturilor legate la nodurile n_k care se suprapun în nodul n_k'' al circuitului de calcul C_2.

Din relațiile (27) și (30) rezultă că *sumele de fluxuri, respectiv de sarcini* (36) *și* (38) *care intervin în condițiile inițiale necesare și suficiente pentru determinarea curenților și căderilor de tensiune nu se modifică dacă în locul valorilor fluxurilor bobinelor, respectiv sarcinilor condensatoarelor de la* $t = 0_+$, *se iau valorile corespunzătoare acestor mărimi la* $t = 0_-$. Acest rezultat prezintă importanță în cazul unor comutații idealizate „instantanee" la $t = 0$, care produc variații discontinue, la $t = 0$, ale fluxurilor unor bobine sau ale sarcinilor unor condensatoare.

4. CONCLUZII

Totalitatea condițiilor inițiale independente care intervin în studierea prin metoda operațională a regimului tranzitoriu al unui circuit electric exprimă valorile inițiale (la $t = 0_+$), în circuitul dat, ale fluxurilor magnetice

ale fiecăruia din ochiurile care formează un sistem de ochiuri independente ale circuitului de calcul C_1 și valorile inițiale (la $t = 0_+$), în circuitul dat, ale sumelor sarcinilor armăturilor condensatoarelor legate în circuitul de calcul C_2 la fiecare din nodurile care formează un sistem de noduri independente. Notînd cu o_1, respectiv n_2 numărul de astfel de ochiuri, respectiv noduri independente, numărul total n_i de condiții inițiale independente se exprimă prin relația (34). Din teoria sistemelor de ecuații diferențiale liniare cu coeficienți se știe că cel mai mare ordin al ecuațiilor diferențiale care intervin în rezolvarea sistemului este cel mult egal cu numărul condițiilor inițiale independente necesar determinării constantelor arbitrare ale soluțiilor. Ca urmare, ecuațiile diferențiale ce trebuie rezolvate pentru determinarea curenților și căderilor de tensiune la $t > 0$ este cel mult egal cu n_i.

O metodă generală de calcul al circuitelor electrice în regim tranzitoriu, în cazul comutațiilor idealizate instantanee la $t = 0$, este aceea de a utiliza în ecuațiile operaționale valorile corespunzătoare condițiilor inițiale la $t = 0_-$. Considerațiile din paragrafele 2 și 3 arată că sistemul de ecuații astfel format conduce la aceleași valori ale curenților din rezistoare și bobine, respectiv la aceleași valori ale căderilor de tensiune pe condensatoare, ca și sistemul de ecuații în care se consideră valorile corespunzătoare condițiilor inițiale la $t = 0_+$.

Această metodă este generală, deoarece dă informații complete și asupra eventualelor discontinuități la $t = 0$ ale curenților din bobine și ale sarcinilor condensatoarelor. Curenții din bobine astfel calculați care pentru $t \to 0_+$ au valori $i(0_+) \neq i(0_-)$ au în origine o creștere „instantanee" $\Delta i = i(0_+) - i(0_-)$. Tensiunile condensatoarelor astfel calculate care pentru $t \to 0_+$ au valori $u_c(0_+) \neq u_c(0_-)$ au în origine o creștere instantanee $\Delta u_c = u_c(0_+) - u_+(0_+)$. Pe de altă parte, valorile căderilor de tensiune în bobine la $t > 0$, sînt date de $u_L = L \dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, iar curenții din condensatoare la $t > 0$ sînt dați de $i = C \dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$. Ca urmare, problema este complet rezolvată.

Modul de rezolvare a problemei circuitelor în regim tranzitoriu propus în această lucrare evidențiază faptul că nu este necesar calculul valorilor curenților din bobine și al căderilor de tensiune pe condensatoare la $t = 0_+$ după comutațiile instantanee. Condițiile inițiale care intervin în metoda operațională exprimă valorile unor mărimi care fie că nu se schimbă de la $t = 0_-$ la $t = 0_+$ (fluxurile totale ale ochiurilor), fie că se modifică într-un mod care nu afectează intensitatea curenților din bobine și rezistoare și căderile de tensiune pe condensatoare pentru $t > 0$.

Anexe

1. *Exemplificarea metodei de calcul al numărului de condiții inițiale independente*

În figura 5 *a* s-a reprezentat un circuit cu trei bobine ideale și cu două condensatoare ideale. În figura 5 *b*, respectiv 5 *c*, sînt prezentate

circuitele de calcul C_1, respectiv C_2. Din examinarea circuitelor de calcul rezultă numărul de condiții inițiale independente

$$n_i = o_1 + n_2 = 4.$$

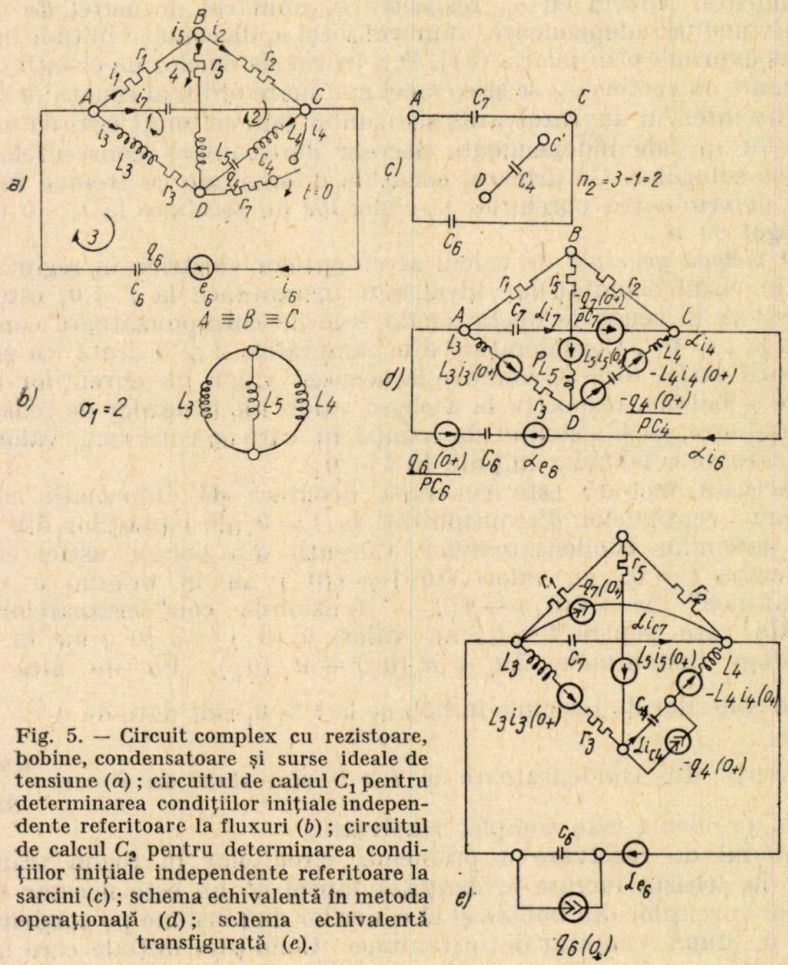


Fig. 5. — Circuit complex cu rezistoare, bobine, condensatoare și surse ideale de tensiune (*a*); circuitul de calcul C_1 pentru determinarea condițiilor inițiale independente referitoare la fluxuri (*b*); circuitul de calcul C_2 pentru determinarea condițiilor inițiale independente referitoare la sarcini (*c*); schema echivalentă în metoda operațională (*d*); schema echivalentă transfigurată (*e*).

Aceste condiții inițiale sînt valorile la $t = 0_+$ ale fluxurilor magnetice

$$\begin{aligned} \Phi_{o_1}(0_+) &= L_5 i_5(0_+) - L_3 i_3(0_+), \\ \Phi_{o_2}(0_+) &= L_4 i_4(0_+) - L_5 i_5(0_+), \end{aligned} \tag{A 1}$$

și valorile inițiale ale sarcinilor

$$\begin{aligned} Q_A(0_+) &= -q_6(0_+) + q_7(0_+), \\ Q_D(0_+) &= q_4(0_+). \end{aligned} \tag{A 2}$$

Ecuațiile operaționale ale circuitului pentru $t > 0$ se pot scrie, pe baza teoremelor lui Kirchhoff, în forma

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}i_1 + \mathfrak{L}i_3 + \mathfrak{L}i_7 &= \mathfrak{L}i_6, \\ \mathfrak{L}i_2 + \mathfrak{L}i_5 &= \mathfrak{L}i_1, \\ \mathfrak{L}i_4 + \mathfrak{L}i_6 - \mathfrak{L}i_7 &= \mathfrak{L}i_2, \end{aligned} \tag{A 3}$$

$$r_1\mathfrak{L}i_1 + r_5\mathfrak{L}i_5 + pL_5\mathfrak{L}i_5 - L_5i_5(0_+) - r_3\mathfrak{L}i_3 - pL_3\mathfrak{L}i_3 + L_3i_3(0_+) = 0,$$

$$r_2\mathfrak{L}i_2 + pL_4\mathfrak{L}i_4 - L_4i_4(0_+) + \frac{1}{pC_4}\mathfrak{L}i_4 - \frac{q_4(0_+)}{pC_4} - r_5\mathfrak{L}i_5 - pL_5\mathfrak{L}i_5 + L_5i_5(0_+) = 0,$$

$$r_3\mathfrak{L}i_3 + pL_3\mathfrak{L}i_3 - L_3i_3(0_+) - pL_4\mathfrak{L}i_4 + L_4i_4(0_+) + \frac{1}{pC_4}\mathfrak{L}i_4 + \frac{q_4(0_+)}{pC_4} + \frac{1}{pC_6}\mathfrak{L}i_6 + \frac{q_6(0_+)}{pC_6} = 0,$$

$$r_1\mathfrak{L}i_1 + r_2\mathfrak{L}i_2 - \frac{1}{pC_7}\mathfrak{L}i_7 - \frac{q_7(0_+)}{C_7} = 0. \tag{A 4}$$

Acestor ecuații le corespunde schema de calcul din figura 5 *d*.

Făcînd substituțiile,

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}i_{c4} &= -\mathfrak{L}i_4 + q_4(0_+), \\ \mathfrak{L}i_{c7} &= \mathfrak{L}i_7 + q_7(0_+), \\ \mathfrak{L}i_{c6} &= \mathfrak{L}i_6 - q_6(0_+), \end{aligned} \tag{A 5}$$

corespunzătoare expresiilor curenților din laturile cu condensatoare ale circuitului (*e*) echivalent cu circuitul (*d*) din figura 5, și introducînd valorile mărimilor (A 1) și (A 2), care exprimă condiții inițiale independente, ecuațiile (A 3, A 4) devin

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}i_1 + \mathfrak{L}i_3 + \mathfrak{L}i_{c7} - \mathfrak{L}i_{c6} &= +Q_A(0_+), \\ \mathfrak{L}i_2 + \mathfrak{L}i_5 &= \mathfrak{L}i_1, \\ \mathfrak{L}i_{c4} + \mathfrak{L}i_{c6} - \mathfrak{L}i_{c7} &= +Q_A(0_+) + Q_D(0_+), \end{aligned} \tag{A 6}$$

$$r_1\mathfrak{L}i_1 + r_5\mathfrak{L}i_5 + pL_5\mathfrak{L}i_5 - r_3\mathfrak{L}i_3 - pL_3\mathfrak{L}i_3 - \Phi_{01}(0_+) = 0,$$

$$r_2\mathfrak{L}i_2 + pL_4\mathfrak{L}i_{c4} + \frac{1}{pC_4}\mathfrak{L}i_{c4} - r_5\mathfrak{L}i_5 - pL_5\mathfrak{L}i_5 - \Phi_{02}(0_+) = 0,$$

$$r_3\mathfrak{L}i_3 + pL_3\mathfrak{L}i_3 - pL_4\mathfrak{L}i_4 + \frac{1}{pC_4}\mathfrak{L}i_{c4} + \frac{1}{pC_6}\mathfrak{L}i_{c6} + \Phi_{02}(0_+) + \Phi_{01}(0_+) = \mathfrak{L}e_6,$$

$$r_1\mathfrak{L}i_1 + r_2\mathfrak{L}i_2 - \frac{1}{pC_7}\mathfrak{L}i_{c5} = 0. \tag{A 7}$$

Ultimele ecuații ilustrează faptul că cele patru condiții inițiale independente (A 1) și (A 2) determină complet imaginile curenților din rezistoare și bobine și imaginile curenților i_{c4}, i_{c6}, i_{c7}, care determină complet căderile de tensiune din circuit.

Gradul determinantului sistemului de ecuații (A 6), (A 7) corespunde ordinului ecuației diferențiale a cărei rezolvare este necesară pentru calculul curenților indicați mai sus.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ r_1 & 0 & -(r_3+pL_3) & 0 & (r_5+pL_5) & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & \left(\frac{1}{pC_4}+pL_4\right) & -(r_5+pL_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (r_3+pL_3) & -\left(\frac{1}{pC_4}+pL_4\right) & 0 & \frac{1}{pC_6} & 0 \\ r_1 & r_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{pC_7} \end{vmatrix} \quad \text{(A 8)}$$

care, după cîteva transformări simple, se pune sub forma

$$\Delta = \frac{1}{pC_6}\begin{vmatrix} r_1+r_3+pL_3 & r_3+pL_3 & r_1+r_5 \\ r_2 & \frac{1}{pC_4}+pL_4 & -(r_5+pL_5) \\ r_1+r_2 & \frac{1}{pC_7} & r_1 \end{vmatrix} + \frac{1}{pC_7}\begin{vmatrix} r_1+r_3+pL_3 & r_3+pL_3 & r_1r_5+pL_5 \\ r_2 & \frac{1}{pC_4}+pL_4 & -(r_5+pL_5) \\ r_1+r_2 & 0 & r_1+r_5+pL_5 \end{vmatrix}. \quad \text{(A 9)}$$

Se observă ușor că ecuația caracteristică $\Delta = 0$ este de gradul 4, grad egal cu numărul condițiilor inițiale independente.

2. *Calculul unui regim tranzitoriu prin metoda generală de calcul*

Problema regimului tranzitoriu al circuitului cu cuplaj magnetic ideal (paragraful 1, fig. 1), conectat la o sursă de tensiune constantă, se rezolvă după cum urmează. Folosind metoda generală de calcul prin

luarea valorilor fluxurilor la momentul $t = 0_-$, ecuațiile operaționale ale circuitului se exprimă :

$$\begin{aligned}(r_1 + pL_1)\,\mathfrak{L}i_1 + pM\mathfrak{L}i_2 &= \frac{U}{p},\\ (r'_2 + pL_2)\,\mathfrak{L}i_2 + pM\mathfrak{L}i_1 &= 0,\end{aligned} \qquad \text{(A 10)}$$

în care s-a notat $r'_2 = r + r_2$.

Ținînd seamă de relația (1), rezultă :

$$i_1 = \frac{r'_2 + pL_2}{p\,[r_1 r'_2 + p\,(r_1 L_2 + r'_2 L_1)]}\,U,$$

$$i_2 = -\,\frac{M}{r_1 r'_2 + p\,(r_1 L_2 + r'_2 L_1)}\,U.$$

Folosind teorema dezvoltării, se obține

$$i_1 = \frac{U}{r_1} - \frac{U}{\left(1 + \frac{r_1}{r'_2}\cdot\frac{L_2}{L_1}\right) r_1}\,e^{-\frac{r_1}{L_1 + \left(\frac{r_1}{r'_2}\right) L_2}\,t},$$

$$i_2 = -\,\frac{U}{r_1\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} + r'_2\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}}\,e^{-\frac{r_1}{L_1 + \left(\frac{r_1}{r'_2}\right) L_2}\,t}.$$

Pentru $t = 0_+$ rezultă

$$\begin{aligned}i_1(0_+) &= \frac{\frac{r_1}{r'_2}\cdot\frac{L_2}{L_1}}{1 + \frac{r_1}{r'_2}\cdot\frac{L_2}{L_1}}\cdot\frac{U}{r_1} = \frac{U}{r_1 + r'_2\frac{L_1}{L_2}},\\ i_2(0_+) &= -\,\frac{U}{r_1\frac{L_2}{L_1} + r'_2\frac{L_1}{L_2}} = -\,\frac{L_1}{L_2}\cdot\frac{U}{r_1 + r'_2\frac{L_1}{L_2}}.\end{aligned} \qquad \text{(A 11)}$$

Primit la redacție la 17 aprilie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. L. Weinberg, *Network Analysis and Synthesis*, Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1962.
2. Г.И. Атабеков, *Теоретические основы электротехники*. Госэнергоиздат, Москва, 1962.

3. W. A. Lynch, John G. Truxal, *Signal and Systems in Electrical Engineering*, Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1962.
4. M. Fallot, *Théorie Générale des Circuits Électriques*, Dunod, Paris, 1960.
5. S. Seshu, N. Balabanian, *Linear Network Analysis*, John Wiley, Londra, 1959.
6. F. M. Reza, S. Seely, *Modern Network Analysis*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1959.
7. K. Küpfmüller, *Einführung in die theoretische Elektrotechnik*, Springer-Verlag, Berlin, 1959.
8. Л. П. Неиман, П. Л. Калантаров, *Теоретические основы электротехники*. Госэнергоиздат, Москва, 1953.
9. P. Andronescu, *Aplicarea calcului operațional în electrotehnică*, Edit.tehnică, București.
10. А. В. Нетушил, С. В. Страхов, *Основы электротехники*. ч. II, ГЭИ, Москва, 1955.
11. R. Rădulet, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, Edit. Ministerului Învățămîntului, București, 1955.
12. M. Bayard, *Théorie des réseaux de Kirchhoff*. Revue optique, Paris, 1954.
13. W. Cauer, *Theorie der linearen Wechselstromschaltungen*, Akademie-Verlag, Berlin, 1954.
14. E. A. Guillemin, *Introduction Circuit Theory*, J. Willey, Londra, 1953.
15. К. А. Круг, *Основы электротехники*. ГЭИ, Москва, 1952.
16. John A. Aseltine, *Transform Method in Linear System Analysis*. MacGraw-Hill, New York, 1958.
17. М. И. Конторович, *Операционное исчисление и нестационарные явления в электрических цепях*. ГИТТЛ, Москва, 1953.
18. K. W. Wagner, *Operatorenrechnung und Laplace Transformation nebst Anwendungen in Physik und Technik*, J. A. Barth-Verlag, Leipzig, 1950.
19. B. Van der Pool, H. Bremmer, *Operational Calculus Based on the Two-Sided Laplace Integral*, Cambridge, Londra, 1950.
20. М. Гарднер, Д. Бернс, *Переходные процессы в линейных системах*. Гостехиздат, Москва, 1949.
21. H. W. Bode, *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*, D. Van Nostrand, 1949.
22. G. Doetsch, *Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation*, Springer, Berlin, 1937.
23. С. Куренев, М. Пинес, *О переходных процессах в электрических цепях при изменений их структур*. Изв. Ленингр. Электротехн. ин-та, *55* (1964).
24. А. С. Розенфельд, Б. И. Яхинсом, *Уравнения Кирхгофа и законы коммутаций электрических цепей*. Известия высших учебных заведений, Электротехника, *4* (1963).
25. А. Е. Каплянский, С. Г. Гинбирг, *О порядке дифференциального уравнения переходного процесса в сложной электрической цепи*, *10* (1962).
26. А. С. Розенфельд, Б. И. Яхинсом, *О законах коммутаций и начальных условий для электрических цепей*. Электричество, *3* (1962).
27. И. А. Зайцев, К. С. Демчан, *Определение начальных условий при скачкообразных изменениях токов и напряжений 7* (1962).
28. С. И. Куренев, М. И. Пинес, *Определение начальных условий при изучении переходных процессов в случае изменения структуры цепи*. Электричество, *9* (1960).

CONDIȚIILE DE UNICITATE ÎN DETERMINAREA CÎMPURILOR ELECTROSTATIC ȘI MAGNETIC CUASISTAȚIONAR ÎN MATERIALE NELINIARE CU POLARIZARE REVERSIBILĂ ȘI MAGNETIZARE REVERSIBILĂ [1])

DE

ANDREI ȚUGULEA *candidat în științe tehnice* și ALEXANDRU TIMOTIN *candidat în științe tehnice*

Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

621.3.013

În lucrare se arată că unele dintre teoremele de unicitate privind determinarea cîmpului electrostatic și magnetic cuasistaționar pot fi extinse și la cazul mediilor neomogene și neliniare cu polarizare și magnetizare reversibile. Aceste materiale au curbele de polarizare, respectiv magnetizare, monotone. Pe baza acestei extensiuni teoremele forțelor generalizate în cîmpul electrostatic și magnetic cuasistaționar sînt justificate și în cazul acestor medii neliniare.

1. INTRODUCERE

În determinarea cîmpurilor electrice și magnetice, condițiile de unicitate sînt necesare pentru punerea corectă a problemelor de rezolvat. Pentru a putea rezolva o problemă, valorile mărimilor care asigură unicitatea unei probleme trebuie cunoscute în prealabil. În funcție de aceste mărimi se pot exprima anumite funcții de stare, cum e de exemplu energia electrică sau energia magnetică, a căror determinare prezintă interes pentru calculul forțelor electrice și magnetice.

---

[1]) Articol apărut și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." **10**, *3* (1965).

În teoria macroscopică a electromagnetismului se cunosc mai multe teoreme de unicitate [1] — [5] demonstrate în cazul mediilor liniare. Pe baza acestor teoreme, pentru medii liniare, se fundamentează teoremele de superpoziţie, care în electromagnetism au un cîmp larg de aplicaţii.

În lucrarea de faţă se arată că unele dintre aceste teoreme de unicitate pot fi extinse şi la cazul mediilor neliniare cu polarizare sau magnetizare reversibile fără isterezis. Astfel de materiale au curbele de polarizare, respectiv magnetizare, monotone (fig. 1 *a*, *b*).

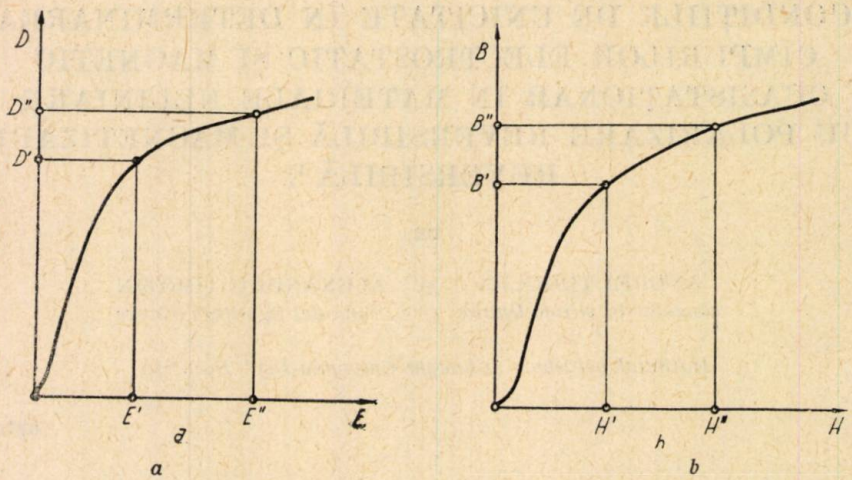


Fig. 1. — Caracteristici de polarizare şi magnetizare monotone şi reversibile.
a) dielectric cu polarizare reversibilă fără polarizaţie permanentă (la $\boldsymbol{D} = 0$ corespunde $\boldsymbol{E} = 0$);
b) corp magnetizabil cu magnetizare reversibilă şi fără magnetizaţie permanentă (la $\boldsymbol{B} = 0$ corespunde $\boldsymbol{H} = 0$).

Demonstrarea acestor teoreme prezintă interes şi pentru medii cu ciclu de isterezis îngust, în care comportarea materialului poate fi studiată într-o primă aproximaţie considerînd doar curba principală de polarizare sau magnetizare (curba de comutaţie a ciclurilor de isterezis). Pentru astfel de materiale produsele $\boldsymbol{BH}$, $\boldsymbol{ED}$ sînt pozitive.

2. TEOREMA DETERMINĂRII UNIVOCE A CÎMPULUI ELECTROSTATIC ÎNTR-UN MEDIU NELINIAR CU POLARIZARE REVERSIBILĂ

Cîmpul electrostatic din interiorul unui domeniu $\mathcal{D}$ *mărginit de suprafaţa* Σ *este univoc determinat într-un mediu izotrop neomogen, cu polarizare reversibilă (chiar neliniar) dacă sînt date* : a) *distribuţia sarcinii electrice din domeniul* $\mathcal{D}$ *şi* b) *fie distribuţia potenţialului electrostatic* V, *fie a componentei normale* D_n *a inducţiei electrice pe suprafaţa frontieră* Σ.

Demonstrație :

Considerăm integrala de volum a expresiei $\boldsymbol{ED}$ extinsă pe volumul V_Σ al domeniului. Ținînd seama că în regim electrostatic sînt satisfăcute relațiile :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E} &= -\operatorname{grad} V \\ \operatorname{div} \boldsymbol{D} &= \rho, \end{aligned} \tag{1}$$

în care V e potențialul iar ρ e densitatea de volum a sarcinii, relația (1) se poate transforma după cum urmează :

$$\int_{\mathfrak{D}} \boldsymbol{ED}\, dv = \int_{\mathfrak{D}} (-\operatorname{grad} V)\, \boldsymbol{D}\, dv = -\oint_{\Sigma} V D_n\, dS + \int_{\mathfrak{D}} \rho V \cdot dv. \tag{2}$$

Fie două soluții $\boldsymbol{E}$, $(\boldsymbol{r})$, $\boldsymbol{E}''$ $(\boldsymbol{r})$, V' $(\boldsymbol{r})$, $V''(\boldsymbol{r})$, și $\boldsymbol{D}'(\boldsymbol{r})$, $\boldsymbol{D}''(\boldsymbol{r})$ presupuse distincte, care satisfac aceleași condiții pe frontiera Σ și corespund la aceeași distribuție de sarcină, adică :

$$\rho' = \rho'' \text{ și } (V' = V'')_{\text{pe}\Sigma} \text{ sau } (D_n' = D_n'')_{\text{pe}\Sigma} \tag{3}$$

Cîmpurile diferență $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}' - \boldsymbol{E}''$ și $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}' - \boldsymbol{D}''$ vor fi cîmpuri de vectori care vor satisface ecuațiile :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}' - \boldsymbol{E}'' &= -\operatorname{grad} (V' - V'') = -\operatorname{grad} V \\ \operatorname{div} \boldsymbol{D} = \operatorname{div} (\boldsymbol{D}' - \boldsymbol{D}'') &= \rho' - \rho'' = \rho = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

care sînt de aceeași formă cu (1).

Aplicînd acestor cîmpuri relația (2) și ținînd seama de relațiile (3) se obține :

$$\int_{\mathfrak{D}} \boldsymbol{ED}\, dv = \int_{\mathfrak{D}} (\boldsymbol{E}' - \boldsymbol{E}'')(\boldsymbol{D}' - \boldsymbol{D}'')\, dv = 0 \tag{5}$$

sau încă

$$\int_{\mathfrak{D}} [(E'D' + E''D'') - (E'D'' + E''D') \cos \alpha]\, dv = 0 \tag{6}$$

dacă α e unghiul dintre direcțiile locale presupuse diferite ale cîmpurilor $\boldsymbol{E}'$ și $\boldsymbol{E}''$ (deoarece mediul se presupune isotrop, $\boldsymbol{D}' \| \boldsymbol{E}'$, respectiv $\boldsymbol{D}'' \| \boldsymbol{E}''$).

Să arătăm că pentru orice $\boldsymbol{E}' \neq \boldsymbol{E}''$ și $\boldsymbol{D}' \neq \boldsymbol{D}''$ integrantul relației (6) este pozitiv și relația nu poate fi satisfăcută.

Arătăm mai întîi acest lucru pentru $\alpha = 0$. În acest caz :

$$\begin{aligned} E'D' + E''D'' - (E'D'' + E''D') &= E'(D' - D'') - E''(D' - D'') = \\ &= (E' - E'')(D' - D'') > 0 \end{aligned} \tag{7}$$

deoarece dacă $E' \gtrless E''$ și $D' \gtrless D''$, în virtutea monotoniei caracteristicii de polarizare (fig. 1 *a*). Altfel enunțat, creșterile intensității cîmpului electric și ale inducției electrice au același semn.

Pentru orice unghi $\alpha \neq 0$ deoarece, $-1 \leqslant \cos\alpha \leqslant 1$, avem evident :

$$E'D' + E''D'' - (E'D'' + E''D')\cos\alpha \geqslant (E'-E'')(D'-D'') > 0. \quad (8)$$

Integrala (6) e deci integrala unei funcții pozitiv definite pentru $E' \neq E''$ (și deci $D' \neq D''$). Pentru ca această integrală să se poată anula e deci necesar ca :

$$\alpha = 0 \quad \text{și} \quad E' = E'' \quad \text{și deci} \quad D' = D''$$

adică $\boldsymbol{E}' = \boldsymbol{E}''$ și deci $\boldsymbol{D}' = \boldsymbol{D}''$. Teorema este astfel demonstrată.

Observăm, prin urmare, că teorema de unicitate de mai sus, a cărei valabilitate era cunoscută numai pentru medii liniare își extinde valabilitatea și în cazul mediilor neliniare avînd caracteristicile amintite.

În cazul întîlnit mai frecvent în aplicații al unui sistem de n conductoare omogene, în echilibru electrostatic, într-un mediu neliniar isotrop și fără isterezis, în enunțul teoremei de unicitate mai apar condițiile de pe frontiera conductoarelor. În adevăr, în acest caz domeniul $\mathcal{D}$ în care se determină cîmpul electrostatic e un domeniu mărginit de suprafața Σ și de suprafețele Σ_k ale conductoarelor. Ținînd seama de faptul că suprafețele conductoarelor sînt echipotențiale și folosind legea fluxului, relația (2) se transcrie :

$$\int_{\mathcal{D}} \boldsymbol{ED}\, \mathrm{d}v = \sum_{k=1}^{n} q_k V_k + \int_{\mathcal{D}} \rho V \mathrm{d}v - \oint_{\Sigma} V D_n \mathrm{d}S. \quad (9)$$

Enunțul teoremei se modifică atunci după cum urmează :

Cîmpul electrostatic dintr-un domeniu $\mathcal{D}$ mărginit de o suprafață Σ și de suprafețele a n conductoare aflate în echilibru electrostatic este univoc determinat într-un mediu isotrop, neomogen și cu polarizare reversibilă (chiar neliniar) dacă sînt date : a) *distribuția sarcinii electrice în interiorul domeniului* ; b) *fie sarcinile, fie potențialele pe conductoare* ; c) *fie distribuția potențialului V, fie a componentei normale a inducției D_n pe suprafața frontieră Σ.*

Observații și consecințe

1) Dacă mediul e neliniar, membrul stîng al ecuației (2) nu este egal cu dublul energiei electrice localizate în $\mathcal{D}$.

2) Dacă mediul este neliniar, teorema de superpoziție a cîmpurilor electrostatice nu mai e valabilă, relația dintre $\boldsymbol{D}$ și $\boldsymbol{E}$ fiind neliniară.

3) În demonstrația teoremei s-a presupus că diferitele funcțiuni de punct definite în $\mathcal{D}$ sînt continue și derivabile. Cazul discontinuităților nu schimbă formularea teoremei, deoarece toate discontinuitățile se pot trata prin trecere la limită, presupunînd inițial o rapidă variație continuă a proprietăților mediului.

4) Teorema de unicitate arată că, în cazul mediilor neliniare considerate, energia electrostatică, care are o densitate funcțiune de stare depinzînd numai de mărimile de cîmp, poate fi exprimată prin interme-

diul acestora ca funcțiune numai de mărimile care intervin în formularea condițiilor de unicitate.

Astfel, în cazul unui sistem de conductoare în echilibru electrostatic, energia electrostatică a întregului cîmp poate fi exprimată ca funcție fie de coordonate generalizate $x_1, \ldots, x_l$ și sarcinile conductoarelor $W_e = W_e(x_1, \ldots, x_l, q_1, \ldots, q_n)$, fie ca funcțiune de coordonate generalizate și de potențiale.

Pentru aplicații interesează, în cazul acestor din urmă variabile, mărimea numită coenergie electrostatică :

$$W_e^* = \sum_{k=1}^{n} q_k V_k - W_e = W_e^* (x_1, \ldots, x_l, V_1, \ldots, V_n). \tag{10}$$

Această posibilitate de exprimare a energiei și coenergiei atrage și posibilitatea generalizării teoremelor forțelor generalizate în cazul mediilor neliniare din categoria celor considerate în această lucrare.

Astfel, forța generalizată X_j care se exercită în cîmpul electrostatic în sensul de creștere a coordonatei generalizate x_j, se poate calcula cu una dintre expresiile :

$$X_j = -\left(\frac{\partial W_e}{\partial x_j}\right)_{q=\text{const}} = \left(\frac{\partial W_e^*}{\partial x_j}\right)_{V=\text{const}}. \tag{11}$$

3. TEOREMA DETERMINĂRII UNIVOCE A CÎMPULUI MAGNETIC CUASISTAȚIONAR ÎNTR-UN MEDIU NELINIAR CU MAGNETIZARE REVERSIBILĂ :

Cîmpul magnetic cuasistațional (sau staționar) din interiorul unui domeniu $\mathcal{D}$ mărginit de o suprafață Σ este univoc determinat într-un mediu izotrop, neomogen și cu magnetizare reversibilă, (chiar neliniar) dacă sînt date : a) *distribuția curentului electric în conductoare în interiorul domeniului $\mathcal{D}$* ; b) *fie componenta tangențială a potențialului vector, $\boldsymbol{A}_t$ fie componenta tangențială a intensității cîmpului magnetic $\boldsymbol{H}_t$ pe suprafața frontieră Σ.*

Demonstrație :

Considerăm în acest caz identitatea :

$$\int_{\mathcal{D}} \boldsymbol{H}\boldsymbol{B}\,\mathrm{d}v = \int_{\mathcal{D}} \boldsymbol{H}\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}\,\mathrm{d}v = \oint_{\Sigma} (\boldsymbol{A}_t \times \boldsymbol{H}_t)\,\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}S + \int_{\mathcal{D}} \boldsymbol{J}\boldsymbol{A}\,\mathrm{d}v \tag{12}$$

care se obține ținînd seama de ecuațiile cîmpului magnetic cuasistațional (sau staționar) :

$$\begin{aligned} &\mathrm{div}\ \boldsymbol{B} = 0 \qquad \text{și} \qquad \boldsymbol{B} = \mathrm{rot}\ \boldsymbol{A} \\ &\mathrm{rot}\ \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} \end{aligned} \tag{13}$$

Fie două soluții : $\boldsymbol{H}'(\boldsymbol{r})$, $\boldsymbol{H}''(\boldsymbol{r})$; $\boldsymbol{B}'(\boldsymbol{r})$, $\boldsymbol{B}''(\boldsymbol{r})$ și $\boldsymbol{A}'(\boldsymbol{r})$, $\boldsymbol{A}''(\boldsymbol{r})$ care satisfac aceleași condiții pe suprafața Σ și corespund la aceeași distribuție de curent :

$$\boldsymbol{J}' = \boldsymbol{J}'' \quad \text{și} \quad (\boldsymbol{A}'_t = \boldsymbol{A}''_t)_{\text{pe}\,\Sigma} \quad \text{sau} \quad (\boldsymbol{H}'_t = \boldsymbol{H}''_t)_{\text{pe}\,\Sigma}. \tag{14}$$

Diferențele acestor soluții $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}' - \boldsymbol{H}''$ cu $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}' - \boldsymbol{B}''$ vor fi cîmpuri de vectori cari vor satisface ecuațiile :

$$\begin{aligned} &\text{rot}\ \boldsymbol{H} = \text{rot}\ (\boldsymbol{H}' - \boldsymbol{H}'') = \boldsymbol{J}' - \boldsymbol{J}'' = \boldsymbol{J} = 0 \\ &\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}' - \boldsymbol{B}'' = \text{rot}\ (\boldsymbol{A}' - \boldsymbol{A}'') = \text{rot}\ \boldsymbol{A} \end{aligned} \tag{15}$$

care sînt de aceeași formă cu (13).

Aplicînd acestor cîmpuri relația (12) și ținînd seama de relațiile (14) rezultă :

$$\int_{\mathfrak{D}} \boldsymbol{H}\boldsymbol{B}\, \mathrm{d}v = \int_{\mathfrak{D}} (\boldsymbol{H}' - \boldsymbol{H}'')\ (\boldsymbol{B}' - \boldsymbol{B}'')\ \mathrm{d}v = 0. \tag{16}$$

Se arată apoi la fel ca în cazul electrostatic că, dacă $\boldsymbol{H}'\boldsymbol{B}' \geqslant 0$ și $\boldsymbol{H}''\boldsymbol{B}'' \geqslant 0$, atunci rezultă cu necesitate $\boldsymbol{H} = 0$ și $\boldsymbol{B} = 0$, respectiv $\boldsymbol{H}' = \boldsymbol{H}''$ și $\boldsymbol{B}' = \boldsymbol{B}''$, adică unicitatea soluției.

În cazul particular cînd există curent de conducție numai în conductoarele a n circuite filiforme, relația (12) devine :

$$\int_{\mathfrak{D}} \boldsymbol{H}\boldsymbol{B}\, \mathrm{d}v = \sum_{k=1}^{n} i_k\, \Phi_k + \int_{\Sigma} (\boldsymbol{A}_t \times \boldsymbol{H}_t)\, \boldsymbol{n}\, \mathrm{d}S \tag{17}$$

ceea ce permite următoarea formulare a teoremei de unicitate :

Cîmpul magnetic cuasistaționar produs de un sistem de circuite electrice într-un domeniu $\mathfrak{D}$ mărginit de suprafața Σ este univoc determinat într-un mediu neomogen, cu magnetizare reversibilă (chiar neliniar) dacă sînt date : a) *fie valorile curenților i_k, fie valorile fluxurilor Φ_k referitoare la suprafețele sprijinite pe conturul circuitelor* ; b) *fie componenta tangențială a intensității cîmpului magnetic $\boldsymbol{H}_t$, fie componenta tangențială a potențialului vector $\boldsymbol{A}_t$ pe suprafața Σ.*

Observații și consecințe

1) Dacă mediul e neliniar, membrul stîng al ecuației (12) *nu este egal* cu dublul energiei magnetice localizate în $\mathfrak{D}$.

2) Dacă domeniul de determinare a cîmpului conține și medii neliniare, teorema de superpoziție a cîmpurilor magnetice își pierde valabilitatea, relația dintre $\boldsymbol{B}$ și $\boldsymbol{H}$ fiind neliniară.

3) În demonstrația teoremei s-a presupus că diferitele funcțiuni de punct definite în $\mathfrak{D}$ sînt continue și derivabile. Discontinuitățile nu afectează valabilitatea teoremei, tratarea lor putîndu-se face prin treceri la limită.

4) În cazul întregului cîmp al unui sistem de circuite, energia magnetică W_m, respectiv coenergia magnetică $W_m^* = \sum_{k=1}^{n} i_k \Phi_k - W_m$ pot fi exprimate numai în funcțiune de coordonatele generalizate și fluxuri, $W_m = W_m(x_1, ..., x_l, \Phi_1, ..., \Phi_n)$, respectiv numai în funcțiune de coordonate generalizate și curenți $W_m^* = W_m^*(x_1, ..., x_l, i_1, ..., i_n)$.

5) Forța generalizată x_j care se exercită în cîmpul magnetic în sensul de creștere a coordonatei generalizate x_j se poate calcula cu una din expresiile :

$$X_j = -\left(\frac{\partial W_m}{\partial x_j}\right)_{\Phi=\text{const}} = \left(\frac{\partial W_m^*}{\partial x_j}\right)_{i=\text{const}}. \tag{18}$$

4. Concluzii

În lucrare s-au arătat care sînt condițiile în care treoemele de unicitate cunoscute în cazul mediilor liniare se extind și la medii neliniare fără polarizări și magnetizări permanente și fără isterezis.

Aceste generalizări permit să se formuleze corect problemele de determinare a cîmpurilor considerate în cazul mediilor neliniare cu polarizare și magnetizare reversibile și să se generalizeze teoremele forțelor generalizate în asemenea cazuri.

Teoremele demonstrate permit, de asemenea, tratarea într-o primă aproximație și a mediilor neliniare cu isterezis nu prea pronunțat, cînd în locul ciclului de isterezis se poate considera curba de comutație a ciclurilor.

BIBLIOGRAFIE

1. Remus Răduleț, *Bazele electrotehnicii. Probleme*, vol. I, Ed. didactică și pedagogică, București, 1963.
2. W. Panofsky, M. Phillips, *Classical electricity and magnetism*, Addison-Wesley Publishing Com., Cambridge.
3. Л.Р. Нейман, П.Л. Калантаров, *Теоретические основы электротехники*. Часть III. ГЭИ, 1948.
4. Al. Timotin, V. Hortopan, *Lecții de bazele electrotehnicii*, vol. I, Edit. didactică și pedagogică, București, 1964.
5. W. Smythe, *Static and dynamic electricity*, New York, Toronto, London, 1950.
6. И. Е. Тамм, *Основы теории электричества*. Москва, 1954.

CONTRIBUȚII LA STUDIUL EFECTULUI PELICULAR ÎN CONDUCTOARE FEROMAGNETICE MASIVE[1)]

DE

V. D. SAVIUC

Institutul politehnic, Iași

621.3.018.44

Autorul integrează, pe o cale originală, ecuațiile lui Maxwell în semispațiul conductor feromagnetic, considerînd că mărimile cîmpului electromagnetic variază sinusoidal în timp și aproximînd analitic variația permeabilității magnetice printr-o expresie care permite obținerea unor rezultate mai generale decît cele date în literatură.

Considerăm un conductor feromagnetic imobil omogen și izotrop de conductibilitate $\sigma = \frac{1}{\rho}$, de temperatură uniformă, constantă, care ocupă semispațiul $x > 0$ limitat vertical de planul yOz al unui sistem de coordonate carteziene. Presupunem că sînt cunoscute curbele de magnetizare $B(H)$ ale materialului feromagnetic.

Studierea efectului pelicular în conductoare feromagnetice trebuie făcută luînd în considerare neliniaritatea și nesuprapunerea ramurilor ascendente și descendente ale ciclurilor de histerezis în ecuațiile fundamentale ale electrotehnicii.

Ecuațiile cîmpului electric E și magnetic H în regim cvasistaționar, în ipoteza că în stînga conductorului există un cîmp magnetic H_s periodic după axa Oy, ținînd seama că intensitatea cîmpului magnetic în metal are numai o componentă după Oy și că intensitatea cîmpului electric

[1)] Articol apărut și în „Rev. Roum. sci. techn.—Electrotech. Energ." **10**, *3* (1965)

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 3 p. 539—548 București 1965

are numai o componentă după Oz, renunțînd la indicii componentelor cîmpurilor, sînt date de relațiile

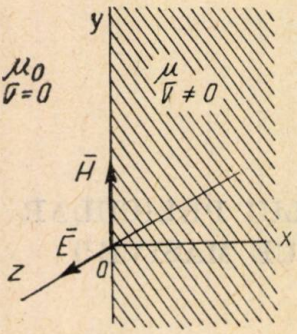


Fig. 1

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \sigma E \tag{1}$$

și

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial t}. \tag{2}$$

Eliminînd cîmpul electric între aceste ecuații, se obține

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \sigma \frac{\partial B}{\partial t}. \tag{3}$$

Rezolvarea ecuației (3) este posibilă în prezent doar pentru formele cele mai simple ale curbei $B(H)$; cu cît expresiile curbei $B(H)$ sînt mai apropiate de realitate, cu atît este în general mai grea rezolvarea ei și mai complicate soluțiile obținute.

Rezolvarea ecuațiilor (1) — (3) este mult ușurată dacă se poate admite că E, H și B variază sinusoidal. Se știe că, în general, dacă una dintre mărimile B sau H variază sinusoidal în timp într-un anumit punct al spațiului, atunci cealaltă mărime în același punct și ambele mărimi B și H în toate celelalte puncte ale spațiului vor varia nesinusoidal. Din studiul variației locale în timp a mărimilor B și H rezultă că în ipoteza de mai sus, luînd în locul curbelor $H(t)$ și $B(t)$ primele lor armonici, în calcule trebuie luate anumite valori pentru permeabilitatea magnetică în complex $\mu = \mu e^{-jz}$ [1].

În ipoteza înlocuirii curbelor $B(t)$, $H(t)$ și $E(t)$ cu sinusoide echivalente de amplitudini B_m, H_m și E_m, ipoteză care stă la baza acestei lucrări, ecuațiile (1)—(3) devin

$$\frac{\mathrm{d}\underline{H}_m}{\mathrm{d}x} = \sigma \underline{E}_m \tag{4}$$

și

$$\frac{\mathrm{d}\underline{E}_m}{\mathrm{d}x} = j\omega \underline{B}_m\,(H_m), \tag{5}$$

respectiv

$$\frac{\mathrm{d}^2 \underline{H}_m}{\mathrm{d}x^2} = j\omega\sigma\,\underline{B}_m\,(H_m) = j\omega\sigma\mu\,(H_m)\,\mathrm{e}^{-jz(H_m)}\,\underline{H}_m. \tag{6}$$

Trebuie remarcat că practic este suficientă cunoașterea cîmpurilor electrice și magnetice pe suprafața conductorului, respectiv a cîmpului magnetic și a derivatei sale pentru $x = 0$, acestea permițînd determinarea mărimilor care se pot măsura și care pot servi la compararea între ele a diferitelor relații obținute cu rezultatele experimentale : puterea care intră în conductor, factorul de putere, impedanța electrică și magnetică.

În aceste forme în complex ale ecuațiilor (4)–(6), necunoscută este mărimea în complex $\underline{H}_m$, pe cînd inducția, respectiv permeabilitatea magnetică, depinde numai de modulul H_m al necunoscutei; de aici provine greutatea principală în rezolvarea ecuației diferențiale (6).

Numărul de încercări de a rezolva ecuația (6) este mic.

L. R. Neiman [1], din cauza dificultății amintite mai sus, rezolvă ecuația (6) pe o cale artificială, introducînd în locul funcției $\underline{\mu}(H_m)$ următoarea expresie de argument constant:

$$\underline{\mu}(x) = \underline{\mu}_s \frac{1}{\left(1 - \frac{x}{x_k}\right)^2}, \tag{7}$$

în care $\underline{\mu}_s$ = const. este permeabilitatea magnetică pe suprafața conductorului, iar distanța, inițial necunoscută, $x_k > 0$ pentru valori ale amplitudinii cîmpului magnetic pe suprafața conductorului $H_{ms} > H_{mk}$ și $x_k < 0$ pentru $H_{ms} < H_{mk}$; H_{mk} — amplitudinea cîmpului magnetic pentru care permeabilitatea magnetică $\underline{\mu}$ are modulul maxim. Introducînd expresia (7) în (6), se obține o ecuație diferențială liniară cu coeficient variabil, care poate fi rezolvată, neobținîndu-se însă o soluție prea simplă. Soluția $H_m(x)$, găsită astfel, se caută ca împreună cu $\mu(x)$ să conducă la o expresie de formă parabolică pentru curba $B_m(H_m)$. Deși curba $B_m(H_m)$ nu poate fi aproximată cu o parabolă decît pentru anumite intervale de variație ale lui H_m, iar argumentul permeabilității nu este constant, formulele lui Neiman pentru $H_{ms} \gg H_{mk}$ și materialele feromagnetice uzuale, fiind simple și ducînd la erori mici în comparație cu rezultatele experimentale, au căpătat o mare răspîndire în practică. Relațiile sale nu sînt principial valabile pentru anumite cazuri, ca, de exemplu, pentru valori ale lui H_{ms} apropiate de H_{mk}.

O altă propunere de rezolvare a ecuației (6) a fost făcută de Truxa [2] și, mai recent, de Timofeev [3], [4]. Înmulțind ecuația (6) cu $2\frac{\mathrm{d}\underline{H}_m}{\mathrm{d}x}\mathrm{d}x$ și integrînd expresiile astfel obținute, ținînd seama că pentru $x = \infty$ $\underline{H}_m = 0$ și $\frac{\mathrm{d}\underline{H}_m}{\mathrm{d}x} = 0$, se obține

$$\frac{\mathrm{d}\underline{H}_m}{\mathrm{d}x} = \sqrt{2j\omega\sigma \int_0^{\underline{H}_m} \underline{\mu}(H_m)\,\underline{H}_m\,\mathrm{d}\underline{H}_m} \tag{8}$$

și

$$x = \int_{\underline{H}_{ms}}^{\underline{H}_m} \frac{\mathrm{d}\underline{H}_m}{\sqrt{2j\omega\sigma \int_0^{\underline{H}_m} \underline{\mu}(H_m)\underline{H}_m \mathrm{d}\underline{H}_m}}. \tag{9}$$

Truxa și Timofeev, neținînd seama că în aceste relații intervine atît $\underline{H}_m$, cît și H_m, propun înlocuirea integrării în planul complex cu integrarea după axa reală. Nefiind îndeplinite condițiile Cauchy-Riemann de

funcția de sub semnul integrării, această cale este principial greșită, iar rezultatele obținute cu ea nu concordă cu rezultatele experimentale.

În ecuația (6) intervenind atît $\underline{H}_m$, cît și modulul său H_m, în fond avem două necunoscute : modulul H_m și argumentul ψ_H a lui $\underline{H}_m$ sau părțile sale reale și imaginare. Teoria ecuațiilor diferențiale ordinare nu dispune totuși de o metodă de rezolvare a ecuațiilor care se obțin astfel.

Din aceste motive, în această lucrare se încearcă a se găsi o soluție a ecuației (6) prin analogie cu cazurile-limită $B_m(H_m) = \text{const.}$ [5], [6] și $B_m = \mu H_m$, $\mu = \text{const.}$ [7], [8].

Analog cu aceste cazuri-limită, ținînd seama că modulul și argumentul lui $\underline{H}_m$ descresc monoton, se va căuta o soluție a ecuației (6) sub forma

$$\underline{H}_m = \underline{H}_{ms}\,[f(x)]^{1+j\alpha_0}, \tag{10}$$

în care $f(0) = 1$, $f(\infty) = 0$, $1 \geqslant f(x) \geqslant 0$ și $\alpha_0 = \text{const.}$ Modulul și argumentul cîmpului magnetic sînt legați între ei (expresiile (11)) ;

$$\begin{cases} H_m = H_{ms} f(x), \\ \psi_H = \psi_{H_s} + \alpha_0 \ln f(x) ; \end{cases} \tag{11}$$

modulul cîmpului magnetic separîndu-se ușor, este simplu de exprimat $B_m(H_m)$, respectiv $\underline{\mu}(H_m)$, care intervin în membrul din dreapta al relației (6).

Ținînd seama că

$$\frac{\mathrm{d}^2 \underline{H}_m}{\mathrm{d}x^2} = \underline{H}_{ms}(1 + j\alpha_0)\, j\alpha_0\, [f(x)]^{j\alpha_0 - 1}\left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right)^2 + \underline{H}_{ms}\,(1 + j\alpha_0)\,[f(x)]^{j\alpha_0}\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2},$$

prin separarea părților reale și imaginare din ecuația (6) se obține următorul sistem de ecuații, din care se vor determina necunoscutele $f(x)$ și α_0 :

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}}{f}\right)^2 + \frac{\dfrac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2}}{f} = \frac{1}{\alpha_0}\,\omega\sigma\mu\cos\chi = \frac{1}{\alpha_0} f_1\,[H_{ms} f(x)], \\ &-\alpha_0^2\left(\frac{\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}}{f}\right)^2 + \frac{\dfrac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2}}{f} = \omega\sigma\mu\sin\chi = f_2\,[H_{ms} f(x)], \end{aligned} \tag{12}$$

în care $f_1 = \omega\sigma\mu_1 = \omega\sigma\mu\cos\chi$ și $f_2 = \omega\sigma\mu_2 = \omega\sigma\mu\sin\chi$.

Eliminînd $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$, respectiv $\dfrac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2}$ dintre aceste ecuații, se obține sistemul echivalent

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}}{f}\right)^2 = \frac{f_1 - \alpha_0 f_2}{\alpha_0(1 + \alpha_0^2)}, \\ &\frac{\dfrac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2}}{f} = \frac{\alpha_0 f_1 + f_2}{1 + \alpha_0^2}. \end{aligned} \tag{13}$$

Considerînd α_0 ca o constantă, sistemele de mai sus trebuie să îndeplinească o condiție de compatibilitate. Exprimînd $\frac{d^2f}{dx^2}$ din a doua ecuație a sistemului (13) și egalînd-o cu expresia obținută prin derivarea din prima, se obține următoarea condiție necesară de compatibilitate :

$$\alpha_0 f \frac{df_2}{df} - f\frac{df_1}{df} + 4\alpha_0 f + 2(\alpha_0^2 - 1) f_1 = 0. \tag{14}$$

Admițînd că $\underline{H}_m$ variază după relația (10), va trebui ca una din funcțiile f_1 sau f_2 să se determine din curba de magnetizare, urmînd ca cealaltă să se aproximeze în funcție de α_0. Deoarece la studiul efectului pelicular în conductoare feromagnetice variația modulului permeabilității cu cîmpul magnetic determină în principal fenomenul, pierderile prin histerezis fiind un factor secundar, ele alcătuind o fracțiune mică din pierderile totale, funcția f_2 se va determina din relația (14) ca $f_2(f_1, f, \alpha_0)$:

$$\frac{df_2}{df} + \frac{4}{f} f_2 = \frac{1}{\alpha_0}\frac{df_1}{df} + \frac{2(1-\alpha_0^2)}{\alpha_0 f} f_1. \tag{15}$$

Analog soluției

$$y = e^{-\int P(x)\,dx}\left(C + \int Q(x) e^{\int P(x)\,dx}\,dx\right)$$

a ecuației liniare de ordinul întîi

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x),$$

obținem

$$f_2 = \frac{C}{f^4} + \frac{1}{\alpha_0} f_1 - \frac{2(1+\alpha_0^2)}{\alpha_0}\frac{1}{f^4}\int f_1 f^3\,df.$$

Se știe că pentru $H_m = 0$ $\mu \cos \chi$ și $\mu \sin \chi$ sînt mărginite.

Pentru acele expresii analitice de aproximare ale lui f_1 și f_2, care îndeplinesc condițiile $\lim_{f\to 0} f_1 f^4 = 0$ și $\lim_{f\to 0} f_2 f^4 = 0$, rezultă că în relația de mai sus constanta generală de integrare $C = 0$.

Astfel, din condiția de compatibilitate se obține

$$f_2 = \frac{1}{\alpha_0}\left[f_1 - 2(1 + \alpha_0^2)\frac{1}{f^4}\int f_1 f^3 df\right]. \tag{16}$$

Din prima ecuație a sistemului (13) se obține

$$\frac{df}{dx} = \pm \frac{1}{f}\sqrt{\frac{2}{\alpha_0}\int f_1 f^3\,df}. \tag{17}$$

Astfel, cu această metodă, soluția $\underline{H}_m(x)$ a ecuației diferențiale (6) va fi

$$\int \frac{f\,\mathrm{d}f}{\sqrt{\int f_1 f^3\,\mathrm{d}f}} = \pm\sqrt{\frac{2}{\alpha_0}}\,x + c_0. \tag{18}$$

Constanta c_0 se determină din condițiile la limită : 1) $x = 0, f = 1$; 2) $x = \infty, f = 0$. În general, integrala din relația (18) este greu de efectuat, iar determinarea funcției $f(x)$ din aceasta și mai grea. Totuși pentru scopuri practice (pentru determinarea expresiei impedanței și a puterii aparente ce intră în conductor) este necesar să se cunoască numai valoarea expresiei $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$ pentru $x = 0$, respectiv pentru $f = 1$; aceasta este ușor de determinat din relația (17), aproape pentru orice expresie a lui $f_1(f)$. Trebuie de remarcat că în relațiile (17) și (18) semnul (+) nu convine din punct de vedere fizic.

Astfel, expresia impedanței unui paralelipiped cu latura paralelă cu cîmpul electric de lungime l_E, cu cea paralelă cu cîmpul magnetic, l_H, iar a treia latură, dirijată în adîncimea conductorului, de lungime infinită, va avea expresia

$$\begin{aligned} \underline{Z} = R + jX = -\frac{l_E}{l_H}\frac{\underline{E}_{ms}}{\underline{H}_{ms}} = -\frac{l_E}{l_H}\frac{\rho}{\underline{H}_{ms}}\left(\frac{\mathrm{d}\underline{H}_m}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0} = \\ = \rho\frac{l_E}{l_H}(1 + j\alpha_0)\sqrt{\frac{2}{\alpha_0}}\left(\sqrt{\int f_1 f^3\,\mathrm{d}f}\right)_{f=1}, \end{aligned} \tag{19}$$

respectiv

$$R = \rho\frac{l_E}{l_H}\sqrt{\frac{2}{\alpha_0}}\left(\sqrt{\int f_1 f^3\,\mathrm{d}f}\right)_{f=1},\quad X = \rho\frac{l_E}{l_H}\sqrt{2\alpha_0}\left(\sqrt{\int f_1 f^3\,\mathrm{d}f}\right)_{f=1},\quad \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{X}{R} = \alpha_0,$$

iar expresia puterii aparente care intră în conductor prin unitatea de suprafață

$$\begin{aligned} \underline{S} = P + jQ = -\frac{1}{2}\underline{E}_{ms}\underline{H}^*_{ms} = -\frac{1}{2}\rho\left(\frac{\mathrm{d}\underline{H}_m}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0}\underline{H}^*_{ms} = \\ = \frac{1}{2}\rho H^2_{ms}(1 + j\alpha_0)\sqrt{\frac{2}{\alpha_0}}\left(\sqrt{\int f_1 f^3\,\mathrm{d}f}\right)_{f=1}. \end{aligned} \tag{20}$$

Trebuie de remarcat că în cazul general, pentru $f_1(H_{ms}f)$ și $f_2(H_{ms}f)$ date, valoarea lui α_0 ($\alpha_0 > 0$, căci reactanța interioară este inductivă) depinde de H_{ms}, neputîndu-se determina ușor din relația (16).

Din cele de mai sus reiese că metoda propusă în această lucrare permite rezolvarea problemei în cazul general pentru orice relație $\mu_1(H_m)$, deci și pentru valori ale lui H_{ms} apropiate de cele corespunzătoare permeabilității maxime.

În cele ce urmează se aplică metoda expusă mai sus pentru cazul $\mu_1 = \mu\cos\chi = c'H^m_m = c'(H_{ms}f)^m = c''f^m$, deci pentru o curbă $B_m(H_m)$,

care se poate exprima printr-o parabolă. Din acest caz, prin particularizare se obțin soluțiile pentru cazul $\mu = \mu_1 - j\mu_2 = \text{const.}$ ($m = 0$) și pentru cazul $B_m(H_m) = B_m = \text{const.}$ ($m = -1$).

Admițînd că $f_1 = \omega\sigma\mu \cos \chi = cf^m$, din relația (16) pentru $f_2 = \omega\sigma\mu \sin \chi = f_1 \operatorname{tg} \chi$ se obține

$$f_2 = c\frac{m + 2(1 - \alpha_0^2)}{\alpha_0 (m + 4)} f^m,$$

deci că f_1 este proporțional cu f_2. Din aceeași relație (16), pentru $f_2 = f_1 \operatorname{tg} \chi$, $\operatorname{tg} \chi = \operatorname{tg} \chi_m = \text{const.}$ (χ_m — o valoare medie a argumentului χ a permeabilității magnetice; histerezisul constituind un factor secundar pentru efectul pelicular în conductoare feromagnetice, soluția obținută cu $\chi = \chi_m = \text{const.}$ ar putea fi satisfăcătoare în multe cazuri practice) se obține

$$f_1 = cf^{2\frac{\alpha_0^2 + 2\alpha_0 \operatorname{tg} \chi_{m-1}}{1 - \alpha \operatorname{tg} \chi_m}}. \tag{21}$$

Din cele de mai sus rezultă că prin metoda propusă, admițînd o curbă $B_m(H_m)$ de formă parabolică $B_m = KH_m^{\frac{1}{n}} \left(m = \frac{1}{n} - 1\right)$, se poate rezolva doar cazul

$$\operatorname{tg} \chi = \operatorname{tg} \chi_m = \frac{m + 2(1 - \alpha_0^2)}{\alpha_0 (m + 4)} = \text{const.}, \tag{21'}$$

sau că, admițînd $\chi = \chi_m = \text{const.}$, problema poate fi rezolvată doar pentru o curbă $B_m(H_m)$ de formă parabolică, cu

$$m = \frac{1}{n} - 1 = 2\frac{\alpha_0^2 + 2\alpha_0 \operatorname{tg} \chi_m - 1}{1 - \alpha_0 \operatorname{tg} \chi_m}. \tag{21''}$$

Cazul materialelor cu pierderi prin histerezis neglijabile, $\chi = 0$, intră în aceeași categorie; deci, cu metoda propusă, el se poate rezolva doar pentru o curbă $B_m(H_m)$ de formă parabolică.

Pentru $f_1 = cf^m$, din relația (17) se obține

$$f = \left(c_1 + x\frac{m}{2}\sqrt{\frac{2c}{\alpha_0 (4 + m)}}\right)^{-\frac{2}{m}}. \tag{22}$$

Cum, pentru $x = 0$, $f = 1$, rezultă că $c_1 = 1$. Ținînd seama că pentru $B_m(H_m) = KH_m^{\frac{1}{n}}$, $f_1 = cf^m = \omega\sigma\mu \cos \chi_m = \omega\sigma\mu_s \left(\frac{H_m}{H_{ms}}\right)^{\frac{1}{n} - 1} \cos \chi_m =$ $= \omega\sigma\mu_s \cos \chi_m f^{\frac{1}{n} - 1}$ (μ_s fiind permeabilitatea magnetică pe suprafața conductorului), vom avea $c = \omega\sigma\mu_s \cos \chi_m$, $m = \frac{1}{n} - 1$.

Astfel, soluția ecuației diferențiale (6) va fi

$$\underline{H}_m = \underline{H}_{ms}\left(1 + x\frac{m}{2}\sqrt{\frac{2c}{\alpha_0(4+m)}}\right)^{-\frac{2}{m}(1+j\alpha_0)} \tag{23}$$

sau, notînd cu

$$x_0 = -\frac{2}{m}\sqrt{\frac{\alpha_0(4+m)}{2c}} \tag{24}$$

și

$$\underline{\alpha} = \alpha_1 + j\alpha_2 = -\frac{2}{m}(1 + j\alpha_0), \tag{25}$$

în care α_0 ($\alpha_0 > 0$) se determină din relațiile (21′) și (21″) în funcție de m sau n și χ_m, va avea forma

$$\underline{H}_m = \underline{H}_{ms}\left(1 - \frac{x}{x_0}\right)^{\underline{\alpha}}. \tag{23′}$$

Pentru $n > 1$ se găsește $x. > 0$ și $\alpha_1 = -\frac{2}{m} = \frac{2n}{n-1} > 1$; de aici rezultă că $H_m = 0$ pentru $x = x_0$, unda electromagnetică amortizîndu-se în întregime pe acest interval. Pentru $n < 1$ avem $x_0 < 0$ și $\alpha_1 < 0$; în acest caz rezultă că unda se propagă teoretic pînă la $x = \infty$.

Valoarea medie a argumentului permeabilității magnetice, χ_m, se determină din condiția egalității pierderilor prin histerezis pe ciclu în întreg materialul feromagnetic:

$$W_h = \pi \sin \chi_m \int_v B_m H_m \, dV = \int_v \eta B_m^{\nu} \, dV; \tag{26}$$

ultimul termen dă pierderile prin histerezis cu cunoscuta formulă empirică.

Utilizînd pentru H_m expresia de mai sus și luînd valori medii pentru ν și η, obținem

$$\sin \chi_m = \frac{\eta}{\pi}\mu_s^{\nu-1} H_{ms}^{\nu-2}\frac{3n+1}{2\nu+n-1}. \tag{26′}$$

Expresia impedanței electrice se obține din (19), ținînd seama că $\left(\sqrt{\int f_1 f^3 \, df}\right)_{f=1} = \sqrt{\frac{c}{m+4}}$, iar α_0 din (21″) este

$$\alpha_0 = \frac{1+3n}{4n}\operatorname{tg}\chi_m\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{8n(1+n)}{(1+3n)^2}\operatorname{ctg}^2\chi_m}\right] = \frac{1+3n}{4n}A\operatorname{tg}\chi_m, \tag{27}$$

în care

$$A = -1 + \sqrt{1 + \frac{8n(1+n)}{(1+3n)^2}\operatorname{ctg}^2\chi_m}. \tag{27′}$$

Astfel, expresia impedanței capătă forma

$$\underline{Z} = R + jX = \frac{l_E}{l_H}\sqrt{\frac{\omega\mu_s\rho}{2}}\,\frac{4n\cos\chi_m}{1+3n}\,\frac{1+j\dfrac{1+3n}{4n}A\operatorname{tg}\chi_m}{\sqrt{A\sin\chi_m}}, \tag{28}$$

în care rezistența și reactanța interioară a conductorului pentru o permeabilitate magnetică constantă $\mu = \mu_s = \text{const.}$ și pierderi prin histerezis neglijabile sînt

$$R_{\substack{\mu=\text{ct.}\\ \chi=0}} = X_{\substack{\mu=\text{ct.}\\ \chi=0}} = \frac{l_E}{l_H}\sqrt{\frac{\omega\rho\mu_s}{2}}. \tag{28'}$$

Adîncimea teoretică de pătrundere a undei electromagnetice pentru $n > 1$ se obține

$$\delta_0 = x_0 = \delta_{\substack{\mu=\text{ct.}\\ \chi=0}}\,\frac{1+3n}{2(n-1)\cos\chi_m}\sqrt{A\sin\chi_m}, \tag{29}$$

în care

$$\delta_{\substack{\mu=\text{ct.}\\ \chi=0}} = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_s}} \tag{29'}$$

este adîncimea echivalentă de pătrundere în cazul mediilor cu $\mu = \mu_s = \text{const.}$ și $\chi = 0$.

În cazul $\chi_m = 0$, impedanța va fi dată de expresia

$$\underline{Z} = R + jX = \frac{l_E}{l_H}\sqrt{\frac{\omega\rho\mu_s}{2}}\,\frac{2[\sqrt{2}n + j\sqrt{n}(n+1)]}{\sqrt[4]{2n(1+n)(1+3n)^2}} \tag{30}$$

și

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X}{R} = \alpha_0 = \sqrt{\frac{1+n}{2n}}.$$

Această expresie concordă cu cea găsită de L. R. Neiman [1] pe calea artificială indicată mai sus. Trebuie remarcat că în cazul cîmpurilor magnetice intense pe suprafața conductorului, pentru valorile lui n și χ_m ale materialelor feromagnetice uzuale, expresiile (27)—(30) capătă practic forme simple.

În concluzie, în lucrare s-a expus o metodă de studiere a efectului pelicular în conductoare feromagnetice masive în ipoteza înlocuirii curbelor $B(t)$, $H(t)$ și $E(t)$ cu sinusoide echivalente de amplitudini $\underline{B}_m$, $\underline{H}_m$ și $\underline{E}_m$, mai generală decît cele ce se găsesc în literatura de specialitate. Ca un caz particular a acestei metode, pentru o curbă $B_m(H_m)$ de forma $KH_m^{\frac{1}{n}}$ se găsesc relațiile obținute pe o cale artificială de L. R. Neiman.

Primit la redacție la 15 martie 1965.

BIBLIOGRAFIE

1. Л. Р. Нейман, *Поверхностный эффект в ферромагнитных телах*.Госэнергоиздат, Москва-Ленинград, 1949.
2. L. Truxa, *Über den Einfluss der Hysteresis auf den Wechselstromwiderstand massiver Eisenleiter*. Archiv für Elektrotechnik, **XII**, 354—357 (1923).
3. Б. Б. Тимофеев, *Поверхностный эффект в массивных ферромагнитных телах при слабых полях и слабом проявлении гистерезиса*. Электричество, *12* 29—32 (1954).
4. Б. Б. Тимофеев, *Поверхностный эффект в массивных ферромагнитных проводниках*. Электричество, *10*, 66—70 (1956).
5. F. Haberland, *Theorie des magnetischen Wechselfeldes im Luftspalt von massivem Eisen*. Archiv für Elektrotechnik, **XXVIII**, 234—246 (1934).
6. J. B. Barth, *Vekselfelter of hvirvelstrømmer i massivt jern ved høi magnetisk metning, 2-nen meddelelse*. Elektroteknisk Tidsskrift, **48**, *7—8*, 85—89 (1935).
7. J. B. Barth, *Vekselfelters inntrengen i massive metalldeler, saerlig i jern med magnetisk hysterese*. En undersøkelse av feltdempning, hvirvelstrømmer og effekttap, med anvendelse pa ringen om Søderbergelektroden. Elektroteknisk Tidsskrift, *1*, *3*, *5 — 6* (1933).
8. R. Răduleţ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii, vol. IV*. Tipografia şi litografia Ministerului Învăţămîntului, Bucureşti, 1956.

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC CUASISTAȚIONAR AL CONDUCTOARELOR RECTILINII TRIFAZATE ÎN PREZENȚA ECRANELOR ELECTROMAGNETICE CILINDRICE SUBȚIRI[1])

DE

ANDREI ȚUGULEA

candidat în ştiinţe tehnice

Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucureşti

621.3.013

Rezultatele obţinute într-o lucrare precedentă [1] sînt aplicate la calculul pierderilor prin curenţi turbionari în ecrane cilindrice subţiri. Aceşti curenţi sînt induşi de cîmpul magnetic al unor sisteme de conductoare trifazate situate în interiorul ecranelor. Se consideră cazul aşezării conductoarelor în acelaşi plan şi cazul aşezării lor în vîrfurile unui triunghi echilateral. Pentru coeficientul de pierderi se dau curbe care permit un calcul rapid al pierderilor.

1. INTRODUCERE

Într-o lucrare precedentă [1] s-a arătat că, datorită dimensiunilor mari ale secţiunii transversale a ecranelor electromagnetice pentru curenţi tari faţă de grosimea lor, acestea se pot studia în ipoteza că sînt extrem de subţiri, dar au o conductivitate superficială finită $\sigma_s = \sigma \cdot d$, unde σ e conductivitatea materialului iar d grosimea lui, presupusă în general constantă.

În aceeaşi lucrare s-a obţinut soluţia generală pentru ecrane cilindrice circulare subţiri.

---

[1]) Articol apărut şi în „Rev. roum. sci. tech. — Electrotechn. Energ." **10**, *3* (1965)

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 3 p. 549—560 Bucureşti 1965

Astfel, dacă se consideră un ecran electromagnetic cilindric subțire de rază r_0 (fig. 1), iar paralel cu acesta se găsesc N_i conductoare filiforme în interiorul ecranului, fiind parcurse de curenții $\underline{I}^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, \ldots, N_i$), cum și N_e conductoare filiforme în exteriorul ecranului, fiind parcurse

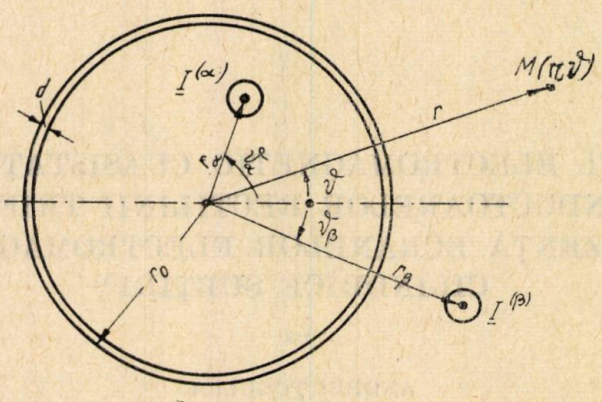


Fig. 1. — Ecran electromagnetic cilindric circular subțire și așezarea conductoarelor parcurse de curent.

de curenții $\underline{I}^{(\beta)}$ ($\beta = 1, 2, \ldots, N_e$), atunci soluția generală pentru potențialul vector în interiorul ecranului $\underline{A}_i$, respectiv în exteriorul lui $\underline{A}_e$, are expresiile :

$$\underline{A}_i = \frac{\mu_0 r_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r}{r_0}\right)^n [a_n \cos n\vartheta + b_n \sin n\vartheta] - \tag{1}$$

$$- \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\sum_{\alpha=1}^{N_i} \underline{I}^{(\alpha)} \ln R_\alpha + \sum_{\beta=1}^{N_e} \underline{I}^{(\beta)} \ln R_\beta \right] + \underline{A}_0$$

$$\underline{A}_e = \frac{\mu_0 r_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r_0}{r}\right)^n [a_n \cos n\vartheta + b_n \sin n\vartheta] - \tag{2}$$

$$- \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\sum_{\alpha=1}^{N_i} \underline{I}^{(\alpha)} \ln R_\alpha + \sum_{\beta=1}^{N_e} \underline{I}^{(\beta)} \ln R_\beta \right] + \underline{A}_0,$$

iar densitatea superficială de curent e :

$$\underline{J}_s = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\vartheta + b_n \sin n\vartheta) \tag{3}$$

în care

$$a_n = - \frac{j\omega\sigma_s \mu_0}{2\pi n \left[1 + \frac{j\omega \sigma_s \mu_0 r_0}{2n}\right]} \cdot \left[\sum_{\alpha=1}^{N_i} \underline{I}^{(\alpha)} \left(\frac{r_\alpha}{r_0}\right)^n \cos n\vartheta_\alpha + \right. \tag{4}$$

$$\left. + \sum_{\beta=1}^{N_e} \underline{I}^{(\beta)} \left(\frac{r_0}{r_\beta}\right)^n \cos n\vartheta_\beta \right],$$

$$b_n = -\frac{j\omega\sigma_s\mu_0}{2\pi n\left[1+\frac{j\omega\sigma_s\mu_0 r_0}{2n}\right]}\cdot\left[\sum_{\alpha=1}^{N_i}\underline{I}^{(\alpha)}\left(\frac{r_\alpha}{r_0}\right)^n \sin n\vartheta_\alpha + \sum_{\beta=1}^{N_e}\underline{I}^{(\beta)}\left(\frac{r_0}{r_\beta}\right)^n \sin n\vartheta_\beta\right], \tag{5}$$

$$\underline{A}_0 = \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\sum_{\alpha=1}^{N_i}\underline{I}^{(\alpha)}\ln r_0 + \sum_{\beta=1}^{N_e}\underline{I}^{(\beta)}\ln r_\beta\right]. \tag{6}$$

În aceste expresii, r_α și ϑ_α sînt coordonatele polare ale urmei unui conductor în interiorul ecranului, iar r_β și ϑ_β coordonatele corespunzătoare ale unui conductor din exteriorul ecranului. Aceste expresii ţin seama de faptul că curentul total indus în ecran este nul.

În aceste condiţii, pierderile de putere activă în ecran au expresia

$$P = \pi\rho_s l r_0 \sum_{n=1}^{\infty}(|a_n|^2 + |b_n|^2), \tag{7}$$

unde l e lungimea ecranului iar $\rho_s = \frac{1}{\sigma_s} = \frac{1}{\sigma d}$ e rezistivitatea superficială a ecranului.

Formulele de mai sus permit obţinerea soluţiilor şi în cazul ecranelor perfect conductoare ($\sigma_s \to \infty$).

În prezenta lucrare, aceste relaţii se aplică la calculul pierderilor în cazul particular al sistemelor de conductoare trifazate.

2. CALCULUL PIERDERILOR DIN ECRAN ÎN CAZUL UNUI SISTEM TRIFAZAT DE CONDUCTOARE AŞEZAT ÎN ACELAŞI PLAN

Fie sistemul trifazat de conductoare parcurse de curenţii $\underline{I}_1$, $a^2\underline{I}_1$ şi $a\,\underline{I}_1$ (unde $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$) şi fie b distanţa dintre ele (fig. 2).

Ţinînd seama că în acest caz $\underline{I}^{(\beta)} = 0$, iar $r_1 = b$, $\vartheta_1 = \pi$, $r_2 = 0$, $r_3 = b$, $\vartheta_3 = 0$ şi că $\underline{I}_1 + a^2\underline{I}_1 + a\,\underline{I}_1 = 0$, expresiile coeficienţilor a_n, b_n şi $\underline{A}_0$ devin

$$a_n = -\frac{\gamma^2 d}{2\pi n\left[1+\frac{\gamma^2 r_0 d}{2n}\right]}\left[\underline{I}_1\left(\frac{b}{r_0}\right)^n \cos n\pi + a\underline{I}_1\left(\frac{b}{r_0}\right)^n \cos n0\right] =$$

$$= -\frac{\gamma^2 d\,\underline{I}_1}{2\pi n\left[1+\frac{\gamma^2 r_0 d}{2n}\right]}\left(\frac{b}{r_0}\right)^n[(-1)^n + a], \tag{8}$$

$b_n = 0$ şi $\underline{A}_0 = 0$

unde $\gamma^2 = j\omega\sigma\mu_0 = \frac{2j}{\delta^2}$, iar δ adîncimea de pătrundere.

Expresia puterii active pierdute în ecran va fi

$$P = \frac{l I_1^2}{\pi\sigma r_0 d} \sum_{n=1}^{\infty} [2-(-1)^n] \left(\frac{b}{r_0}\right)^{2n} \frac{\frac{1}{n^2}\left(\frac{r_0}{\delta}\cdot\frac{d}{\delta}\right)^2}{1+\frac{1}{n^2}\left(\frac{r_0}{\delta}\cdot\frac{d}{\delta}\right)^2}. \qquad (9)$$

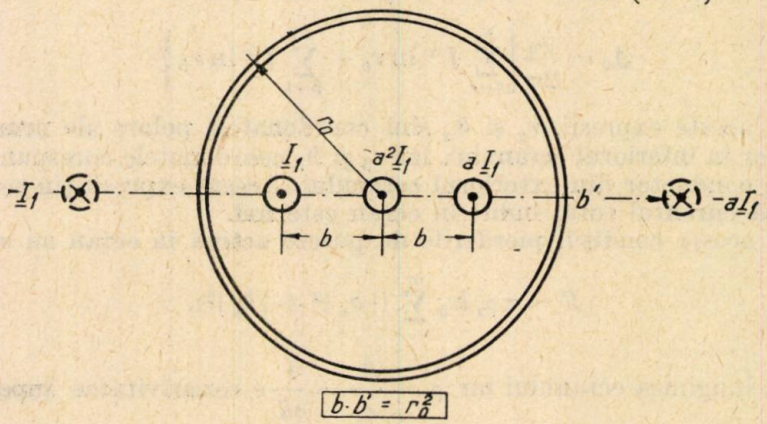


Fig. 2.— Sistem trifazat de conductoare aşezat în acelaşi plan. Punctat se indică imaginile lor în raport cu ecranul, care produc aceleaşi pierderi.

Expresia aceleiaşi pierderi calculate cu repartiţia curenţilor din cazul ecranului presupus perfect conductor ($\delta \to 0$) va fi

$$P_0 = \frac{l I_1^2}{\pi\sigma r_0 d} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{b}{r_0}\right)^{2n} [2-(-1)^n] = \frac{l I_1^2}{\pi\sigma r_0 d} \cdot \frac{3\left(\frac{b}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{b}{r_0}\right)^4}{1-\left(\frac{b}{r_0}\right)^4}. \qquad (10)$$

Această expresie strînsă se obţine datorită faptului că seria se reduce la suma a două progresii geometrice de aceeaşi raţie subunitară $\left(\frac{b}{r_0}\right)^4$.

Definim drept coeficient de pierderi prin curenţi turbionari k_t raportul dintre puterea activă pierdută în ecran P, respectiv P_0, şi puterea P_c activă care s-ar dezvolta în ecran dacă acesta ar fi parcurs de curentul I uniform repartizat pe secţiune. Din relaţiile (9) şi (10) rezultă

$$k_t = \frac{P}{P_c} = \frac{P}{\frac{l I_1^2}{2\pi\sigma r_0 d}} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{b}{r_0}\right)^{2n} [2-(-1)^n] \frac{\frac{1}{n^2}\left(\frac{r_0}{\delta}\cdot\frac{d}{\delta}\right)^2}{1+\frac{1}{n^2}\left(\frac{r_0}{\delta}\cdot\frac{d}{\delta}\right)^2} =$$

$$= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{b}{r_0}\right)^{2n} [2-(-1)^n] \frac{\left(\frac{\xi}{n}\right)^2}{1+\left(\frac{\xi}{n}\right)^2}, \qquad (11)$$

respectiv

$$k_{t0} = \frac{P_0}{P_c} = \left(\frac{b}{r_0}\right)^2 \frac{3 + \left(\frac{b}{r_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{b}{r_0}\right)^4}, \qquad (12)$$

unde s-a notat $\xi = \frac{r_0}{\delta}\frac{d}{\delta}$.

Dacă b e distanța dintre faze, distanța c dintre fazele 1 și 3 și punctele cele mai apropiate ale ecranului dacă acesta e pus la pământ poate fi de $\sqrt{3}$ ori mai mică, $c = \frac{b}{\sqrt{3}}$. În acest caz rezultă $r_0 = b + \frac{b}{\sqrt{3}}$ și $\frac{b}{r_0} = \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = 0{,}635$.

Dacă ecranul nu e legat la pământ și poate funcționa, de exemplu, chiar în cazul punerii uneia dintre faze la ecran, atunci c trebuie să fie

Tabela 1

Calculul coeficienților k_t și k_{to} pentru conductoare așezate în același plan (relațiile 11 și 12)

			$\frac{b}{r_0} = 0{,}5$			$\frac{b}{r_0} = 0{,}635$		
$\frac{d}{\delta}$	$\frac{r_0}{\delta}$	ξ^2	k_t	k_{to}	$\frac{k_{to}-k_t}{k_t}\cdot 100$	k_t	k_{to}	$\frac{k_{to}-k_t}{k_t}\cdot 100$
0,1	10	1	1,01		70	1,3		149
	20	4	1,29		34	2,26		43,5
	40	16	1,62	1,725	6,2	2,84	3,24	14,1
	60	36	1,65		4,2	3,00		8,00
	80	64	1,69		$\sim$ 2	3,03		6,95
	100	100	1,70		$\sim$ 1,5	3,08		5,2
0,2	10	4	1,29		34	2,26		43,5
	20	16	1,62	1,725	6,2	2,84		14,1
	40	64	1,69		4,2	3,03	3,24	6,95
	60	144	1,71		sub 1%	3,10		4,5
0,3	10	9	1,48		16,5	2,58		25,6
	20	36	1,65	1,725	4,2	3,00	3,24	8,00
	40	144	1,71		sub 1%	3,10		4,5
0,4	10	16	1,62		6,2	2,84		14,1
	20	64	1,69	1,725	$\sim$2	3,03	3,24	6,95
	40	256	$\sim$1,725		sub 1%	—		sub 3%
0,5	10	25	1,63		5,8	2,93		10,5
	20	100	1,70	1,725	1,5	3,08	3,24	5,2
	40	400	$\sim$1,725		sub 1%	3,15		sub 3%
1	10	100	1,70		1,5	3,08		5,2
	20	400	$\sim$1,725	1,725	sub 1%	—		sub 3%

egal cu b ($c = b$). În acest caz rezultă : $r_0 = 2b$; $\frac{b}{r_0} = \frac{1}{2} = 0{,}5$. Evident, în acest caz, dimensionarea ecranului e mai neeconomică, deoarece pentru aceeași valoare a distanței dintre faze se consumă material mai mult.

În tabela 1 sînt prezentate datele, iar în figurile 3 și 4 sînt reprezentate familiile de curbe $k_t = k_t\left(\frac{r_0}{\delta}, \frac{d}{\delta}\right)$ pentru $\frac{b}{r_0} = 0{,}5$ și $\frac{b}{r_0} = 0{,}635$, cum și diferența relativă procentuală dintre coeficienții de pierderi k_t și k_{t0}.

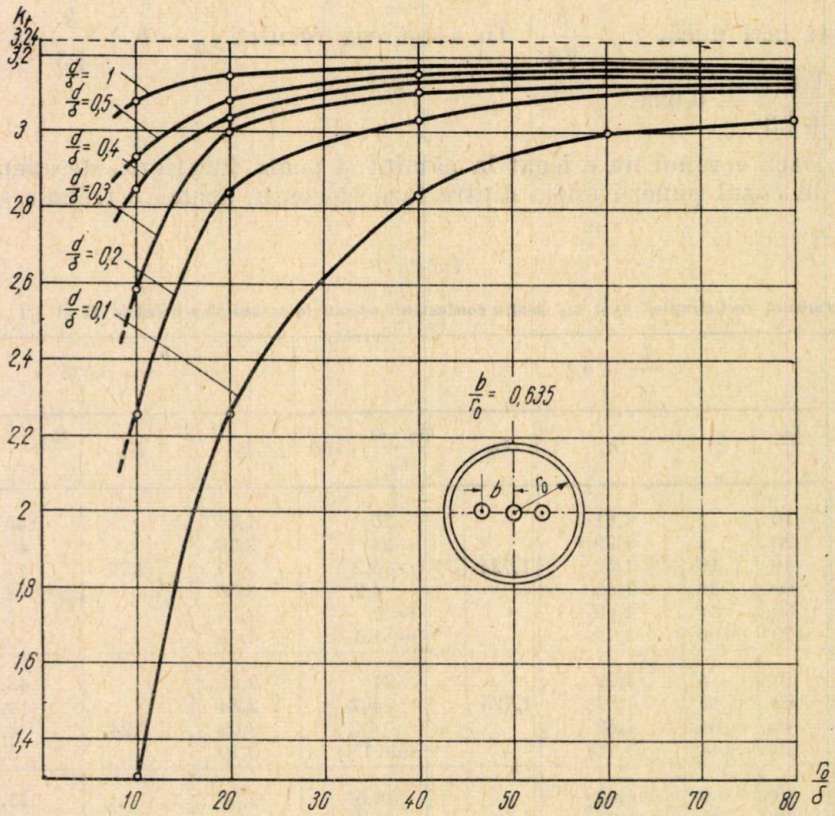


Fig. 3. — Curbele $k_t = f\left(\frac{r_0}{\delta}, \frac{d}{\delta}\right)$ pentru $\left(\frac{b}{r_0}\right) = 0{,}635$.

Din tabelă și din curbe se observă că, pentru valori mici ale parametrului $\xi = \frac{d}{\delta} \cdot \frac{r_0}{\delta}$ care corespund la ecrane subțiri în raport cu adîncimea echivalentă de pătrundere, valorile pierderilor reale sînt cu mult mai mici decît cele calculate cu ajutorul distribuției de curenți obținuți la ecranul perfect conductor, diferențele ajungînd să depășească 100%.

Tot din aceste curbe se observă că, pentru valori ale parametrului ξ ($\xi = 10$ sau $\xi^2 = 100$), aceste diferenţe scad la valori de ordinul procentelor, ceea ce justifică în acest caz aplicarea formulelor de calcul a puterii obţinute pe baza distribuţiei curenţilor din cazul ecranului perfect conductor. Aceste concluzii sînt, evident, valabile pentru rapoarte $0 \leqslant \frac{b}{r_0} \leqslant 0{,}635$. Pentru rapoarte mai mari, valorile parametrului ξ pentru care se poate considera ecranul perfect conductor trebuie luate mai mari.

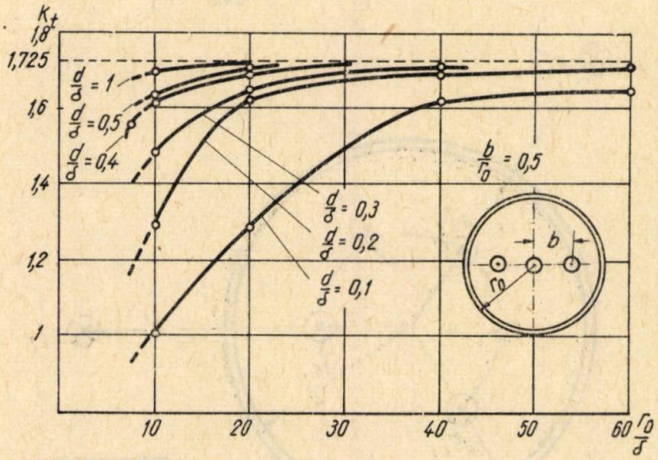


Fig. 4. — Curbele $k_t = f\left(\frac{r_0}{\delta}, \frac{d}{\delta}\right)$ pentru $\left(\frac{b}{r_0}\right) = 0{,}5$.

Astfel, înaintea oricărui calcul evaluînd valoarea parametrului ξ, se poate constata dacă e sau nu e aplicabilă formula de la ecranul perfect conductor. În cazul cînd această aproximaţie nu e justificabilă, relaţia de calcul (11) se poate aplica cu succes, fiind suficient de convergentă pentru a reţine din ea primii 3—5 termeni.

Evident, cu cît pierderile în ecran sînt mai mici, cu atît efectul de ecranare este mai redus. Acest efect poate fi evaluat calculînd coeficientul de ecranare [1], [2] drept raportul dintre cîmpul magnetic ecranat şi neecranat în acelaşi punct din spaţiu, aceste cîmpuri putîndu-se determina cu ajutorul potenţialului vector, ale cărui expresii se cunosc atît în interiorul, cît şi în exteriorul ecranului.

3. CALCULUL PIERDERILOR DIN ECRAN ÎN CAZUL UNUI SISTEM TRIFAZAT DE CONDUCTOARE AŞEZAT ÎN VÎRFURILE UNUI TRIUNGHI ECHILATERAL

Fie sistemul trifazat de conductoare din figura 5, parcurse de curenţii $\underline{I}_1$, $a^2\underline{I}_1$ şi $a\underline{I}_1$, unde $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$, şi fie c raza cercului exînscris triunghiului în vîrfurile căruia sînt aşezate.

Observînd că în acest caz $r_1 = r_2 = r_3 = c$, $\vartheta_1 = 0$, $\vartheta_2 = -\frac{2\pi}{3}$, $\vartheta_3 = -\frac{4\pi}{3} = +\frac{2\pi}{3}$, din relațiile (4) și (5) rezultă următoarele expresii ale coeficienților a_n și b_n:

$$a_n = \frac{-\mathrm{j}\omega\sigma d\,\mu_0 I_1 \left(\frac{c}{r_0}\right)^n \left[1 + \mathrm{a}^2 \cos\frac{n2\pi}{3} + \mathrm{a}\cos\frac{n4\pi}{3}\right]}{2\pi n\left[1 + \frac{\mathrm{j}\omega\sigma\mu_0 d r_0}{2n}\right]} \tag{13}$$

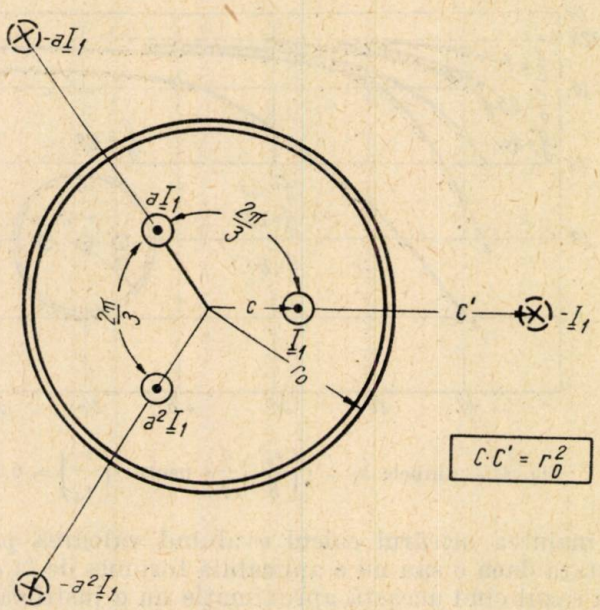


Fig. 5. — Sistem trifazat de conductoare așezat în vîrfurile unui triunghi echilateral. Punctat se reprezintă imaginile lor în raport cu cilindrul.

și

$$b_n = \frac{\mathrm{j}\omega\sigma d\,\mu_0 I_1 \left(\frac{c}{r_0}\right)^n \left[\mathrm{a}^2 \sin\frac{n2\pi}{3} + \mathrm{a}\sin\frac{n4\pi}{3}\right]}{2\pi n\left[1 + \frac{\mathrm{j}\omega\sigma\mu_0 d r_0}{2n}\right]}. \tag{14}$$

Se observă (vezi tabela 2) că pentru $n = 3m + 1$ (cu $m = 0, 1, \ldots$)

$$|a_{3m+1}|^2 = |b_{3m+1}|^2 = \frac{I_1^2}{\pi^2 r_0^2} \frac{\frac{9}{4}\left(\frac{c}{r_0}\right)^{6m+2} \cdot \frac{\xi^2}{(3m+1)^2}}{1 + \frac{\xi^2}{(3m+1)^2}}, \tag{15}$$

iar pentru $n = 3m - 1$ (cu $m = 1, 2, \ldots$)

$$|a_{3m-1}|^2 = |b_{3m-1}|^2 = \frac{I_1^2}{\pi^2 r_0^2} \frac{\frac{9}{4} \cdot \left(\frac{c}{r_0}\right)^{6m-2} \cdot \frac{\xi^2}{(3m-1)^2}}{1 + \frac{\xi^2}{(3m-1)^2}} \tag{16}$$

și, în sfîrșit,

$$|a_{3m}|^2 = |b_{3m}|^2 = 0\,. \tag{17}$$

Introducînd aceste valori în expresia puterii (7), se obține

$$P_t = \frac{9\,l\,I_1^2}{2\pi\sigma\, r_0 d} \left[\sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{c}{r_0}\right)^{6m+2} \frac{\left(\frac{\xi}{3m+1}\right)^2}{1 + \left(\frac{\xi}{3m+1}\right)^2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{c}{r_0}\right)^{6m-2} \cdot \frac{\left(\frac{\xi}{3m-1}\right)^2}{1 + \left(\frac{\xi}{3m-1}\right)^2} \right]. \tag{18}$$

Tabela 2

Calculul coeficienților a_n și b_n [1]

n	1	2	3	4	5	6
$\cos n\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
$\cos n\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
$\sin n\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0
$\sin n\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0
$1 + a^2\cos\frac{2n\pi}{3} + a\cos\frac{4n\pi}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	0
$a^2\sin\frac{2\pi n}{3} + a\sin\frac{2\pi n}{3}$	$-j\frac{3}{2}$	$+j\frac{3}{2}$	0	$-j\frac{3}{2}$	$+j\frac{3}{2}$	0

1) Rezultă :

$$1 + a^2\cos n\frac{2\pi}{3} + a\cos n\frac{4\pi}{3} = \begin{cases} 0 \text{ pentru } n = 3m \\ \frac{3}{2} \text{ pentru } n = 3m \pm 1 \end{cases}$$

$$a^2\sin n\frac{2\pi}{3} + a\sin n\frac{4\pi}{3} = \begin{cases} 0 \text{ pentru } n = 3m \\ \mp j\frac{3}{2} \text{ pentru } n = 3m \pm 1 \end{cases}$$

Pentru coeficientul de pierderi prin curenți turbionari rezultă

$$k_t = \frac{P_t}{P_c} = 9\left[\sum_{m=0}^{\infty}\left(\frac{c}{r_0}\right)^{6m+2}\frac{\left(\frac{\xi}{3m+1}\right)^2}{1+\left(\frac{\xi}{3m+1}\right)^2} + \sum_{m=1}^{\infty}\left(\frac{c}{r_0}\right)^{6m-2}\frac{\left(\frac{\xi}{3m-1}\right)^2}{1+\left(\frac{\xi}{3m-1}\right)^2}\right]. \tag{19}$$

Făcînd $\xi \to \infty$, se obține, sumînd progresiile geometrice la care se reduc seriile în acest caz

$$k_{t0} = \frac{P_{t0}}{P_c} = 9\left(\frac{c}{r_0}\right)^2\frac{1+\left(\frac{c}{r_0}\right)^2}{1-\left(\frac{c}{r_0}\right)^6}. \tag{20}$$

Cu ajutorul acestor relații s-au calculat coeficienții de pierderi k_t și k_{t0}, cum și diferența lor relativă procentuală pentru $\frac{c}{r_0} = 0{,}5$ și pentru

Tabela 3

Calculul coeficienților k_t și k_{t0} pentru conductoare așezate în vîrfurile unui triunghi echilateral (relațiile (19) și (20))

$\frac{d}{\delta}$	$\frac{r_0}{\delta}$	ξ^2	k_t	k_{t0}	$\frac{k_{t0}-k_t}{k_t}100$	Obs.
0,1	10	1	1,24	2,81	127	
	20	4	2,08		35	$\frac{c}{r_0} = 0{,}5$
	40	16	2,57		9,35	
	60	36	2,69		4,45	
	80	64	2,73		2,93	
	100	100	2,79		sub 1%	
0,2	10	4	2,08		35	
	20	16	2,57	2,81	9,35	
	40	64	2,73		2,93	
	60	144	2,80		sub 1%	
0,3	10	9	2,30		22,2	
	20	36	2,69	2,81	4,45	
	40	144	2,80		sub 1%	
0,4	10	16	2,57		9,35	
	20	64	2,73	2,81	2,93	
	40	256	2,81		sub 1%	
0,5	10	25	2,63		10,7	
	20	100	2,79	2,81	sub 1%	
	40	400	2,81		sub 1%	
1	10	100	2,79	2,81	sub 1%	
	20	400	2,81		sub 1%	

diferite valori ale parametrului ξ. Rezultatele obținute sînt prezentate în tabela 3 și în familia de curbe din figura 6.

Se constată că observațiile privind valorile pierderilor pentru ecrane subțiri în comparație cu adîncimea echivalentă de pătrundere își mențin valabilitatea și în acest caz.

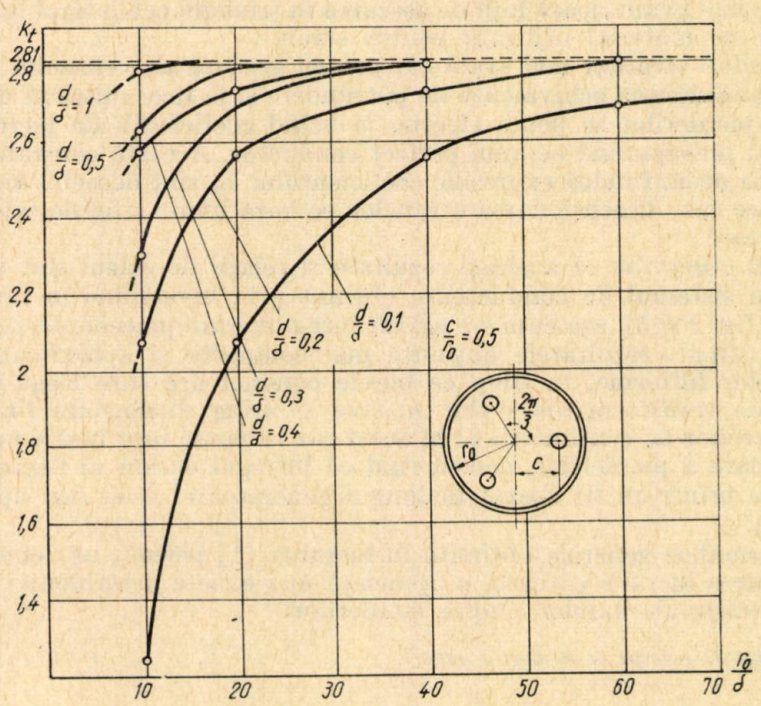


Fig. 6. — Curbele $k_t = f\left(\frac{r_0}{\delta}, \frac{d}{\delta}\right)$ pentru $\left(\frac{c}{r_0}\right) = 0,5$.

Se mai constată că, în comparație cu așezarea în plan a conductoarelor (cazul $\frac{b}{r_0} = 0,5$ din exemplul precedent) și la aceleași dimensiuni, pierderile în acest ultim caz sînt mai mari și pot atinge valori de peste 60% ($k_{t0} = 2,181$ față de 1,725), fapt care indică net dezavantajul așezării în triunghi echilateral.

Este adevărat că această așezare face ca ecranarea în exterior să fie mai bună, dar am văzut că, pentru valori mari ale parametrului ξ, distribuția curentului din ecran (indiferent de modul de așezare al conductoarelor în el) tinde către distribuția de la ecranul ideal perfect conductor, adică ecranarea tinde către cazul ecranării perfecte și deci acest avantaj dispare.

4. CONCLUZII

În lucrare s-au aplicat rezultatele generale obținute într-o lucrare anterioară la cazul sistemelor trifazate de conductoare așezate în interiorul unor ecrane cilindrice circulare subțiri față de raza lor.

Rezultatele obținute arată clar că așezarea conductoarelor în același plan este mai avantajoasă față de așezarea în triunghi echilateral la aceeași cantitate de material utilizată pentru ecran.

Studiul efectuat mai arată că, pentru grosimi ale ecranului comparabile cu adîncimea echivalentă de pătrundere și la raze suficient de mari, calculul pierderilor se poate efectua utilizînd coeficienții de pierderi determinați presupunînd ecranul perfect conductor. Această constatare este extrem de utilă, fiindcă expresiile coeficientului k_{t0} sînt deosebit de simple și, în orice caz, dimensionarea ecranelor pe baza unui astfel de calcul este acoperitoare.

Mai observăm că aceleași rezultate și relații de calcul sînt valabile și pentru sistemul de conductoare obținut prin inversiune în raport cu ecranul (fig. 2 și 5), așa cum s-a arătat într-o lucrare precedentă [1].

În sfîrșit, rezultatele obținute mai comportă și aproximația conductoarelor filiforme, în timp ce barele conductoare care leagă generatoarele de transformatoare sînt masive și ating dimensiuni liniare de ordinul zecilor de centimetri. Și în acest caz se poate face însă o apreciere acoperitoare a pierderilor, considerînd că întregul curent al fiecărei bare se scurge printr-un fir așezat în lungul generatoarei celei mai apropiate de ecran.

Formulele generale obținute în lucrarea [1] permit, așa cum se va vedea într-o lucrare viitoare, o apreciere mai exactă a influenței dimensiunilor finite ale barelor asupra pierderilor.

Primit la redacție la 15 aprilie 1965.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Țugulea, *Cîmpul electromagnetic cuasistaționar al conductoarelor rectilinii parcurse de curenți alternativi în prezența ecranelor electromagnetice cilindrice.* St. cerc. energ. electr., **14**, 4, 807–837 (1964).
2. Г. Каден, *Электромагнитные экраны.* ГЭИ, 1957.

OPTIMIZAREA SOLUȚIILOR LA CALCULUL MAȘINII DE CURENT CONTINUU [1]

DE

CONSTANTIN APETREI
candidat în științe tehnice

Institutul de energetică al Academiei R.S.România

621.313.2.04

Se expune metoda pentru determinarea dimensiunilor principale și a solicitărilor electrice și magnetice, la mașina de curent continuu, din condiția prețului de cost minim. La formularea și rezolvarea problemei, se au în vedere condițiile rezultate prin considerarea: puterii mașinii, a distorsionării maxim admisibile a cîmpului magnetic din întrefier, a spațiului necesar dispunerii înfășurărilor polilor, a tensiunii maxim admisibile între lamelele de colector, și a încălzirii înfășurărilor indusului și respectiv, a polilor mașinii.

1. PROBLEMA

1.1. În lucrările [1] și [2] sînt expuse bazele teoretice ale metodei de calcul pentru determinarea optimului tehnico-economic la proiectarea mașinilor electrice rotative de curent alternativ — cu aplicație la mașinile sincrone — și respectiv a transformatoarelor de putere.

În lucrările menționate optimul tehnico-economic se definește prin mașina electrică cu preț de cost minim care satisface concomitent condițiile tehnice și de siguranță impuse de exploatare; la evaluarea prețului de cost se consideră, atît costul de fabricație al mașinii, cît și cheltuielile de exploatare evaluate prin intermediul prețului de cost al pierderilor de energie.

---

[1]) Articol apărut și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." 10, 3 (1965).

Optimul tehnico-economic se determină prin optimizarea funcției prețului de cost exprimat ca o funcție $C(x_i)$ în raport cu n variabile independente. Variabilele independente pot reprezenta parametrii de bază ai mașinii, care determină geometria ei — dimensiunile principale ale indusului, de exemplu, D și l —, solicitările magnetice, electrice sau termice — inducția magnetică B, densitatea curentului în înfășurări j, încălzirea ϑ etc. — sau alte mărimi constructive sau funcționale, care se consideră importante pentru comportarea mașinii — reactanțele mașinii, tensiunea de scurt circuit a transformatorului etc. Dacă funcțiunii $C(x_i)$ i se impun $n-1$ condiții independente, exprimate în raport cu aceleași variabile x_i, minimul funcției $C(x_i)$ se poate determina prin eliminarea a $n-1$ variabile și egalarea cu zero a derivatei $\frac{\mathrm{d}C(x_n)}{\mathrm{d}x_n}$, calculată în raport cu variabila x_n. Problema astfel formulată se reduce, din punct de vedere matematic, la o problemă de minimum relativ; soluția ei determină valorile parametrilor de bază ai mașinii — D, l, B, j, ϑ etc. — cu preț de cost minim și care simultan îndeplinește condițiile impuse de exploatant — puterea care urmează a fi dezvoltată, comportarea în regimuri staționare sau tranzitorii etc.

Metoda permite determinarea pe cale obiectivă a optimului tehnico-economic prin calcularea unui număr minim de variante; există totodată posibilitatea aprecierii abaterii soluției propuse pentru realizare în raport cu optimul tehnico-economic teoretic rezultat în condiții date. Se creează de asemenea premizele de reunire într-un tot unitar a problemelor specifice construcției de mașini și exploatării ei, optimul stabilit rezultînd prin aprecierea cheltuielilor solicitate de fabricație și în parte de exploatarea ei.

1.2. În lucrarea de față se expune metoda de determinare a optimului tehnico-economic în cazul proiectării mașinii de curent continuu. Se arată modul cum pot fi determinate dimensiunile principale ale indusului D, l —, inducția în întrefier și dinți — B_δ, B_d —, densitatea curentului în înfășurarea indusului — j_a — și în înfășurările polilor principali și auxiliari — j_p —, întrefierul δ și înălțimea polilor h_p în cazul în care se optimizează funcția prețului de cost prin considerarea costului de fabricație și a pierderilor de energie.

Condițiile reținute în formularea problemei reprezintă condiții generale impuse unei mașini electrice — dezvoltarea unei anumite puteri în regim nominal, solicitările termice admisibile ale înfășurărilor indusului și polilor, asigurarea spațiului necesar dispunerii înfășurărilor — și condiții specifice mașinii de curent continuu — mărimea întrefierului determinată de gradul admisibil de deformare a cîmpului sub piesa polară și tensiunea admisibilă între lamelele de colector.

Metoda expusă în lucrare permite analiza influenței și a altor parametri constructivi asupra economicității mașinii, cum ar fi de exemplu numărul perechilor de poli, viteza de rotație a mașinii — cînd nu se impune de exploatant — caracteristicile și tipul înfășurării indusului etc.

Concretizarea metodei în cadrul aplicațiilor practice necesită cunoașterea, ca și în cazul celorlalte mașini, a unor date statistice puțin

studiate în momentul de faţă în literatură ca de exemplu : numărul mediu de ore de funcţionare anuală a maşinii, costul specific al materialelor active în stare tehnologică finită a maşinii etc. Exemplele de calcul efectuate au arătat însă că metoda este aplicabilă chiar în cazul cunoaşterii orientative a acestor date, deoarece, în cadrul problemei de faţă, nu interesează determinarea exactă a preţului de cost ci exprimarea corectă a variaţiei sale în raport cu parametrii caracteristici ai maşinii, care urmează a fi proiectată.

2. FORMULAREA PROBLEMEI

2.1. Stabilirea funcţiunii preţului de cost impune cunoaşterea expresiilor greutăţilor părţilor principale şi a pierderilor maşinii, în care intervin parametrii de bază consideraţi ca variabile independente.

În lucrarea de faţă s-au considerat ca variabile independente următoarele mărimi : diametrul indusului D, lungimea geometrică a indusului l, mărimea întrefierului în axa polului principal δ, înălţimea medie a polilor principali şi auxiliari h_p, inducţia magnetică în dinţii indusului B_d şi densităţile curentului, în înfăşurarea indusului j_a şi cea a polilor j_p — valoarea medie a densităţii curentului în înfăşurările polilor principali şi auxiliari. Celelalte mărimi, care intervin în calculul maşinii de curent continuu, pot fi definite în raport cu variabilele independente prin introducerea unor precizări sau condiţii suplimentare precum urmează :

[a. Dimensiunile principale ale crestăturii indusului

Înălţimea şi lăţimea crestăturii armăturii indusului (h_{cr} şi b_{cr}) pot fi determinate conform indicaţiilor date în [3] din condiţia utilizării maxime a spaţiului disponibil la periferia indusului ;

$$h_{cr} = \frac{1}{4}(1 - \gamma) D$$
$$b_{cr} = t_{cr}\left[(1 - \gamma) - \frac{2h_{cr}}{D}\right] \tag{1}$$

unde valoarea factorului γ dată de expresia :

$$\gamma = \frac{l}{l_{Fe}} \frac{B_\delta}{B_d} \tag{2}$$

se poate alege în funcţie de raportul dintre inducţia în întrefier B_δ şi inducţia în dinţi B_d, prin considerarea unei anumite forme a caracteristicii magnetice la funcţionarea în gol a maşinii ; de asemenea raportul lungimii geometrice a indusului l către lungimea efectivă de fier l_{Fe} se determină în funcţie de caracteristicile tablei utilizate pentru confecţionarea indusului şi de sistemul constructiv al indusului realizat cu sau fără canale radiale de răcire.

Precizarea dimensiunilor crestăturilor armăturii indusului — crestătura cu pereți paraleli — permite stabilirea relației de legătură dintre pînza de curent a indusului A și densitatea curentului din înfășurarea indusului j_a sub forma :

$$A = \frac{1}{8} k_{ua} (1 - \gamma)^2 D j_a \tag{3}$$

unde, k_{ua} reprezintă factorul de umplere al crestăturilor indusului.

Relația (3) reprezintă totodată și condiția asigurării spațiului necesar dispunerii înfășurării indusului în crestăturile armăturii, deoarece ea este consecința directă a egalității :

$$NS_c = k_{ua} h_{cr} \cdot b_{cr} \cdot Z \tag{3'}$$

care exprimă, că cele N conductoare ale înfășurării, cu aria secțiunii egală cu S_c, necesită pentru dispunerea lor în cele Z crestături o secțiune bine determinată.

b. Lățimea polilor principali și auxiliari

Polii principali și auxiliari se consideră, în secțiune transversală, de formă dreptunghiulară cu laturile dinspre întrefier tangente indusului și cu muchiile vecine comune (fig. 1).

Înfășurările polilor principali și auxiliari se dispun în mod uniform pe o porțiune a înălțimii polilor considerată egală cu $k_p \cdot h_p$ unde $k_p < 1$.

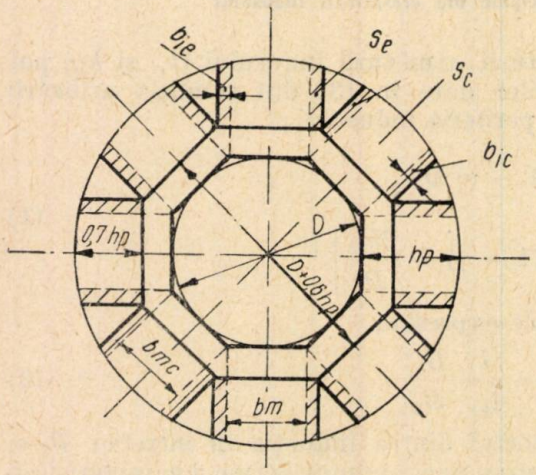


Fig. 1. — Definirea dimensiunilor principale în secțiune transversală.

În cadrul ipotezelor făcute, rezultă următoarele relații :

$$b_m + b_{mc} = \frac{\pi D}{2p} \tag{4}$$

iar

$$b_{ic} + b_{ic} = \frac{\pi (1 - k_p) h_p}{2p} \tag{4'}$$

unde conform figurii 1, b_m și b_{mc} reprezintă lățimile polului principal și, respectiv, a celui auxiliar, iar b_{ie} și b_{ic} grosimile înfășurărilor uniform distribuite pe aceiași poli. Relația (4) conduce la o supraevaluare a greutății polilor ; pentru eliminarea acestei situații expresia (4) poate fi corectată printr-un factor de corecție subunitar, variabil în raport cu numărul polilor.

2.2. Dimensiunile principale [1]) definite, împreună cu solicitările electrice și magnetice, considerate ca variabile independente, permit determinarea expresiilor greutății materialelor active și a pierderilor principale sub următoarea formă :

a. **Greutatea dinților armăturii indusului**

$$G_d = \frac{\pi}{4} \gamma_{Fe} k_{Fe} \gamma (1 - \gamma) l D^2 \tag{5}$$

unde :

γ_{Fe} — reprezintă greutatea specifică a fierului indusului ;
k_{Fe} — factorul care determină lungimea l_{Fe} în raport cu l.

b. **Greutatea jugului armăturii indusului**

$$G_j \cong \frac{\pi}{16} \gamma_{Fe} k_{Fe} (1 + \gamma)^2 \cdot l \cdot D^2 . \tag{6}$$

Pentru simplificare tablele indusului se consideră dispuse direct pe ax, iar înălțimea jugului indusului h_j se ia egală cu cea rezultată din relația :

$$2 h_j = D - 2 h_{cr} . \tag{7}$$

unde înălțimea crestăturii este definită de expresia (1).

c. **Greutatea fierului polilor principali și auxiliari**

$$G_p = 2p (b_m + b_{mc}) h_p \cdot l \cdot \gamma_{Fe} = \pi \gamma_{Fe} h_p \cdot l \cdot D . \tag{8}$$

d. **Greutatea cuprului înfășurării indusului**

$$G_{cua} = \frac{\pi}{8} \gamma_{cu} k_{ua} (1 - \gamma)^2 \left(l + \frac{\pi D}{2p} \right) D^2 . \tag{9}$$

Expresia (9) s-a stabilit în premiza, că lungimea unei jumătăți de spiră este aproximativ egală cu : $l + \frac{\pi D}{2p}$, iar γ_{cu} reprezintă greutatea specifică a conductorului înfășurării indusului.

---

[1]) Dimensiunile jugului armăturii statorice nu se iau în considerație dată fiind forma constructivă diferită care se poate adopta și influența secțiunii sale asupra caracteristicii magnetice a polilor auxiliari ; aprecierea lor poate fi făcută, deoarece se cunosc dimensiunile principale definite D, δ, h_p.

e. Greutatea cuprului înfăşurărilor polilor principali şi auxiliari

Expresia ariei secţiunii a două laturi de bobină vecine, pentru bobina polului principal, respectiv auxiliar, se poate scrie sub forma :

$$k_p \cdot k_{up} \cdot h_p \, (b_{ie} + b_{ic}) = S_e + S_c = \frac{1}{k_{up} \cdot j_p} (\Theta_e + \Theta_c) \tag{10}$$

unde :

j_p reprezintă densitatea medie a curentului în cele două înfăşurări ;

Θ_e şi Θ_c — solenaţiile unui pol principal, respectiv auxiliar ;

k_{up} — factorul de umplere mediu a celor două înfăşurări.

Expresiile aproximative ale solenaţiilor pot fi puse sub forma :

$$\Theta_e = k_\delta \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta ,$$

$$\Theta_c \cong \alpha_i \frac{\pi D}{2p} A ,$$

unde k_δ reprezintă un factor supraunitar, cuprins între 1, 4 şi 1,9 care poate fi aproximat în funcţie de regimul motor sau generator al maşinii.

Prin considerarea relaţiilor (2) şi (3), relaţia (10) ia forma următoare :

$$b_{ie} + b_{ic} = \frac{1}{k_p \cdot k_{up}^2 \, h_p \cdot j_p} \left[\frac{k_\delta \, k_{Fe}}{\mu_0} \gamma \delta B_d + \alpha_i \frac{k_{ua}}{8} (1 - \gamma)^2 j_a \frac{\pi D^2}{2p} \right] . \tag{10'}$$

Greutatea înfăşurărilor dispuse pe polii maşinii la $b_{ie} \cong b_{ic}$ şi neglijarea efectului rotunjirilor bobinelor asupra greutăţii înfăşurărilor, se poate determina cu următoarea expresie :

$$G_{cup} = \frac{4p \cdot \gamma_{cu}}{k_{up}} \frac{1}{j_p} (F_{S2} \delta \, B_d + F_{S3} \, D^2 \cdot j_a) \left(l + \frac{\pi D}{4p} \right) \tag{11}$$

unde F_{S2} şi F_{S3} sînt coeficienţi de calcul definiţi de relaţiile :

$$F_{S2} = \frac{k_\delta \cdot k_{Fe} \cdot \gamma}{\mu_0} ,$$

$$F_{S3} = \frac{\pi \alpha_i \, k_{ua} (1 - \gamma^2)}{16 \, p} . \tag{12}$$

f. Pierderile de bază în înfăşurarea indusului şi înfăşurările polilor principali şi auxiliari

Dacă se are în vedere relaţia generală :

$$p = \rho V j^2 = \rho \frac{G}{\gamma} j^2 ,$$

unde :

p reprezintă pierderile în înfăşurare,

ρ — rezistivitatea electrică a materialului conductor ;

V, G — volumul, respectiv greutatea înfăşurărilor, expresiile pierderilor din înfăşurarea indusului p_{cua} şi înfăşurările polilor p_{cup} au următoarea formă :

$$p_{cua} = \frac{\pi}{8} k_{ua} \rho_{cu} (1 - \gamma)^2 \cdot j_a^2 \cdot D^2 \left(l + \frac{\pi D}{2p} \right) \tag{13}$$

$$p_{cup} = \frac{4p \rho_{cu}}{k_{up}} j_p (F_{S2} \delta B_d + F_{S3} j_a D^2) \left(l + \frac{\pi D}{4p} \right). \tag{14}$$

g. Pierderile de bază în fierul armăturii indusului

Pierderile în dinţii p_d şi jugul armăturii indusului p_j se exprimă sub forma :

$$p_d = k_d \cdot k_f \cdot k_{pr} p_{Fe} \cdot G_d . \tag{15}$$

$$p_j = k_j k_f p_{Fe} G_j \tag{16}$$

unde G_d şi G_j au expresiile (5) şi (6) iar k_d, k_{pr}, k_j sînt coeficienţi a căror valoare, determinată pe cale experimentală, depinde de tipul maşinii, condiţiile de prelucrare a armăturii etc. ; în calcule, valoarea lor poate fi apreciată conform indicaţiilor generale din cursurile de proiectare.

Factorul k_f, care are expresia de calcul :

$$k_f = \left(\frac{pn}{50} \right)^{1,3} \tag{17}$$

indică variaţia pierderilor în fier în funcţie de frecvenţa magnetizării — ca frecvenţă de bază se consideră : $f = 50$ Hz.

Variaţia pierderilor specifice în fier p_{Fe} în raport cu inducţia magnetică se exprimă de relaţia următoare :

$$p_{Fe} = p_{Fe0} \left(\frac{B}{B_r} \right)^2 \tag{18} [2]$$

unde p_{Fe0} reprezintă pierderile specifice la inducţia de referinţă B_r.

---

[2]) Relaţia dă rezultate suficient de exacte — abateri sub $\pm 5\%$ — pentru domeniul variaţiilor inducţiei B.

La determinarea pierderilor în jugul armăturii se va avea în vedere că inducţia în jug, B_j, se determină în raport cu inducţia în dinţi, B_d, conform definiţiei înălţimii jugului — relaţia (7) — cu următoarea expresie de calcul :

$$B_j = \frac{\pi\gamma}{p(1+\gamma)} B_d \,. \tag{19}$$

h. Pierderile de ventilaţie

Pierderile determinate de frecarea indusului cu aerul, care depind direct de geometria maşinii, se pot scrie conform indicaţiilor din [4] sub forma :

$$p_V = k_V \cdot D^4 \cdot l \,. \tag{20}$$

Factorul k_V este determinat experimental şi ia valori de ordinul a $0{,}057 \cdot 10^{-4}$ W/cm^5 la D şi l exprimaţi în cm.

2.3. Expresia preţului de cost C se poate stabili conform consideraţiilor din lucrarea [1] sub forma :

$$C = c_{Fea}(G_d + G_j) + c_{Fep} G_p + c_{cua} G_{cua} + c_{cup} G_{cup} +$$
$$+ K\left[\frac{\rho_{cu}}{\gamma_{cu}} G_{cua} j_a^2 + \frac{\rho_{cu}}{\gamma_{cu}} G_{cup} j_p^2 + k_{pj} G_j B_j^2 + k_{pd} G_d \cdot B_d^2 + k_V D^4 l\right], \tag{21}$$

unde :

— c_{Fea}, c_{Fep}, c_{cua}, c_{cup} reprezintă costurile specifice ale materialelor active sub formă tehnologică finită considerate în următoarea ordine : fierul armăturii indusului împachetat, fierul polilor prelucrat, înfăşurările indusului şi respectiv ale polilor confecţionate ;

— K reprezintă echivalentul pierderilor de energie activă, definit de costul energiei electrice, numărul de ore de funcţionare anuală a maşinii şi termenul de recuperare a investiţiilor capitale — vezi [2].

— k_{pj} şi k_{pa} sînt coeficienţii de calcul, care intervin în expresiile (15) şi (16) şi se determină cu relaţiile :

$$k_{pj} = k_j \cdot k_f \cdot p_{Fe0} \frac{1}{B_r^2},$$
$$k_{pd} = k_d\, k_f\, k_{pr} \cdot p_{Fe0} \frac{1}{B_r^2}. \tag{22}$$

Expresia preţului de cost (21) se poate scrie sub forma în care intervin parametrii de bază ai maşinii :

$$C = (A_{dj} + E_{dj} B_d^2) lD^2 + A_r h_p \cdot lD + [(A_c + E_c j_a^2) D^2]\left(l + \frac{\pi D}{2p}\right) +$$
$$+ E_V \cdot D^4 \cdot l + \left(\frac{A_p}{j_p} + E_p j_p\right)(F_{S2}\, \delta B_d + F_{S3} D^2 j_a)\left(l + \frac{\pi D}{4p}\right), \tag{23}$$

unde s-au introdus următorii coeficienți de calcul :

$$
\begin{aligned}
A_{dj} &= \frac{\pi}{4} c_{Fea} \gamma_{Fe} k_{Fe} \left[\gamma (1 - \gamma) + \frac{1}{4} (1 + \gamma)^2 \right], \\
E_{dj} &= \frac{\pi}{4} K \gamma_{Fe} \cdot k_{Fe} \left[k_{pd} \gamma (1 - \gamma) + \frac{\pi^2}{4} k_{pj} \frac{\gamma^2}{p^2} \right], \\
A_r &= \pi c_{Fep} \cdot \gamma_{Fe}, \\
A_c &= \frac{\pi}{8} c_{cua} \gamma_{cua} k_{ua} (1 - \gamma)^2, \\
E_c &= \frac{\pi}{8} K \rho_{cu} k_{ua} (1 - \gamma)^2, \\
E_V &= K k_V, \\
A_p &= 4p c_{cup} \frac{\gamma_{cu}}{k_{up}}, \\
E_p &= 4pK \frac{\rho_{cu}}{k_{up}}.
\end{aligned}
\tag{24}
$$

2.4. Funcția prețului de cost, stabilită sub forma (23), urmează a fi optimizată prin respectarea următoarelor condiții :

a. Puterea în condiții nominale

Puterea nominală a mașinii P se exprimă, prin evaluarea ei în raport cu puterea internă P_i, care are expresia :

$$P_i = \pi^2 \alpha_i \cdot D^2 \cdot l \, n \, B_\delta \, A \, . \tag{25}$$

Dacă $P = k_i P_i$, iar A, se exprimă în funcție de j_a, și B_δ în funcție de B_d se obține :

$$P = F_p \cdot D^3 \cdot l \cdot j_a \cdot B_d \tag{25'}$$

unde :

$$F_p = \frac{\pi^2}{8} \alpha_i \cdot n \cdot k_i \cdot k_{Fe} \gamma (1 - \gamma)^2 \cdot k_{ua} \, . \tag{26}$$

Valoarea factorului k_i se apreciază în funcție de regimul de funcționare al mașinii — generator sau motor.

b. **Mărimea întrefierului**

La maşinile de curent continuu fără înfăşurări de compensare, mărimea întrefierului se determină din relaţia :

$$\frac{2(F_\delta + F_d)}{\alpha_i \frac{\pi D}{2p} A} \geqslant 1, \tag{27}$$

unde tensiunea magnetică a dinţilor armăturii indusului F_d poate fi apreciată în funcţie de tensiunea magnetică a întrefierului : $F_d = k_c F_\delta$. Relaţia (27) se poate deci scrie şi sub forma :

$$\delta = F_{\delta_1} j_a \frac{D^2}{B_d} \tag{27'}$$

unde, coeficientul de calcul, F_{δ_1}, are expresia :

$$F_{\delta_1} = \frac{\pi \mu_0 \alpha_i k_{ua} (1-\gamma)^2}{32p\, k_{Fe}\, \gamma (1 + k_c)}.$$

c. **Spaţiul necesar dispunerii înfăşurărilor polilor principali şi auxiliari**

Prin egalarea expresiilor (4') şi (10') rezultă următoarea egalitate :

$$F_{S1} h_p^2 = \frac{1}{j_p} (F_{S2}\, \delta B_d + F_{S3}\, D^2 j_a) \tag{28}$$

unde F_{S1} este un coeficient de calcul care are expresia :

$$F_{S1} = \frac{\pi k_p (1 - k_p) k_{up}^2}{2p} \tag{29}$$

iar F_{S2} şi F_{S3} sînt definiţi de relaţiile (12).

Relaţia (28) reprezintă condiţia asigurării spaţiului interpolar necesar dispunerii înfăşurărilor.

d. **Tensiunea dintre lamelele de colector**

Expresia de definiţie a tensiunii dintre lamelele de colector vecine are forma :

$$u_k = \frac{E}{K_k} 2p \tag{30}$$

care după transformări elementare se modifică sub următoarea formă :

$$u_k = F_k \cdot l \cdot D \cdot B_d \tag{30'}$$

unde coeficientul de calcul F_k are expresia :

$$F_k = 2 \frac{p w_s}{a} n \alpha_i \pi k_{Fe} \cdot \gamma. \tag{31}$$

e. Solicitarea termică a înfăşurării indusului

Condiţia solicitărilor termice a înfăşurării indusului se stabileşte prin considerarea înfăşurării ca un corp termic omogen ; zona activă a înfăşurării se răceşte exclusiv prin suprafaţa exterioară a indusului.

Notînd cu α_a, coeficientul de transmitere a căldurii la suprafaţa indusului şi cu $(\vartheta_a - \vartheta_0)$, căderea de temperatură la suprafaţa indusului, determinată de pierderile din zona activă a bobinajului, condiţia solicitărilor termice se poate scrie sub forma :

$$\rho_{cu} j_a A = \alpha_a (\vartheta_a - \vartheta_0) \quad (32)$$

care după transformări elementare se poate scrie şi sub forma următoare :

$$j_a^2 \cdot D = \frac{8\alpha_a (\vartheta_a - \vartheta_0)}{\rho_{cu} k_{ua} (1 - \gamma)^2} = F_{ta} . \quad (32')$$

f. Solicitarea termică a înfăşurărilor polilor principali şi auxiliari

Înfăşurările polilor se consideră corpuri termic omogene, iar încălzirea lor se evaluează prin căderea de temperatură la suprafaţă ; în aceste premize la condiţii de răcire, pentru sistemele înfăşurărilor polilor principali şi auxiliari aproximativ identice, condiţia solicitărilor termice poate fi pusă sub forma :

$$\rho_{cu} k_{up} b_{ie} j_p^2 = \alpha_p (\vartheta_p - \vartheta_0) , \quad (33)$$

care transformată se poate scrie şi sub următoarea formă :

$$h_p \cdot j_p^2 = \frac{4p \alpha_p (\vartheta_p - \vartheta_0)}{\pi (1 - k_p) \rho_{cu} \cdot k_{up}} = F_{tp} . \quad (33')$$

Observaţie generală : Ipotezele simplificatoare introduse la stabilirea expresiilor de calcul de la acest punct arată că soluţionarea problemei urmează a se face prin calcule succesive în care intervine preliminarea diferiţilor parametri caracteristici maşinii electrice considerate. Calculul definitiv al maşinii se va efectua după fixarea parametrilor de bază, aplicînd metodele clasice de proiectare ale maşinii de curent continuu.

3. REZOLVAREA PROBLEMEI

3.1. Expresia preţului de cost (23) şi condiţiile impuse — relaţiile : (25'), (27'), (28), (30'), (32') şi (33') — permit rezolvarea problemei formulate iniţial : determinarea valorilor variabilelor independente : D, l, h_p, δ, j_a, j_p, B_d care asigură maşina cu preţ de cost minim, prin respectarea simultană a condiţiilor tehnice impuse.

În adevăr, din relaţiile (25'), (27'), (28), (30'), (32'), (33') se pot elimina 6 din cele 7 variabile independente şi deci preţul de cost C se poate

exprima în raport cu o singură variabilă; prin derivarea expresiei şi anularea derivatei se determină valoarea parametrului variabil considerat şi implicit a tuturor parametrilor independenţi, care asigură minimul expresiei preţului de cost.

a. Din (25′) şi (30′) rezultă relaţia :

$$j_a D^2 = \frac{F_k \cdot P}{F_p \cdot u_k} \tag{34}$$

care asociată condiţiei solicitărilor termice a înfăşurării indusului (32′) :

$$j_a^2 D = F_{ta} \tag{32}$$

formează un sistem de două ecuaţii cu două necunoscute D şi j_a. Expresiile lui D şi j_a rezultă prin rezolvarea sistemului şi au forma :

$$D = \sqrt[3]{\frac{1}{F_{ta}} \left(\frac{PF_k}{u_k \cdot F_p} \right)^2} \tag{35}$$

$$j_a = \sqrt[3]{F_{ta}^2 \frac{u_k \cdot F_p}{PF_k}} \,. \tag{36}$$

Expresiile (35) şi (36) arată că la putere a maşinii dată, tensiunea între lamelele de colector şi solicitare termică a înfăşurării indusului impuse, diametrul indusului D şi densitatea de curent j_a sînt univoc determinate. Diametrul D şi densitatea curentului j_a vor trebui determinate pentru acele valori ale lui u_k şi $(\vartheta_a - \vartheta_0)$ care asigură minimul preţului de cost prin respectarea celorlalte condiţii impuse — (27′), (28), (30′) şi (33′). u_k şi $(\vartheta_a - \vartheta_0)$ se vor varia între limite, acceptabile din punct de vedere tehnic.

Dacă din (27′) şi (28) se elimină întrefierul şi se are în vedere (34) condiţia (28) poate fi exprimată şi sub forma :

$$j_p h_p^2 = \frac{1}{F_{s1}} \frac{PF_k}{u_k F_p} (F_{s2} F_{\delta_1} + F_{s3}) \,. \tag{37}$$

Relaţia (37) împreună cu (33′) :

$$j_p^2 \cdot h_p = F_{tp} \tag{33′}$$

formează un sistem de două ecuaţii cu două necunoscute j_p şi h_p. Sistemul astfel format are soluţiile :

$$h_p = \sqrt[3]{\frac{F_j^2}{F_{tp}}} \,, \tag{38}$$

$$j_p = \sqrt[3]{\frac{F_{tp}^2}{F_j}} \,, \tag{39}$$

unde coeficientul de calcul F_j are expresia :

$$F_j = \frac{1}{F_{S1}} \frac{PF_k}{u_k F_p} (F_{S2} F_{\delta_1} + F_{S3}) . \tag{40}$$

Expresiile (38) și (39) arată că la P și u_k dați, la întrefier al mașinii definit de relația (27′) și solicitare termică a înfășurărilor polilor impusă, înălțimea polului h_p și densitatea curentului j_p sînt univoc determinate. Și în acest caz h_p și j_p vor trebui determinate la acele valori ale lui u_k și $(\vartheta_p - \vartheta_0)$ care asigură minimul prețului de cost prin respectarea celorlalte condiții impuse. Încălzirea $(\vartheta_p - \vartheta_0)$ poate lua valori, care sînt limitate superior, de solicitările termice admisibile ale izolației înfășurărilor polilor.

c. Relațiile (27′), (28) și (30′) permit exprimarea variabilelor B_d și l în raport cu întrefierul δ :

$$B_d = \frac{F_{\delta_1} j_a D^2}{\delta} \tag{27″}$$

$$l = \frac{u_k \cdot \delta}{F_k \cdot F_{\delta_1} \cdot j_a D^3} . \tag{41}$$

Considerînd D, j_a, h_p și j_p cunoscute și determinate cu relațiile (35), (36), (39), (40) și înlocuind în expresia prețului de cost (23) B_d și l definite de (27″) și (41) se obține expresia prețului de cost ca o funcție de mărimea întrefierului δ. Funcția stabilită, derivată în raport cu δ și egalată cu zero, permite determinarea întrefierului care asigură valoarea minimă a prețului de cost. Întrefierul astfel determinat are expresia :

$$\delta = \sqrt{\frac{E_{dj} F_{\delta_1}^2 j_a^2 \cdot D^6}{A_r \cdot h_p \cdot D + (A_{dj} + A_c + E_c j_a^2) D^2 E_V D^4 + \left(\frac{A_p}{j_p} + E_p j_p\right)(F_{S2} \cdot F_{\delta_1} + F_{S3}) j_a D^2}} . \tag{42}$$

Expresiile (27″) și (41) determină valorile inducției B_d, respectiv a lungimii indusului l, care asigură optimul tehnico-economic prin respectarea condițiilor impuse.

3.2. La subpunctul anterior s-a arătat că la putere dată a mașinii, la tensiune între lamelele de colector și solicitări termice ale înfășurărilor impuse, mărimile parametrilor D, j_a, h_p și j_p rezultă fără ca în prealabil să se fi optimizat funcția prețului de cost.

Presupunînd puterea mașinii dată, problema constă în stabilirea valorilor solicitărilor termice, sau ale tensiunii dintre lamelele de colector, care asigură realizarea soluției cu preț de cost minim, prin respectarea simultană a condițiilor anterior stabilite pentru optimizarea funcției prețului de cost.

Pentru aceasta, în expresia prețului de cost (23), se introduc valorile întrefierului δ, ale inducției B_d și ale lungimii l determinate cu expre-

siile (42), (27″) și (41); în acest mod se obține expresia prețului de cost sub forma transformată :

$$C = 2\frac{E_{dj}^{1/2}u_k}{F_k}[A_r h_p D + (A_{dj} + A_c + E_c j_a^2) D^2 + E_V D^4 + M_2]^{1/2} + \\ + (A_c + E_c j_a^2)\frac{\pi D^3}{2p} + M_2\frac{\pi D}{4p}, \tag{43}$$

unde :

$$M_1 = \frac{P \cdot F_k}{u_k F_p}, \quad \text{iar} \\ M_2 = M_1\left(\frac{A_p}{j_p} + E_p j_p\right)(F_{S2}F_{\delta 1} + F_{S3}). \tag{44}$$

Exprimînd succesiv pe D și j_a, respectiv pe h_p și j_p cu ajutorul expresiilor (35), (36) și (39), (40) și introducîndu-le în (43) se obține expresia prețului de cost în funcție de parametrul dorit — solicitările termice, tensiunea între lamelele de colector etc. Minimul funcției prețului de cost, în raport cu parametrul considerat se stabilește pe cale grafică sau analitică, iar soluția astfel determinată va respecta și condițiile optimizării stabilite inițial, la subpunctul 3.1.

Expresia prețului de cost (43) în cazul cînd, de exemplu, se consideră ca variabilă independentă, solicitarea termică a înfășurării indusului, prin intermediul parametrului F_{ta} are următoarea formă :

$$C = \left[\frac{M_3}{F_{ta}^{1/3}} + \frac{M_4}{F_{ta}^{2/3}} + M_5 F_{ta}^{2/3} + M_6/F_{ta}^{4/3} + M_{10}\right]^{1/2} + \frac{M_7}{F_{ta}} + M_8 F_{ta}^{1/3} + M_9/F_{ta}^{1/3} \tag{45}$$

unde coeficienții de calcul M_3, M_4, ... M_{10} sînt definiți de expresiile :

$$M_3 = 4\, M_1^{2/3} A_r \cdot h_p \frac{u_k^2 E_{dj}}{F_k^2}, \\ M_4 = 4\, M_1^{4/3}(A_{dj} + A_c)\frac{u_k^2 \cdot E_{dj}}{F_k^2}, \\ M_5 = 4\, M_1^{2/3} E_c \frac{u_k^2 E_{dj}}{F_k^2}, \\ M_6 = 4\, M_1^{8/3} E_V \frac{u_k^2 \cdot E_{dj}}{F_k^2}, \\ M_7 = \frac{\pi}{2p} M_1^2 \cdot A_c, \\ M_8 = \frac{\pi}{2p} M_1^{4/3} E_c, \\ M_9 = \frac{\pi}{4p} M_1^{2/3} M_2, \\ M_{10} = 4\, M_2 \frac{u_k^2 \cdot E_{dj}}{F_k^2}. \tag{46}$$

În cazul cînd ca variabilă independentă se consideră solicitarea termică a înfășurărilor polilor, expresia prețului de cost ia următoarea formă :

$$C = 2\frac{E_{dj}^{1/2}u_k}{F_k}\left[(A_{dj} + A_c + E_c j_a^2) D^2 + E_V D^4 + A_r D\sqrt[3]{\frac{F_j^2}{F_{tp}}} + \right.$$

$$+ M_1 (F_{S2}F_{\delta 1} + F_{S3})\left(A_p \sqrt[3]{\frac{F_j}{F_{tp}^2}} + E_p \sqrt{\frac{F_{tp}^2}{F_j}}\right)\Bigg|^{1/2} + (A_c + E_c j_a^2)\frac{\pi D^3}{2p} +$$

$$+ \frac{\pi D}{4p} M_1 (F_{S2}F_{\delta 1} + F_{S3})\left(A_p \sqrt[3]{\frac{F_j}{F_{tp}^2}} + E_p \sqrt[3]{\frac{F_{tp}^2}{F_j}}\right). \qquad (47)$$

În mod analog se poate stabili expresia prețului de cost în raport cu oricare altă variabilă în vederea determinării influenței ei asupra economicității mașinii : tensiunea u_k, numărul perechilor de poli p, viteza de rotație n, parametrul γ etc. ; valoarea variabilei pentru care prețul de cost ia valoarea minimă se poate determina grafic sau analitic în funcție de gradul de complexitate al expresiei prețului de cost.

Rezolvarea problemei se simplifică, cînd funcția prețului de cost este o funcție monoton descrescătoare, deoarece optimul în aceste cazuri este determinat de valoarea minimă, respectiv valoarea maximă admisibilă a parametrului independent considerat.

Se remarcă că optimul astfel determinat ia în considerație condițiile de optimizare stabilite anterior, respectiv valorile lui δ, B_d și l date de expresiile (42), (27″) și respectiv (41) ; rezolvarea problemei în acest caz poate fi echivalată cu optimizarea funcției prețului de cost în cazul formulării a trei condițiuni distincte în care intervin patru variabile independente.

4. EXEMPLU DE CALCUL

Pentru concretizarea metodei de calcul expuse s-a efectuat calculul pentru o mașină de curent continuu, proiectarea căreia este expusă în [4]. Mașina, în regim de funcționare generator, este caracterizată de următoarele date nominale : $P = 23$ kW ; $U = 230$ V și $n = 970$ rot/min ; datele de calcul aproximate la aplicarea metodei sînt indicate în anexă.

La solicitări termice $(\vartheta_a - \vartheta_0) = 30°C$ și respectiv $(\vartheta_p - \vartheta_0) = 30°C$, considerate solicitări termice normale, au rezultat următoarele valori pentru mărimile variabile : $D = 29{,}4$ cm ; $j_a = 510$ A/cm² ; $h_p = 26{,}5$ cm ; $j_p = 249$ A/cm² ; $l = 7$ cm ; $B_d = 3{,}64.10^{-4}$ Wb/cm² și $\delta = 0{,}135$ cm. După cum se observă, inducția B_d se obține mai mare de aproximativ două ori față de valorile uzuale din practică ; acest rezultat este consecința directă a introducerii condiției întrefierului (27′) printre condițiile impuse la optimizarea funcției prețului de cost. Fixarea inducției B_d la valori uzuale în practică conduce la dublarea mărimii întrefierului δ și a lungimii indusului l, ceea ce echivalează cu abaterea prețului de cost, față de valoarea minimă, cu cca. 16 %.

Pentru determinarea influenței solicitărilor termice asupra economicității mașinii s-au variat succesiv $(\vartheta_a - \vartheta_0)$ și $(\vartheta_p - \vartheta_0)$ între limitele 10 și 60°C. Variația prețului de cost în unități relative este reprezentată grafic în figura 2 *a* și 2 *b*; prețul de cost unitar s-a considerat la : $(\vartheta_a - \vartheta_0) = 30°C$ și $(\vartheta_p - \vartheta_0) = 30°C$ — (fig. 2).

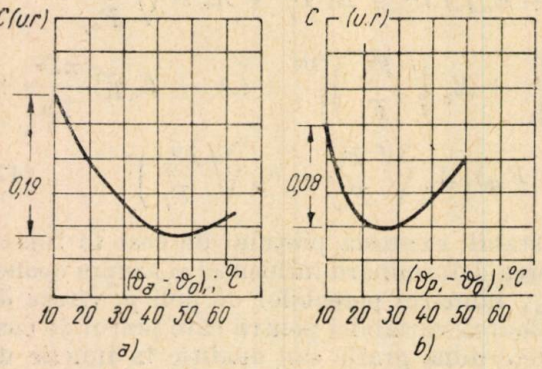


Fig. 2. — Variația prețului de cost în funcție de solicitările termice : *a*) solicitarea termică a înfășurării indusului ; *b*) solicitarea termică a înfășurărilor polilor.

Din examinarea figurii rezultă că există o plajă relativ însemnată de variație a solicitărilor termice — $(\vartheta_a - \vartheta_0) = 30° \div 60$ °C ; $(\vartheta_p - \vartheta_0) = 20 \div 40$ °C — pentru care variația prețului de cost este practic neglijabilă ($\pm 2\%$) ; există deci posibilitatea alegerii solicitărilor termice, între limitele indicate, fără abateri importante de la soluția tehnică-economică optimă ; se vor putea alege acele solicitări termice care permit stabilirea unor valori convenabile pentru D, j_a, h_p și j_p — de exemplu, micșorarea densității curentului j_a, respectiv a pînzei de curent A în vederea asigurării unei comutații bune, micșorarea lui h_p pentru obținerea unei geometrii a mașinii convenabile etc.

5. CONCLUZII

Pe baza lucrării elaborate se pot stabili următoarele concluzii importante :

a) Metoda de determinare prin calcul a soluției tehnico-economice optime în proiectarea mașinilor electrice, expusă în lucrarea [1], este generală și poate fi aplicată și pentru optimizarea mașinii de curent continuu.

b) Metoda permite calculul parametrilor de bază, care intervin la proiectarea mașinii de curent continuu, prin considerarea simultană a condițiilor tehnice și economice ; determinarea optimului tehnic-economic se face în mod obiectiv prin evaluarea concomitentă a cheltuielilor principale de fabricație și de exploatare.

c) Metoda permite analiza influenței oricărui parametru, care intervine la proiectarea mașinii de curent continuu, asupra economicității mașinii ; pentru aceasta se va considera expresia prețului de cost în raport cu parametrul caracteristic — forma dată de expresia (43) — și se va determina, pe cale grafică sau analitică, minimul funcției C(x) ;

d) Metoda completată pentru calculele de detaliu cu elementele de proiectare clasice, permite determinarea în mod obiectiv, a abaterii oricărei variante posibile de la optimul tehnic-economic stabilit teoretic ; se ușurează, în acest fel, studiile și calculele de proiectare ale mașinii de curent continuu, dîndu-se totodată proiectantului siguranța necesară că soluția stabilită se încadrează printre soluțiile optime posibile.

ANEXĂ

Mărimea considerată	U. M.	Valoarea apreciată	OBS.
P	W	$23 \cdot 10^3$	
U	V	230	
n	rot/s	16,2	
$2a/2p$	—	2/4	
γ	—	0,4	
kua	—	0,4	
k_{Fe}	—	0,93	
γ_{Fe}	kgr/cm^3	$7,6 \cdot 10^{-3}$	
γ_{cu}	kgr/cm^3	$8,9 \cdot 10^{-3}$	
kup	—	0,5	
ρ_{cu} 75°	Ω cm	$2,17 \cdot 10^{-6}$	
αa	W/cm^2 °C	10^{-2}	
$\vartheta_a - \vartheta_0$	°C	30	
α_p	W/cm^2 °C	$0,7 \cdot 10^{-2}$	
$\vartheta_p - \vartheta_0$	°C	30	
k_f	—	0,56	
k_j	—	3,6	
$p_{Fe0} \frac{1}{B_r^2}$	Wcm^4/kgr Wb^2	$3,3 \cdot 10^8$	
k_d	—	4	
k_{pr}	—	1	
k_V	W/cm^5	$0,057 \cdot 10^{-4}$	
$c_{Fe\,a}$	u/kgr	15	
$c_{Fe\,p}$	u/kgr	10	
$c_{cu\,a}$	u/kgr	60	
$c_{cu\,p}$	u/kgr	45	
K	u/W	4,5	
α_i	—	$2/\pi$	
u_k	V	8	
w_S	—	2	
k_d	—	1,8	(G)
k_i	—	1,085	(G)
k_c	—	0,5	
k_p	—	0,7	

BIBLIOGRAFIE

1. C. Apetrei, *Determinarea soluției tehnico-economice optime la proiectarea mașinilor electrice.* Studii și cercetări de energetică, Academia R.P.R., **12A** *1* (1962).
2. — *Determinarea prin calcul a optimului tehnico-economic la transformatoarele de putere.* Studii și cercetări de energetică, Academia R.P.R. — seria A, **12**, *4* (1962).
3. R. Richter, *Mașini electrice — vol. I* (traducere din limba germană), Edit. tehnică, 1958, 525.
4. I. Postnicov, *Proiectarea mașinilor electrice.* (Ediția în limba rusă) G.I.T., 1952.

ÎNCĂLZIREA INDUSULUI MASIV AL MAȘINILOR DE CURENT ALTERNATIV LA PORNIREA ÎN ASINCRON[1)]

DE

C. V. BĂLĂ

Institutul de energetică al Academiei R.S. România

După o introducere în care se subliniază importanța problemei și se analizează lucrările publicate pînă în prezent referitoare la problema încălzirii indusului mașinilor de curent alternativ la pornirea în asincron, se prezintă în lucrarea de față o metodă analitică mai completă, care permite calculul încălzirii indusului cînd se consideră influența variației adîncimii de pătrundere cu frecvența cîmpului magnetic din indus (respectiv cu alunecarea).

1. INTRODUCERE

La pornirea motoarelor asincrone cu indusul masiv, respectiv la pornirea în asincron a motoarelor sincrone cu indusul masiv sau cu polii ieșiți masivi, se produc pierderi însemnate în indus datorită curenților turbionari induși; o problemă importantă pentru calculul mașinii o constituie determinarea încălzirii rotorului în regimul de pornire.

În unele lucrări publicate pînă în prezent referitoare la această problemă se omite variația adîncimii de pătrundere în decursul pornirii motorului datorită scăderii frecvenței cîmpului magnetic din rotor; în altele, se determină o adîncime de pătrundere majorată, care se propune pentru a fi introdusă în relațiile de calcul stabilite pentru încălzirea rotorului. În lucrarea [1] se prezintă o metodă de calcul numeric pentru rezolvarea ecuației difuziei căldurii scrisă în coordonate cilindrice considerîn-

---

[1)] Lucrare prezentată la sesiunea de comunicări a Institutului de energetică al Academiei R.P.R., din 25 martie 1965.

Articol apărut și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotech. Energ." **10**, 3 (1965).

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 3 p. 579—590 București 1965

du-se pierderile de suprafață date. În lucrările [2] și [3] se rezolvă problema considerîndu-se adîncimea de pătrundere constantă, însă ținînd seama de variația liniară a turației motorului cu timpul. Lucrarea [3], recenzată în [4] prezintă o propunere de a se introduce în calcule o adîncime de pătrundere medie, determinată din condiția ca pierderile produse în perioada de pornire în zona de la suprafața rotorului de grosime egală cu adîncimea medie de pătrundere să fie egale cu pierderile care se dezvoltă în rotorul real; echivalența considerată privește însă numai pierderile și nu încălzirea rotorului.

În lucrarea [5] este tratată problema încălzirii pentru cazul motorului cu cuplul electromagnetic constant însă în ipoteza mai generală că turația rotorului este o funcție polinomială de timp; și în această lucrare se procedează în mod asemănător ca în lucrarea [2], considerînd adîncimea de pătrundere constantă.

În prezenta lucrare se rezolvă analitic problema încălzirii indusului masiv al mașinilor de curent alternativ în cazul în care turația variază cu timpul în perioada de pornire după o funcțiune oarecare, cuplul electromagnetic este variabil, iar influența curburii miezului feromagnetic este neglijabilă; în lucrare se consideră dependența adîncimii de pătrundere de frecvența cîmpului magnetic din rotor.

Calculul pierderilor specifice pe unitatea de suprafață a miezului indusului și determinarea încălzirii acestuia în funcție de cîmpul de pierderi se poate face mai exact după metodele indicate în lucrările [6] și [7], cu utilizarea unui calculator analogic suficient de evoluat. Soluția analitică stabilită în lucrarea de față pentru cazul concret al motoarelor electrice cu indusul masiv prezintă avantajul generalității cînd ipotezele care stau la baza lucrării sînt îndeplinite.

2. PIERDERILE ȘI ECUAȚIA DIFUZIEI CĂLDURII ÎN MEDIUL FEROMAGNETIC SEMIINFINIT

Neglijînd curbura suprafeței indusului masiv neted sau cu polii ieșiți și presupunînd cunoscute pierderile raportate la unitatea de suprafață laterală a miezului, problema încălzirii indusului se reduce la problema încălzirii unui mediu feromagnetic semiinfinit.

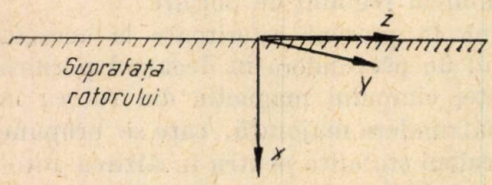


Fig. 1. — Explicativă pentru alegerea sistemului de axe de coordonate.

Considerăm prin urmare un mediu feromagnetic semiinfinit, în care se produc pierderi repartizate neuniform și alegem sistemul de axe de coordonate ca în figura 1.

Ipotezele care se admit la tratarea acestei probleme sînt următoarele:

a) Turația rotorului variază în timp în perioada de pornire după o funcțiune oarecare

$$n = n_1 f(t/t_p) \tag{1}$$

în care t_p este durata pornirii, n_1 — turaţia sincronă, iar $f(t/t_p)$ o funcţiune oarecare de valoare subunitară.

b) Valoarea efectivă a densităţii de curent la un moment dat, variază în funcţie de adîncimea x după o exponenţială

$$J = J_0 \, e^{-\alpha x} \tag{2}$$

cu α — inversul adîncimii de pătrundere la alunecarea s, iar J_0 — valoarea efectivă a densităţii de curent la suprafaţa miezului.

Pierderile prin curenţi turbionari în unitatea de volum la alunecarea s au expresia

$$p_{vs} = \rho J^2, \tag{3}$$

iar pierderile prin histerezis se neglijează; introducînd expresia densităţii de curent din relaţia (2) în (3), rezultă

$$p_{vs} = \rho J_0^2 \, e^{-2\alpha x}. \tag{3'}$$

Pierderile pe unitate de suprafaţă sînt

$$p_{0s} = \int_0^\infty p_{vs} \, dx = \int_0^\infty \rho J_0^2 \, e^{-2\alpha x} \, dx = \frac{1}{2\alpha} \, \rho J_0^2. \tag{4}$$

Dacă se notează cu p_{01} — pierderile specifice pe unitatea de suprafaţă la alunecarea $s = 1$, — pierderi presupuse cunoscute, deoarece cuplul de pornire al motorului se consideră cunoscut, — atunci pierderile specifice la alunecarea s sînt

$$p_{0s} = p_{01} \, s. \tag{5}$$

Cu relaţia (1), alunecarea s în funcţie de timp se poate scrie

$$s(t) = \frac{n_1 - n}{n_1} = 1 - f\left(\frac{t}{t_p}\right); \tag{6}$$

prin urmare pierderile din unitatea de volum date de relaţia (3'), se pot scrie astfel

$$p_v(x, t) = p_{01} \, 2\alpha \left[1 - f\left(\frac{t}{t_p}\right)\right] e^{-2\alpha x}, \tag{7}$$

în care s-a considerat pentru factorul ρJ_0^2 expresia rezultată din relaţia (4).

c) Adîncimea de pătrundere se presupune că variază în funcţiune de alunecare după relaţia

$$\delta = \delta_1 \frac{1}{\sqrt{s}} \tag{8}$$

în care δ_1 este adîncimea de pătrundere la alunecarea $s = 1$ (în momentul pornirii). Se neglijează astfel influența variației rezistivității cu încălzirea asupra adîncimii de pătrundere; deoarece adîncimea de pătrundere crește cu încălzirea, valorile determinate cu această ipoteză sînt acoperitoare.

Cu relația (6) pentru alunecarea s, inversul adîncimii de pătrundere se poate scrie

$$\alpha = \alpha_1 \sqrt{1 - f(t/t_p)} \tag{9}$$

în care $\alpha_1 = \frac{1}{\delta_1}$.

În consecință expresia dată de relația (7) pentru pierderile medii în unitatea de volum de la adîncimea x și la timpul t se poate scrie :

$$p_v(x, \tau) = 2\alpha_1 p_{01} s^{3/2} e^{-2\alpha_1 s^{1/2} x}, \tag{10}$$

în care s-a notat cu

$$\tau = \frac{t}{t_p}, \text{ iar cu } s = 1 - f(\tau). \tag{11}$$

d) Se consideră o valoare constantă pentru coeficientul de transmisia căldurii prin convenție și radiație de la suprafața indusului la mediul de răcire în perioada de pornire; de altfel căldura transmisă prin convenție și radiație la mediul de răcire este neglijabilă în perioada de pornire.

e) Conductivitatea termică λ a mediului feromagnetic, căldura specifică c și densitatea γ se consideră constante.

Cu aceste ipoteze ecuația difuziei căldurii este

$$\lambda \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} - \frac{c\gamma}{t_p} \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = -p_v(x, \tau); \tag{12}$$

încălzirea $\vartheta(x, \tau)$ a mediului satisface următoarele condiții inițiale și pe frontieră :

$\vartheta(x,0) = 0$; în momentul inițial, $\tau = 0$, încălzirea mediului este nulă;

$$\left.\frac{\partial \vartheta(x, \tau)}{\partial x}\right|_{x=0} = h\vartheta\Big|_{x=0}, \text{ conform ipotezei } d); \tag{13 a, b, c}$$

$$\left.\frac{\partial \vartheta(x, \tau)}{\partial x}\right|_{x=\infty} = 0; \text{ se consideră mediul feromagnetic semiinfinit.}$$

În ecuația (12) a difuziei căldurii s-a considerat dependența dintre adîncimea de pătrundere δ de alunecare dată de relația (8), respectiv de timp [v. relația (9)].

3. REZOLVAREA ECUAȚIEI DIFUZIEI CĂLDURII PENTRU MEDIU FEROMAGNETIC SEMIINFINIT

Notînd cu

$$x\sqrt{\frac{c\gamma}{\lambda t_p}}=\xi,\ \frac{2\alpha_1 p_0 t_p}{c\gamma}=\vartheta_a,\ \frac{\vartheta}{\vartheta_a}=\Theta,\ \xi_0=\frac{1}{2\alpha_1}\sqrt{\frac{c\gamma}{\lambda t_p}} \qquad (14\text{ a, b, c, d})$$

ecuația (12) a difuziei căldurii se poate scrie :

$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial\xi^2}-\frac{\partial\Theta}{\partial\tau}=-s^{3/2}\,e^{-s^{1/2}\xi/\xi_0}, \qquad (15)$$

iar relațiile (13 a, b și c) devin

$$\left.\begin{aligned}&\Theta(\xi,0)=0\\&\left.\frac{\partial\Theta(\xi,\tau)}{\partial\xi}\right|_{\xi=0}=h\Theta\Big|_{\xi=0}\\&\left.\frac{\partial\Theta(\xi,\tau)}{\partial\xi}\right|_{\xi=\infty}=0\end{aligned}\right\}. \qquad (16\text{ a, b, c})$$

Pentru rezolvarea ecuației (15) se aplică transformarea Carson în raport cu variabila τ; cu condiția (16 a) rezultă

$$\frac{d^2\widetilde{\Theta}}{d\xi^2}-p\widetilde{\Theta}=-p\int_0^\infty e^{-p\tau}\,s^{3/2}\,e^{-s^{1/2}\xi/\xi_0}\,d\tau, \qquad (17)$$

cu

$$\widetilde{\Theta}=p\int_0^\infty e^{-p\tau}\Theta(\xi,\tau)\,d\tau.$$

Soluția ecuației (17) este :

$$\widetilde{\Theta}(\xi,p)=C_1\,e^{-\sqrt{p}\xi}+C_2\,e^{\sqrt{p}\xi}+\int_0^\infty\frac{p}{p-\dfrac{s}{\xi_0^2}}\,s^{3/2}\,e^{-p\tau-s^{1/2}\xi/\xi_0}\,d\tau. \qquad (18)$$

Funcțiile $C_1(p)$ și $C_2(p)$ se determină din condițiile pe frontieră (16 b, c); rezultă astfel

$$\left.\begin{aligned}&C_1(p)=-\int_0^\infty\frac{p\left[\dfrac{s^2}{\xi_0}+hs^{3/2}\right]}{\left(p-\dfrac{s}{\xi_0^2}\right)(\sqrt{p}+h)}\,e^{-p\tau}\,d\tau\\&C_2(p)=0\end{aligned}\right\}. \qquad (19\text{ a, b})$$

Cu aceste expresii pentru $C_1(p)$ și $C_2(p)$, soluția (18) devine

$$\widetilde{\Theta}(\xi,p) = -\int_0^\infty \frac{p\,\mathrm{e}^{-\sqrt{p}\xi}\left[\dfrac{s^2}{\xi_0} + hs^{3/2}\right]}{\left(p-\dfrac{s}{\xi_0^2}\right)(\sqrt{p}+h)}\,\mathrm{e}^{-p\tau}\,\mathrm{d}\tau + \\ + \int_0^\infty \frac{p}{p-\dfrac{s}{\xi_0^2}}\, s^{3/2}\,\mathrm{e}^{-p\tau - s^{1/2}\xi/\xi_0}\,\mathrm{d}\tau. \tag{20}$$

Pentru calculul *încălzirii adiabatice* a miezului feromagnetic, se determină funcția $\widetilde{\Theta}_a(\xi,p)$, introducînd în ecuația precedentă, $h=0$; se obține relația

$$\widetilde{\Theta}_a(\xi,p) = -\int_0^\infty \frac{\sqrt{p}\,\mathrm{e}^{-\sqrt{p}\xi}}{p-\dfrac{s}{\xi_0^2}}\,\frac{s^2}{\xi_0^2}\,\mathrm{e}^{-p\tau}\,\mathrm{d}\tau + \\ + \int_0^\infty \frac{p}{p-\dfrac{s}{\xi_0^2}}\, s^{3/2}\,\mathrm{e}^{-p\tau - s^{1/2}\xi/\xi_0}\,\mathrm{d}\tau. \tag{21}$$

Cunoscînd originalele funcțiilor de variabila p (v. [8])

$$\left.\begin{aligned} \frac{\sqrt{p}\,\mathrm{e}^{-\sqrt{p}\xi}}{p-\dfrac{s}{\xi_0^2}} &= \mathcal{C}\left\{\frac{\mathrm{e}^{\dfrac{s\eta}{\xi_0^2}}}{\dfrac{2\sqrt{s}}{\xi_0}}\left[-2\mathrm{sh}\,\frac{\xi\sqrt{s}}{\xi_0}\,\mathrm{e}^{-\frac{\xi\sqrt{s}}{\xi_0}}\,\Phi\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\eta}} - \frac{1}{\xi_0}\sqrt{s\eta}\right) + \right.\right. \\ &\qquad \left.\left. + \mathrm{e}^{\frac{\xi\sqrt{s}}{\xi_0}}\,\Phi\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\eta}} + \frac{\sqrt{s\eta}}{\xi_0}\right)\right]\right\} \\ \frac{p}{p-\dfrac{s}{\xi_0^2}} &= \mathcal{C}\,\mathrm{e}^{\frac{s\eta}{\xi_0^2}} \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

în ipoteza că ξ şi τ sînt parametrii constanţi, originala funcţiei $\widetilde{\Theta}_a(\xi, p)$ din relaţia (21) rezultă prin aplicarea teoremei funcţiei implicite prezentată în anexa I :

$$\Theta_a(\xi, \tau) = \int_0^\tau s^{3/2}\, e^{\frac{s(\tau-\eta)}{\xi_0^2}} \left\{ 1 + \operatorname{sh}\frac{\xi\sqrt{s}}{\xi_0} + \frac{e^{-\frac{\xi\sqrt{s}}{\xi_0}}}{2}\, \Phi\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau-\eta}} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{1}{\xi_0}\sqrt{s(\tau-\eta)}\right) - \frac{e^{\xi\sqrt{s}/\xi_0}}{2}\, \Phi\left(\frac{\xi}{2\sqrt{\tau-\eta}} + \frac{1}{\xi_0}\sqrt{s(\tau-\eta)}\right)\right\} d\eta, \quad (23)$$

în care $s = s(\eta)$.

Funcţia pentru calculul *încălzirii la suprafaţa mediului feromagnetic* în ipoteza că procesul termic este adiabatic ($h = 0$) în perioada pornirii, rezultă din ecuaţia (20), pentru $\xi = 0$ şi $h = 0$:

$$\widetilde{\Theta}_a(0, p) = -\int_0^\infty \frac{\sqrt{p}}{p - \frac{s}{\xi_0^2}}\, \frac{s^2}{\xi_0}\, e^{-p\tau}\, d\tau + \int_0^\infty \frac{p}{p - \frac{s}{\xi_0^2}}\, s^{3/2}\, e^{-p\tau}\, d\tau\,; \quad (24)$$

cunoscînd originalele funcţiilor de variabila p (v. [8]),

$$\frac{\sqrt{p}}{p - \frac{s}{\xi_0^2}} = \mathcal{C}\left\{\frac{\xi_0}{s^{1/2}}\, e^{s\eta/\xi_0^2}\, \Phi\left(\sqrt{\frac{s\eta}{\xi_0^2}}\right)\right\} \quad (25)$$

$$\frac{p}{p - \frac{s}{\xi_0^2}} = \mathcal{C}\, e^{\frac{s}{\xi_0^2}\eta}, \quad (26)$$

originala funcţiunii $\widetilde{\Theta}_a(0,p)$ se obţine prin aplicarea aceleiaşi teoreme din anexa I.

$$\Theta_a(0, \tau) = \int_0^\tau s^{3/2}\, e^{s(\tau-\eta)/\xi_0^2} \left[1 - \Phi\left(\frac{\sqrt{s(\tau-\eta)}}{\xi_0}\right)\right] d\eta, \quad (27)$$

în care Φ este funcţia erorilor ; originala funcţiei $\Theta_a(0, \tau)$ rezultă şi direct din relaţia (23), dacă se introduce $\xi = 0$ în această relaţie.

În cazul în care *cuplul electromagnetic* este *constant în perioada de pornire*, alunecarea variază liniar cu timpul $s(\tau) = 1 - \tau$, funcţia Θ_a care determină încălzirea suprafeţei rotorului rezultă din relaţia în care se consideră $s(\eta) = 1 - \eta$; rezultă în acest caz

$$\Theta_a(0, \tau) = \int_0^\tau (1-\eta)^{3/2}\, e^{\frac{(1-\eta)(\tau-\eta)}{\xi_0^2}} \left[1 - \Phi\sqrt{\frac{(1-\eta)(\tau-\eta)}{\xi_0^2}}\right] d\eta. \quad (28)$$

În figura 2 este reprezentată funcția Θ_a $(0, \tau)$ pentru diferite valori ale parametrului ξ_0; integrala definită de relația (27) s-a efectuat cu ajutorul unui calculator numeric de către matematicianul Damian Iordache Nicolae, căruia autorul îi mulțumește în mod deosebit; valorile funcției e^{x^2} $[1 - \Phi(x)]$ au fost calculate cu ajutorul tabelelor date în [9].

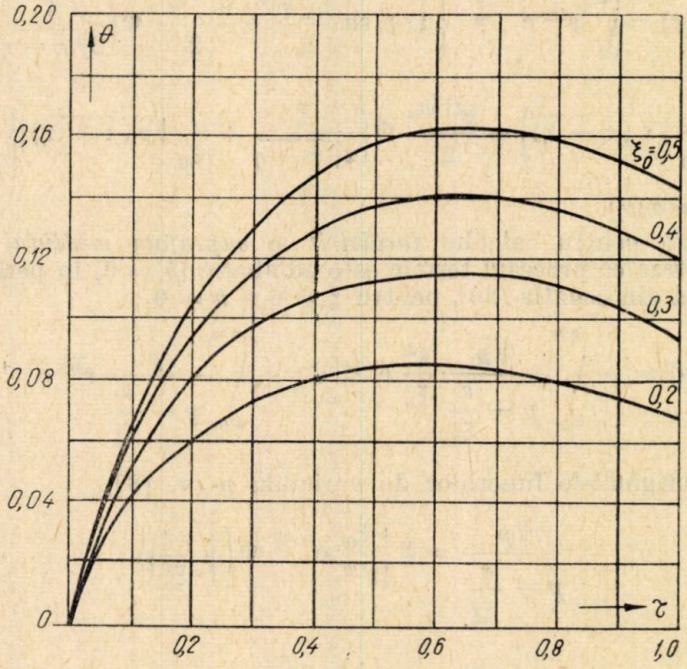


Fig. 2. — Funcția $\theta(0, \tau)$, pentru $\xi_0 = 0{,}2$; 0,3; 0,4; 0,5.

Din figura 2 rezultă că încălzirea maximă are loc la aproximativ 0,6 din durata pornirii.

CONCLUZII

Încălzirea suprafeței rotorului se poate calcula mai exact ținînd seama de variația adîncimii de pătrundere cu frecvența curenților din rotor, cînd se cunosc pierderile specifice în rotorul masiv, la pornirea motorului, — în funcție de cuplul de pornire. Astfel din relația (14 c) se calculează încălzirea maximă în funcție de ϑ_a dat de relația (14 b), de ξ_0 — relația (14 d) și de valoarea maximă a funcției Θ_a — care rezultă din figura 2 — corespunzătoare valorii parametrului ξ_0.

Încălzirile calculate după metoda prezentată mai sus vor fi mai mici decît încălzirile care rezultă la aplicarea metodelor de calcul expuse în [2] sau [3], deoarece adîncimea de pătrundere crește cu creșterea turației rotorului și prin urmare la aceleași pierderi specifice raportate la suprafața rotorului, pierderile specifice de volum scad.

Încălzirea suprafeței rotorului unei mașini electrice la pornirea în asincron, cuplul electromagnetic, respectiv alunecarea fiind o funcțiune oarecare de timp se determină calculînd pe θ din relația (27). Integrala din această relație se poate efectua grafic sau cu ajutorul unui calculator numeric.

Încălzirea miezului feromagnetic al rotorului în funcție de adîncimea x de la suprafața rotorului în cazul general cînd se consideră și căldura transmisă prin convenție rezultă cu θ determinat din relația (20), iar în cazul procesului adiabatic, din relația (23).

ANEXA I

TEOREMA FUNCȚIEI IMPLICITE

Fie funcția în transformarea Carson

$$\widetilde{f}(p) = \int_0^\infty e^{-pt} \widetilde{\varphi}(p, t)\, dt, \tag{1}$$

în care se cunoaște originala funcției transformate

$\widetilde{\varphi}(p, t)$ notată cu $\varphi(\tau, t)$, prin urmare

$$\widetilde{\varphi}(p, t) = p \int_0^\infty e^{-p\tau} \varphi(\tau, t)\, d\tau; \tag{2}$$

se presupune că $\varphi(\tau, t)$ și $\widetilde{\varphi}(p, t)$ îndeplinesc condițiile de convergență cerute la aplicarea transformatei Carson.

Funcția $f(t)$ se determină astfel:

$$f(t) = \int_0^t \varphi(\xi, t - \xi)\, d\xi \tag{3}$$

sau

$$f(t) = \int_0^t \varphi(t - \xi, \xi)\, d\xi. \tag{4}$$

Pentru demonstrarea acestei teoreme se înlocuiește mai întîi $\widetilde{\varphi}(p, t)$ din relația (2) în relația (1) și rezultă

$$\widetilde{f}(p) = \int_0^\infty e^{-pt} p \int_0^\infty e^{-p\tau} \varphi(\tau, t)\, d\tau,\, dt \tag{5}$$

sau

$$\widetilde{f}(p) = p \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-p(t+\tau)} \varphi(\tau, t)\, d\tau,\, dt. \tag{6}$$

Conform relației (6), $\widetilde{f}(p)$ se determină calculînd în planul $\tau - t$ produsul $e^{-p(\tau+t)}\,\varphi(\tau, t)$ pentru fiecare punct τ, t și efectuînd integrala în raport cu elementul de suprafață $d\tau\,dt$ (vezi fig. 3).

Integrala (6) se poate efectua și astfel : se introduce o nouă variabilă de integrare ξ și se integrează de-a lungul dreptei (D) de ecuație $\tau + \xi = t = \text{const.}$, în intervalul $0 - t$, după

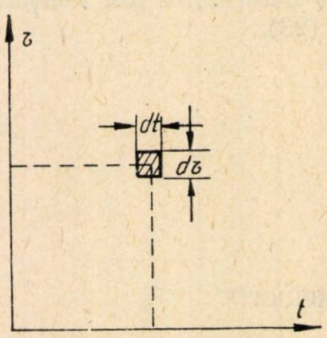


Fig. 3. — Explicativă la calculul integralei din relația (6).

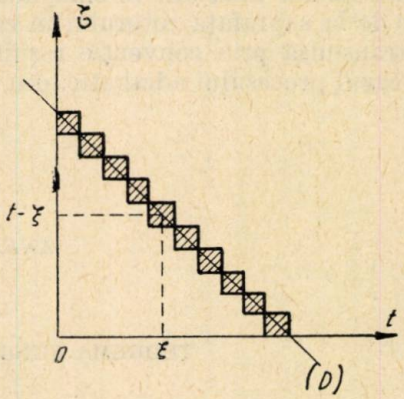


Fig. 4. — Explicativă la calculul integralei din relația (7).

aceeași metodă întîlnită la demonstrația teoremei produsului de compoziție a două funcții. Pentru a doua integrare, referitoare la toate lanțurile de elemente (vezi fig. 4), variabila de integrare este t, cu limitele de integrare $0 \leqslant t \leqslant \infty$; în consecință, relația (6) se poate scrie

$$\widetilde{f}(p) = p \int_0^\infty e^{-pt} \left[\int_0^t \varphi(t - \xi, \xi)\, d\xi \right] dt, \tag{7}$$

din care rezultă că originala funcției $\widetilde{f}(p)$ este dată de relația (4) ; în mod asemănător se poate demonstra și relația (3), integrînd în planul $t - \tau$ în raport cu variabila ξ de-a lungul dreptei (D) de ecuație $t + \xi = \tau = \text{const.}$

În cazul particular cînd funcția $\widetilde{\varphi}(p, t)$ poate fi scrisă sub formă de produs de două funcții, dintre care una funcție numai de variabila p, iar alta funcție numai de variabila t, teorema de mai sus coincide cu teorema produsului de compoziție a două funcții ; astfel, cu

$$\widetilde{\varphi}(p, t) = \widetilde{\varphi}_1(p) \cdot \varphi_2(t), \tag{8}$$

din relația (1) rezultă

$$\widetilde{f}(p) = \widetilde{\varphi}_1(p) \int_0^\infty e^{-pt}\, \varphi_2(t)\, dt \tag{9}$$

sau

$$\widetilde{f}(p) = \frac{1}{p}\, \widetilde{\varphi}_1(p) \cdot \widetilde{\varphi}_2(p).$$

După cum se cunoaşte, originala funcţiei $\widetilde{f}(p)$ se poate scrie, în funcţie de originalele funcţiilor $\widetilde{\varphi}_1(p)$ şi $\varphi_2(p)$, astfel:

$$f(t) = \int_0^t \varphi_1(\xi) \cdot \varphi_2(t - \xi)\, d\xi \equiv \int_0^t \varphi_1(t - \xi) \cdot \varphi_2(\xi)\, d\xi; \tag{10}$$

relaţia precedentă este în concordanţă cu relaţiile (3), respectiv (4).

Exemple:

a) Fie transformata Carson

$$\widetilde{f}(p) = \int_0^\infty e^{-pt}\,(p - t)\, dt$$

a funcţiei

$$f(t) = 1 - \frac{t^2}{2}.$$

Prin aplicarea teoremei de mai sus rezultă

$$f(t) = \int_0^t [\delta(\xi) - (t - \xi)]\, d\xi,$$

în care $\delta(\xi)$ este funcţia impulsie; prin efectuarea integralei din membrul al doilea al relaţiei precedente rezultă

$$f(t) = 1 - \frac{t^2}{2}.$$

b) Fie transformata Carson

$$\widetilde{f}(p) = \int_0^\infty \frac{pe^{-t^2}}{p + t}\, e^{-pt}\, dt;$$

prin aplicarea teoremei de mai sus, originala $f(t)$ rezultă din relaţia

$$f(t) = \int_0^t e^{-(t-\xi)\xi - (t-\xi)^2}\, d\xi$$

sau

$$f(t) = \int_0^t e^{-t^2 + t\xi}\, d\xi;$$

prin integrare rezultă

$$f(t) = \frac{1 - e^{-t^2}}{t}.$$

BIBLIOGRAFIE

1. I. A. Sîromiatnikov, *Regimurile de funcționare ale generatoarelor sincrone* (original în l. rusă). Edit. tehnică, București, 1956.
2. A. Nicolaide, *Încălzirea rotoarelor masive ale mașinilor sincrone la funcționarea asincronă*. Electrotehnica, **8**, *12*, 409—416 (1960).
3. Ph. Kl. Sattler, *Erwärmung der massiven Polschuhen von Synchronmotoren beim asynchronen Anlauf*. ETZ—A, **83**, *24*, 807—810 (1962).
4. J. Basta, *O tepleni plnych polovuch nástavcu u synchronni ch motoru pri asynchronnim rozběhu*. Elektrotechnicky Obzor, **52**, *5*, 253—254 (1963).
5. A. Nicolaide, *Contribuții la studiul încălzirii rotoarelor mașive ale mașinilor sincrone la pornirea în asincrone*. St. cerc. energ. electr., **14**, *3*, 549—564 (1964).
6. C. V. Bălă, *Despre posibilitatea de rezolvare analogică a problemei încălzirii polilor inductori masivi ai mașinilor sincrone*. St. cerc. energ. electr., **14**, *1*, 71—81 (1964).
7. C. V. Bălă, S. Ghețaru, *Cîmpul magnetic alternativ tangențial în mediul feromagnetic*. St. cerc. energ. electr., **15**, *2* (1965).
8. K. W. Wagner, *Operatorenrechnung und Laplacesche Transformation*, 2. Aufl., Johann Ambrosius Barth, Leipzig, 1950.
9. Jahnke-Emde, *Tafeln höherer Funktionen*. B. G. Teubner, Leipzig, 1960.

CALCULUL REZISTENȚEI ELECTRICE DINTRE CONTACTELE ROTORULUI UNEI MAȘINI UNIPOLARE AXIALE[1])

DE

ADRIAN CUPȘA

Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

621.313.291

Se calculează pentru prima oară valoarea exactă a rezistenței de dispersie din rotorul masiv, între cele două contacte presupuse perfect conducătoare. Totodată se arată că repartiția densității de curent este independentă de starea cinematică a rotorului și de valoarea cîmpului magnetic, ceea ce face posibil calculul ei în cazul particular al rotorului imobil. De asemenea, au fost aduse contribuții originale în ceea ce privește fenomenul inducției unipolare.

1. INTRODUCERE

a. Principiul de funcționare și tipuri constructive. Mașina unipolară este singura mașină rotativă în care se induce o t.e.m. continuă fără nici o ondulație. Avînd în vedere că t.e.m. se induce de obicei într-un singur conductor de secțiune mare (constituit însuși de rotorul masiv al mașinii), ea se va caracteriza printr-o tensiune de funcționare relativ mică și un curent foarte ridicat. Calculul t.e.m. se poate face dacă se ține seama că, în teoria lui Maxwell-Hertz, curbele și suprafețele de integrare trebuie antrenate de corpuri în mișcarea acestora. Amănunte despre construcție și funcționare se găsesc în [1], [2] și [3].

Din punct de vedere constructiv, în funcție de construcția rotorului și plasarea contactelor deosebim mașini de tip axial (fig. 1*a*) și de tip radial (fig. 1*b*).

---

[1]) Articol apărut și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." **10**, *3* (1965).

La cele de tip axial, expresia t.e.m. induse este

$$U_e = 2.l.\ B_{\delta n} \cdot a \cdot \omega, \tag{1.1}$$

iar la cele de tip radial,

$$U_e = B_{\delta n} \cdot \omega \cdot \frac{a^2}{2}, \tag{1.2}$$

unde $B_{\delta n}$ este componenta normală pe viteză a inducţiei magnetice rezultante din întrefier şi $\omega = 2\ \pi\ n$ viteza unghiulară de rotaţie.

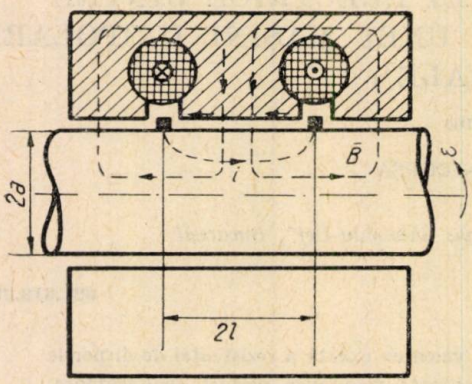


Fig. 1 *a*. Maşină de tip axial.

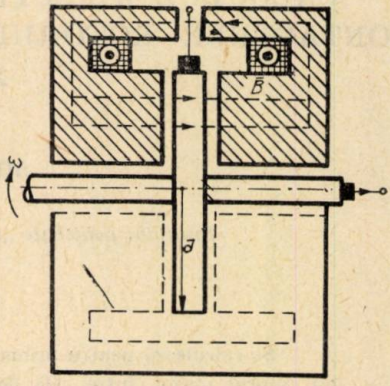


Fig. 1 *b*. Maşină de tip radial.

Cele două formule precedente se pot pune sub o formă comună dacă se exprimă U_e în funcţie de fluxul magnetic ce străbate rotorul. Astfel :

$$\Phi = 2\ \pi\ a.\ 2\ l \cdot B_{\delta n} \qquad \text{la cele de tip axial,} \tag{1.3}$$

$$\Phi = \pi\ a^2.\ B_{\delta n} \qquad \text{la cele de tip radial.} \tag{1.4}$$

Cu aceste notaţii, relaţiile (1.1) şi (1.2) se pot scrie grupat :

$$U_e = \Phi . n. \tag{1.5}$$

Din diverse considerente constructive şi economice, legate în special de problema contactelor, se preferă utilizarea aproape exclusivă a maşinilor de tip axial, în special la unităţi mari. Cele de tip radial au apărut primele din punct de vedere istoric, prin experienţele lui Faraday şi Barlow.

b. Probleme ale inducţiei unipolare şi consecinţe pentru studiul de faţă. La prima vedere, deducerea relaţiilor (1.1) şi (1.2) pe baza electrodinamicii clasice fenomenologice nu apare prea clară ; astfel, dacă periile s-ar roti o dată cu rotorul, se poate arăta uşor că rezultă $U_e = 0$. Aparent se crede că este o inconsistenţă a teoriei folosite, dar o analiză mai exactă arată contrarul. O confirmare riguroasă a acestor rezultate, similare cu experienţele lui Eichenwald privind cîmpul magnetic produs de dielectrici în mişcare, se obţine în baza teoriei electronilor, şi în special a electrodi-

namicii relativiste (vezi și [7], [8]). Aceasta arată că formularea dată de Hertz legii inducției electromagnetice este corectă. Pornind de la valabilitatea acestei legi, să vedem cîteva aspecte particulare legate de aplicarea ei la o mașină de tip axial, întrucît ele intervin direct în calculul ce urmează la punctul 2.

Se observă că, lucrînd în coordonate cilindrice, din motive de simetrie avem în rotor :

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}\ (r,z) \text{ și } \boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}\ (r,\ z). \quad (1.6)$$

Pe de altă parte, forma integrală generală a legii inducției electromagnetice este

$$\oint_\Gamma \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{r} = -\int_{S_\Gamma} \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A} + \oint_\Gamma (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}. \quad (1.7)$$

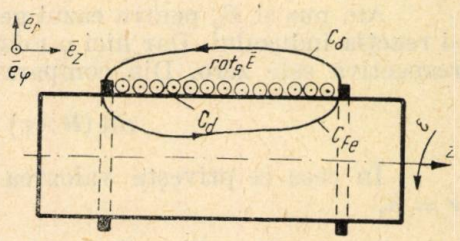


Fig. 2. Explicativă pentru aplicarea legii inducției electromagnetice.

Dacă se scrie legea în raport cu un $S \cdot R$ fix față de contacte (stator), primul termen este nul (nu variază în timp B) ; de asemenea, dacă dorim să trecem la integrala de suprafață, trebuie să ținem seama peste tot de formula generalizată a lui Stokes pentru cazul în care există discontinuități (pe anumite curbe C_d din cîmp). Astfel

$$\oint_\Gamma \boldsymbol{G} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{S_\Gamma} \mathrm{rot}\ \boldsymbol{G} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A} + \int_{C_d} \mathrm{rot}_s\ \boldsymbol{G} \cdot \boldsymbol{n} \cdot \mathrm{d}s. \quad (1.8)$$

Se vede imediat că, la suprafața de separație dintre rotor și aer, $\mathrm{rot}_s\ \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} \neq 0$, deci și $\mathrm{rot}_s\ \boldsymbol{E} \neq 0$. Scriind detaliat pe (1.7), conform (1.8) obținem

$$\oint_\Gamma \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{S_\Gamma} \mathrm{rot}\ \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{A} + \int_{C_d} \mathrm{rot}_s\ \boldsymbol{E}.\boldsymbol{n}.\mathrm{d}s = \int_{S_\Gamma} \mathrm{rot}\ (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})\, \mathrm{d}\boldsymbol{A} +$$

$$+ \int_{C_d} \mathrm{rot}_s\, (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})\, \boldsymbol{n}.\, \mathrm{d}s, \quad (1.9)$$

de unde, alegînd particular pe Γ, rezultă imediat

$$\mathrm{rot}\ \boldsymbol{E} = \mathrm{rot}\ (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \text{ și } \mathrm{rot}_s\ \boldsymbol{E} = \mathrm{rot}_s\ (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}), \quad (1.10)$$

dar

$$\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_r & \boldsymbol{e}_\varphi & \boldsymbol{e}_z \\ B_r & B_\varphi & B_z \\ 0 & \omega.r & 0 \end{vmatrix} = (-\boldsymbol{e}_r B_z + \boldsymbol{e}_z B_r)\ \omega.\mathrm{r},$$

$$\mathrm{rot}\ (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v}) = \frac{1}{1.1.r} \begin{vmatrix} 1.\boldsymbol{e}_r & r\boldsymbol{e}_\varphi & 1.\boldsymbol{e}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial r} & \dfrac{\partial}{\partial \varphi} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ -\omega.r.B_z & 0 & \omega.r.B_r \end{vmatrix} = -\boldsymbol{e}_\varphi\, \omega \left[\frac{\partial}{\partial r} (rB_r) + \frac{\partial}{\partial z} (r.B_z) \right]. \quad (1.11)$$

Dar din legea fluxului magnetic rezultă

$$\operatorname{div} \boldsymbol{B} = \frac{1}{r.1.1}\left[\frac{\partial}{\partial r}(r.B_r) + \frac{\partial}{\partial \varphi}(1.1.B_\varphi) + \frac{\partial}{\partial z}(r.B_z)\right] = 0, \qquad (1.12)$$

Am pus şi B_φ pentru cazul general al cîmpului în sarcină cînd apare şi reacţia indusului. Dar nici o mărime nu depinde de φ, aşa că derivata respectivă este zero. Din comparaţia lui (1.12) şi (1.11) rezultă imediat

$$\operatorname{rot}(\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v}) = -\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = 0. \qquad (1.13)$$

În ceea ce priveşte valoarea rotorului superficial calculată pentru $r = a$,

$$\operatorname{rot}_s \boldsymbol{E} = \operatorname{rot}_s(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{U}_{12} \times [(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})_2 - (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})_1] = \boldsymbol{e}_r \times [\boldsymbol{B}_\delta \times \boldsymbol{v}_\delta] =$$

$$= \boldsymbol{e}_r \times [-\boldsymbol{e}_z B_{\delta n} . V_\delta] = \boldsymbol{e}_\varphi . v_\delta . B_{\delta n}, \qquad (1.14)$$

unde $V_\delta = a.\omega$ este viteza periferică a rotorului. Cu semnele pozitive asociate în figura 2 rezultă cele de mai sus şi $E_s = B_{\delta n} . V_\delta$. Atunci formula (1.1) rezultă automat. La fel se demonstrează şi pentru maşini radiale.

Din expresiile (1.13) şi (1.14), ţinînd seama şi de forma generală (1.9) a legii inducţiei electromagnetice, rezultă următoarele consecinţe importante :

— în fier :

$$\operatorname{rot} \overline{E} = 0 \rightarrow \overline{E} = -\operatorname{grad} V, \qquad (1.15)$$

— circulaţia pe o curbă Γ care trece prin aer şi rotor (alcătuită din curbele deschise C_δ şi C_{Fe}) este independentă de forma conturului ales (cu condiţia să treacă prin cele două contacte). Într-adevăr :

$$\oint_\Gamma \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{C_\delta} \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{r} + \int_{C_{Fe}} \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{C_d} \operatorname{rot}_s(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}).\boldsymbol{e}_\varphi.\mathrm{d}s = 2.lv_\delta . B_{\delta n}. \qquad (1.16)$$

Pentru funcţionare ca generator avem

$$\int_{C_\delta} \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{r} = U_b \quad \text{şi} \int_{C_{Fe}} \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{r} = R_{\text{ech}} . i. \qquad (1.17)$$

Regăsim deci relaţia cunoscută de la maşini electrice generatoare de curent continuu :

$$U_b + R_{ech} . i = U_e = 2l.\ B_{\delta n} . v_\delta. \qquad (1.18)$$

Din (1.16) rezultă că pe orice curbă închisă care trece exclusiv prin rotor avem

$$\oint_{\Gamma_{Fe}} \boldsymbol{E}.\mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0, \qquad (1.19)$$

adică nu avem pierderi prin curenți Foucault; la fel se poate arăta că nu avem pierderi prin histerezis, deci la mașina unipolară nu există pierderi în fier de natură rotatorie ca la mașinile clasice de curent continuu.

În sfîrșit, cînd mașina lucrează în sarcină, prin rotor trece curent. Se știe că densitatea sa $J = \sigma E$; dar div $J = 0$ din legea de conservare a sarcinii electrice:

$$\text{div}\, J = -\sigma \text{ div grad } V = -\sigma \Delta V = 0 \rightarrow \Delta V = 0. \quad (1.20)$$

Dar, pentru condiții pe frontieră date pentru $J = \sigma E$ (adică pentru V), *Soluția ecuației lui Laplace* (1.20) *este unică*, independent de regimul de funcționare al mașinii (rotorul mobil sau static și alimentat cu curent din exterior). Deci și soluția pentru $J = -\sigma$ grad V va fi unică, independent de regimul de funcționare. *Rezultă că repartiția lui în rotor poate fi determinată în particular, în cazul mai simplu cînd rotorul este imobil*, situat în afara cîmpului magnetic inductor și alimentat din exterior prin inelele colectoare de contact. Pe acest rezultat ne vom baza la punctul 2, unde vom calcula rezistența echivalentă a rotorului între cele două contacte, rezistență definită prin relația (1.17).

Cunoscînd apoi repartiția în rotor a densității de curent (care nu este modificată de regimul de funcționare), se poate crea un punct de plecare pentru studiul cantitativ al reacției indusului, adică al cîmpului magnetic în sarcină. Aceasta ar face însă obiectul altui studiu. Pentru unele amănunte vezi [1] și [6].

2. CALCULUL REZISTENȚEI ROTORULUI

a. Integrarea ecuației (1.20). Determinarea valorilor și funcțiilor proprii. Din punctul de vedere al calculului ce ne interesează, rotorul mașinii poate fi considerat ca avînd forma din figura 3, cu dimensiunile respective. Deoarece, cf. (1.6), nici potențialul nu va depinde de φ, expresia laplacianului în coordonate cilindrice pentru $V = V(r,z)$ are forma următoare:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left[r \frac{\partial V}{\partial r}\right] + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0. \quad (2.1)$$

Căutăm o soluție particulară de forma

$$V(r,z) = R(r).Z(z), \quad (2.2)$$

deci

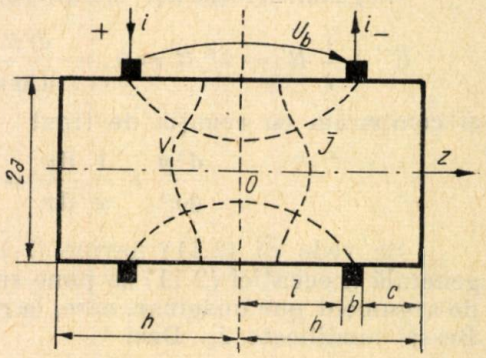


Fig. 3. Schița rotorului echivalent (de calcul).

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = R''Z + \frac{1}{r}R'Z + RZ'' = 0 \rightarrow \frac{R''}{R} + \frac{1}{r}\frac{R'}{R} + \frac{Z''}{Z} = 0. \quad (2.3)$$

Condiţiile pe frontieră sînt evident de tip Neumann : din motive de simetrie pentru

$$z = 0 \to V = 0, \tag{2.4}$$

pentru $z = \pm h$ şi r arbitrar

$$J_z = -\frac{\partial V}{\partial z}\sigma = 0, \tag{2.5}$$

pentru $r = a$, $\pm \dfrac{\partial V}{\partial r} = \rho J_r = f(z) = \begin{cases} 0 \text{ pentru } |z| < l \text{ şi } |z| > l + b, \\ -\rho J_0 \text{ pentru } -l - b \leqslant z \leqslant -l, \\ +\rho J_0 \text{ pentru } l \leqslant z \leqslant l + b, \end{cases}$ (2.6)

unde $J_0 = \dfrac{i}{2\pi ab}$.

Găsirea funcţiilor şi valorilor proprii :
Pentru ca (2.3) să fie posibilă pentru orice z şi r, trebuie ca

$$\frac{R''}{R} + \frac{1}{r}\frac{R'}{R} = \lambda^2 \text{ şi } \frac{Z''}{Z} = -\lambda^2. \tag{2.7}$$

Din (2.7), cu condiţia pe frontieră (2.4), rezultă

$$Z_\lambda = A_\lambda \sin \lambda z. \tag{2.8}$$

Vom determina valorile proprii din condiţia (2.5) :

$$\left.\frac{\mathrm{d}Z_\lambda}{\mathrm{d}z}\right|_{z=\pm h} = \lambda . A_\lambda . \cos \lambda h = 0 \to \lambda = \frac{\pi}{2h}(2n + 1). \tag{2.9}$$

Să găsim soluţia $R(r)$ tot din (2.7). Scriem :

$$R'' + \frac{1}{r}R' - \lambda^2 R = 0 \to \frac{\mathrm{d}^2 R}{\mathrm{d}(\lambda r)^2} + \frac{1}{(\lambda r)}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}(\lambda r)} - R = 0 \tag{2.10}$$

şi comparăm cu ecuaţia de tipul

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + \frac{1}{x}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - \left(1 + \frac{\nu^2}{x^2}\right) y = 0. \tag{2.11}$$

Se vede că (2.11) devine (2.10) dacă se face $\nu = 0$. Or, soluţia generală a ecuaţiei (2.11) se pune sub forma unei sume de funcţii Bessel de argument pur imaginar, care, la rîndul lor, se pot exprima prin funcţii Bessel modificate I_ν. Deci

$$R_\lambda = B'_\lambda J_0 (j \lambda r) + C'_\lambda Y_0 (j\lambda r),$$

dar pt. $r \to 0$, $Y_0 (0) \to \infty$; pentru a reţine soluţia nesingulară e necesar ca $C'_\lambda = 0$. Atunci

$$R_\lambda (r) = B'_\lambda J_0 (j \lambda r) = B_\lambda I_0 (\lambda r). \tag{2.12}$$

Reţinem că $I_0 (x)$ satisface relaţia : $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} I_0 (x) = I_1 (x)$.

Expresia soluției generale a ecuației (2.1). O soluție particulară este $V_\lambda = Z_\lambda(z).R_\lambda(z)$. Notăm $A_\lambda R_\lambda = K_{2n+1}$ și ținem seama de expresia (2.9) a lui λ. Ecuația (2.1) este liniară și deci soluția generală va proveni din însumarea termenilor

$$V_{2n+1} = Z_{2n+1}.R_{2n+1} = K_{2n+1}\sin\left[z\frac{\pi(2n+1)}{2h}\right]\cdot I_0\left[r\frac{\pi(2n+1)}{2h}\right], \quad (2.13)$$

$$V = V(r,z) = \sum_{n=0}^{\infty} V_{2n+1} \quad (2.14)$$

b. Determinarea constantelor de integrare. Constantele K_{2n+1} se pot găsi cu ajutorul condiției (2.6) încă nefolosite; pe de o parte calculăm $-\left.\frac{\partial V}{\partial r}\right|_{r=a}$ din (2.14), iar pe de altă parte dezvoltăm funcția $f(z)$ în serie Fourier în intervalul $(-h,h)$. Egalăm cele două rezultate și, identificînd termenii în sinus, găsim pe K_{2n+1}.

Într-adevăr, dezvoltarea este valabilă în intervalul $(-h,h)$, dar perioada primei armonici (după cum se vede și din (2.13) sau din fig. 4) este $4h$. Pentru a putea dezvolta pe $f(z)$, el trebuie prelungit analitic și periodicizat. Prin periodicizare, $f(z)$ devine funcție impară bisimetrică; or, o astfel de funcție se dezvoltă, după cum se știe, într-o sumă de sinuși impari „în fază", fapt ce corespunde pe deplin relațiilor (2.13) și (2.14). Lucrul acesta rezultă și din figura 4, unde am reprezentat pe $f(z)$ definit de (2.6). Calculul coeficienților se poate face integrînd pe un sfert de perioadă

$$C_k = \frac{2}{h}\int_0^h f(z).\sin\left(\frac{k\pi}{2h}z\right)\cdot dz, \text{ unde } k = 2n+1 \text{ și perioada } T = 4h$$

$$= \frac{2}{h}\rho.J_0\int_l^{h-c}\sin\left(\frac{k\pi}{2h}z\right)dz = \frac{4\rho J_0}{k\pi}\left|-\cos\frac{k\pi}{2h}z\right|_l^{h-c} =$$

$$= \frac{4J_0}{k\pi}\left[\cos\frac{k\pi}{2h}l - \cos\left(\frac{k\pi}{2h}h - \frac{k}{2h}c\right)\right] \text{dar } k = 2n+1,$$

$$C_{2n+1} = \frac{4\rho J_0}{\pi(2n+1)}\left[\cos(2n+1)\frac{\pi l}{2h} + (-1)^{n+1}\sin(2n+1)\frac{\pi c}{2h}\right] \quad (2.12')$$

atunci: $$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_{2n+1}\sin\left[(2n+1)\frac{\pi z}{2h}\right]. \quad (2.13')$$

Pe de altă parte,

$$\left.\frac{-\partial V}{\partial r}\right|_a = -\sum_{n=0}^{\infty} K_{2n+1}\sin\left[(2n+1)\frac{\pi z}{2h}\right]\cdot\frac{dI_0}{dr}\left[r\frac{\pi(2n+1)}{2h}\right]. \quad (2.14')$$

Dar

$$\frac{d}{dx}I_0(x) = I_1(x);\ \frac{dI_0(\lambda x)}{d(\lambda x)} = I_1(\lambda x);\ \frac{d}{dr}I_0(\lambda r) = \lambda I_1(r). \quad (2.15)$$

Egalînd (2.13'), (în care înlocuim (2.12')) cu (2.14') (în care înlocuim (2.15), găsim

$$C_{2n+1} = -K_{2n+1} \frac{\pi(2n+1)}{2h} I_1\left[\frac{a\pi(2n+1)}{2h}\right]$$

sau

$$K_{2n+1} = -\frac{8\rho h J_0}{\pi^2} \frac{1}{(2n+1)^2} \frac{\cos(2n+1)\frac{\pi l}{2h} + (-1)^{n+1}\sin(2n+1)\frac{\pi c}{2h}}{I_1\frac{a\pi}{2h}(2n+1)}. \quad (2.16)$$

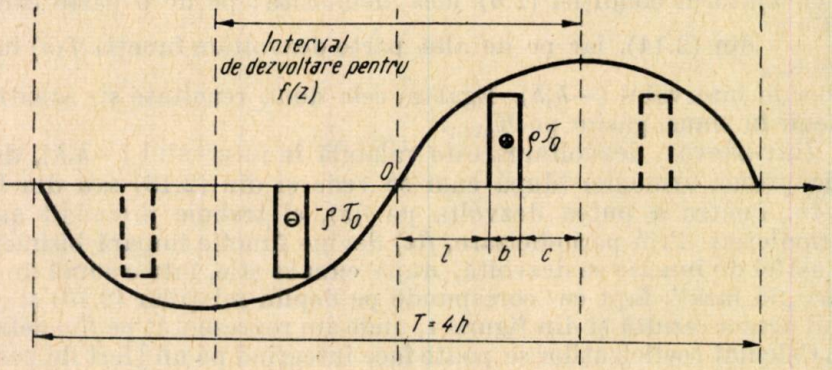


Fig. 4. Dezvoltarea în serie Fourier a funcţiei $f(z)$.

Dacă facem $J_0 = \frac{i}{2\pi ab}$ şi înlocuim (2.16) în (2.13), obţinem definitiv

$$V(r,z) = -\frac{4\rho hi}{\pi^3 ab}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{(2n+1)^2}\cdot\frac{I_0\left[r\frac{\pi(2n+1)}{2h}\right]}{I_1\left[a\frac{\pi(2n+1)}{2h}\right]}\cdot\sin\left[z\frac{\pi(2n+1)}{2h}\right]\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left[\cos\frac{\pi l(2n+1)}{2h} + (-1)^{n+1}\sin\frac{\pi c(2n+1)}{2h}\right]\right\}. \quad (2.17)$$

Se observă că expresia (2.17) satisface toate condiţiile pe frontieră şi fizice ale problemei (ca, de exemplu, $V > 0$ pt. $z < 0$; $\frac{-\partial V}{\partial z} > 0$ mereu; $\frac{-\partial V}{\partial r} < -0$ pt. $z < 0$ şi > 0 pt. $z > 0$). Totodată, raportul $\frac{I_0}{I_1}$ pentru valori mari ale argumentului tinde monoton către 1; la numărător avem produs de funcţii trigonometrice, iar $(2n+1)^2$ de la numitor

asigură o convergență destul de bună seriei (2.17), după cum vom vedea.

Dacă notăm cu I și II cele două contacte, este clar că

$$R_{ech} = \frac{V_I - V_{II}}{i} = -\frac{2V_{II}}{i} = -\frac{2}{i}V \ (z = +l, r = a)$$

sau

$$R_{ech} = \frac{8\rho h}{\pi^3 ab}\sum_{n=0} F_n\left(\frac{a}{h}, \frac{l}{h}, \frac{c}{h}\right), \tag{2.18}$$

unde prin F_n am notat acolada din (2. 17), în care am făcut $z = l$ și $r = a$.

Nu interesează să calculăm aici atît valoarea absolută a rezistenței, cît o valoare raportată (relativă), exprimată de asemenea în funcție de diverși parametri raportați pentru a da problemei cea mai mare generalitate și a putea compara prin similitudine mașini diferite. Definim un coeficient de împrăștiere $\left(\text{creșterea rezistenței față de valoarea ideală } R_0 = \frac{2l\rho}{\pi a^2}\right)$ astfel

$$K_r = \frac{R_{ech}}{R_0} = \frac{4}{\pi^2}\frac{a.h}{b.l}\sum_{n=0}^{\infty} F_n\left(\frac{a}{h}, \frac{l}{h}, \frac{c}{h}\right) = \frac{4}{\pi^2}\frac{a'}{b'l'}\sum_{n=0}^{\infty} F_n\,(a', l', c'), \tag{2.19}$$

unde

$$a' = \frac{a}{h};\ b' = \frac{b}{h};\ c' = \frac{c}{h};\ l' = \frac{l}{h};\ (l' + c' + b' = 1), \tag{2.20}$$

și

$$F_n = \frac{\cos\left[\pi l'\frac{(2n+1)}{2}\right] + (-1)^{n+1}\sin\left[\frac{(2n+1)}{2}\pi c'\right]}{(2n+1)^2} \cdot \frac{I_0\left[\frac{(2n+1)}{2}\pi a'\right]}{I_1\left[\frac{(2n+1)}{2}\pi a'\right]} \cdot \sin\left[\frac{(2n+1)}{2}\pi l'\right]. \tag{2.21}$$

Rezultatele se pot prezenta eventual grafic sub forma unor familii de curbe etc. Se observă că valoarea lui K_r este mărginită superior și inferior; astfel valoarea minimă este 1, pe cînd valoarea maximă se poate obține ușor, considerînd că secțiunea de trecere a curentului scade de la πa^2 la $2\pi\ ab$ (suprafața contactului) pe toată lungimea rotorului.

$$\text{Deci } K_{r\max} = \frac{\pi a^2}{2\pi ab} - \frac{a}{2b} \text{ sau } 1 < K_r < \frac{a}{2b}. \tag{2.22}$$

c. Exemplu de calcul pentru o mașină proiectată. Spre a vedea ordinul de mărime al lui K_r și cum se încadrează în limitele stabilite de (2.22),

vom da un exemplu de calcul referitor la o mașină proiectată de autor (12 kW) :

$$h = 195 \text{ mm} \rightarrow \frac{a\pi}{2h} \approx 0{,}805 \text{ radiani, sau } 45°,$$

$$a = 100 \text{ mm} \rightarrow \frac{l\pi}{2h} \approx 0{,}805 \text{ radiani, sau } 45°,$$

$$l = 100 \text{ mm},$$

$$\left.\begin{matrix} b = 15 \text{ mm} \\ c = 80 \text{ mm} \end{matrix}\right\} \rightarrow \frac{c\pi}{2h} \approx \frac{\pi}{5}, \text{ sau } 36°.$$

Înlocuim aceste date în (2.21) și calculăm (2.19) pe baza unei tabele sistematic ca mai jos (tabela 1). Se obține atunci

$$K_r = \frac{4}{\pi^2} \frac{0{,}8}{0{,}8.0{,}0077} \cdot 0{,}2823 \cong 1{,}5, \tag{2.23}$$

$$K_{r\max} = \frac{a}{2b} = \frac{100}{30} = 3{,}3.$$

Coeficientul 0,2823 de mai sus corespunde $\sum_{n=0}^{\infty} F_n$ și este obținut astfel

Tabela 1

Mărimea \ n	0	1	2	3	4
I_0 [(2n + 1) 0,8]	1,16651	3,0492	11,3019	46,7375	.....
I_1 [(2n + 1) 0,8]	0,43286	2,2981	9,7594	42,3282	.....
$\frac{1}{(2n+1)^2}$	1	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{49}$	$\frac{1}{81}$
sin [(2n + 1)·36°]	0,58779	0,95106	0	−0,95106	−0,58779
cos [(2n + 1) 45°] + + $(-1)^{n+1}$ sin [(2n + 1) 36°]	0,11932	0,24395	−0,76711	−0,24395	1,2949
cos [(2n + 1) 45°)]	0,70711	−0,70711	−0,70711	0,70711	0,70711
F_n	0,2280	0,0254	0,0254	0,0035	0,001

Se observă din (2.19) că ponderea cea mai mare o are, după cum era de așteptat, b', care apare la numitorul expersiei ; după b' intervine a', în sensul că pentru a' mic, K_r scade mult, apropiindu-se de 1. Se

observă, de asemenea, din tabela 1 că este suficient în general să se calculeze 5—6 termeni ai seriei (2.19); desigur că, de la caz la caz, se vede de la ce rang încep să devină neglijabili.

3. CONCLUZII ȘI OBSERVAȚII FINALE

a. În ceea ce privește contactele, am calculat la (2.18) și (2.19) rezistența rotorului între contacte, dar nu și căderea de tensiune în contactul propriu-zis. Aceasta deoarece problema contactelor, care se consideră rezolvată azi de tehnologia modernă prin adoptare de contacte lichide în atmosferă de gaze inerte, cuprinde foarte multe aspecte de hidrodinamică, tehnologie etc. și pînă la urmă nu poate fi studiată decît experimental,pe modele. Pierderile principale din mașină sînt produse în contacte și în rezistența rotorului masiv de fier. Avînd în vedere că acesta este *confecționat din fier* (rezistivitate mare) și este *parcurs de curenți foarte intenși*, determinarea cu precizie a rezistenței are mare importanță pentru studiul funcționării mașinii în regim permanent și pentru calculul termic.

b. Determinarea funcției de variație a potențialului în rotor, $V = V(r,z)$, permite să se determine repartiția de curent $\bar{J} = -\sigma \operatorname{grad} V$ în rotor, repartiție care este independentă de regimul (permanent) de funcționare al mașinii, așa cum am arătat la punctul 1. Cunoașterea exactă a acestei repartiții permite să se calculeze efectul reacției indusului la această mașină, problemă care, alături de realizarea contactelor și calculul circuitului magnetic în gol, reprezintă una dintre particularitățile principale ale acestui tip de mașină.

Primit la redacție la 15 martie 1965.

BIBLIOGRAFIE

1. T. Sălăgeanu, *Despre proiectarea generatoarelor unipolare.* Revista M E E I E, *2* și *10* (1952).
2. G. D'Albon, *Noi perfecționări aduse generatoarelor unipolare.*
3. * * * *Unipoliarnie maşint.* Akademia nauk S.S.S.R., 1940.
4. E. Poirson, *Dynamo unipolaire.* R.G.E. 1938, 605—612.
5. C. A. Partenie, *Mașini electrice speciale, Vol. 1.* București, 1954.
6. A. Cupșa, V. Gheorghiev, *Studiul, proiectarea și realizarea unui micromotor unipolar pentru viteză foarte mare de rotație* (Comunicare prezentată la sesiunea pe țară a Cercurilor științifice studențești). București, 1959.
7. F. Ollendorf, *Über unipolare Induktion.* A. F. E. zweites Heft, 1959, 80.
8. R. Becker, *Théorie des électrons.* Ed. Alcan, Paris, 1938.
9. V. Novacu, *Culegere de probleme de electrodinamică.* Ed. tehnică, București, 1964.
10. A. Gray, G. Mathews, *Funcțiile Bessel și aplicațiile lor în fizică*, Ed. tehnică, București, 1958.

CONTRIBUȚII EXPERIMENTALE LA STUDIUL SERVOMOTORULUI ASINCRON CU ROTORUL ÎN FORMĂ DE PAHAR

DE

ALEXANDRU FRANSUA
candidat în științe tehnice

Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

621.313.17

Lucrarea urmărește demonstrarea experimentală a unor concluzii teoretice stabilite în cercetările anterioare ale autorului sau ale altor experimentatori. Metoda experimentală este originală și corectă. De asemenea se mai aduce o contribuție la studiul influenței inelelor frontale unilaterale sau bilaterale.

1. INTRODUCERE

Servomotorul asincron bifazat cu rotorul în formă de pahar este cunoscut ca element important al servomecanismelor de curent alternativ de mică putere.

După cunoștințele noastre, o serie de articole științifice tratează teoria fizică a acestui tip de servomotor [1] — [10], în timp ce un studiu experimental pentru verificarea acestei teorii se găsește numai în [7].

Într-un studiu anterior [11], ca și ulterior în [12], s-a stabilit pe baza integrării ecuațiilor lui Maxwell, în unele ipoteze unanim recunoscute (neglijarea curburii rotorului, considerarea permeabilității fierului ca infinită, neglijarea cîmpului magnetic în zona capetelor de bobină, neglijarea variației cîmpului magnetic din întrefier în lungul razei, considerarea unei unde sinusoidale învîrtitoare a densității liniare statorice de curent, poziția simetrică a paharului rotoric în raport cu cele două miezuri statorice și neglijarea dispersiilor rotorice), o serie de formule importante :

— rezistența echivalentă a rotorului (raportată la stator)

$$R'_r = k_r R'_{r0},$$

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 3 p. 603—612 București 1965

în care R'_{r0} este rezistența pe lungimea l_1 în cazul unei lungimi infinite a mașinii, iar k_r un coeficient de creștere a rezistenței datorită lungimii finite a statorului

$$R'_{r0} = m\,(w_c k_{wc})^2\, 2\rho l_1/p\,\Delta\tau,$$

$$k_r = \xi_1 \frac{\xi_1(Y^2+Z^2)+kXZ-XY}{(\xi_1 Y-Z)^2+\xi_1^2 Z^2}, \tag{1}$$

— cuplul electromagnetic

$$M = \frac{2p^2\mu_0\tau A_m^2}{\delta\lambda^3}\cdot\frac{k}{1+k^2}\cdot\frac{\xi_1(Y^2+Z^2)+k\,XZ-XY}{Y^2+Z^2}, \tag{2}$$

— inducția medie în întrefier ca funcție de densitatea liniară statorică

$$B_{\delta m} = \frac{2\mu_0\tau^2 A_m}{\pi^2\,\delta l_1\sqrt{1+k^2}}\cdot\frac{\sqrt{(kX+\xi_1 Z)^2+\xi_1^2 Y^2}}{\sqrt{Y^2+Z^2}}. \tag{3}$$

În relațiile de mai sus, în afară de mărimile a căror semnificație este prezentată la sfîrșitul articolului, mai intervin următoarele notații :

$$k = \frac{\mu_0\omega\,\Delta\tau}{\pi^2\rho\delta}, \tag{4}$$

$$\left.\begin{aligned} X &= \operatorname{ch} 2\alpha\xi_1 - \cos 2\beta\xi_1,\\ Y &= \alpha \operatorname{sh} 2\alpha\xi_1 + \beta \sin 2\beta\xi_1 + X \operatorname{th}(\xi_2-\xi_1),\\ Z &= \beta \operatorname{sh} 2\alpha\xi_1 - \alpha \sin 2\beta\xi_1 + kX \operatorname{th}(\xi_2-\xi_1). \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Cum se remarcă cu ușurință, expresiile (1), (2), (3) nu sînt de loc simple. În lucrarea [11] însă s-a arătat pe bază de calcul, deci nu experimental, că coeficientul k_r de creștere a rezistenței rotorice nu este practic funcție de coeficientul fără dimensiuni k pe toată gama de valori uzuale a coeficienților de formă ξ_1, ξ_2. Această concluzie teoretică surprinde în primul moment, căci ar fi de așteptat ca rezistența echivalentă a rotorului să fie, totuși, funcție de frecvența curenților induși în paharul rotoric.

Pe baza acestei concluzii, putem găsi o valoare particulară a lui k care să simplifice cît mai mult expresia coeficientului k_r. Asemenea valoare se dovedește a fi $k = 0$ și atunci se obține

$$k_r = 1 + \frac{1}{\xi_1\left[\coth\xi_1 - \frac{1}{\xi_1} + \operatorname{th}(\xi_2-\xi_1)\right]}. \tag{1'}$$

Pe de altă parte, chiar utilizînd expresia (1) a coeficientului k_r, se arată că se pot obține pentru cuplul electromagnetic M și inducția magne-

tică $B_{\delta m}$ expresii aproximative mult mai simple, în care să nu mai intervină complicatele mărimi X, Y, Z (vezi [11]) :

$$M = \frac{pl_1\tau^2}{\pi} \cdot \frac{A_m B_{\delta m}}{\sqrt{1 + (k_r/k)^2}}, \tag{2'}$$

$$B_{\delta m} = \frac{\mu_0 \tau A_m}{\pi\delta} \cdot \frac{k_r/k}{\sqrt{1 + (k_r/k)^2}}. \tag{3'}$$

Pe baza expresiilor (1'), (2'), (3'), proiectarea unui servomotor de tipul considerat este mult simplificată și se pot urmări mult mai clar

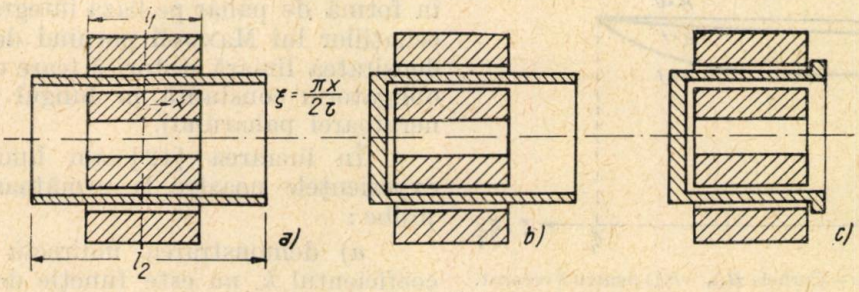


Fig 1. — Diferite forme ale paharului rotoric.

influențele diferiților parametri constructivi asupra performanțelor servomotorului.

Mai mult, în [12] se arată că prin modificarea construcției paharului rotoric se poate ajunge la schimbarea sensibilă a valorii coeficientului k_r într-un sens dorit. Astfel, pentru cazul din figura 1*a*) este valabilă expresia (1') a coeficientului k_r. Pentru cazul din figura 1*b*), în care paharul rotoric prezintă un perete de bază foarte apropiat de miezul statoric (acest perete poate fi considerat ca un inel supraconductor), este valabilă aceeași expresie (1') a coeficientului k_r cu condiția înlocuirii lui ξ_1 cu $2\xi_1$ și a lui ξ_2 prin $2\xi_2$.

În cazul din figura 1*c*), în care paharul rotoric prezintă practic două inele supraconductoare mărginașe, este valabilă relația $k_r = 1$.

Desigur, toate aceste concluzii teoretice trebuie verificate pe cale experimentală, ceea ce a impus experiențele care fac obiectul prezentului articol.

Înainte de a descrie aceste experiențe și a prezenta datele obținute, ținem să subliniem că în articolele [3] și [7] autorii atacă problema teoriei fizice pornind de la presupunerea că inducția magnetică reprezintă o undă învîrtitoare de amplitudine constantă în lungul generatoarei paharului rotoric. În acest fel autorii ajung direct la expresia (1') a coeficientului k_r (în [3], de altminteri, autorul nici nu a observat că expresia greoaie pe care a dedus-o se poate simplifica pînă la forma (1')).

În realitate, inducţia magnetică variază în lungul generatoarei, această variaţie fiind sensibil influenţată de valoarea coeficientului k (fig. 2) la densitate liniară statorică dată. Se remarcă din figura 2 că numai pentru $k = 0$ inducţia magnetică nu variază în funcţie de coordonata ξ, ceea ce explică faptul că se ajunge în cele din urmă la o expresie a lui k_r identică cu (1′). Aşadar, acest mod de abordare a problemei nu este justificat din punct de vedere ştiinţific şi duce la o rezolvare finală corectă doar din întîmplare.

În sfîrşit, trebuie făcută şi precizarea că datele experimentale prezentate în [7] sînt incomplete şi nu atacă toate aspectele impuse de concluziile teoretic deduse din tratarea riguroasă a servomotorului cu rotorul în formă de pahar pe baza integrării ecuaţiilor lui Maxwell pornind de la densitatea liniară statorică (care este obligatoriu constantă în lungul generatoarei paharului).

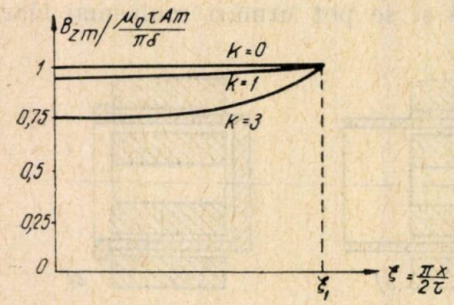


Fig. 2. — Curbele $B_{zm} = f(\xi)$ pentru $k = \text{const.}$

În lucrarea [12] am limitat experienţele noastre la următoarele probe :

a) demonstrarea indirectă că coeficientul k_r nu este funcţie de k, arătînd că k_r nu variază cu frecvenţa ;

b) demonstrarea valabilităţii formulei (1′), controlînd experimental dependenţa $k_r = f(\xi_2 - \xi_1)$, pentru $\xi_1 = \text{const.}$;

c) demonstrarea aceluiaşi lucru, arătînd că k_r nu este funcţie de grosimea Δ a pereţilor paharului ;

d) acelaşi lucru pentru dependenţa $k_r = f(\xi_1)$, pentru $\xi_2 - \xi_1 = \text{const.}$;

e) demonstrarea din punct de vedere cantitativ că prezenţa unor inele mărginaşe influenţează în măsura stabilită valoarea coeficientului k_r.

După cum se va vedea mai departe, experienţele enumerate mai sus vor da posibilitatea să verificăm indirect şi valabilitatea formulelor (2′) şi (3′) ale cuplului electromagnetic şi, respectiv, inducţiei magnetice.

2. BAZA TEORETICĂ A EXPERIENŢELOR

Să considerăm un motor trifazat cu rotorul în formă de pahar. Dacă înfăşurarea trifazată a statorului exterior este alimentată de la o sursă de frecvenţă variabilă, este foarte uşor a se măsura cuplul de pornire. În acest caz, cuplul electromagnetic este dat de (2′) şi (3′) :

$$M_0 = \frac{p^2 \delta l_1 \tau B_{\delta m 0}^2}{\mu_0} \cdot \frac{k_0}{k_r}.$$

Să presupunem acum că se poate măsura inducţia medie în întrefier cu ajutorul unei bobine auxiliare cu pas diametral, plasată în crestăturile

statorului exterior. Tensiunea electromotoare indusă în această bobină va fi

$$E_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} w f_0 \left(\frac{2}{\pi} B_{\delta m 0} l_1 \tau \right).$$

Dacă se elimină între relațiile de mai sus inducția $B_{\delta m 0}$ și se ține seama de relația (4), se obține

$$k_r = \frac{p^2 \Delta \tau^2}{4\pi \rho l_1 w^2} \cdot \frac{E_0^2}{M_0 f_0}. \tag{6}$$

Această relație ne dă posibilitatea de a calcula k_r prin măsurarea cuplului de pornire M_0, a tensiunii electromotoare E și a frecvenței f_0, restul mărimilor fiind de natură constructivă.

3. DESCRIEREA DISPOZITIVULUI EXPERIMENTAL

Dispozitivul experimental, prezentat schematic în figura 3, constă dintr-un stator exterior având o înfășurare trifazată, un stator interior din material feromagnetic fixat pe un arbore și un cilindru fixat de statorul interior prin intermediul unui strat izolator. Cilindrul este fabricat din aliaj de aluminiu.

Statorul interior împreună cu cilindrul se pot roti. Pe arborele dispozitivului este fixată o pîrghie la capătul căreia se află un platan. Cu ajutorul acestei pîrghii și a unor greutăți se poate echilibra și măsura cu precizie cu totul satisfăcătoare cuplul electromagnetic dezvoltat.

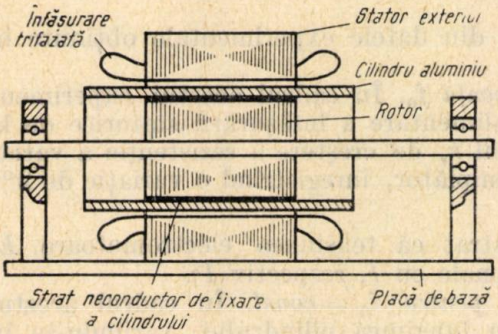


Fig. 3. — Dispozitivul experimental.

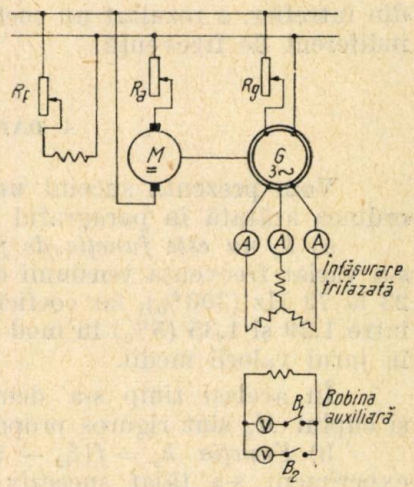


Fig. 4. — Schema electrică a alimentării dispozitivului experimental.

Într-o pereche de crestături ale statorului exterior se află plasată o bobină auxiliară pentru măsurarea tensiunii electromotoare E_0.

Schema electrică utilizată pentru alimentarea dispozitivului este prezentată în figura 4, în care M este un motor de curent continuu a

cărui turație poate fi variată cu ajutorul ori a rezistenței R_f, ori a rezistenței R_a. Acest motor acționează un generator sincron trifazat G, care alimentează înfășurarea trifazată a dispozitivului. Tensiunea generatorului poate fi variată cu ajutorul rezistenței R_g.

Schema conține ampermetre pentru măsurarea curenților din înfășurarea statorului, voltmetre pentru măsurarea tensiunii aplicate și un frecvențmetru. Frecvența este de asemenea măsurată prin tahogeneratorul fixat la capătul arborelui generatorului G. Tensiunea electromotoare indusă în bobina auxiliară a statorului exterior este măsurată prin două voltmetre termice prin intermediul contactelor B_1, B_2. Rezistența internă a ambelor voltmetre termice este foarte mare (mii de ohmi) în raport cu rezistența bobinii auxiliare (14 ohmi). Este nevoie de aceste precauții în măsurarea mărimii E_0, deoarece aceasta influențează considerabil coeficientul k_r (E_0 intervine ca E_0^2 în expresia (6)).

Una din principalele cauze de eroare poate fi faptul că bobina auxiliară este plasată în interiorul crestăturilor și nu în întrefier. Prin urmare, tensiunea electromotoare E_0 indusă în această bobină include tensiunea electromotoare datorită dispersiilor crestăturilor. Pentru a elimina această eroare s-a măsurat de asemenea tensiunea electromotoare E_0 indusă într-o bobină auxiliară plasată în întrefier în aceeași poziție, atunci cînd a fost posibilă plasarea unei asemenea bobine (și anume în acele experiențe cînd grosimea pereților paharului a fost redusă în trepte și întrefierul a crescut suficient). Din comparația tensiunii electromotoare E_0' indusă în bobina din crestături cu tensiunea electromotoare E_0 indusă în bobina din întrefier, a rezultat un coeficient de corecție a lui E_0', practic același indiferent de frecvență.

4. DATE EXPERIMENTALE

Vom prezenta succint unele din datele experimentale obținute în ordinea arătată în paragraful 1.

a) *k_r nu este funcție de frecvență f_0.* În cadrul acestui experiment s-a variat frecvența tensiunii de alimentare a înfășurării statorice de la 23 la 72 Hz (300%), iar coeficientul k_r de creștere a rezistenței a variat între 1,29 și 1,35 (5%) în mod întîmplător, înregistrînd o variație de 2% în jurul valorii medii.

În același timp s-a demonstrat că tensiunea electromotoare E_0' și cuplul M_0 sînt riguros proporționale cu I, respectiv I^2.

b) *Funcția $k_r = f(\xi_2 - \xi_1)$, pentru $\xi_1 = const.$* În cadrul acestui experiment s-a tăiat succesiv din lungimea cilindrului, variindu-se în acest mod mărimea $\xi_2 - \xi_1$. În tabela 1 sînt redate rezultatele globale, din care se observă imediat că eroarea maximă este de 6,4%.

c) *k_r nu este funcție de grosimea Δ a pereților paharului.* În acest experiment s-a redus treptat prin strunjire grosimea Δ a pereților paharului. În tabela 2 sînt prezentate rezultatele globale, din care rezultă că coeficientul k_r nu înregistrează variații însemnate atunci cînd grosimea Δ variază de la 1,32 la 0,43 mm (300%).

Tabela 1

$\xi_2 - \xi_1$	2,09	0,89	0,46	0,00
k_r măsurat	1,32	1,43	1.63	2,18
k_r calculat	1,36	1,44	1,57	2,05
Eroarea (%)	−2,9	−0.7	+3,8	+6,4

Tabela 2

Δ (mm)	1,32	1,12	0,745	0,43
k_r	2,18	2,21	2,09	2,04

d) *Funcția* $k_r = f(\xi_1)$, *pentru* $\xi_2 - \xi_1 = 0$. Pentru a utiliza același dispozitiv pentru diferiți coeficienți de formă ξ_1 sînt necesare cîteva explicații suplimentare. Să considerăm același dispozitiv și un pahar a cărui lungime l_1' este mai mică decît cea a pachetului statoric l_1. Fie I curentul absorbit pe fază de înfășurarea statorică. În întrefierul acestui dispozitiv există în acest caz două cîmpuri magnetice învîrtitoare. În regiunea neacoperită de paharul rotoric, cîmpul magnetic este produs de curentul I. În regiunea acoperită de paharul rotoric, cîmpul magnetic este produs de curentul de magnetizare I_m, corespunzător unui servomotor cu rotorul în formă de pahar cu $\xi_1 = \frac{\pi l_1}{2\tau}$ și $\xi_2 - \xi_1 = 0$ și aceeași densitate liniară statorică A_m, datorită curentului I. Cele două cîmpuri magnetice din cele două regiuni au aceeași viteză, dar, în general, amplitudini diferite, deoarece $I \neq I_m$. Dacă însă ne aranjăm de așa manieră ca I_m să fie foarte apropiat de I, atunci cele două cîmpuri magnetice au practic aceeași amplitudine. Se poate îndeplini această condiție cu foarte bună aproximație în cazul nostru dacă se lucrează la frecvență coborîtă. Se poate arăta că pentru $f_0 < 30$ Hz rezultă $I_m = 0{,}995\ I$. În această ultimă situație se poate măsura tensiunea electromotoare E_0' indusă în aceeași bobină auxiliară ca și în experiențele precedente și din aceasta se poate deduce tensiunea electromotoare E_0 care s-ar induce într-o bobină plasată în întrefierul acoperit de paharul rotoric prin simpla utilizare a unui coeficient de corecție

$$\frac{E_0'}{E_0} = \frac{l_1}{l_1'}$$

(corectînd pe E_0' și cu coeficientul datorit dispersiilor crestăturilor).

Considerațiile precedente ne-au dat posibilitatea să verificăm dependența $k_r = f(\xi_1)$, pentru $\xi_2 - \xi_1 = 0$, fără a utiliza alt dispozitiv, prin simpla tăiere din lungimea paharului. Rezultatele experimentale sînt

cumulate în tabela 3 şi demonstrează o perfectă concordanţă între teorie şi experienţă în limitele unei erori maxime de 7,6%, ceea ce este acceptabil.

Tabela 3

ξ_1	1,86	1,51	1,23	0,96
k_r măsurat	2,04	2,43	2,97	4,10
k_r calculat	2,05	2,50	3,18	4,44
Eroarea (%)	−0,5	−2,8	−6,6	−7,6

e) *Demonstrarea faptului că inele mărginaşe sînt echivalente cu inele supraconductoare.* Am realizat un pahar rotoric diferit de cel utilizat în experienţele precedente (ca în fig. 1 *c*). Teoria arată că peretele de bază al paharului, ca şi inelul gros de la celălalt capăt, joacă rol de inele supraconductoare şi că, în consecinţă, liniile densităţii de curent induse în pereţii paharului sînt paralele cu generatoarele, ceea ce echivalează cu $k_r = 1$. Acest rezultat teoretic, care deschide calea unei avantajoase aplicaţii practice, a fost verificat pe calea experimentală. Variind frecvenţa tensiunii de alimentare a înfăşurării statorice de la 27,5 la 62 Hz, coeficientul k_r a variat aleatoriu în jurul valorii medii de 1,07, valoarea minimă fiind 1,02, iar cea maximă 1,10.

Tăind inelul mărginaş din partea opusă peretelui de bază, se poate verifica rezultatul teoretic : coeficientul k_r descreşte şi paharul este echivalent cu un pahar fără perete de bază, cu un coeficient de formă $2\xi_1$ în loc de ξ_1 şi cu $2\xi_2$ în loc de ξ_2. Experienţele au confirmat acest rezultat, aşa cum rezultă din datele tabelei 4.

Tabela 4

$\xi_2 - \xi_1$	0,177	0,00
k_r măsurat	1,28	1,40
k_r calculat	1,25	1,37
Eroarea (%)	+ 2,4	+ 2,2

5. CONCLUZII

Prin studiul experimental ale cărui rezultate au fost prezentate în cele de mai sus, s-a reuşit să se verifice cu suficient de bună aproximaţie concluziile teoretice deduse din aplicare riguroasă a ecuaţiilor lui Maxwell în cazul servomotorului cu rotorul în formă de pahar. S-a verificat expresia (1′) a coeficientului de creştere a rezistenţei echivalente a rotorului servomotorului, iar indirect s-au verificat formulele (2′) şi (3′) ale cuplului

electromagnetic și ale inducției magnetice medii în întrefier ca funcții de densitatea liniară statorică. S-a demonstrat teoretic și experimental în ce sens variază coeficientul de creștere a rezistenței rotorice atunci cînd forma constructivă a paharului este schimbată.

Ținem să mulțumim, în încheiere, prof. Y. Naot, H. Schachter și F. Wahlers de la Polytechnic Institut of Brooklyn, New York, pentru sprijinul și îndrumarea acordată în ducerea la bun sfîrșit a acestor experiențe.

Lista notațiilor utilizate

m — numărul de faze ale statorului;
w_c — numărul de spire pe fază ale înfășurării de comandă;
k_{wc} — coeficientul de înfășurare;
ρ — rezistivitatea materialului din care este construit paharul;
l_1 — lungimea pachetului statoric;
p — numărul de perechi de poli;
$\xi_1 = \frac{\pi l_1}{2\tau}$ — coeficientul de formă al statorului;
l_2 — lungimea axială a paharului;
τ — pasul polar;
$\xi_2 = \frac{\pi l_2}{2\tau}$ — coeficientul de formă al paharului;
μ_0 — permeabilitatea aerului;
A_m — amplitudinea undei învîrtitoare a densității liniare a statorului;
δ — grosimea intrefierului;
$\lambda = \pi/\tau$;
$B_{\delta m}$ — amplitudinea inducției magnetice în întrefier ca medie în lungul generatoarei paharului;
$k = \mu_0 \omega \Delta \tau^2 / \pi^2 \rho \delta$;
$\alpha + j\beta = \sqrt{1 + j\beta}$;
Δ — grosimea pereților paharului;
f_0 — frecvența tensiunii statorice.

Primit la redacție la 10 martie 1965.

BIBLIOGRAFIE

1. Е. М. Лопухина, *Исследование асинхронного двигателя с ротором в виде полого цилиндра*. Электричество, *5*, (1950).
2. Ю. С. Чечет, *Управляемый асинхронный двигатель с полым ротором*. Госэнергоиздат, Москва-Ленинград, 1955.
3. R. L. Fillmore, *Calculation of eddy current paths in drag-cup induction motor rotors*. Transactions A.I.E.E., **75**, part. III (1956).
4. A. Moraru, *Rezistența rotorului în formă de pahar*. Electrotehnica, *5*, (1957).

5. И. А. Вевюрко, *К расчету характеристик двухфазной индукционной машины с полым ротором*. Вестник Электропромышленности, *6*, (1957).
6. — *О расчете асинхронной машины с полым ротором методом симметричных составляющих*. Вестник Электропромышленности, *4* (1958).
7. R. L. Russell, K. H. Worsworthy, *Eddy currents and wall losses in screened-rotor induction motors*. The Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, part A, 105 (1958).
8. B. L. Fuller, P. H. Trickey, *Equivalent drag-cup resistance*. Transaction A.I.E.E., **81**, part III (1962).
9. R. C. Robinson, I. Rowe, I. E. Donelan, *The calculation of can losses in canned motors*. Transactions A.I.E.E., **76**, part. III (1957).
10. E. C. Guilford, *Theory of the induction machine with conducting sleeve rotor*. Transactions A.I.E.E., **80**, part. III (1961).
11. Al. Fransua, *Considerații asupra funcționării servomotorului asincron bifazat cu rotor în formă de pahar*. Electrotehnica, *5* (1959).
12. Al. Fransua, *The theory and design of 2-phase drag-cup servomotor*. Thesis, Polytechnic Institute of Brooklyn, New York, 1964.

ÎNCĂLZIREA MAȘINILOR ELECTRICE CU ÎNTREFIER AXIAL ȘI CIRCUITE IMPRIMATE*[1]

DE

D. F. LĂZĂROIU

Institutul de cercetare și proiectare pentru industria electrotehnică, București

621.313.17.017.7

În lucrare se expune metodica calculului încălzirii mașinilor electrice cu întrefier axial, al căror rotor este construit sub forma unui disc izolant prevăzut cu cablaj imprimat.

Calculul încălzirii în regim staționar se expune în 2 etape. Prima etapă constă în considerarea transmisiei căldurii produse în conductoarele imprimate pe o singură parte a suportului izolant, după legile clasice de conductibilitate, convecție și radiație și prin admiterea analogiei cu fenomenele de disipare ce se produc în nervurile plane ale schimbătoarelor de căldură. În a doua etapă se consideră cazul real, cu conductoarele imprimate pe ambele părți ale suportului izolant, calculele efectuîndu-se prin suprapunerea fizică a fenomenelor din două plăci placate pe cîte o față, care nu admit un transfer de căldură în zona suprapunerii.

Pentru determinarea regimului tranzitoriu al încălzirii se utilizează teoria încălzirii unui sistem tehnic format din n corpuri omogene, după sistemul rețelelor echivalente de surse de căldură. Se ia cazul general cu $n = 3$, întîlnit și la mașinile electrice clasice (unde cele 3 corpuri, considerate omogene sînt cuprul, fierul și un element constructiv de răcire), redus apoi la $n = 2$, discul rotoric al mașinilor considerate neavînd fier.

Problema prezintă interes deosebit pentru dimensionarea acestui tip de mașini, datorită densităților mari de curent pe care le admite construcția circuitelor imprimate.

Introducerea tehnologiei circuitelor imprimate în construcția mașinilor electrice și anume a celor cu întrefier axial în mod deosebit [1], are avantajul, între altele, că permite să se reducă în mod impresionant

*[1] Articol apărut și în „Rev. roum. sci. techn.-Electrotechn. Energ." **10**, *3* (1965)

dimensiunile acestor mașini, ca urmare a unor densități de curent j admisibile deosebit de mari în conductoare [2]. Ținînd seama, pe de o parte, că pe acest principiu s-au construit variante de mașini cu puteri de ordinul zecilor de kW și, pe de altă parte, că încălzirea este aceea care delimitează mărimea j, rezultă importanța deosebită a studiului încălzirii acestor mașini. În cele ce urmează, ne vom referi la încălzirea discului rotoric al mașinilor de mică putere, realizat cu tehnologia circuitelor imprimate, putîndu-se extinde acest studiu și la alte cazuri constructive similare.

Pentru demonstrarea relațiilor de calcul, se va considera mai întîi existența conductoarelor imprimate pe o singură față, după care se va studia cazul real, cu conductoarele imprimate pe ambele fețe ale discului rotoric.

1. CAZUL CONDUCTOARELOR IMPRIMATE PE O SINGURĂ FAȚĂ A DISCULUI ROTORIC

Evacuarea căldurii dintr-un asemenea disc, produsă ca urmare a pierderilor în cupru, se realizează prin convecție și radiație la nivelul suprafețelor exterioare și prin conductibilitatea termică a suportului izolant. Se va considera un suport izolant, acoperit complet cu o folie de cupru pe una din suprafețe, prin care trece un curent. Pierderile în cupru produc un flux termic Q, care se împarte în două părți Q' și Q''. În conformitate cu figura 1*a* se poate scrie, în regim staționar:

$$Q = Q' + Q'' \tag{1}$$

și

$$p_s = \frac{\Theta_{ci}}{R_0}, \tag{2}$$

unde: p_s — fluxul termic specific (căldura disipată de unitatea de suprafață în unitatea de timp);

Θ_{ci} — încălzirea (diferența de temperatură între circuitul imprimat, adică pelicula metalică și mediul ambiant);

R_0 — rezistența termică pe unitatea de suprafață.

În conformitate cu schema echivalentă din figura 1, *b*, rezistența termică R', corespunzătoare convecției și radiației directe a peliculei metalice (corespunzînd mărimii Q'), se leagă în paralel cu cele două rezistențe termice înseriate: R_c corespunzătoare conductibilității termice a suportului izolant și R'' corespunzătoare convecției și radiației feței opuse a suportului izolant (corespunzînd mărimii Q''). Rezistența termică a peliculei, în sensul grosimii acesteia, poate fi neglijată. Rezistențele termice se calculează cu relațiile:

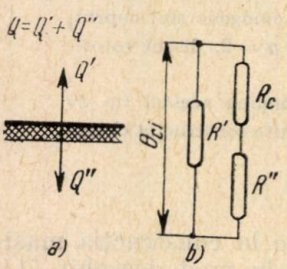


Fig. 1. — Fluxul termic și schema echivalentă a rezistențelor termice, pentru un suport izolant placat cu folie de cupru pe o singură față.

$$R' = \frac{1}{\alpha'}; \quad R'' = \frac{1}{\alpha''}; \quad R_c = \frac{\delta}{\lambda}; \tag{3}$$

unde: α' — coeficientul transmisiei căldurii de la cupru la aer;

α'' — coeficientul transmisiei căldurii de la suportul izolant la aer;

λ — coeficientul de conductibilitate termică al suportului izolant;

δ — grosimea suportului izolant.

Rezistența termică specifică echivalentă are expresia:

$$R_0 = \frac{\lambda + \alpha'' \cdot \delta}{\alpha' \cdot \lambda + \alpha'' \cdot \lambda + \alpha' \cdot \alpha'' \cdot \delta}. \tag{4}$$

Deoarece valorile lui α' și α'' sînt apropiate, se poate considera $\alpha' = \alpha'' = \alpha_{med}$ și cu o anumită aproximație:

$$R_0 = \frac{\lambda + \alpha_{med} \cdot \delta}{2\alpha_{med}\ \lambda + \alpha_{med}^2}. \tag{4 a}$$

Pentru plăcile subțiri, pentru care $\delta \cong 0$, sau $\lambda \cong \infty$, cu aproximație:

$$R_0 = \frac{1}{\alpha' + \alpha''} = \frac{1}{2\alpha_{med\ \delta}}. \tag{4 b}$$

În cazul ambiantei de 35°C, coeficienții de transmisia căldurii au valorile: $\alpha' = 6 \cdot 10^{-4} \cdot \Theta^{1/4}$ (pentru cupru) și $\alpha'' = 4{,}12.10^{-4} \cdot \Theta^{1/4}$ W/cm².°C (pentru pertinax). Funcțiile α', α'' și $\alpha_{med} = f(\Theta)$ sînt reprezentate grafic în figura 2. Coeficientul de conductibilitate termică $\lambda = 28{,}9 \cdot 10^{-4}$ W/cm. °C pentru pertinax și $103 \cdot 10^{-4}$ W/cm. °C pentru ceramică. Verificările efectuate de autor confirmă datele din literatură.

Fluxul termic specific p_s, calculat cu relația (2), se determină experimental, pentru o fișie de izolant acoperit cu cupru, după schema din figura 3, în care prin variația tensiunii U și curentului I, referitoare la

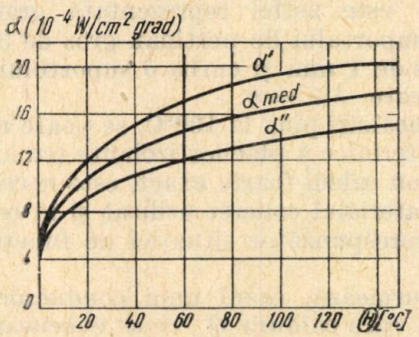


Fig. 2. — Curbele de variație pentru coeficienții α' și α''.

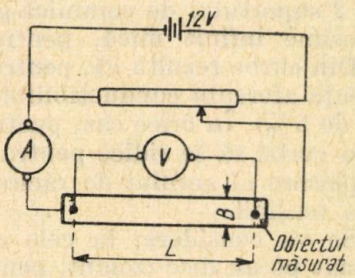


Fig. 3. — Schema pentru determinarea încălzirii și a fluxului termic specific.

obiectul măsurat, se determină variația mărimilor: Θ_{ci} (din variația rezistenței cu încălzirea $R_\Theta = R_{\theta=0}\ (1+0{,}00393\,\Theta)$) și $p_s = P/S$, unde $P = U \cdot I$, iar $S = B \cdot L$ suprafața radiantă a fișiei, cu L măsurat între sudurile efectuate la conductoarele de legătură ale voltmetrului. Aceste suduri, cum și cele ale circuitului principal, trebuie efectuate cu grijă, în

scopul eliminării posibilităţii de introducere a unor rezistenţe suplimentare mari, ce s-ar înseria cu rezistenţa mică (zecimi sau sutimi de ohmi) a probei.

Mărimile Θ_{ci} şi p_s fiind determinate prin citirea unor valori ale curentului I, cînd acesta este variat, se poate trasa curba $p_s = f(\Theta_{ci})$. De asemenea, din aceleaşi determinări, pentru proba considerată, se poate trasa curba $\Theta_{ci} = f(j)$, unde $j = I/B \cdot h$ (h fiind grosimea foliei de cupru).

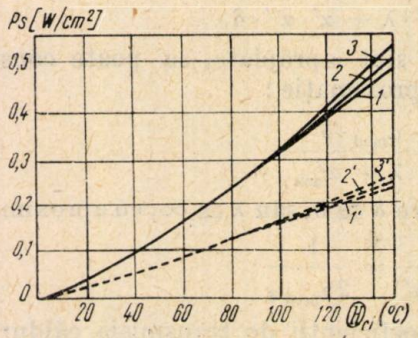


Fig. 4. — Curbele de variaţie ale fluxului termic specific P_s, în cazul suportului izolant placat cu folie de cupru pe o singură faţă (familia 1, 2, 3) şi placat pe ambele feţe (familia 1′, 2′, 3′).

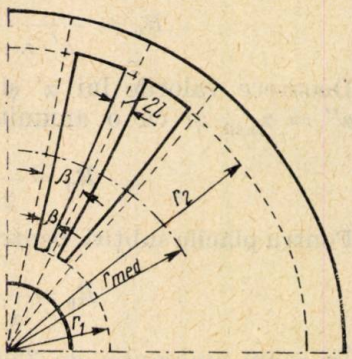


Fig. 5. — Geometria conductoarelor imprimate şi a interstiţiilor izolante.

Rezultatele depind de natura mediului de răcire, de viteza sa de deplasare, de turbulenţa sa etc, neglijînd totodată influenţa muchiilor asupra fenomenului de disipaţia căldurii.

Variaţia funcţiei $p_s = f(\Theta_{ci})$ este astfel reprezentată grafic în figura 4, unde curba *1* corespunde suportului de pertinax gros de 3 mm, curba *2* suportului de ceramică gros de 1 mm şi curba *3* suportului ideal de grosime infinit mică, pentru care $\delta/\lambda = 0$.

Din curbe rezultă că, pentru încălziri pînă la 100°C, se poate neglija rezistenţa aferentă conductibilităţii termice a plăcilor izolante (cu aproximaţie de 5%). În orice caz, pentru un calcul foarte exact, este necesar ca această curbă să se ridice pentru materialul concret utilizat şi în regimul de deplasare al aerului de răcire, corespunzător situaţiei de funcţionare reale a maşinii.

Se va considera, în cele ce urmează, cazul unui conductor real, imprimat pe un disc izolant, pentru care căldura Q_{ci} ce se evacuează din conductorul imprimat prin cele două feţe ale acestuia (ale foliei metalice) se poate scrie, în regim staţionar :

$$Q_{ci} = \Theta_{ci} \cdot \alpha_{med} \cdot S, \tag{5}$$

unde : α_{med} se determină din figura 2 ;

$S = 2L' \cdot b$ este suprafaţa totală a conductorului imprimat (suma celor două feţe) prin care se evacuează Q_{ci}, în care L' şi b sînt lungimea şi respectiv lăţimea medie reale ale conductorului imprimat.

Se menționează că, în conformitate cu geometria unui disc imprimat, cu N conductoare, reprezentată schematic în figura 5, în care s-au desenat conductoarele fără părțile frontale, se poate nota :

$$\beta = \frac{2\pi}{N}, \quad L = r_2 - r_1, \quad r_{med} = \frac{1}{2}(r_2 + r_1). \tag{6}$$

În acest caz, $L' = k_L \cdot L$, cu $k_L > 1$ un coeficient care ține seama de părțile frontale ale conductorului, fiind funcție de τ_p și L.

Lățimea medie a conductorului $b = \beta \cdot r_{med} - 2l = \dfrac{\pi(r_2 + r_1)}{N} - 2l$, notînd cu $2l$ interstițiul izolant dintre două conductoare.

Zona discului, corespunzătoare interstițiilor izolante, așezate de o parte și de alta a conductoarelor imprimate, evacuează căldura pe care o primesc prin fenomenul conductibilității termice a suportului izolant.

În figura 6 este reprezentată distribuția temperaturii în secțiunea unui conductor imprimat și a suportului izolant respectiv, în regim staționar. Temperatura, respectiv încălzirea Θ_{ci} la suprafața conductorului, poate fi considerată constantă, lățimea b fiind mică (1—5 mm), iar conductibilitatea cuprului foarte mare. Încercări de laborator [3] au demonstrat astfel că rezistența termică a suportului de pertinax de 2 mm grosime este de 38 de ori mai mare decît cea a conductoarelor imprimate de 0,05 mm grosime.

Zona neacoperită de cupru, din jurul conductorului, joacă rolul unei nervuri plane a unui schimbător de căldură, deci va participa la evacuarea căldurii. Distribuția temperaturii în această zonă, are loc [4] după funcția :

$$\Theta_x = \Theta_{ci} \cdot \frac{\operatorname{ch} m(l - x)}{\operatorname{ch} ml}, \tag{7}$$

unde :

$$m = \sqrt{\frac{\alpha \cdot C}{\lambda \cdot A}}, \tag{8}$$

notînd cu A — secțiunea nervurii, perpendiculară pe sensul l și cu C — perimetrul secțiunii nervurii.

În acest fel :

$$m = \sqrt{\frac{\alpha'' \cdot 2(\delta + L')}{\lambda \cdot \delta \cdot L'}} \cong \sqrt{\frac{2\alpha''}{\lambda \cdot \delta}}. \tag{8a}$$

La margine, pentru $x = l$, relația (7) devine :

$$\Theta_l = \Theta_{ci} \cdot \frac{1}{\operatorname{ch} ml}. \tag{7a}$$

Considerînd, cu suficientă aproximație, că transmisia de căldură este

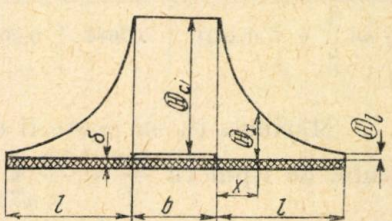


Fig. 6. — Distribuția temperaturii în secțiunea unui conductor imprimat pe o singură față a suportului izolant și a spațiului dintre conductoare.

nulă prin partea frontală a conductorului și a suportului izolant, căldura evacuată de suportul izolant în zona interstițiului dintre două conductoare [4] are expresia :

$$Q_{si} = 2m \cdot \lambda \cdot A \cdot \Theta_{ci} \cdot \text{th}\, ml = 2m \cdot \lambda \cdot \delta \cdot L' \cdot \Theta_{ci} \cdot \text{th}\, ml, \qquad (9)$$

unde coeficientul 2 se referă la faptul că fiecărui conductor îi revin cîte două nervuri plane, simetrice, de lungime l.

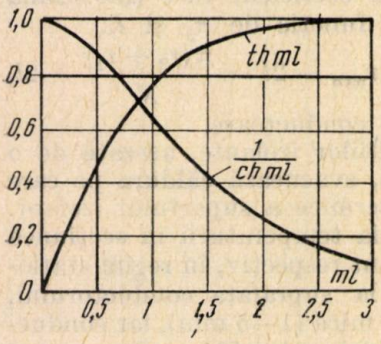


Fig. 7. — Curba de variație a funcțiilor hiberbolice pentru $ml = 0 - 3$.

Valoarea maximă a lui Q_{si} are loc pentru cazul cînd th $ml = 1$, ceea ce corespunde pentru $ml = \infty$. În realitate, valoarea th ml descrește foarte repede, așa încît, conform tabelei 1, degajarea de căldură atinge 99,51% la $ml=3$ și 90,5% la $ml=1{,}5$ din maximul mărimii Q_{si}. Acest aspect este foarte important pentru cazul real al discurilor rotorice, la care există interesul să se adopte un interstițiu $2l$ cît mai redus. Alegînd un produs ml, rezultă mărimea interstițiului :

$$2l = 2\frac{ml}{m} = 2 \cdot ml \cdot \sqrt{\frac{\lambda \cdot \delta}{2\alpha''}}. \qquad (10)$$

Valorile funcțiilor hiperbolice, pentru cazurile practice, se deduc din tabela 1, sau din curbele reprezentate în figura 7.

Tabela 1

Variația funcțiilor hiperbolice pentru ml = 0—6

ml	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6
ch ml	1	0,1276	1,543	2,352	3,762	10,07	27,31	74,21	201,7
th ml	0	0,4621	0,7616	0,9052	0,9640	0,9951	0,9993	0,9999	1

Mărimea th ml poate fi calculată ca suma unei serii rapid convergente, de tipul $\text{th}\,\frac{\pi x}{2} = \frac{4x}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^2 + x^2}$, în care se va nota $\frac{\pi x}{2} = ml$, deci $x = \frac{2ml}{\pi}$.

Față de cele expuse, rezultă că evacuarea căldurii Q, dezvoltată în conductor, are loc prin cele două suprafețe ale conductorului, sub forma

Q_{ci} conform (5) și prin suportul izolant corespunzător interstițiului dintre conductoare, sub forma Q_{si} conform (9). În regim staționar :

$$Q = Q_{ci} + Q_{si} = Q_{ci}\left(1 + \frac{Q_{si}}{Q_{ci}}\right). \tag{11}$$

Introducînd în (11) relațiile (5) și (9) se obține :

$$Q = Q_{ci}\left(1 + \frac{\sqrt{\delta}}{b} \cdot \frac{\sqrt{2\alpha'' \cdot \lambda}}{\alpha_{med}} \cdot \text{th}\, ml\right), \tag{12}$$

sau, utilizînd mărimile relative :

$$\frac{p_0}{p_s} = \frac{Q}{Q_{ci}} = 1 + \frac{\sqrt{\delta}}{b} \cdot \frac{\sqrt{2\alpha'' \cdot \lambda}}{\alpha_{med}} \cdot \text{th}\, ml, \tag{13}$$

unde :

— p_s este fluxul termic specific (căldura disipată direct de unitatea de suprafață a conductorului considerat separat, fără transmisie de căldură a zonei înconjurătoare, conform (2), în W/cm²) ;

— p_0 este puterea dezvoltată pe unitatea de suprafață a conductorului, în W/cm², adică :

$$p_0 = \frac{I^2 \rho \dfrac{L'}{bh}}{bL'} = \frac{I^2 \cdot \rho}{b^2 \cdot h} = j^2 \cdot h \cdot \rho, \tag{14}$$

în care :

h — grosimea conductorului ;

I — curentul în conductor ;

ρ = $1{,}78.10^{-5}$ $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{mm}$ pentru conductorul obținut prin procedeul de coroziune al pertinaxului placat și $2{,}5.10^{-5}$ $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{mm}$ pentru conductorul obținut prin depunerea electrolitică ; această valoare se verifică prin măsuri exacte ale placatului.

Raportul p_0/p_s indică, cu suficientă aproximație, de cîte ori crește fluxul termic specific în cazul transmisiei de căldură a suprafeței interstițiului izolant, care înconjură conductorul imprimat. Experiențele arată că pentru $b = 1-2$ mm, pertinax cu $\delta = 1-2$ mm și $2l = 7-10$ mm, căldura disipată crește de 4—9 ori în comparație cu un conductor ideal, așezat pe un suport infinit subțire ($\delta = 0$), în cazul aceleiași încălziri. Considerente tehnice obligă reducerea interstițiului $2l$, pentru care la valori de 3—6 mm disipația căldurii crește totuși de 2,5—5 ori.

Mersul de calcul se desfășoară în modul următor. Pentru o construcție dată se determină : δ, b și $2l$ în cm ; p_0 conform (14). Se fixează apoi arbitrar o încălzire Θ_{ci} probabilă, pentru care rezultă din figura 2 coeficientul α''. Se calculează parametrul m conform (8a), apoi p_s din (13) și se determină încălzirea $\Theta_{ci} = f(p_s)$ din figura 4. Dacă nu se obține valoarea probabilă Θ_{ci} pe care s-a bazat calculul, operația se repetă din aproape în aproape, pînă cînd cele două valori Θ_{ci} coincid.

Compararea calculelor cu datele experimentale [3], privind variaţia încălzirii Θ_{ci} în funcţie de lăţimea conductorului b şi intensitatea curentului I, pentru $\delta = 1{,}5$ mm şi $h = 50\mu$, aşa cum rezultă din tabelele 2 şi 3, confirmă justeţea calculelor în limitele unor toleranţe admisibile (de comparat cifrele subliniate).

Tabela 2

Variaţia încălzirii Θ_{ci} în funcţie de I, pentru b = 1 mm = const. şi 2 l = 12 mm

Încălzirea Θ_{ci} reală [°C]	*20*	*50*	*70*	*80*
Curentul I măsurat [A]	3,6	5,8	6,9	7,4
Puterea specifică dezvoltată p_0, măsurată sau calculată cu (14) [W/cm²]	0,5	1,23	1,75	2,0
Fluxul termic specific p_s, calculat cu (13) [W/cm²]	0,047	0,137	0,203	0,236
Încălzirea Θ_{ci}, calculată cu (2) [°C]	*23*	*53*	*72*	*80,5*

Tabela 3

Variaţia intensităţii curentului în funcţie de lăţimea conductorului, pentru Θ_{ci} reală măsurată = const. = 50°C

Curentul I măsurat [A]	5,8	7,15	8,3
Lăţimea conductorului b [mm]	1,0	1,5	2,0
Puterea specifică dezvoltată p_0, măsurată sau calculată cu (14) [W/cm²]	1,23	0,81	0,615
Fluxul termic specific p_s, calculat cu (13) [W/cm²]	0,137	0,128	0,124
Încălzirea Θ_{ci}, calculată cu (2) [°C]	*53*	*49,5*	*48,5*

În orice caz, chiar în această fază, calculul poate servi oricăror scheme electronice şi electrotehnice, realizate prin conductoare imprimate pe suport izolant.

2. CAZUL CONDUCTOARELOR IMPRIMATE PE AMBELE FEŢE ALE DISCULUI ROTORIC

Cazul real al maşinilor electrice cu întrefier axial corespunde discului rotoric realizat dintr-un suport izolant cu circuite imprimate pe ambele feţe.

Refăcînd raţionamentele de la punctul 1 al prezentei lucrări, figura 1 se modifică în cazul suportului izolant dublu placat conform figurii 8.

Fiecărei folii, în care au loc aceleaşi pierderi în cupru, îi corespunde fluxul termic Q' şi rezistenţa termică R', Q'' devenind nul, anulîndu-se astfel şi ramura $R_c + R''$. În acest fel, ţinînd seama că în regim staţionar înmagazinarea de căldură în suportul izolant nu intră în relaţiile ce se stabilesc, relaţia (1) pentru fiecare faţă devine :

$$Q = Q', \tag{15}$$

relaţia (2), în aceleaşi condiţii, devine :

$$p_s = \frac{\Theta_{ci}}{R'} \tag{16}$$

și relația (4) devine :

$$R_0 = R'. \tag{17}$$

În mod corespunzător, p_s determinat cu relația (16) variază în funcție de Θ_{ci} după curbele din figura 4, cu observația că se iau 1/2 din valoarea ordonatelor, ridicate pentru suportul izolant placat pe o singură față (se ia în considerație curba cu linie întreruptă).

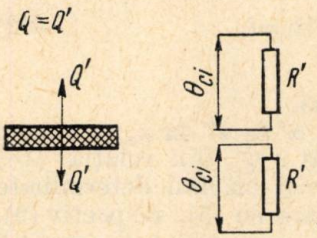


Fig. 8. — Fluxul termic și schema echivalentă a rezistențelor termice, pentru un suport izolant placat cu folie de cupru pe ambele fețe.

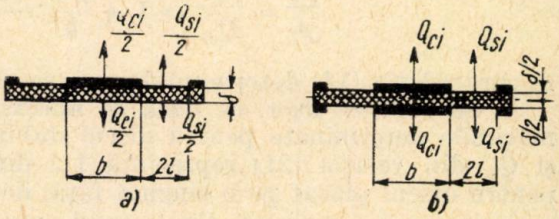


Fig. 9. — Situația comparativă a fenomenelor de transmisia căldurii în cazul suportului izolant cu conducătoare pe o față (*a*) și pe ambele fețe (*b*).

Prin urmare, problema se poate trata după demonstrația făcută la punctul 1, considerînd discul rotoric secționat la 1/2 din grosimea suportului izolant al acestuia, obținînd două jumătăți identice din punctul de vedere al fenomenelor termice, cu observația că aceste două jumătăți sînt separate de un perete izoterm, care nu permite o cedare de căldură dintr-o parte în alta :

Ținînd seama de situația reală a conductoarelor imprimate pe ambele fețe ale discului, se va lua în considerare figura 9.

Se observă că, în timp ce în cazul *a* radiază ambele fețe ale discului de grosime δ, în cazul *b* (real) radiază numai una din fețele discului de grosime $\delta/2$. În această situație relația (5) devine :

$$Q_{ci} = \Theta_{ci} \cdot \alpha' \cdot S', \tag{18}$$

unde : α' (pentru cupru) se determină din figura 2 ;

$$S' = L' \cdot b = S/2.$$

Relația (7), care dă distribuția temperaturii în zona izolantă dintre conductoare, devine :

$$\Theta_x = \Theta_{ci} \cdot \frac{\operatorname{ch} m'(l - x)}{\operatorname{ch} m'l,} \tag{19}$$

unde relațiile (8) și (8, a) devin :

$$m' = \sqrt{\frac{\alpha'' \cdot C'}{\lambda \cdot A'}} = \sqrt{\frac{\alpha''\left(2\,\frac{\delta}{2} + L'\right)}{\lambda \cdot \frac{\delta}{2} \cdot L'}} \cong \sqrt{\frac{2\alpha''}{\lambda \cdot \delta,}} \tag{20}$$

adică se păstrează expresia finală ($m' = m$) şi deci (19) este identică cu (7), iar (7, a) se păstrează.

Relaţia (9) devine :

$$Q_{si} = 2m' \lambda A' \Theta_{ci} \cdot th\, m'l = m\lambda\delta L' \Theta_{ci} \cdot \text{th}\, ml. \tag{21}$$

Relaţia (13) devine :

$$\frac{p_0}{p_s} = \frac{Q}{Q_{ci}} = 1 + \frac{\sqrt{\delta}}{b} \cdot \frac{\sqrt{2\alpha'' \lambda}}{\alpha'} \cdot \text{th}\, ml, \tag{22}$$

în care relaţia (14) determinînd pe p_0 se păstrează.

Se observă uşor, că dacă se aproximează $\alpha' \cong \alpha'' \cong \alpha_{med}$, atunci mărimile determinate pentru discul dublu placat : Q_{ci} din relaţia (18) şi Q_{si} din relaţia (21) reprezintă 1/2 din aceleaşi mărimi determinate pentru discul placat pe o singură faţă, determinate cu (5), respectiv (9), ceea ce era de aşteptat. Cu aceeaşi aproximaţie, raportul p_0/p_s rezultă acelaşi, calculat cu relaţiile (13) şi (22).

Mersul de calcul este perfect similar cu cel expus la punctul 1, cu observaţia că : mărimile de calcul b şi $2\,l$ au aceeaşi semnificaţie ; δ este de asemenea grosimea integrală a suportului izolant ; α' şi α'' conform figurii 2 ; m conform (20) ; p_0 conform (14) şi p_s conform (21) ; Θ_{ci} se citeşte din figura 4, pe curba desenată cu linie întreruptă (cu ordonatele pe jumătate).

3. CALCULUL REGIMULUI TRANZITORIU AL ÎNCĂLZIRII

Încă de cîteva decenii [5], s-a pus problema unei tratări exacte a regimului tranzitoriu al încălzirii maşinilor electrice, care nu constituie corpuri omogene, ci trebuie considerate ca sisteme (reţele) de n corpuri omogene. După metoda preconizată, în care fiecare dintre cele n corpuri omogene face un schimb de căldură cu celelalte corpuri ale sistemului, maşina electrică rotativă sau statică poate fi considerată drept un sistem cu 3 corpuri omogene : cuprul, fierul şi materialul izolant sau aerul de răcire [6], [7].

Maşinile electrice cu întrefier axial şi cu circuite imprimate, în construcţie închisă, pot fi tratate ca un sistem cu $n = 3$, conform celor de mai sus. Maşinile de acest tip, în construcţie deschisă, de curent continuu şi cu inductorul format din magneţi permanenţi, la care deci se încălzeşte numai rotorul, format dintr-un suport izolant şi conductoarele imprimate, pot fi tratate ca un sistem cu $n = 2$.

S-a demonstrat că prin această metodă se poate obţine o precizie suficient de mare pentru calculele inginereşti [8], [9].

a) *Cazul încălzirii unui sistem format din 3 corpuri omogene.* În această situaţie, în conformitate cu figura 10, corpul *1* reprezintă cuprul, corpul *2* fierul (la maşinile de curent alternativ), corpul *3* carcasa maşinii care cedează căldura mediului ambiant.

În cele 3 corpuri, cu indicii corespunzători, se notează pierderile în W sau kW : p_1 și p_2 ; încălzirile (supratemperaturile) în °C : θ_1, θ_2 și θ_3 ; conductanțele termice în W/°C sau kW/°C : Λ_{12}, Λ_{13}, Λ_{23}, și Λ_{30} (între corpul 3 și mediul ambiant).

În general, ținînd seama că încălzirea inițială (la $t = 0$) este nulă, valoarea instantanee a încălzirii corpului m este :

$$\theta_m = \sum_{n=1}^{3} \Theta_{mn}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_n}}\right), \qquad (23)$$

unde : Θ_{mn} (m, $n = 1, 2, 3$) reprezintă încălzirea parțială, stabilizată, a corpului m, în ipoteza că acesta se află sub influența termică exclusivă a corpului n ;

τ_n reprezintă constanta de timp a sistemului, în ipoteza că acesta se află sub influența termică exclusivă a corpului n.

Ecuațiile de încălzire ale sistemului se scriu deci sub forma :

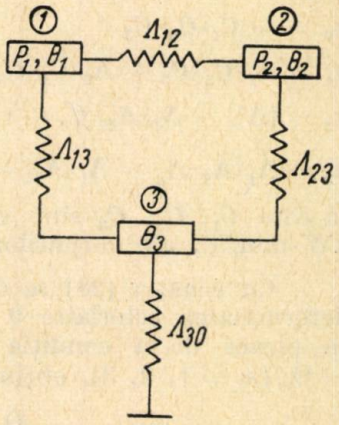


Fig. 10. — Schema sistemului cu $n = 3$.

$$\left.\begin{aligned}
\theta_1 &= \Theta_{11}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) + \Theta_{12}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right) + \Theta_{13}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_3}}\right) \\
\theta_2 &= \Theta_{21}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) + \Theta_{22}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right) + \Theta_{23}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_3}}\right) \\
\theta_3 &= \Theta_{31}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) + \Theta_{32}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right) + \Theta_{33}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_3}}\right)
\end{aligned}\right\} \qquad (24)$$

Conductanțele termice între corpuri se determină cu relația :

$$\Lambda_{mn} = \frac{p_m}{\Theta_m - \Theta_n}, \qquad (25)$$

cu m, $n = 1, 2, 3$, iar semnificația încălzirilor Θ_m, Θ_n este conform (30). Conductanța termică dintre corpul 3 și mediul ambiant (0) este :

$$\Lambda_{30} = \frac{\Sigma p}{\Theta_3}, \qquad (26)$$

în care Σp reprezintă totalul pierderilor din sistem.

În conformitate cu figura 10, se scriu conductanțele termice de calcul :

$$\left.\begin{aligned}
\Lambda_1 &= \Lambda_{12} + \Lambda_{13} \\
\Lambda_2 &= \Lambda_{21} + \Lambda_{23} \\
\Lambda_3 &= \Lambda_{31} + \Lambda_{32} + \Lambda_{30}
\end{aligned}\right\} \qquad (27)$$

ținîndu-se seama că $\Lambda_{mn} = \Lambda_{nm}$.

Constantele de timp τ satisfac ecuaţia algebrică de gradul 3 :

$$a_3 \cdot \tau^3 + a_2 \tau^2 + a_1 \cdot \tau + a_0 = 0, \tag{28}$$

unde :

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= -C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \\ a_1 &= \Lambda_1 \cdot C_2 \cdot C_3 + \Lambda_2 \cdot C_1 \cdot C_3 + \Lambda_3 \cdot C_1 \cdot C_2 \\ a_2 &= (\Lambda_{12}^2 - \Lambda_1 \cdot \Lambda_2)\, C_3 + (\Lambda_{13} - \Lambda_1 \cdot \Lambda_3)\, C_2 + (\Lambda_{23}^2 - \Lambda_2 \cdot \Lambda_3)\, C_1 \\ a_3 &= \Lambda_1 \cdot \Lambda_2 \cdot \Lambda_3 - \Lambda_1 \cdot \Lambda_{23}^2 - \Lambda_2 \cdot \Lambda_{13}^2 - \Lambda_3 \cdot \Lambda_{12}^2 - 2\Lambda_{12}\Lambda_{21}\Lambda_{31} \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

în care C_1, C_2, C_3 sînt capacităţile calorice, exprimate în W·s/°C sau kW·min/°C, ale corpurilor *1*, *2*, respectiv *3*.

Cu ecuaţia (28) se determină 3 necunoscute : τ_1, τ_2, τ_3. Pentru determinarea celorlalte 9 necunoscute, de forma $\Theta_{mn}(m, n = 1, 2, 3)$ se pleacă de la condiţia regimului stabilizat (la $t = \infty$), cînd $\theta_m = \Theta_m (m = 1, 2, 3)$, obţinîndu-se din (23) relaţiile :

$$\left.\begin{aligned} \Theta_1 &= \Theta_{11} + \Theta_{12} + \Theta_{13} \\ \Theta_2 &= \Theta_{21} + \Theta_{22} + \Theta_{23} \\ \Theta_3 &= \Theta_{31} + \Theta_{32} + \Theta_{33} \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

sau în general :

$$\Theta_m = \sum_{n=1}^{3} \Theta_{mn}, \tag{31}$$

cu $(m, n = 1, 2, 3)$.
Alte 6 ecuaţii se obţin de asemenea pe baza reţelei termice din figura 10 :

$$\left.\begin{aligned} &\left(\frac{C_1}{\tau_1} - \Lambda_1\right)\Theta_{11} + \Lambda_{12}\Theta_{21} + \Lambda_{13}\Theta_{31} = 0 \\ &\Lambda_{12}\Theta_{12} + \left(\frac{C_2}{\tau_2} - \Lambda_2\right)\Theta_{22} + \Lambda_{23}\Theta_{32} = 0 \\ &\Lambda_{13}\Theta_{13} + \Lambda_{23}\Theta_{23} + \left(\frac{C_3}{\tau_3} - \Lambda_3\right)\Theta_{33} = 0 \\ &\left(\frac{C_1}{\tau_2} - \Lambda_1\right)\Theta_{12} + \Lambda_{12}\Theta_{22} + \Lambda_{13}\Theta_{32} = 0 \\ &\Lambda_{12}\Theta_{13} + \left(\frac{C_2}{\tau_3} = \Lambda_2\right)\Theta_{23} + \Lambda_{23}\Theta_{33} = 0 \\ &\Lambda_{13}\Theta_{11} + \Lambda_{23}\Theta_{21} + \left(\frac{C_3}{\tau_1} - \Lambda_3\right)\Theta_{31} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

Cu relaţiile (30) şi (32) se formează un sistem de 9 ecuaţii cu 9 necunoscute.

Constantele termice de timp ale celor 3 corpuri (T_m, $m = 1, 2, 3$), diferite de cele ale sistemului ($T_m \neq \tau_m$) se determină cu relațiile :

$$T_1 = \frac{C_1}{\Lambda_{R1}}, \quad T_2 = \frac{C_2}{\Lambda_{R2}}, \quad T_3 = \frac{C_3}{\Lambda_{30}}, \tag{33}$$

unde :

$$\Lambda_{R1} = \frac{\Lambda_{13}\,\Lambda_{30}}{\Lambda_{13} + \Lambda_{30}}, \quad \Lambda_{R2} = \frac{\Lambda_{23} \cdot \Lambda_{30}}{\Lambda_{23} + \Lambda_{30}}. \tag{34}$$

Între constantele de timp τ_m și T_m se verifică egalitatea :

$$\sum_{m=1}^{3} \tau_m \approx \sum_{m=1}^{3} T_m. \tag{35}$$

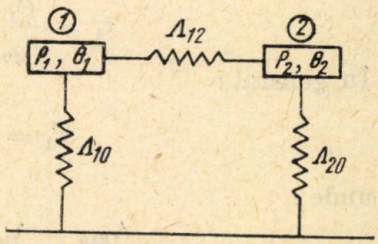


Fig. 11. — Schema sistemului cu $n=2$.

b) *Cazul încălzirii unui sistem format din două corpuri omogene.* Pentru mașina cu întrefier axial și cu circuite imprimate, de curent continuu, de tip deschis, se va lua în considerare schema din figura 11, în care corpul *2* reprezintă cuprul, iar corpul *1* discul izolant.

Relațiile de la cazul sistemului cu $n = 3$ se simplifică, așa încît calculul pleacă de la relațiile :

$$\left.\begin{aligned} \theta_1 &= \Theta_{11}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) + \Theta_{12}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right) \\ \theta_2 &= \Theta_{21}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) + \Theta_{22}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right) \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

în care τ_1 și τ_2 sînt rădăcinile ecuației :

$$a_2 \tau^2 + a_1 \tau + a_0 = 0, \tag{37}$$

avînd :

$$\left.\begin{aligned} a_2 &= \Lambda_{20} \cdot \Lambda_{10} + \Lambda_{20} \cdot \Lambda_{12} + \Lambda_{10} \cdot \Lambda_{12} \\ a_1 &= -\,C_1\,(\Lambda_{12} + \Lambda_{20}) - C_2\,(\Lambda_{12} + \Lambda_{10}) \\ a_0 &= C_1 \cdot C_2. \end{aligned}\right\} \tag{38}$$

Din (37) rezultă :

$$\tau_{1,2} = \frac{C_1\,(\Lambda_{12} + \Lambda_{20}) + C_2\,(\Lambda_{12} + \Lambda_{10})}{2\,(\Lambda_{10} \cdot \Lambda_{20} + \Lambda_{12}\,\Lambda_{10} + \Lambda_{12} \cdot \Lambda_{20})} \mp$$

$$\mp \sqrt{\left[\frac{C_1\,(\Lambda_{12} + \Lambda_{20}) + C_2(\Lambda_{12} + \Lambda_{10})}{2\,(\Lambda_{10} \cdot \Lambda_{20} + \Lambda_{12}\,\Lambda_{10} + \Lambda_{12}\,\Lambda_{20})}\right]^2 - \frac{C_1 \cdot C_2}{\Lambda_{10}\Lambda_{20} + \Lambda_{12}\,\Lambda_{10} + \Lambda_{12}\,\Lambda_{20}}}. \tag{39}$$

Ţinînd seama că $C_1 \gg C_2$, rezultă :

$$\left.\begin{aligned} \tau_1 &\approx \frac{C_1(\Lambda_{12}+\Lambda_{20})+C_2(\Lambda_{12}+\Lambda_{10})}{\Lambda_{10}\Lambda_{20}+\Lambda_{12}\cdot\Lambda_{10}+\Lambda_{12}\Lambda_{20}} \approx \frac{C_1}{\Lambda_{10}+\Lambda_{12}\cdot\Lambda_{20}/(\Lambda_{12}+\Lambda_{20})} \\ \tau_2 &\approx \frac{C_1\cdot C_2}{C_1(\Lambda_{12}+\Lambda_{20})+C_2(\Lambda_{12}+\Lambda_{10})} \approx \frac{C_2}{\Lambda_{12}+\Lambda_{20}} \end{aligned}\right\} \quad (40)$$

Dacă $\Lambda_{12} = 0$, cele două corpuri nu se mai influenţează termic şi în acest caz constantele de timp au expresia :

$$\tau_1 = \frac{C_1}{\Lambda_{10}} = T_1, \quad \tau_2 = \frac{C_2}{\Lambda_{20}} = T_2. \quad (41)$$

În general :

$$T_1 = \frac{C_1}{\Lambda_{R10}}, \quad T_2 = \frac{C_2}{\Lambda_{R20}}, \quad (42)$$

unde :

$$\left.\begin{aligned} \Lambda_{R10} &= \Lambda_{10} + \Lambda_{20}\cdot\Lambda_{12}/(\Lambda_{20}+\Lambda_{12}) \\ \Lambda_{R20} &= \Lambda_{20} + \Lambda_{10}\cdot\Lambda_{12}/(\Lambda_{10}+\Lambda_{12}) \end{aligned}\right\} \quad (43)$$

În acest caz de asemenea se verifică egalitatea :

$$\tau_1 + \tau_2 \approx T_1 + T_2. \quad (44)$$

Pentru determinarea celor 4 necunoscute Θ_{mn}, cu $m, n = 1, 2$, se poate impune condiţia pentru $t \to \infty$, $\theta_m = \Theta_m$ $(m = 1, 2)$ în ecuaţia (36) şi ţine seama de figura 11, similar cu cazul sistemului cu $n = 3$:

$$\left.\begin{aligned} &\Theta_1 = \Theta_{11} + \Theta_{12} \\ &\Theta_2 = \Theta_{21} + \Theta_{22} \\ &\left(\frac{C_2}{\tau_2} - \Lambda_{20} - \Lambda_{12}\right)\Theta_{21} + \Lambda_{12}\Theta_{11} = 0 \\ &\Lambda_{12}\Theta_{22} + \left(\frac{C_1}{\tau_1} - \Lambda_{10} - \Lambda_{12}\right)\Theta_{12} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (45)$$

Încălzirile parţiale, determinate din sistemul (45) sînt :

$$\left.\begin{aligned} \Theta_{11} &= -\frac{\left(\frac{C_2}{\tau_2} - \Lambda_{20} - \Lambda_{12}\right)\left[\Lambda_{12}\Theta_2 + \left(\frac{C_1}{\tau_1} - \Lambda_{10} - \Lambda_{12}\right)\Theta_1\right]}{\Lambda_{12}^2 - \left(\frac{C_2}{\tau_2} - \Lambda_{20} - \Lambda_{12}\right)\left(\frac{C_1}{\tau_1} - \Lambda_{10} - \Lambda_{12}\right)} \\ \Theta_{21} &= \frac{\Lambda_{12}\left[\Lambda_{12}\Theta_2 + \left(\frac{C_1}{\tau_1} - \Lambda_{10} - \Lambda_{12}\right)\Theta_1\right]}{\Lambda_{12}^2 - \left(\frac{C_2}{\tau_2} - \Lambda_{20} - \Lambda_{12}\right)\left(\frac{C_1}{\tau_1} - \Lambda_{10} - \Lambda_{12}\right)} \end{aligned}\right\} \quad (46)$$

Încălzirile Θ_{11} și Θ_{21} rezultă însă mai simplu, observînd că la

$$t = 0, \frac{d\theta_1}{dt} = \frac{\Theta_1}{C_1} \text{ și } \frac{d\theta_2}{dt} = \frac{\Theta_2}{C_2}, \quad \text{deci :}$$

$$\left.\begin{aligned} \Theta_{11} &= \frac{p_1 \tau_1 \tau_2 / C_1 - \Theta_1 \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \\ \Theta_{21} &= \frac{p_2 \tau_1 \tau_2 / C_2 - \Theta_2 \cdot \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \end{aligned}\right\} \tag{47}$$

Celelalte valori rezultă :

$$\left.\begin{aligned} \Theta_{22} &= \Theta_2 - \Theta_{21} \\ \Theta_{12} &= \Theta_1 - \Theta_{11} \end{aligned}\right\} \tag{48}$$

Determinînd mărimile de mai sus, se poate trasa grafic variația lui θ_1 și θ_2 conform (36).

Mersul de calcul rezultă din tratarea cazului real, rezultat din divizarea discului rotoric în 2 jumătăți separate printr-un perete izotermic și notînd, conform figurii 11, cuprul cu indicele 2 și suportul izolant cu indicele 1.

Cu relația (25), în care $m = 2$ și $n = 1$, rezultă :

$$\left.\begin{aligned} \Lambda_{12} &= \frac{p_2}{\Theta_2 - \Theta_1} = \frac{p_2}{\Theta_{ci} - \Theta_{si}} \\ \Lambda_{10} &= \frac{p_1}{\Theta_1} = \frac{p_1}{\Theta_{si}} \\ \Lambda_{20} &= \frac{p_2}{\Theta_2} = \frac{p_2}{\Theta_{ci}}. \end{aligned}\right\} \tag{49}$$

Pierderile p_1 și p_2 se determină ca rădăcinile unei ecuații de gradul 2, determinată prin suma rădăcinilor :

$$p_1 + p_2 = p_{cu}, \tag{50}$$

unde $p_{cu} = p_0 \cdot b \cdot L'$, p_0 fiind calculat cu relația (14) și prin raportul lor :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{Q_{si}}{Q_{ci}}, \tag{51}$$

întrucît p_1 și p_2 reprezintă cote părți ale pierderilor în cupru, care generează fluxurile Q_{si} după relația (21) și Q_{ci} după relația (18).

Încălzirea Θ_{ci} rezultă, cu metodologia aferentă, din figura 4 (linia întreruptă).

Încălzirea Θ_{si} se determină ca media variației valorilor funcției (19), cînd x variază de la 0 la l, adică efectuînd integrala :

$$\Theta_{si} = \frac{1}{l} \int_0^l \Theta_{ci} \frac{\operatorname{ch} m(l - x)}{\operatorname{ch} ml} \, dx. \tag{52}$$

Scoţînd în afară constantele şi efectuînd schimbarea de variabilă: $m(l-x)=\tau$, deci $\mathrm{d}x=-\frac{\mathrm{d}\tau}{m}$, se obţine:

$$\Theta_{si}=-\frac{\Theta_{ci}}{ml\cdot\mathrm{ch}\,ml}\int_{ml}^{0}\mathrm{ch}\,\tau\,\mathrm{d}\tau=\frac{\Theta_{ci}}{ml\cdot\mathrm{ch}\,ml}\cdot\mathrm{sh}\,ml=\frac{\Theta_{ci}\cdot\mathrm{th}\,ml}{ml}\cdot \qquad (52a)$$

Se determină astfel parametrii Λ_{mn} cu relaţiile (49) şi ţinînd seama că $C_1=k\cdot m_1\cdot C_1$kW·min./°C (pentru pertinax) şi $C_2=k\cdot m_2\,C_2$kW.min./°C (pentru cupru), se rezolvă ecuaţiile (38) şi (40) cu care se determină τ_1 şi τ_2, iar apoi se verifică relaţia (44), notînd cu k — constanta de transformare, m_1 şi m_2 — masele, C_1 şi C_2 — căldurile specifice ($\gamma_1=1{,}3-1{,}4$ g/cm³, $\gamma_2=8{,}9$ g/cm³, $C_1=0{,}38-0{,}41$ cal/g·°C, $C_2=0{,}0918$ cal/g·°C.)

Se calculează valorile Θ_{mn} cu relaţiile (47) şi (48), după care se trasează curbele de variaţie θ_1, $\theta_2=f(t)$, conform relaţiei (36).

Primit la redacţie la 30 aprilie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. F. LĂZĂROIU, *Tehnologia circuitelor imprimate şi utilizarea lor în industria electrotehnică.* Electrotehnica, Bucureşti, **9**, *2*, 37–49 (1961).
2. — *Maşini electrice cu înfăşurările realizate pe baza circuitelor imprimate.* Electrotehnica, Bucureşti, **9**, *6*, 201–213 (1961).
3. Ю. П. ЕРМОЛАЕВ, *Аналитический метода теплового расчета печатных проводников,* Известия Высших Учебных Заведений — Радиотехнчка, IV,5 (1961) 606–612, Изд. Киевсково ордена Ленина Политехнического Института.
4. E. R. G. ECKERT, R. M. DRAKE, *Introduction to the transfer of heat and mass,* 1959. Traducere în limba rusă: *Теория тепло и массобмена, Москва, Госэнергоиздат,* 1961, 63–66.
5. G. BACH, *Über die Erwärmung des n-Körper-Systems.* Archiv für Elektrotechnik, **27**, *11*, 749–760 (1933).
6. G. GOTTER, *Erwärmung und Kühlung elektrischer Maschinen.* Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1954, 124–134.
7. I. S. GHEORGHIU, *Maşini electrice, Probleme, vol. III.* Edit. tehnică, Bucureşti, 1963, 476–486.
8. A. KESSLER, *Approximation des zeitveränderlichen Temperatur-verlaufs in elektrischen Maschinen mittels äquivalenter Wärmequellennetze.* Archiv für Elektrotechnik, **48**, *1*, 1–6 (1963).
9. J. HAK, *Einfluss der Unsicherheit der Berechnung von einzelnen Wärmewiderständen auf die Genauigkeit der Wärmequellen-Netzes.* Archiv für Elektrotechnik, **47**, *6*, 370–384 (1963).

FUNCȚIONAREA OPTIMALĂ A OSCILOMOTOARELOR ELECTROMAGNETICE

MATEI MARINESCU, MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI R.S. ROMÂNIA,
MIRCEA PETCU și GHEORGHE DUMITRESCU

Institutul de energetică al Academiei R.S. România

621.313.823.5

În prezenta lucrare, autorul, în continuarea unor lucrări anterioare, calculează pe baza integrării ecuației mișcării armăturii mobile a oscilomotorului, coeficienții rămași nedeterminați din ecuația rezonanței electromecanice. Determină curbele de variație a acestor coeficienți în funcție de constanta de timp a sistemului mecanic precum și randamentul și puterea specifică, în condițiile optimului funcțional.

INTRODUCERE

Pentru punerea în valoare a rezultatelor cercetărilor privind realizarea unor noi mașini electrice este necesar a determina întîi condiții care permit funcționarea optimă a acestor mașini și a compara după aceea performanțele obținute în aceste condiții optime cu acelea obținute pentru mașinile clasice.

În ceea ce privește mașinile electrice denumite oscilomotoare electromagnetice, care din punct de vedere constructiv nu diferă esențial de electromagneții solenoidali, am stabilit în lucrări anterioare [1], [2], [3] unele condiți generale pentru funcționarea acestora ca oscilomotoare în condiții optime, și anume :

1) o alimentare în impulsuri dreptunghiulare de același sens ;

2) o frecvență de oscilație a armăturii mobile egală cu jumătate din frecvența impulsurilor de curent ;

3) îndeplinirea unei condiții de rezonanță electromecanică, care traduce matematic condiția ca forța de atracție electromagnetică exercitată asupra armăturii să acționeze întotdeauna în sensul vitezei.

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 3 p. 629–641 București 1965

În ceea ce priveşte condiţia a 3-a, în expresia rezonanţei electromecanice, dată în lucrările menţionate, intrau unii coeficienţi a căror valoare rămîne nedeterminată.

În cele ce urmează vom calcula aceşti coeficienţi, astfel încît formula rezonanţei electromecanice va stabili o legătură numai între parametrii primari ai motorului care pot fi determinaţi prin măsurători directe. De asemenea pe baza acestei relaţii şi a ridicării experimentale a curbelor de magnetizare (statice) a circuitului magnetic cu întrefierul maxim şi minim, vom putea determina puterea şi randamentul motorului în condiţiile optimului funcţional.

Urmărind acest program, vom reveni în primul rînd asupra stabilirii ecuaţiei rezonanţei electromecanice, cu unele completări necesare dezvoltării ulterioare a calculului.

ECUAŢIA REZONANŢEI ELECTROMECANICE

Am văzut din lucrările anterioare că o mărime importantă care intervine în funcţionarea ca oscilomotor a electromagneţilor de tip solenoidal este aria cuprinsă între cele două curbe de magnetizare extreme, cu întrefierul maxim şi minim, a circuitului magnetic al electromagnetului. Această arie reprezintă, în cazul alimentării în impulsuri de curent şi în condiţiile rezonanţei electromecanice, chiar lucrul mecanic *maxim*, dezvoltat de electromagnet în funcţionarea ca oscilomotor la fiecare jumătate de perioadă a mişcării armăturii.

Deoarece în relaţia care urmează s-o stabilim, vom introduce ca un parametru dat valoarea acestui lucru mecanic, urmează că relaţia în cauză trebuie să reprezinte schimbul de energie în sistem în timpul unei jumătăţi de perioadă a mişcării.

Să considerăm deci o astfel de jumătate de perioadă a mişcării, constituită dintr-o fază de atracţie atunci cînd armătura mobilă se apropie de electromagnet, urmată de o fază de frînare cînd armătura se depărtează de electromagnet (fig. 1).

Vom însemna cu x distanţa în orice moment dintre axul armăturii mobile şi axul electromagnetului (x fiind considerat negativ cînd armătura mobilă se găseşte la stînga statorului şi pozitiv cînd se găseşte la dreapta lui).

Vom presupune că armătura mobilă întîmpină în mişcare o rezistenţă de fricţiune vîscoasă, caracterizată prin coeficientul de fricţiune r.

Vom presupune de asemenea că în faza de atracţie avem un impuls de curent, urmat de o pauză în faza de frînare.

Aceasta este una dintre condiţiile funcţionării optime.

Pentru orice altă situaţie între impulsul de curent şi poziţia armăturii vom avea o fază de frînare electromagnetică în care forţa electromagnetică este de sens opus vitezei armăturii mobile, ceea ce se traduce printr-o diminuare a ariei extremale a ciclului static din planul (φ, i) şi deci o reducere a lucrului mecanic efectuat.

În condițiile specificate mai sus vom vedea îndată că pentru realizarea unei mișcări periodice a armăturii mobile este necesar ca cursa acesteia să fie limitată la capete de două obstacole asupra cărora armătura lovește. Într-adevăr, deoarece în faza de frînare energia cinetică imprimată armăturii în faza de atracție se consumă într-o rezistență vîscoasă, mișcarea este exponențială în această fază, astfel încît, în lipsa opritorilor de la capete, viteza ei se anulează la infinit și deci armătura nu se mai întoarce; lovind în obstacol, viteza se schimbă de semn, armătura se reîntoarce și periodicitatea mișcării și deci funcționarea ca motor sînt posibile.

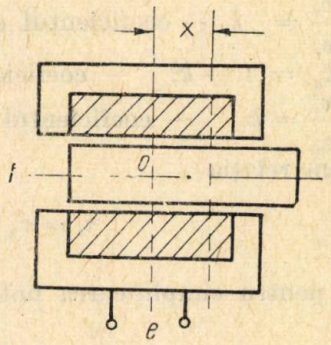


Fig. 1*a*

Vom avea astfel în faza de atracție deci pentru $0 < t < T/2$ (T fiind perioada curentului) următoarea relație între energii:

$$\tau_{em}\Big|_{-x_m}^{0} + \frac{1}{2} m v_r^2 = \frac{1}{2} m v_m^2 + \tau_r\Big|_{-x_m}^{0}, \quad (1)$$

iar în faza de frînare, deci pentru $\frac{T}{2} < t < T$:

$$\frac{1}{2} m v_m^2 = \tau_r\Big|_{0}^{x_m} + \frac{1}{2} m v_i^2, \quad (2)$$

unde

$\tau_{em}\Big|_{-x_m}^{0}$ este lucrul mecanic al forțelor electromagnetice de atracție în faza de atracție,

$\tau_r\Big|_{-x_m}^{0}$ — lucrul mecanic al forțelor rezistive (vîscoase) de aceeași fază,

$\tau_r\Big|_{0}^{x_m}$ — lucrul mecanic al forțelor rezistive în faza de frînare,

v_m — viteza armăturii în momentul $t = T/2$, adică la finele fazei de atracție și la începutul fazei de frînare;

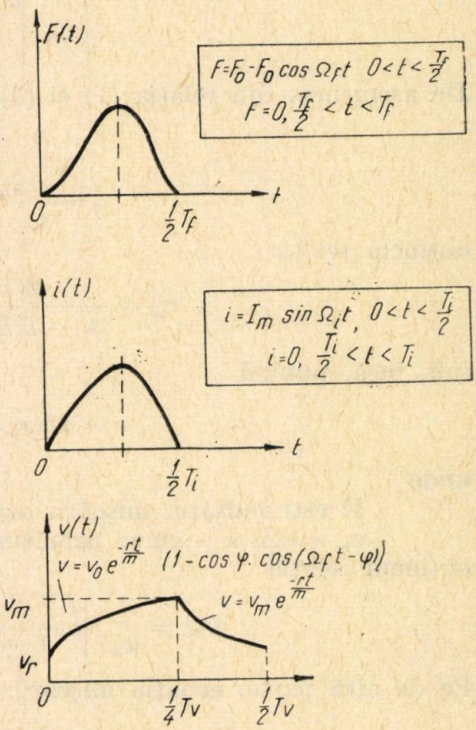


Fig. 1*b*

v_i — viteza incidentă în momentul şocului la capătul cursei;

v_r — viteza reflectată (de întoarcere) în momentul şocului la capătul cursei;

m — masa armăturii.

Din relaţiile (1) şi (2) şi punînd

$\frac{v_r}{v_i} = k_r$ — coeficientul de reflexie la capete,

$k_a = 1 - k_r^2$ — coeficientul de absorbţie la capete,

$\frac{v_i}{v_m} = k_t$ — coeficientul de transmisie,

obţinem relaţia

$$\tau_r = \tau_m = \frac{1}{2} k_a k_t^2 m v_m^2, \tag{3}$$

unde, pentru simplificarea notaţiei, am pus

$$\left|\tau_r\right|_{-X_m}^{0} + \left|\tau_r\right|_{0}^{X_m} = \left|\tau_r\right|_{-X_m}^{X_m} = \tau_r.$$

$$\left|\tau_{em}\right|_{-X_m}^{0} = \tau_{em}$$

De asemenea, din relaţia (1) şi (3) şi punînd

$$\frac{\left|\tau_r\right|_{-X_m}^{0}}{\tau_r} = p,$$

obţinem relaţia

$$v_m^2 = \frac{2(1-p)}{1 - k_r^2 k_t^2 - p k_a k_t^2} \frac{\tau_{em}}{m} \tag{4}$$

sau, încă, punînd

$$v = a\Omega x_m, \quad \Omega = \frac{\pi}{T}, \tag{5}$$

unde

Ω este pulsaţia mişcării armăturii,

$x_m = s/2$, s — cursa armăturii mobile,

obţinem relaţia

$$k\Omega = \frac{1}{x_m} \sqrt{\frac{2(1-p)}{1 - k_t^2(k_r^2 + p k_a)} \frac{\tau_{em}}{m}}. \tag{6}$$

Pe de altă parte, ecuaţia mişcării libere din faza de frînare

$$m \frac{dv}{dt} + rv = 0$$

ne dă ca soluție :

$$v(t) = vm\, e^{-\frac{r}{m}t} \text{ și deci } v_i = v_m\, e^{-\frac{rT}{2m}} \tag{6'}$$

$$k_t = \frac{v_i}{v_m} = e^{-\frac{rT}{2m}} = e^{-\nu} \cdot \tag{7}$$

Avem, de asemenea,

$$x_m = \int_0^{T/2} v\,dt = \frac{m}{r} v_m (1 - e^{-\nu}) \tag{7'}$$

și deci

$$a\Omega = \frac{v_m}{x_m} = \frac{r}{m} \frac{1}{1 - e^{-\nu}} = \frac{r}{m} \frac{1}{1 - k_t}.$$

Comparînd cu (6), obținem relația

$$\frac{r}{m} \frac{1}{1-k_t} = \frac{1}{x_m} \sqrt{\frac{2(1-p)}{1 - k_t^2 (k_r^2 + pk_a)} \frac{\tau_{em}}{m}},$$

care poate fi pusă sub forma generică a relației rezonanței electromecanice și care este

$$fx_m = K \sqrt{\frac{\tau_{em}}{m}}, \tag{8}$$

unde

$$K = \frac{1-k_t}{2y} \sqrt{\frac{2(1-p)}{1 - k_t^2 (k_r^2 + pk_a)}}.$$

Pentru a efectua valoarea lui K pentru un k_r (și deci și un k_a) dat, rămîne să determinăm valoarea lui p și a lui y, k_t fiind dat de (7). În cele ce urmează vom proceda la acest calcul, stabilind în prealabil *mișcarea* în faza de atracție a armăturii.

Ecuația mișcării în faza de atracție. În această fază, adică în intervalul $0 < t < \frac{T}{2}$, mișcarea se produce sub influența forței de atracție electromagnetică, $F(t)$; vom avea deci

$$m \frac{dv}{dt} + rv = F(t); \tag{9}$$

pentru F vom lua funcția în cosinus dată de

$$F(t) = F_0 - F_0 \cos \Omega_f t,$$

unde $\Omega_f = \frac{4\pi}{T}$ dat fiind că forța este proporțională cu pătratul curentului,

a cărui expresie în acelaşi interval $\left(0 < t < \frac{T}{2}\right)$ este $i = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$ (fig. 1 *b*).

Soluţia în $v(t)$ este în acest caz dată de

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{r}{m}t} + \frac{F_0}{r} - \frac{F_0}{r\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\varphi}} \cos(\Omega_f t - \varphi), \tag{10}$$

cu $\mathrm{tg}\varphi = \frac{m\Omega_f}{r}$ şi unde v_0 şi F_0 sînt constante arbitrare, care urmează a fi determinate de condiţiile iniţiale şi finale.

Punînd condiţiile iniţiale şi finale

$$t = 0, \qquad v = vr,$$

$$t = \frac{T}{2}, \qquad v = v_m,$$

obţinem relaţiile

$$v_r = k_r k_t v_m = v_0 + \frac{F_0}{r} - \frac{F_0}{r\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\varphi}} \cos\varphi = v_0 + \frac{F_0}{r} \sin^2\varphi, \tag{11}$$

$$v_m = v_0 e^{-\frac{rT}{2m}} + \frac{F_0}{r} \sin^2\varphi. \tag{12}$$

Integrînd $v(t)$ în intervalul $0 < t < \frac{T}{2}$, obţinem

$$x_m = \int_0^{\frac{T}{2}} v\,dt = \frac{m}{r} v_0 (1 - e^{-\frac{rT}{2m}}) + \frac{F_0 T}{2r}. \tag{13}$$

Spaţiile parcurse în cele două jumătăţi de perioadă trebuind să fie egale într-un regim de funcţionare periodic, vom avea, egalînd (13) cu (7 bis),

$$v_0 \frac{m}{r}(1 - e^{-\frac{rT}{2m}}) + \frac{F_0 T}{2r} = v_m \frac{m}{r}(1 - e^{-\frac{rT}{2m}})$$

sau

$$\frac{v_m}{v_i} = 1 + \frac{y}{1 - e^{-y}} \frac{F_0}{r\, v_0}. \tag{14}$$

Eliminînd pe $\frac{v_m}{v_i}$ între (14), (11) şi (12), obţinem următoarele două ecuaţii :

$$\frac{1}{k_r\ k_t} + \frac{1}{k_r\ k_t} \frac{F_0}{r v_0} \sin^2\varphi = e^{-y} + \frac{F_0}{r v_0} \sin^2\varphi = 1 + \frac{y}{1 - e^{-y}} \frac{F_0}{r v_0}. \tag{15}$$

Eliminînd, de asemenea, pe $\frac{F_0}{v_0}$ între aceste două ecuații, obținem relația :

$$\frac{1-k_r\,k_t\,e^{-\nu}}{(k_r k_t-1)\sin^2\varphi}=\frac{(1-e^{-\nu})^2}{(1-e^{-\nu})\sin^2\varphi-y} \tag{16}$$

sau, eliminînd pe k_t între (16) și (7),

$$\frac{1-k_r\,e^{-2\nu}}{(k_r\,e^{-\nu}-1)\sin^2\varphi}=\frac{(1-e^{-\nu})^2}{(1-e^{-\nu})\sin^2\varphi-y}. \tag{16'}$$

Din definițiile lui φ, y și Ω_f obținem relațiile

$$\sin^2\varphi=\frac{1}{1+\left(\frac{y}{2\pi}\right)^2},$$

$$\cos^2\varphi=\frac{1}{1+\left(\frac{2\pi}{y}\right)^2}.$$

Înlocuind în (16'), obținem relația finală

$$\frac{1-k_r\,e^{-2\nu}}{1-k_r\,e^{-\nu}}=\frac{(1-e^{-\nu})^2}{\left(1+\left(\frac{y}{2\pi}\right)^2\right)y-(1-e^{-\nu})}, \tag{17}$$

a cărei rezolvare grafică ne dă pentru y, în cazul particular cînd $ks=0$, valoarea 1, iar din (7) rezultă :

$$k_t=\frac{1}{e}=0{,}37.$$

Cu aceste date, valoarea lui K din formula rezonanței electromecanice devine

$$K=\frac{0{,}63}{2}\sqrt{\frac{2(1-p)}{1-0{,}37^2\,p}}, \tag{18}$$

în care rămîne să mai determinăm valoarea lui p.

Observăm că valorile lui k_t și y sînt valori universal valabile pentru orice motor liniar de tip electromagnetic în condițiile optimului funcțional și pentru $k_r=0$.

În cazul cînd $0<k_r\leqslant 1$, y e ceva mai mic ca 1 și k_t ceva mai mare ca 0,37.

Pentru valoarea-limită superioară a lui k_r, și anume cînd $k_r=1$, ecuația în y (17) nu mai are soluția reală, ceea ce se traduce prin aceea că nu există regim periodic și funcționarea prezintă fenomenul de „bătăi".

CALCULUL ENERGIEI „INCIDENTE" LA CAPETELE CURSEI

Această energie este dată de expresia $\tau_i = \frac{1}{2} mv_i^2$. Cu cît raportul τ_i/τ_{em} este mai mic, cu atît situaţia este mai favorabilă atît din punctul de vedere al randamentului motorului, cît şi din acela al energiei absorbite în şocuri la capete şi a cărei valoare este dată de k_a, τ_i.

Deci cu cît, la acelaşi k_a, τ_i va fi mai mic, cu atît energia absorbită va fi mai mică şi cantitatea de material absorbant de la capetele cursei va fi mai redusă.

Să calculăm deci raportul τ_i/τ_{em}. Din relaţia (4) obţinem

$$\rho = \frac{\tau_i}{\tau_{em}} = k_i^2 \frac{1-p}{1 - k_r^2 k_i^2 - p k_a k_i^2}. \tag{19}$$

Vedem că şi în expresia (19), ca şi în expresia lui K, singura necunoscută este p.

Calculul constantei p. Conform definiţiei, avem

$$p = \frac{\tau_r \Big|_{-x_m}^{0}}{\tau_r} = \frac{\int_0^{T/2} v^2 dt}{\int_0^{T} v^2 dt} = \frac{\int_0^{T/2} v_a^2 dt}{\int_0^{T/2} v_a^2 dt + \int_{T/2}^{T} v_f^2 dt} = \frac{p'}{1+p'},$$

unde am pus

$$p' = \frac{\int_0^{T/2} v_a^2 dt}{\int_{T/2}^{T} v_f^2 dt}$$

şi unde v_s şi v_f sînt date de (10) şi respectiv (6′) (în aceasta din urmă înlocuindu-se cu $t - \frac{T}{2}$).

Efectuînd integralele obţinem pentru $y = 1$ şi $k_t = 0{,}37$, deci pentru $k_r = 0$ şi $k_s = 1$,

$$p' = 4{,}19$$

şi deci $p = \frac{p'}{1+p'} = 0{,}805$.

În aceste condiţii vom avea

$$K = \frac{1-k_t}{2y} \sqrt{\frac{2(1-p)}{1-pk_i^2}} = 0{,}206,$$

$$\rho = k_i^2 \frac{1-p}{1-pk_i^2} = 0{,}0287.$$

Vedem astfel că energia absorbită la capete în șocuri este egală cu numai 2,78% din lucrul mecanic dezvoltat de forțele electromagnetice de atracție. Pentru un motor care dezvoltă puterea de 1kW, puterea absorbită la capete în șocuri va fi deci de 28,7 W.

Randament și putere specifică. Din expresia rezonanței electromecanice rezultă că puterea dezvoltată de motor crește în cubul frecvenței pentru aceleași m și x_m, deci pentru același gabarit al motorului. Rezultă că putem realiza cu un motor dat puterea dorită, în condițiile optimului funcțional, dacă frecvența curentului de alimentare satisface relația respectivă.

Din expresia randamentului electric

$$\mu = \frac{1}{1+\eta}, \tag{20}$$

unde

$$\eta = \frac{RI_{ef}^2}{f\tau_{em}} = \frac{\sqrt{m}}{k} Rx_m \left(\frac{I_{ef}^2}{\tau_{em}^{3/2}}\right), \tag{21}$$

se vede însă că dacă ne fixăm la un randament acceptabil sîntem limitați în domeniul puterilor mari de valoarea lui I_{ef}^2, care crește mai repede decît $\tau_{em}^{3/2}$ (vezi creșterea lui τ_{em} cu I din curbele de magnetizare).

În domeniul puterilor mici sîntem de asemenea limitați de scăderea puterii specifice dezvoltată de motor, ceea ce conduce la gabarite mari pentru o putere dată și deci la o risipă de material și de spațiu. Totodată, cu gabaritul motorului pot să crească și pierderile mecanice, ceea ce duce și la o scădere a randamentului electromecanic total.

În practică vom căuta un compromis între cele două situații contradictorii, și anume puterea specifică mare și randament redus (deci risipă de energie) sau putere specifică mică și randament ridicat (deci risipă de material).

În acest scop ne vom servi de relația rezonanței electromecanice și de curbele de magnetizare (statice), precum urmează : din cele două curbe de magnetizare pentru $x = 0$ și $x = x_m$, vom calcula prin planimetrare, pentru diferite valori ale lui I_{ef}, valorile corespunzătoare ale lui τ_{em}. Vom efectua raportul $I_{ef}^2/\tau_{em}^{3/2}$ pentru aceste valori. Vom calcula pe η din (21) și pe μ din (20).
Vom ridica o curbă

$$\mu = f(\tau_{em}).$$

Fixîndu-ne asupra unei valori acceptabile pentru μ cu valoarea corespunzătoare a lui τ_{em} din curba $\mu = f(\tau_{em})$, calculăm frecvența respectivă dată de relațiile rezonanței electromecanice

$$f = \frac{k}{x_m}\sqrt{\frac{\tau_{em}}{m}}.$$

Puterea dezvoltată de motor va fi deci

$$P = f\tau_{em}.$$

În felul acesta obţinem atît randamentul, cît şi frecvenţa de alimentare şi puterea dezvoltată de motor în condiţiile optimului funcţional.

REZULTATELE MĂSURĂTORILOR ASUPRA UNUI PROTOTIP DE MOTOR LINIAR

a) *Predeterminare.* Pe baza metodicii trasate în paragraful precedent au fost întîi ridicate curbele de magnetizare $U = f(I)$ pentru $x = 0$, $x = 2$ cm, $x = 2{,}5$ cm (fig. 2 *a* şi *b*).
Din aceste curbe s-au obţinut curbele din figura 3, care ne dau $I = f(\tau)$ pentru $x = 2$ cm (curba punctată) şi $x = 2{,}5$ cm (curba plină).

Efectuîndu-se astfel raportul $I_{ef}^2 / \tau_{em}^{8/2}]$ şi avînd valorile lui s, R, m şi y precum urmează :

$$\begin{aligned} s_1 &= 4 \text{ cm}, \\ s_2 &= 5 \text{ cm}, \\ m &= 9 \text{ kg}, \\ R &= 0{,}12\ \Omega, \\ y &= 1, \end{aligned}$$

s-a calculat randamentul $\rho = f(\tau)$ în cele două cazuri (pentru s_1 şi s_2), obţinîndu-se curbele din figura 4. Pe aceeaşi figură s-au trasat şi curbele $f(t)$ şi $f_2(t)$, adică variaţia frecvenţei de rezonanţă electromecanică în funcţie de τ în cele două cazuri (pentru S_1 şi S_2) (fig. 4).

În fine, în figura 5 s-au trasat curbele $P = g(f)$, reprezentînd variaţia puterii în funcţie de frecvenţă în cele două cazuri.

MODUL DE UTILIZARE A CURBELOR DIN FIGURILE 2,3 ŞI 4

Din curbele din figura 2, fixîndu-ne asupra unui randament, de exemplu de 0,65 (pentru cursa de 2,5 cm), obţinem $\tau = 51$ jouli, căruia îi corespunde pe curba frecvenţelor (pentru $x = 2{,}5$ cm) frecvenţa rezonanţei electromecanice de 20 Hz.

Din curbele din figura 4 obţinem pe curba ($x = 2{,}5$), pentru frecvenţa de 20 Hz, o putere de 1 kW cînd randamentul este de 65%.

Aceleaşi curbe ne dau şi posibilitatea de a stabili modificările necesare pentru ridicarea performanţelor prototipului.

Astfel, din expresia randamentului se vede că el creşte cu reducerea cursei şi a masei armăturii mobile. Pe de altă parte, puterea creşte cu cubul frecvenţei şi numai cu pătratul cursei. Aceasta sugerează îndată posibilitatea de a mări randamentul şi puterea prin reducerea cursei şi ridicarea frecvenţei de rezonanţă electromecanică ce rezultă.

Reducînd astfel cursa la jumătate din valoarea precedentă, adică la 2,5 cm, puterea creşte la dublu, iar randamentul de circa 1,3 ori din valoarea din primul caz, ceea ce ne aduce la cifra de 84,5%.

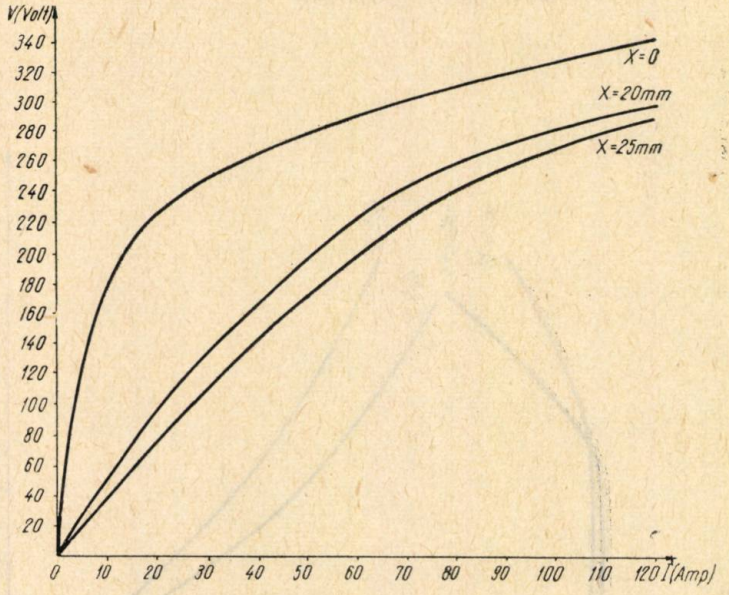

V(Volt)
340
320
300
280
260
240
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
I(Amp)
X=0
X=20mm
X=25mm

Fig. 2*a*

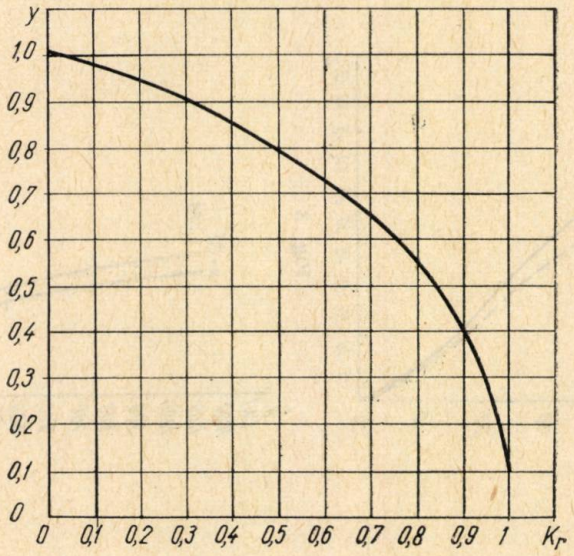

y
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1
Kr

Fig. 2*b*

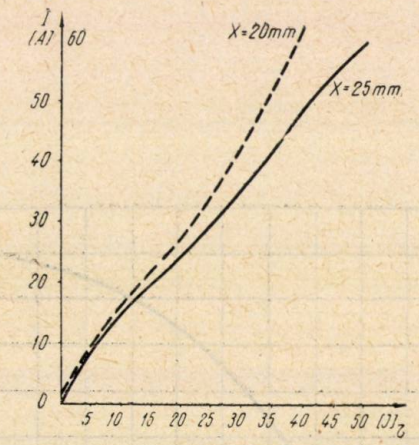


Fig. 3

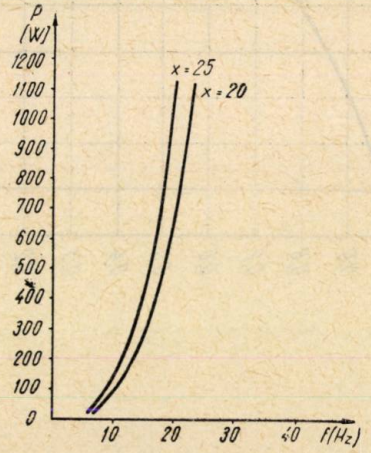


Fig. 5

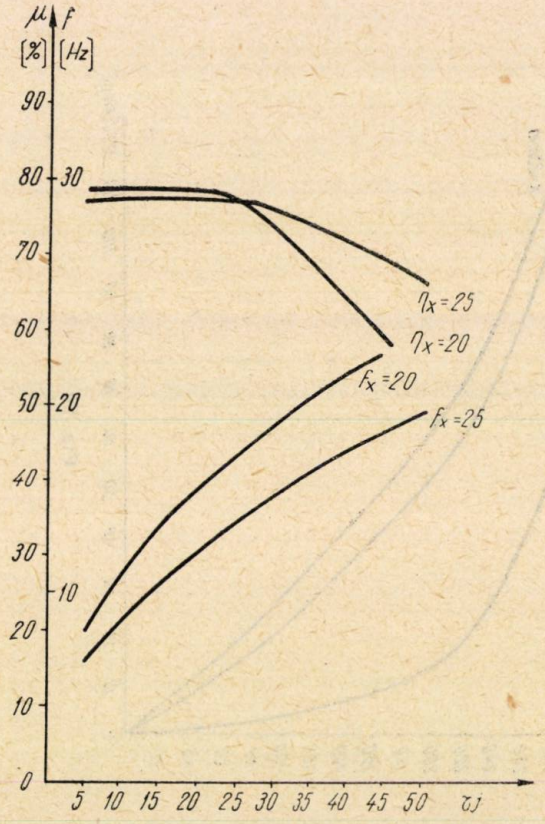


Fig. 4

b) *Ridicări la platforma de încercări.* Motorul a fost pus să funcționeze pe o sarcină realizată printr-o rezistență vîscoasă în ulei, creată prin strangularea uleiului, pus în circulație în circuit închis, de către un piston acționînd într-un cilindru pe ambele fețe. Ridicarea presiunii datorită strangulării era măsurată cu un manometru.

Se obține astfel din produsul presiunii cu cursa pistonului lucrul mecanic dezvoltat de pistonul cuplat direct cu axul motorului. Din citirea puterii electrice absorbite și a lucrului mecanic efectuat de pistonul împingînd uleiul prin strangulație, s-au putut determina randamentul și variația acestuia cu frecvența și cu puterea dezvoltată, a cărui reglaj se asigura prin deschiderea mai mare sau mai mică a vanei de strangulație.

S-au putut astfel verifica concluziile teoretice relativ la frecvența optimă de 20 Hz cînd puterea mecanică dezvoltată era de circa 1 kW și randamentul de 65%.

În continuare, conform indicațiilor teoretice, s-au efectuat modificările constructive pentru ridicarea frecvenței optime la 50 Hz și a puterii la circa 3 kW cu un randament de 84,5%. Experiențele sînt în curs pentru verificarea acestor cifre.

Primit la redacție la 15 aprilie 1965.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Marinesco, *Sur un nouveau moteur électrique à mouvement alternatif.* R.G.E., Sept. (1961).
2. M. Marinesco, N. Gavrilin, I. Grînaru, *L'Effet d'hystérèse électromécanique.* R.G.E., **XII** (1962).
3. M. Marinesco, *Moteurs électro-magnétiques à mouvement alternatif et générateur magnétostrictifs.* R.G.E., Nov. (1963).
4. M. Marinesco, *Sur certains effets d'instabilité électro-mécanique.* C. R. Acad. Sciences Paris, 4 dec. (1963).
5. — *Sur la théorie de la résonance à l'impulsion et ses applications techniques.* L'Onde Électrique, déc. (1963).

REACȚIILE DATORITE EXCENTRICITĂȚII ROTORULUI ÎN MAȘINILE ELECTRICE AMPLIFICATOARE [1)]

DE

AUGUSTIN MORARU

621.313.17

Se dezvoltă o metodică de calcul al redistribuirii fluxului util din întrefierul mașinilor electrice ca urmare a excentricității rotorului, plecînd de la distribuția solenației în întrefier și stabilind circuitul echivalent magnetic al mașinii pentru fluxul principal. Pe această bază se calculează reacțiile dintre diferitele etaje de amplificare ale principalelor tipuri de mașini electrice amplificatoare de curent continuu. Aceste reacții se exercită numai asupra etajelor de amplificare bipolare. Rezultatele sînt sistematizate în tabela 1 și în figura 11.

În mașinile electrice, rotorul ocupă întotdeauna o poziție mai mult sau mai puțin excentrică față de stator, ca urmare a impreciziei de execuție și de montare, precum și datorită deformării elastice a elementelor constructive sau deformării permanente datorită „îmbătrînirii" sau dispariției tensiunilor interne din diferite elemente ale construcției. Cu rare excepții, teoria mașinilor electrice se dezvoltă considerînd situația idealizată în care axa rotorului coincide cu cea a statorului. Acest mod de a considera lucrurile este satisfăcător pentru elucidarea majorității problemelor de bază ale teoriei mașinilor electrice clasice, aproximațiile introduse prin idealizarea poziției rotorului fiind de mică importanță.

În cadrul teoriei mașinilor electrice clasice se studiază însă și unele fenomene asupra cărora excentricitatea rotorului exercită o influență importantă sau chiar determinantă, ca, de exemplu, nesimetria repartiției curenților în căi de curent paralele la mașinile cu mulți poli sau forțe de atracție magnetică unilaterală [1], [2], [3], [4]. În primul caz, studiul se limitează însă la aspectele calitative și abia în ultimul caz se trece la o analiză cantitativă, dezvoltată în diferite lucrări [3], [4].

[1)] Articol apărut și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." **10**, *3* (1965)

St. cerc. energ. electr. Tom. 15, Nr, 3 p. 643–661 București 1965

Acest nivel de analiză a influenței excentricității rotorului este satisfăcătoare numai pentru mașinile electrice clasice, în care nesimetria circuitului magnetic nu are o influență prea mare asupra funcționării. La mașinile electrice amplificatoare însă, funcționarea independentă a diferitelor etaje de amplificare suprapuse în aceeași mașină se bazează tocmai pe simetria magnetică a mașinii, toată construcția mașinii fiind realizată cu respectarea unor reguli stricte de simetrie. Din această cauză, nesimetria magnetică în general și excentricitatea rotorului în particular, ca o cauză importantă a nesimetriei magnetice a mașinii, au o mare influență asupra caracteristicilor mașinilor electrice amplificatoare, datorită reacțiilor parazite introduse între diferitele etaje de amplificare. Acest lucru este semnalat în literatura de specialitate [5], [6], [7], însă și aici analiza se limitează în general la aspectele calitative ale influenței excentricității rotorului.

Mecanismul producerii acestor reacții este următorul. Datorită poziției sale excentrice, între miezul rotorului și cel al statorului apare o tensiune magnetică V și, ca urmare, deși curba de variație a solenației de excitare $f(x)$ a unui etaj oarecare este simetrică și alternativă, curba tensiunii magnetice în întrefier $t(x)$ nu va mai fi simetrică și alternativă, întrucît $t(x) = f(x) - V$. În final, chiar dacă $V = 0$, cîmpul $h(x)$ produs în întrefierul (x), variabil în funcție de coordonata periferică x

$$h(x) = \frac{t(x)}{\delta(x)} = \frac{f(x) - V}{\delta(x)}, \tag{1}$$

va avea în general o repartiție care dă naștere unor componente ale fluxului din întrefier după axe în cvadratură cu axa solenației formînd un sistem cu alt număr de poli etc.

În cele ce urmează se vor stabili relații cantitative pentru evaluarea reacțiilor parazite între etajele mașinilor electrice amplificatoare care apar ca urmare a excentricității rotorului.

Studiul se face în anumite ipoteze simplificatoare, unanim acceptate în examinarea unor probleme de acest fel, și anume : se consideră mașina nesaturată și de construcție perfect simetrică (pentru ca nesimetria magnetică să fie datorată exclusiv excentricității rotorului), armăturile se consideră netede, fără crestături [2]), însă cu poli aparenți (dacă este cazul), iar repartiția solenației rotorice se consideră continuă.

Legea de variație a întrefierului $\delta(x)$ în funcție de coordonata periferică x la rotor excentric se consideră conform lucrării [8]. Cu notațiile conform figurii 1, expresia întrefierului echivalent este

$$\delta_{ec} = \delta_0 (1 - m \cos \vartheta), \tag{2}$$

în care δ_0 este întrefierul echivalent mediu, m este factorul de modulație al întrefierului, iar ϑ unghiul de poziție pe periferia armăturii a punctului

[2]) Armăturile crestate se echivalează cu unele netede prin metodele cunoscute, folosind factorul Carter de majorare a întrefierului geometric.

curent M în care se consideră cîmpul, luînd ca origine axa care trece prin punctele de apropiere maximă a armăturilor :

$$\vartheta = \frac{x}{R_2}. \tag{3}$$

Pe armături mărimile δ_0 și m sînt date de expresiile

$$\delta_0 = k\,(D \pm \delta)\frac{D\delta \pm e^2}{D^2 - e^2}, \tag{4}$$

$$m = \frac{(D \pm \delta)\,e}{D\delta \pm e^2}, \tag{5}$$

semnul pozitiv fiind valabil pentru armătura exterioară *1* și cel negativ pentru armătura interioară *2*, iar

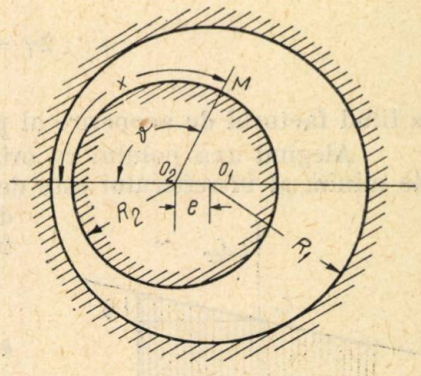


Fig. 1. – Notații pentru întrefierul echivalent.

$$k = \sqrt{\frac{D^2 - e^2}{\delta^2 - e^2}}\ \operatorname{argth}\ \sqrt{\frac{\delta^2 - e^2}{D^2 - e^2}}, \tag{6}$$

$$\delta = R_1 - R_2, \tag{7}$$

$$D = R_1 + R_2. \tag{8}$$

Întrucît în mașinile electrice amplificatoare întrefierul mediu δ este mult mai mic decît diametrul mediu D ($\delta \ll D$), se poate considera cu foarte bună aproximație

$$\delta_0 \approx \delta, \tag{9}$$

$$m \approx \frac{e}{\delta} \tag{10}$$

și

$$\vartheta = \frac{2x}{D}. \tag{11}$$

În conformitate cu teoria mașinilor electrice (vezi, de exemplu, [1]) și a ipotezelor simplificatoare adoptate, solenația $f(x)$ este o funcție liniară de coordonata periferică x, respectiv de unghiul ϑ :

$$f(\vartheta) = C_1 + C_2\,\vartheta, \tag{12}$$

la fel ca tensiunea magnetică în întrefier

$$t(\vartheta) = f(\vartheta) - V. \tag{13}$$

Cîmpul într-un punct oarecare al întrefierului în cuprinsul unui pol va fi dat deci de o expresie de forma

$$h(\vartheta) = \frac{C_1 + C_2\vartheta - V}{\delta_0\,(1 - m\cos\vartheta)}.$$

Pentru calculul fluxului se consideră un pol de lățime b_{pi}, care ocupă la periferia rotorului o zonă de lățime unghiulară

$$2\gamma = \frac{2b_{pi}}{D} = \frac{\alpha\pi}{p}, \tag{14}$$

α fiind factorul de acoperire al pasului polar.

Alegînd axa polului ca origine a unghiurilor, față de care punctul de minim al întrefierului este decalat cu unghiul ϑ_0, și folosind notațiile din figura 2, expresia cîmpului în întrefier va fi

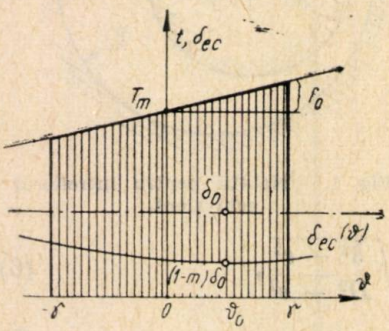


Fig. 2. — Schemă pentru calculul fluxului din întrefier.

$$h(\vartheta) = \frac{T_m + \frac{f_0}{\gamma}\vartheta}{\delta_0 [1 - m\cos(\vartheta - \vartheta_0)]}. \tag{15}$$

Întrucît excentricitatea relativă a rotorului $\frac{e}{\delta} \approx m$ este totdeauna suficient de mică față de unitate, pentru simplificarea calculelor și pentru ușurința interpretării rezultatelor se introduce următoarea aproximație :

$$\frac{1}{1 - m\cos(\vartheta - \vartheta_0)} \approx 1 + m\cos(\vartheta - \vartheta_0) \tag{16}$$

și deci

$$h(\vartheta) \approx \frac{1}{\delta_0}\left[T_m + \frac{f_0}{\gamma}\vartheta\right][1 + m\cos(\vartheta - \vartheta_0)]. \tag{17}$$

Fluxul polului de lățime unghiulară 2γ și de lungime 1 va fi deci

$$\Phi_l = \int_{-\gamma}^{\gamma} \mu_0 h(\vartheta) l \frac{D}{2} d\vartheta = \frac{\mu_0 l D}{2}\left[T_m(\gamma + m\sin\gamma\cos\vartheta_0) + \right.$$

$$\left. + m\frac{f_0}{\gamma}(\sin\gamma - \gamma\cos\gamma)\sin\vartheta_0\right]. \tag{18}$$

Notînd

$$P = P(\vartheta) = \frac{\mu_0 l D}{\delta_0}(\gamma + m\sin\gamma\cos\vartheta_0), \tag{19}$$

$$\varphi = \varphi(\vartheta) = m f_0 \frac{\mu_0 l D}{\delta_0}\left(\frac{\sin\gamma}{\gamma} - \cos\gamma\right)\sin\vartheta_0, \tag{20}$$

fluxul polului se exprimă prin relaţia

$$\Phi_l = P\, T_m + \varphi_0. \tag{21}$$

Ţinînd seama că $T_m = F_m - V$, F_m fiind solenaţia la mijlocul polului (egală cu tensiunea magnetică în întrefier la mijlocul polului pentru rotor centrat), iar V tensiunea magnetică între miezul rotorului şi cel al statorului (tensiune magnetică homopolară), acestei relaţii îi corespunde dipolul activ echivalent reprezentat în figura 3, format din elementele : solenaţia F_m, permeanţa P şi o ramură paralelă conţinînd sursa de flux φ, la bornele dipolului fiind aplicată tensiunea magnetică V.

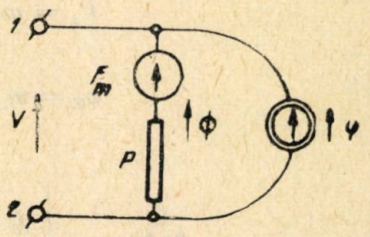


Fig. 3. — Circuitul echivalent magnetic corespunzător unui pol.

REACŢII DATORITE EXCENTRICITĂŢII ROTORULUI

Aplicînd în diferite cazuri concrete elementele de teorie stabilite mai sus, se pot deduce expresii simple pentru calculul reacţiilor dintre diferitele etaje ale maşinilor amplificatoare.

1. *Influenţa reacţiei transversale a indusului.* La maşina nesaturată, cu periile aşezate în axele neutre geometrice, reacţia indusului este pur transversală şi nu influenţează fluxul longitudinal. Excentricitatea rotorului poate cauza însă apariţia unei componente longitudinale a fluxului, deci a unei reacţii.

Considerînd cazul general al unei maşini cu $2p$ poli, cu inductorul neexcitat, cu indusul parcurs de curent şi cu periile aşezate exact în axele neutre geometrice, distribuţia solenaţiei de excitaţie va fi conform figurii 4 *a*), iar circuitul echivalent magnetic va fi cel din figura 4 *b*) [3]). Tensiunea magnetică homopolară V rezultă din ecuaţia echilibrului fluxurilor :

$$\Sigma\,(\Phi + \varphi) = -\,V\,(P_1 + P_2 + \ldots + P_{2p}) + \varphi_1 - \varphi_2 + \ldots - \varphi_{2p}. \tag{22}$$

Conform relaţiilor (19) şi (20), ţinînd seama de semnificaţia unghiului ϑ_0, permeanţele P_k şi fluxurile φ_k rezultă din relaţiile

$$P_k = P_m + P_v \cos\left(\vartheta_0 - \frac{k\pi}{p}\right), \text{ pentru } k = 1, 2, 3, \ldots, 2p, \tag{23}$$

$$\varphi_k = \varphi_0 \sin\left(\vartheta_0 - \frac{k\pi}{p}\right), \text{ pentru } k = 1, 2, 3, \ldots, 2p, \tag{24}$$

[3]) Dacă se ţine seama şi de permeanţa spaţiului dintre poli P_s, în figura 4 *a* trebuie figurate în paralel cu fiecare permeanţă P_k şi o permeanţă P_s, iar în toate expresiile trebuie înlocuit P_m prin $P_m + P_s$ (se consideră P_s independentă de variaţia întrefierului datorită excentricităţii).

unde

$$P_m = \frac{\mu_0 l D \gamma}{\delta_0}, \tag{25}$$

$$P_v = m P_m \frac{\sin \gamma}{\gamma}, \tag{26}$$

$$\varphi_0 = m f_0 P_m \left(\frac{\sin \gamma}{\gamma} - \cos \gamma \right). \tag{27}$$

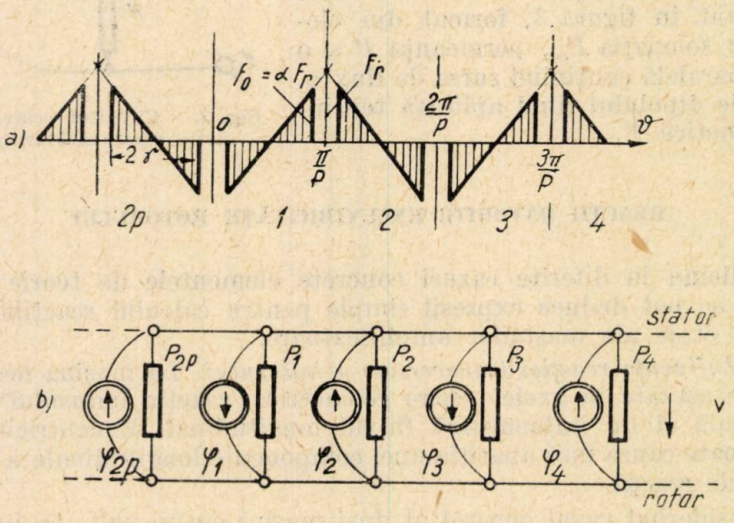


Fig. 4. — Distribuţia solenaţiei de reacţie a indusului (*a*) şi schema echivalentă magnetică (*b*) pentru generatorul de curent continuu.

Cu aceste precizări rezultă imediat că în general suma

$$\varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_3 + \ldots - \varphi_{2p} = (\varphi_1 + \varphi_3 + \ldots + \varphi_{2p-1}) - (\varphi_2 + \varphi_4 + \ldots + \varphi_{2p}) = 0 \tag{28}$$

şi deci, în baza relaţiei (22), rezultă şi $V = 0$, întrucît

$$\Sigma P_k = 2p P_m \neq 0. \tag{29}$$

În consecinţă, fluxul longitudinal al fiecărui pol este

$$\Phi_{lk} = \varphi_k. \tag{30}$$

Reacţia produsă de aceste fluxuri este în general nulă atît la înfăşurări serie, cît şi la înfăşurări paralel [4]), întrucît

$$\Sigma \Phi_{l\,2k} = \Sigma \Phi_{l\,2k+1} = 0. \tag{31}$$

[4]) La înfăşurările paralel apar însă între diferitele căi de curent curenţi de circulaţie, care se închid prin perii şi înrăutăţesc condiţiile de comutaţie.

Singura excepție o constituie mașina bipolară, la care nu sînt valabile relațiile (28) și (31). Într-adevăr, în acest caz (al mașinii bipolare)

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= -\varphi_0 \sin \vartheta_0, \\ \varphi_2 &= -\varphi_0 \sin (\vartheta_0 - \pi) = -\varphi_1, \\ P_1 &= P_m - P_v \cos \vartheta_0, \\ P_2 &= P_m + P_v \cos \vartheta_0 \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

și deci

$$V = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{P_1 + P_2} = -\frac{\varphi_0 \sin \vartheta_0}{P_m}. \tag{33}$$

Fluxul longitudinal al unui pol va fi

$$\Phi_l = \varphi_1 - P_1 V = -\frac{P_v \varphi_0}{2P_m} \sin 2\vartheta_0. \tag{34}$$

Factorul de reacție corespunzător este

$$\beta = \frac{\Phi_l}{\Phi_e} = -\frac{P_v \varphi_0}{2P_m \Phi_e} \sin 2\vartheta_0, \tag{35}$$

Φ_e fiind fluxul inductor care produce curentul, respectiv solenația transversală (deci factorul de reacție depinde și de natura și de mărimea sarcinii mașinii).

În mod normal, la regimul studiat mai sus factorul de reacție β este mic față de unitate chiar și în cazurile cele mai defavorabile. Totodată,

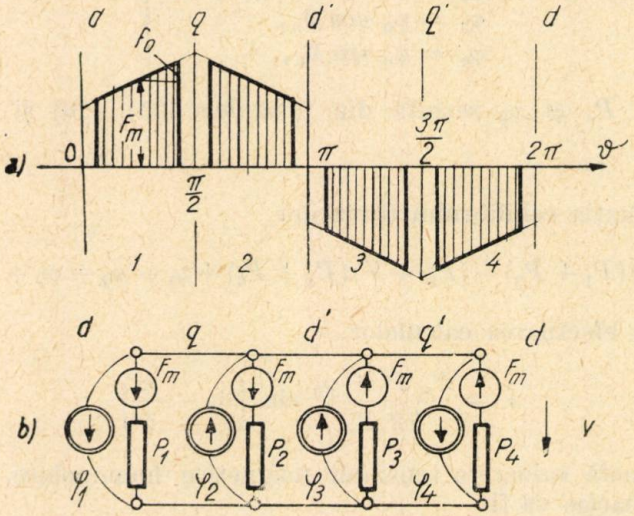


Fig. 5. — Distribuția solenației transversale (*a*) și schema echivalentă magnetică (*b*) pentru mașina amplificatoare cu cîmp transversal bipolară normală.

compensarea acestei reacţii este uşoară, realizîndu-se prin decalarea periilor din axa neutră geometrică. La potrivirea periilor în axa neutră magnetică se compensează automat această reacţie.

2. *Influenţa în cazul maşinii amplificatoare cu cîmp transversal normale (amplidină).* Calitativ concluziile sînt cele de la punctul precedent, reacţia putîndu-se datora numai cîmpului transversal, folosit drept cîmp inductor în etajul secund al maşinii. Datorită divizării polilor şi datorită înfăşurărilor suplimentare care pot contribui la crearea solenaţiei de excitaţie rezultante în axa transversală, relaţiile de calcul se schimbă.

În cele ce urmează se va studia numai cazul amplidinei bipolare, cu 4 semipoli, întrucît la mai mulţi poli reacţia datorită excentricităţii rotorului se anulează, cum s-a arătat mai înainte.

În conformitate cu repartiţia idealizată a solenaţiei din figura 5 *a*), schema echivalentă magnetică va fi cea din figura 5 *b*). Şi aici s-a neglijat cîmpul dintre poli; de prezenţa acestuia se poate ţine seama cum s-a arătat la nota 2.

Valorile permeanţelor P_k şi ale fluxurilor ce intervin în schema din figura 5 *b*) sînt date de expresiile

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= P_m + P_v \sin \vartheta_0, \\ P_2 &= P_m - P_v \cos \vartheta_0, \\ P_3 &= P_m - P_v \sin \vartheta_0, \\ P_4 &= P_m + P_v \cos \vartheta_0, \\ \varphi_1 &= -\varphi_0 \cos \vartheta_0, \\ \varphi_2 &= -\varphi_0 \sin \vartheta_0, \\ \varphi_3 &= \varphi_0 \cos \vartheta_0, \\ \varphi_4 &= \varphi_0 \sin \vartheta_0, \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

în care P_m, P_v şi φ_0 rezultă din formulele (25), (26) şi (27), pentru $\gamma = \frac{\alpha\pi}{4}$.

Din ecuaţia echilibrului fluxurilor

$$(F_m - V)(P_1 + P_2) - (F_m + V)(P_3 + P_4) + \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 + \varphi_4 = 0 \tag{37}$$

rezultă după efectuarea calculelor

$$V = \frac{F_m P_v + \varphi_0}{\sqrt{2}\, P_m} \sin\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{4}\right). \tag{38}$$

Cu această valoare a tensiunii magnetice homopolare, fluxul longitudinal de reacţie va fi

$$\Phi_l = (F_m - V) P_1 - (F_m + V) P_4 + \varphi_1 + \varphi_4 = \frac{P_v}{2 P_m}(F_m P_v + \varphi_0) \cos 2\vartheta_0. \tag{39}$$

Factorul de reacție datorit excentricității rotorului este dat de relația

$$\beta = \frac{\Phi_l}{\Phi_d} = \frac{P_v}{2\,P_m}\,\frac{F_m\,P_v + \varphi_0}{\Phi_d}\cos 2\vartheta_0, \tag{40}$$

în care Φ_d este fluxul longitudinal (inductor) care produce în final (prin intermediul t.e.m. induse) curentul transversal ce dă naștere repartiției considerate a solenației (F_m și f_0).

Și în acest caz compensarea reacției este ușoară și se realizează prin așezarea periilor transversale în axa neutră magnetică.

Cu relații similare se poate studia și reacția dintre circuitul de ieșire al etajului secund și intrarea etajului prim la amplidina cu înfășurare de compensare concentrată, la care compensarea reacției indusului datorită curentului de sarcină se face global, pe fețele semipolilor luînd naștere distorsiuni importante ale cîmpului. În figura 6 *a*) s-a reprezentat repartiția idealizată a solenației rezultante după compensarea globală a reacției longitudinale a indusului și în figura 6 *b*) schema echivalentă magnetică corespunzătoare. În figura 6 *a*) s-a notat cu F_r maximul solenației de reacție a indusului în circuitul de ieșire (longitudinal). Permeanțele P_k și

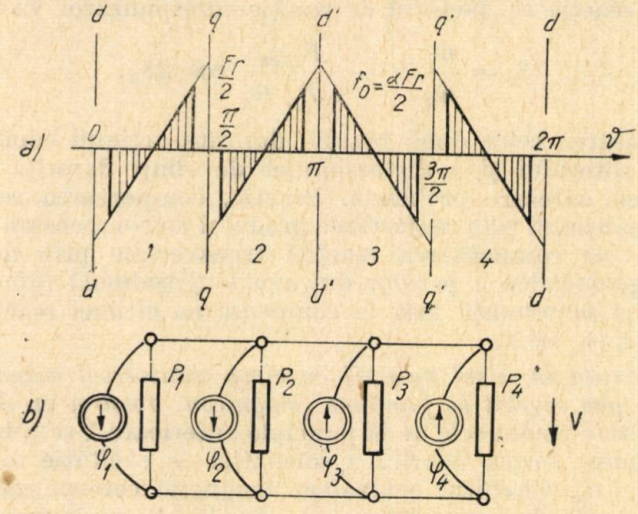


Fig. 6. — Distribuția solenației rezultante la compensare globală (*a*) și schema echivalentă magnetică (*b*) pentru mașina amplificatoare cu cîmp transversal bipolară normală.

fluxurile φ_k sînt date și aici tot de relațiile (36). Din ecuația echilibrului fluxurilor

$$-V(P_1 + P_2 + P_3 + P_4) + \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3 - \varphi_4 = 0 \tag{41}$$

rezultă tensiunea magnetică homopolară

$$V = -\frac{\varphi_0}{\sqrt{2}\,P_m}\cos\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{4}\right). \tag{42}$$

Fluxul de reacţie longitudinal este

$$\Phi_l = -V(P_1 + P_4) + \varphi_1 - \varphi_4 = -\frac{P_v \varphi_0}{2 P_m}(1 + \sin 2\vartheta_0), \quad (43)$$

iar factorul de reacţie corespunzător

$$\beta_d = \frac{\Phi_l}{\Phi_d} = \frac{P_v \varphi_0}{2 P_m \Phi_d}(1 + \sin 2\vartheta_0), \quad (44)$$

Φ_d fiind fluxul inductor al primului etaj al amplidinei, căruia îi corespunde în final solenaţia de reacţie F_r.

Se mai poate calcula la acest tip de amplidină (cu înfăşurare de compensare concentrată) reacţia dintre circuitul de ieşire şi circuitul transversal. Cu tensiunea magnetică (42), fluxul de reacţie transversal este

$$\Phi_t = -V(P_1 + P_2) + \varphi_1 + \varphi_2 = -\frac{P_v \varphi_0}{2 P_m} \cos 2\vartheta_0. \quad (45)$$

Notînd cu Φ_q fluxul transversal inductor care produce în final solenaţia de reacţie F_r, factorul de reacţie corespunzător va fi

$$\beta_q = \frac{\Phi_t}{\Phi_q} = -\frac{P_v \varphi_0}{2 P_m \Phi_q} \cos 2\vartheta_0. \quad (46)$$

Compensarea celor două reacţii, datorite acţiunii combinate a excentricităţii rotorului şi a distorsiunilor de cîmp datorită compensării globale, ridică oarecare probleme. Practic, compensarea reacţiei longitudinale se realizează prin reajustarea gradului de compensare a circuitului longitudinal, iar compensarea reacţiei transversale prin decalarea din axa neutră geometrică a periilor din axa longitudinală (din circuitul de ieşire). Adesea se renunţă însă la compensarea ultimei reacţii, influenţa ei fiind redusă ($\beta_q \ll 1$).

3. *Influenţa în cazul maşinii cu cîmp transversal avînd înfăşurarea indusului cu pas scurtat la jumătate* (*magnicon, rototrol cu 3 etaje*). Concluziile calitative rămîn cele de la punctele anterioare 1 şi 2, însă intervine un element nou : forma diferită a solenaţiei de excitaţie rotorică transversală (fig. 7 *a*). Circuitul echivalent magnetic corespunzător este dat în figura 7 *b*) valorile permeanţelor P_1, P_2, P_3, P_4 şi ale fluxurilor φ_1, φ_3 fiind conforme cu (36), cu precizarea că în acest caz, dacă nu este prevăzută o înfăşurare suplimentară serie în axa transversală, se va considera $f_0 = \alpha F_m$.

Din ecuaţia echilibrului fluxurilor

$$-VP_1 + (F_m - V)P_2 - VP_3 - (F_m + V)P_4 + \varphi_1 - \varphi_3 = 0 \quad (47)$$

se deduce valoarea tensiunii magnetice homopolare

$$V = -\frac{F_m P_v + \varphi_0}{2 P_m} \cos \vartheta_0, \quad (48)$$

cu ajutorul căreia se calculează fluxul de reacţie longitudinal

$$\Phi_l = \frac{-VP_1 + \varphi_1 - (-VP_3 - \varphi_3)}{2} = \frac{P_v}{4\,P_m}(F_m P_v + \varphi_0)\sin 2\vartheta_0, \quad (49)$$

cunoscînd că participă la producerea t.e.m. transversale numai fluxul cuprins între axele d şi q (respectiv d' şi q'). Factorul de reacţie corespunzător acestui flux va fi

$$\beta = \frac{\Phi_l}{\Phi_d} = \frac{P_v}{4\,P_m}\,\frac{F_m P_v + \varphi_0}{\Phi_d}\sin 2\vartheta_0, \quad (50)$$

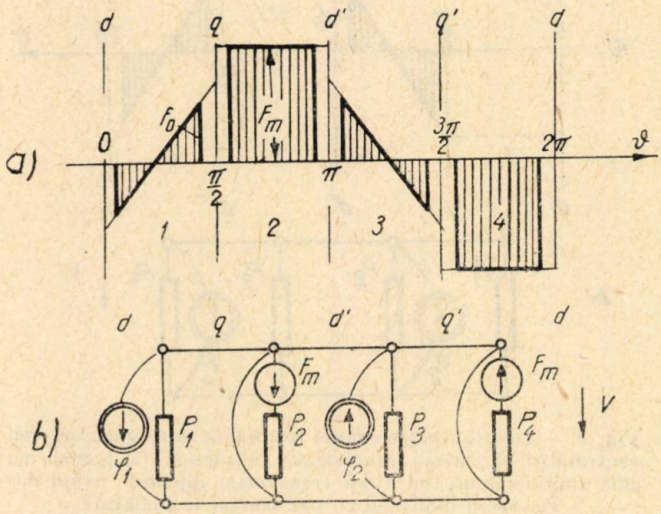


Fig. 7. — Distribuţia solenaţiei transversale (a) şi schema echivalentă magnetică (b) pentru maşina amplificatoare cu cîmp transversal bipolară, avînd înfăşurarea indusului cu pas scurtat la jumătate.

în care Φ_d este fluxul longitudinal (inductor, cuprins între axele d şi q) care produce în final curentul, respectiv solenaţia transversală de repartiţia considerată în figura 7 a.

Se observă că valoarea acestui factor de reacţie (50) este jumătate din cea corespunzătoare amplidinei normale (40), la valori egale ale parametrilor ce intervin în formulele respective, lucru care se explică uşor avînd în vedere utilizarea pe jumătate a gabaritului maşinii în cazul amplidinei avînd înfăşurarea indusului cu pas scurtat la jumătate.

Compensarea reacţiei de mai sus nu constituie o problemă deosebită şi se realizează prin amplasarea periilor transversale în axa neutră magnetică.

În mod similar se studiază şi reacţiile dintre circuitul de ieşire al etajului secund şi intrarea etajului prim sau secund în cazul în care reacţia indusului (datorită curentului de ieşire) este compensată numai pe por-

țiunea cu solenație constantă. Repartiția corespunzătoare a solenației rezultante după compensarea incompletă este reprezentată în figura 8 *a*), iar schema echivalentă magnetică în figura 8 *b*), valorile permeanțelor P_1, P_2, P_3, P_4 și ale fluxurilor φ_2, φ_4 fiind conforme cu (36), cu precizarea că în acest caz $f_0 = \alpha F_r$, F_r fiind maximul solenației de reacție a indusului în circuitul de ieșire.

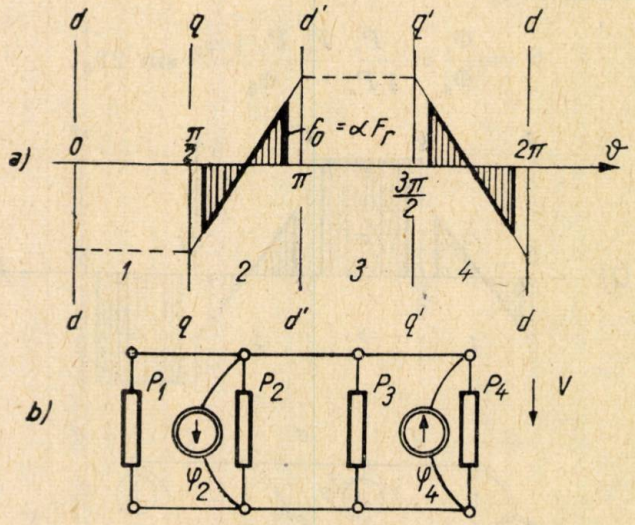


Fig. 8. — Distribuția solenației rezultante la compensare concentrată (*a*) și schema echivalentă magnetică (*b*) pentru mașina amplificatoare cu cîmp transversal bipolară, avînd desfășurarea indusului cu pas scurtat la jumătate.

Din ecuația echilibrului fluxurilor

$$-V(P_1 + P_2 + P_3 + P_4) + \varphi_2 - \varphi_4 = 0 \tag{51}$$

rezultă valoarea tensiunii magnetice homopolare

$$V = -\frac{\varphi_0}{2P_m} \sin \vartheta_0. \tag{52}$$

Factorul de reacție între circuitul de ieșire și intrarea etajului prim va fi deci

$$\beta_d = \frac{\Phi_l}{\Phi_d} = \frac{-V(P_1 - P_3)}{2\Phi_d} = \frac{P_v \varphi_0}{4 P_m \Phi_d}(1 - \cos 2\vartheta_0), \tag{53}$$

iar factorul de reacție corespunzător circuitului transversal

$$\beta_q = \frac{\Phi_t}{\Phi_q} = \frac{-V(P_2 - P_4) + \varphi_2 + \varphi_4}{2\Phi_q} = -\frac{P_v \varphi_0}{4 P_m \Phi_q} \sin 2\vartheta_0. \tag{54}$$

Şi în privinţa acestor factori de reacţie rămîne valabilă aceeaşi observaţie ca pentru factorul (50), deci şi concluziile stabilite pentru amplidina normală.

4. *Reacţia între etaje de amplificare tetra- şi bipolare realizate cu înfăşurări induse diferite (cu pasuri aproximativ diametrale, magnavolt cu 2 şi 3 etaje).* Prin excentricitatea rotorului, cîmpul inductor tetrapolar al

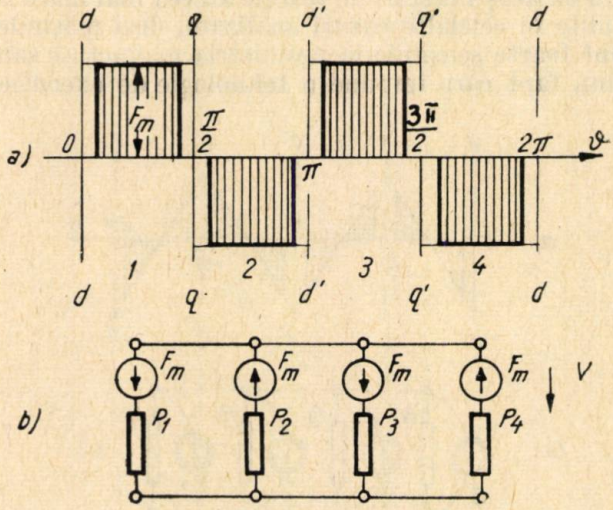


Fig. 9. — Distribuţia solenaţiei inductoare tetrapolare (*a*) şi schema echivalentă magnetică (*b*).

etajului final se asimetrizează şi ia naştere un cîmp rezultant, care se poate descompune într-un cîmp tetrapolar şi unul bipolar. Se demonstrează şi aici uşor că interesează numai cazul cel mai simplu (tetrapolar — bipolar), la număr mai mare de poli dispărînd reacţia.

Distribuţia idealizată a solenaţiei tetrapolare de excitaţie s-a reprezentat în figura 9 *a*), căreia îi corespunde schema echivalentă magnetică din figura 9 *b*), în care permeanţele P_1, P_2, P_3, P_4 au valorile conforme cu (36).

Cum din ecuaţia echilibrului fluxurilor

$$\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4 = (F_m - V)(P_1 + P_3) - (F_m + V)(P_2 + P_4) = 0 \quad (55)$$

rezultă $V = 0$, fluxul bipolar longitudinal de reacţie (care induce o t.e.m. într-o înfăşurare cu pas aproximativ diametral a indusului bipolar) va fi

$$\Phi_l' = \frac{\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 - \Phi_4}{2} = \sqrt{2}\, F_m P_v \sin\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{4}\right). \quad (56)$$

Notînd cu Φ_d fluxul inductor longitudinal bipolar care produce în final repartiţia solenaţiei din figura 9 *a*, factorul de reacţie va fi

$$\beta_d' = \frac{\Phi_l'}{\Phi_d} = \frac{\sqrt{2} F_m P_v}{\Phi_d} \sin\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{4}\right). \quad (57)$$

În mod analog se determină factorul de reacție transversal

$$\beta'_q = \frac{\Phi'_l}{\Phi_q} = \frac{\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4}{2\,\Phi_q} = \frac{\sqrt{2} F_m P_v}{\Phi_q} \cos\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{4}\right), \quad (58)$$

Φ_q fiind fluxul inductor transversal bipolar.

Se observă că acești factori de reacție au cea mai mare valoare dintre toate cele stabilite în celelalte cazuri analizate, deci mașinile de acest fel (magnavolt) sînt foarte sensibile la nesimetria magnetică sau la excentricitatea rotorului, fapt care impune o tehnologie de execuție deosebit de

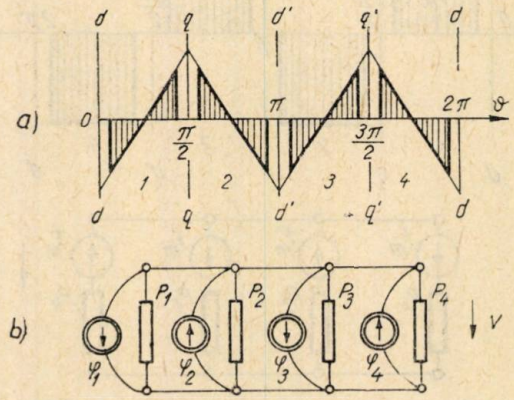


Fig. 10. — Distribuția solenației de reacție a indusului tetrapolar (*a*) și schema echivalentă magnetică (*b*).

îngrijită. Probabil acesta a fost și unul dintre motivele importante pentru care această mașină amplificatoare nu a cunoscut o răspîndire pe scară industrială.

Etajele bipolare ale mașinii amplificatoare pot fi influențate și de cîmpul de reacție necompensat al indusului tetrapolar. În acest caz, distribuția idealizată a solenației de reacție tetrapolare este cea reprezentată în figura 10 *a*), căreia îi corespunde schema echivalentă magnetică din figura 10 *b*), cu valorile permeanțelor și ale fluxurilor conforme cu (36).

Cum s-a arătat la punctul 1, în acest caz $V = 0$ și deci se pot deduce următoarele expresii ale factorilor de reacție:

— în circuitul bipolar longitudinal

$$\beta''_d = \frac{\Phi''_l}{\Phi_d} = \frac{-\varphi_4 + \varphi_1 - (-\varphi_2 + \varphi_3)}{2\,\Phi_d} = -\frac{\sqrt{2}\,\varphi_0}{\Phi_d} \cos\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{4}\right), \quad (59)$$

— în circuitul bipolar transversal

$$\beta''_q = \frac{\Phi''_l}{\Phi_q} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - (\varphi_3 - \varphi_4)}{2\,\Phi_q} = \frac{\sqrt{2}\,\varphi_0}{\Phi_q} \sin\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{4}\right). \quad (60)$$

Ultimele două reacții sînt în general mult mai mici decît cele datorite cîmpului tetrapolar inductor conform (57) și (58), însă în anumite regimuri de funcționare și în sarcină capacitivă importanța acestor reacții poate crește mult, ducînd pînă la pierderea stabilității funcționării mașinii amplificatoare (autoexcitare sau autooscilare).

5. *Reacția între etaje de amplificare tetra- și bipolare realizate cu aceeași înfășurare indusă (rototrol cu 2 și cu 3 etaje).* Punerea problemei este identică cu cea de la punctul precedent; numai calculul fluxului bipolar diferă, la producerea t.e.m. induse între două perii opuse contribuind numai fluxul a doi poli opuși. Cu aceste precizări și ținînd seama că distribuția solenației și circuitul echivalent magnetic este identic cu cel din cazurile studiate la punctul anterior, expresiile factorilor de reacție între etajele tetrapolare și bipolare vor fi:

— între sistemul inductor tetrapolar și circuitul bipolar longitudinal

$$\beta'_d = \frac{\Phi_1 - \Phi_3}{2\,\Phi_d} = \frac{F_m\,P_v}{\Phi_d}\,\sin\,\vartheta_0, \tag{61}$$

— între sistemul inductor tetrapolar și circuitul bipolar transversal

$$\beta'_q = \frac{\Phi_2 + \Phi_4}{2\,\Phi_q} = \frac{F_m\,P_v}{\Phi_q}\,\cos\,\vartheta_0, \tag{62}$$

— între reacția indusului tetrapolar și circuitul bipolar longitudinal

$$\beta''_d = \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{2\,\Phi_d} = -\frac{\varphi_0}{\Phi_d}\,\cos\,\vartheta_0, \tag{63}$$

— între reacția indusului tetrapolar și circuitul bipolar transversal

$$\beta''_q = \frac{-\varphi_2 + \varphi_4}{2\,\Phi_q} = \frac{\varphi_0}{\Phi_q}\,\sin\,\vartheta_0. \tag{64}$$

6. *Alte reacții datorite excentricității rotorului.* Cu metoda de calcul dezvoltată mai sus se pot pune în evidență și alte reacții datorite excentricității rotorului în mașinile amplificatoare. În cele de mai sus s-au analizat numai reacțiile principale, care acționează de la un etaj de amplificare superior la unul inferior. Reacțiile care lucrează în sens direct (de la etaje de putere mai mică la cele de putere mare) au o influență cu totul neglijabilă și deci nu se iau în considerație.

★

Sistematizînd formulele de calcul obținute, se poate întocmi tabela 1, care dă toate elementele necesare calculării reacțiilor între diferitele etaje ale principalelor mașini electrice amplificatoare ca urmare a excentricității rotorului. Circuitele electrice ale diferitelor etaje de amplificare s-au numerotat în ordine crescătoare cu cifre arabe, afectînd cifra 1 circuitului

Tabela 1

Reacţii datorite excentricităţii rotorului în maşinile electrice amplificatoare

Nr. crt.	Felul maşinii electrice amplificatoare	Factor de reacţie			Valorile mărimilor				Observaţii
		între circuitele	Nr. form.	Expresia	γ	F_m	f_0	Φ	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Generator de curent continuu bipolar	2→1	35	$-\frac{P_v \varphi_{02}}{2 P_m \Phi_1} \sin 2\vartheta_0$	$\frac{\alpha\pi}{2}$	0	αF_{2r}	Φ_1	Cu reacţia indusului necompensată
2	Maşină amplificatoare cu cîmp transversal bipolară, normală (amplidină)	2→1	40	$\frac{P_v}{2 P_m} \frac{F_{m_2} P_v + \varphi_{02}}{\Phi_1} \cos 2\vartheta_0$	$\frac{\alpha\pi}{4}$	$F_{2s} + \frac{1}{2} F_{2r}$	$\frac{1}{2}\alpha F_{2r}$	Φ_1	Numai la înfăşurare de compensare concentrată (pe semipol)
3		3→1	44	$\frac{P_v \varphi_{03}}{2 P_m \Phi_1}(1 + \sin 2\vartheta_0)$		0	$\frac{1}{2}\alpha F_{3r}$		
4		3→2	46	$-\frac{P_v \varphi_{03}}{2 P_m \Phi_2} \cos 2\vartheta_0$				Φ_2	
5	Idem, cu pasul înfăşurării indusului scurtat la jumătate (magnicon)	2→1	50	$\frac{P_v}{4 P_m} \frac{F_{m_2} P_v + \varphi_{02}}{\Phi_1} \sin 2\vartheta_0$	$\frac{\alpha\pi}{4}$	$F_{2s} + F_{2r}$	αF_{2r}	Φ_1	Numai la înfăşurare de compensare concentrată (pe semipol)
6		3→1	53	$\frac{P_v \varphi_{03}}{4 P_m \Phi_1}(1 - \cos 2\vartheta_0)$		0	αF_{3r}		
7		3→2	54	$-\frac{P_v \varphi_{03}}{4 P_m \Phi_2} \sin 2\vartheta_0$				Φ_2	
8	Maşina amplificatoare cu cîmp longitudinal, tetrapolară, cu 2 etaje şi 2 înfăşurări pe indus (magnavolt cu 2 etaje)	2→1	40 + 57	$\frac{P_v}{2 P_m} \frac{F_{m_{2r}} P_v + \varphi_{02}}{\Phi_1} \cos 2\vartheta_0 + \frac{\sqrt{2} F_{m_{2s}} P_v}{\Phi_1} \sin\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{4}\right)$	$\frac{\alpha\pi}{4}$	$\frac{1}{2} F_{2r}$ F_{2s}	$\frac{1}{2}\alpha F_{2r}$	Φ_1	La reacţia tetrapolară a indusului necompensată
9		3→1	59	$-\frac{\sqrt{2}\varphi_{03}}{\Phi_1} \cos\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{4}\right)$		0	αF_{3r}		
10		3→2	60	$-\frac{\sqrt{2}\varphi_{03}}{\Phi_2} \sin\left(\vartheta_0 - \frac{\pi}{4}\right)$				Φ_2	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	Idem, cu 3 etaje (magnavolt cu 3 etaje)	2→1	40	$\frac{P_v}{2P_m}\frac{F_{m_2}P_v+\varphi_{02}}{\Phi_1}\cos 2\vartheta_0$	$\frac{\alpha\pi}{4}$	$F_{2s}+\frac{1}{2}F_{2r}$	$\frac{1}{2}\alpha F_{2r}$	Φ_1	Numai la înfăşurare de compensare concentrată (pe semipol) în etajul 2
12		3→1	44+57	$\frac{P_v\varphi_{03}}{2P_m\Phi_1}(1+\sin 2\vartheta_0)+\frac{\sqrt{2}F_{m_3}P_v}{\Phi_1}\sin\left(\vartheta_0-\frac{\pi}{4}\right)$		F_{3s}	$\frac{1}{2}\alpha F_{3r}$		
13		3→2	46+58	$-\frac{P_v\varphi_{03}}{2P_m\Phi_2}\cos 2\vartheta_0+\frac{\sqrt{2}F_{m_3}P_v}{\Phi_2}\cos\left(\vartheta_0-\frac{\pi}{4}\right)$				Φ_2	
14		4→1	59	$-\frac{\sqrt{2}\varphi_{02}}{\Phi_1}\cos\left(\vartheta_0-\frac{\pi}{4}\right)$		0	αF_{4r}	Φ_1	La reacţia tetrapolară a indusului necompensată
15		4→2	60	$\frac{\sqrt{2}\varphi_{04}}{\Phi_2}\sin\left(\vartheta_0-\frac{\pi}{4}\right)$				Φ_2	
16	Maşina amplificatoare cu cîmp longitudinal tetrapolară, cu 2 etaje şi o înfăşurare pe indus (rototrol cu 2 etaje)	2→1	50+61	$\frac{P_v}{4P_m}\frac{F_{m_{2r}}P_v+\varphi_{04}}{\Phi_1}\sin 2\vartheta_0+\frac{F_{m_{2s}}P_v}{\Phi_1}\sin\vartheta_0$	$\frac{\alpha\pi}{4}$	F_{2r} F_{2s}	αF_{2r}	Φ_1	
17		3→1	63	$-\frac{\varphi_{03}}{\Phi_1}\cos\vartheta_0$		0	αF_{3r}		La reacţia tetrapolară a indusului necompensată
18		3→2	64	$\frac{\varphi_{03}}{\Phi_2}\sin\vartheta_0$				Φ_2	
19	Idem, cu 3 etaje (rototrol cu 3 etaje)	2→1	50	$\frac{P_v}{4P_m}\frac{F_m{}^2P_v+\varphi_{02}}{\Phi_1}\sin 2\vartheta_0$	$\frac{\alpha\pi}{4}$	$F_{2s}+F_{2r}$	αF_{2r}	Φ_1	
20		3→1	53+61	$\frac{P_v\varphi_{03}}{4P_m\Phi_1}(1-\cos 2\vartheta_0)+\frac{F_{m_3}P_v}{\Phi_1}\sin\vartheta_0$		F_{3s}	αF_{3r}		Numai la înfăşurare de compensare concentrată (pe semipol)
21		3→2	54+62	$-\frac{P_v\varphi_{03}}{4P_m\Phi_2}\sin 2\vartheta_0+\frac{F_{m_3}P_v}{\Phi_2}\cos\vartheta_0$				Φ_2	
22		4→1	63	$-\frac{\varphi_{04}}{\Phi_1}\cos\vartheta_0$		0	αF_{4r}	Φ_1	La reacţia tetrapolară a indusului necompensată
23		4→2	64	$\frac{\varphi_{04}}{\Phi_2}\sin\vartheta_0$				Φ_2	

de comandă și cifra 2, 3 sau 4 (pentru 1, 2 sau 3 etaje de amplificare) circuitului de ieșire al mașinii. De asemenea, unde a fost necesar pentru evitarea unor confuzii, s-a făcut diferențiere între solenațiile produse de înfășurări plasate pe stator (indice s) și cele produse de înfășurări rotorice (indice r).

Trebuie observat că relațiile din tabela 1 sînt valabile numai pentru mașinile amplificatoare fără înfășurări de reacție între diferitele etaje și

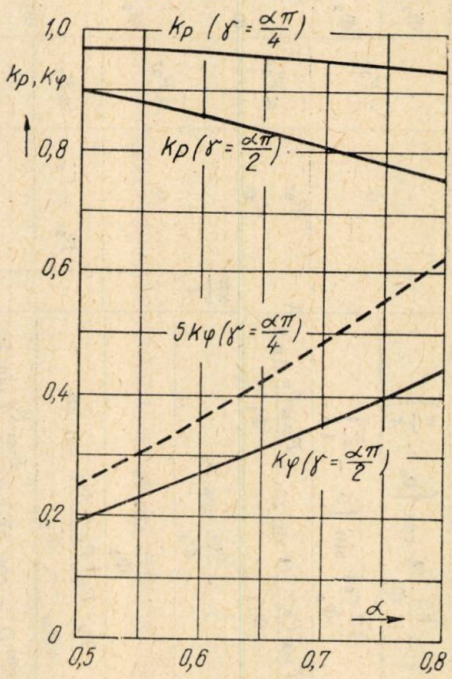


Fig. 11. — Coeficienții k_P și k_φ în funcție de α.

cu periile așezate în axele neutre geometrice. Pentru cazurile care nu satisfac aceste condiții restrictive, factorii de reacție datoriți excentricității rotorului se pot calcula plecînd de la distribuția rezultantă a solenației sau folosind suprapunerea efectelor și aplicînd metoda de calcul a fluxului de reacție dezvoltată în prezenta lucrare.

În încheiere, pentru ușurarea calculelor practice, permeanța P_v (26) și fluxul φ_0 (27) se exprimă în funcție de permeanța medie P_m (25) sub formele

$$P_v = k_P \, m \, P_m \tag{65}$$

și

$$\varphi_0 = k_\varphi \, m \, f_0 \, P_m . \tag{66}$$

Valorile coeficienților k_P și k_φ sînt date în figura 11 în funcție de valoarea factorului de acoperire a pasului polar α.

În concluzia lucrării, în afara rezultatelor sistematizate în tabela 1 şi în figura 11, trebuie subliniat că reacţiile datorite excentricităţii rotorului se exercită numai asupra etajelor de amplificare bipolare.

Primit la redacţie la 15 aprilie 1965.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Richter, *Maşini electrice. Vol. I.* Edit. tehnică, Bucureşti, 1958.
2. М. П. Костенко, *Электрические машины, специальная часть.* Госэнергоиздат., Москва-Ленинград, 1944.
3. I. M. Postnikov, *Proiectarea maşinilor electrice,* Ed. energ. de stat, Bucureşti 1954.
4. А. Е. Алексеев, *Конструкция электрических машин.* Госэнергоиздат, Москва-Ленинград, 1949.
5. Ф. А. Горяинов, *Электромашинные усилители.* Госэнергоиздат, Москва-Ленинград, 1962.
6. Ф. А. Горяинов, Б. Ф. Токарев, *Влияние магнитной несимметрии на работу трехступенчатого электромашинного усилителя продольного поля.* Электричество, **11**, 1955.
7. В. М. Мамедов, *Определение неравномерности воздушного зазора в многоступенчатых электромашинных усилителях продольного поля.* Вестник электропромышленности, *11* (1958).
8. A. Moraru, *Cîmpul dintre două armături cilindrice cu axele paralele.* St. cerc. energ. electrotehn., **14**, *3* (1964).

CARACTERISTICILE DE FUNCȚIONARE ÎN ASINCRON ALE MAȘINILOR SINCRONE CU POLI IEȘIȚI MASIVI

DE

A. C. NICOLAIDE

Institutul politehnic, Brașov

621.313.3.012

Se indică expresii de calcul pentru parametrii amortizorului masiv al mașinii sincrone cu poli ieșiți. Aceste expresii, diferite de cele cunoscute în literatură, sînt stabilite luînd în considerare fenomenul de propagare a cîmpului electromagnetic în medii feromagnetice, iar raportarea la stator este făcută cu aceeași exactitate ca pentru amortizoarele tip colivie.

Se indică modul de calcul al caracteristicilor cuplului și curentului la funcționarea în asincron. De asemenea se arată modul de predeterminare a încălzirii rotorului masiv la pornire.

Construcția de mașini sincrone cu poli ieșiți masivi este mult utilizată, în special pentru motoarele cu viteză mare de rotație, datorită soliditățiii pe care o are [1], [2], [3]. Această construcție se utilizează și la generatoarele sincrone de mare putere, datorită rigidității ei [2], [3].

Mașina sincronă cu poli ieșiți masivi a fost mai puțin studiată în literatură decît mașina asincronă cu rotorul cilindric masiv, datorită complicațiilor teoretice pe care le prezintă. Se va face o scurtă prezentare a lucrărilor cunoscute. În lucrarea [4] se stabilește expresia impedanței rotorului pentru cele două axe. Nu se ține însă seama că permeabilitatea piesei polare variază pe suprafața și în adîncimea piesei. În lucrările [5] și [6] se fac studii amănunțite, în care se iau în considerare diferitele dimensiuni geometrice ale mașinii și variația permeabilității oțelului rotoric

pe suprafaţa şi în adîncimea piesei polare. Se obţin însă formule de calcul destul de dificil de utilizat. De asemenea nu se iau în considerare anumiţi factori. Astfel, în lucrarea [5] nu se ţine seama de influenţa circuitului de excitaţie, iar în lucrarea [6] nu se menţionează rotorul masiv cu inele de conexiune, care are performanţe superioare celui fără inele de conexiune. În lucrările [7] şi [8] se folosesc expresii de calcul semiempirice pentru parametrii rotorului masiv. Formulele de calcul semiempirice pentru parametrii rotorului cu poli ieşiţi masivi, au aceeaşi formă ca expresiile parametrilor rotorului masiv cilindric; se ţine însă seama, prin coeficienţi deduşi experimental, de deosebirile dintre cele două tipuri de rotoare.

În lucrările citate, efectul de capăt şi raportarea la stator nu sînt tratate cu destulă exactitate. În nici una din lucrările menţionate nu se studiază cuplul datorit cîmpului invers, deşi uneori acesta poate fi deosebit de important.

În lucrarea de faţă, în care se ţine seama de factorii neglijaţi în literatură, se indică o metodă fundamentată teoretic pentru calculul caracteristicilor de funcţionare în asincron a maşinilor sincrone cu poli ieşiţi masivi şi se pune în evidenţă cuplul datorit cîmpului invers. La stabilirea relaţiilor de calcul s-a ţinut seama de progresele realizate în studiul amortizorului tip colivie al maşinii sincrone [9], [10] şi în studiul propagării cîmpului electromagnetic în conductoare masive [11], [12], [13], [14], în particular în medii feromagnetice [15], [16], [17]. În afara unei sinteze a unor lucrări anterioare ale autorului, se prezintă şi unele elemente noi. Spre deosebire de lucrarea [18], se dă demonstraţia completă a expresiilor impedanţelor de dispersie, luînd în considerare influenţa cîmpului din spaţiul interpolar asupra parametrilor transversali. De asemenea se indică calculul încălzirii rotorului în perioada pornirii, ţinînd seama de influenţa repartiţiei cîmpului electromagnetic examinat în prezenta lucrare şi de variaţia adîncimii de pătrundere cu alunecarea.

1. PREMISE DE CALCUL

Se vor admite următoarele ipoteze simplificatoare:

1) Se va lua în considerare numai armonica fundamentală a tensiunii magnetomotoare a indusului.

2) Se va considera adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic ca fiind mică faţă de dimensiunile piesei polare.

3) Se presupune că piesele polare sînt unite de fiecare parte frontală prin inele de conexiune de impedanţă neglijabilă. Această simplificare permite să se facă calculele considerînd maşina infinit lungă. Pentru maşina fără inele de conexiune, efectul de capăt se va calcula considerînd suprafaţa desfăşurată a pieselor polare, după cum se va indica la paragraful 4.

4) Repartiţia cîmpului magnetic în întrefier nu este modificată de cîmpul produs de curenţii induşi în polii masivi.

5) Se va neglija premagnetizarea în curent continuu, datorită curentului de excitaţie, în cazul cînd acesta există.

6) Întrefierul se consideră constant pe tot lungul arcului piesei polare.

7) Parametrii amortizorului se vor calcula separat pentru cele două axe, fără a lua în considerare interacțiunea în ceea ce privește saturația, a cîmpurilor longitudinal și transversal.

8) Se vor neglija scăpările suplimentare. Această simplificare este justificată după cum urmează. Amortizorul masiv poate fi considerat ca fiind o colivie cu un număr foarte mare de bare. Dar unghiul dintre barele extreme, adică în cazul de față marginile polului, fiind mare, după cum s-a arătat în lucrarea [10], reactanța scăpărilor suplimentare este mică.

9) Caracteristica de magnetizare a oțelului polilor masivi se va considera de formă parabolică, adică

$$B_m = kH_m^{\frac{1}{n}}. \tag{1}$$

10) Se va lua în considerare repartiția cîmpului transversal în spațiile interpolare, introducînd întrefierul echivalent corespunzător.

Se reamintește că înfășurarea cu același număr de spire și cu același factor de înfășurare ca al înfășurării indusului, dar dispusă pe rotor, se numește înfășurare echivalentă longitudinală cînd este în axa longitudinală și înfășurare echivalentă transversală cînd este în axa transversală. Transpunerea parametrilor amortizorului la aceste înfășurări se numește raportare la stator. Expresiile parametrilor amortizorului masiv se stabilesc ca și acelea ale parametrilor amortizorului tip colivie [10], din egalitatea pierderilor în amortizor și în înfășurările longitudinală și transversală echivalente.

Sistemul de unități utilizat este cel raționalizat, MKSA sau cm KSA [7].

2. PARAMETRII LONGITUDINALI

Se va stabili expresia puterii dezvoltate în piesa polară și în miezul polar, în cazul în care acesta din urmă este masiv ca și piesa polară. Se va considera cîmpul magnetic care are componentele B_y și B_z (fig. 1), iar B_z este sinusoidal repartizat în lungul axei Oy.

Studiul direct al ecuației diferențiale de propagare a cîmpului electromagnetic prezintă în acest caz mari dificultăți, deoarece permeabilitatea magnetică variază atît în lungul axei Oy, cît și în lungul axei Oz. În interiorul piesei polare se va considera plan cîmpul electromagnetic pe fiecare porțiune dy, ceea ce este admisibil [17] și permite simplificarea calculelor. Coeficientul n din ecuația (1) se va presupune supraunitar, adică situația care interesează la mașinile electrice cu rotor masiv [5], [6], și în acest caz fluxul magnetic va pătrunde pînă la adîncimea z_k [15], [17].

Intensitatea cîmpurilor electric și magnetic în piesa polară. Fluxul magnetic produs de componenta B_z prin dreptunghiul $OabO'$, cu laturile $Oa = y$ și $OO' = l_i$, este în complex

$$\dot{\Phi}_{mz} = l_i \int_0^y \dot{B}_{mz}\, \mathrm{d}y = l_i \int_0^y \dot{B}_{mzo} \cos \frac{\pi}{\tau} y\, \mathrm{d}y = l_i \frac{\tau}{\pi} \dot{B}_{mzo} \sin \frac{\pi}{\tau} y. \qquad (2)$$

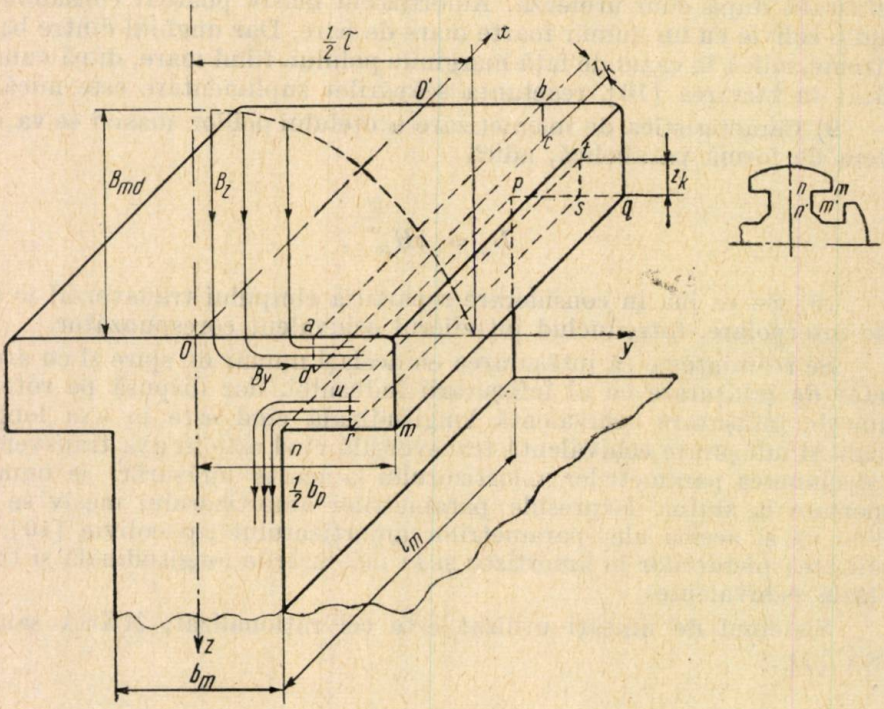


Fig. 1. — Reprezentarea aproximativă a liniilor cîmpului magnetic longitudinal, la mașina sincronă cu poli ieșiți masivi, la funcționarea în asincron.

Cu ipotezele admise, intensitatea H_y a cîmpului magnetic este dată de relația [15], [17]

$$\dot{H}_{my} = \dot{H}_{myo} \left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^{\dot{\beta}}, \qquad (3)$$

unde z_k este adîncimea de pătrundere

$$z_k = \frac{k_y}{\alpha_e}; \qquad (4\,a)$$

$$\alpha_e = \sqrt{\frac{\omega\, \sigma\, \mu_e}{2}}; \quad k_y = \frac{1}{\sqrt{2}\,(n-1)} \sqrt[4]{2n\,(3n+1)^2\,(n+1)}. \qquad (4\,b,c)$$

s-a notat

$$\dot{\beta} = \beta_1 + j\beta_2 = \frac{2n}{n-1}\left(1 + j\sqrt{\frac{n+1}{2n}}\right). \tag{4 d}$$

Permeabilitatea magnetică este

$$\mu = \frac{\mu_e}{\left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^2}. \tag{4 e}$$

Fluxul produs de componenta B_y prin dreptunghiul *abcd*, cu laturile $ad = z_k$, $ab = l_i$, este în complex

$$\dot{\Phi}_{my} = l_i \int_0^{z_k} \dot{B}_{my}\,dz = l_i \int_0^{z_k} \mu \dot{H}_{my}\,dz = \mu_e \dot{H}_{myo} \frac{z_k}{\dot{\beta} - 1} l_i. \tag{5}$$

Din condiția de conservare a fluxului magnetic rezultă

$$\dot{\Phi}_{my} = \dot{\Phi}_{mz}$$

sau, ținînd seama de relațiile (2) și (5),

$$\mu_e \frac{z_k}{\dot{\beta} - 1} \dot{H}_{myo} = \frac{\tau}{\pi} \dot{B}_{mzo} \sin\frac{\pi}{\tau} y. \tag{6}$$

Din relațiile (3) și (6) se obține

$$\dot{H}_{my} = \frac{\dot{\beta} - 1}{z_k} \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot \frac{\dot{B}_{mzo}}{\mu_e} \left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^{\dot{\beta}} \cdot \sin\frac{\pi}{\tau} y. \tag{7}$$

În figura 2 se indică, după lucrarea [17], reprezentarea într-un spațiu cu trei dimensiuni a undei lui H_{my}, din relația (7), pentru $n = 9$, x și y fiind constanți. Pentru suprafața $z=0$, din relația (7) se obține

$$\dot{H}_{myo} = \frac{\dot{\beta} - 1}{z_k} \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot \frac{\dot{B}_{mzo}}{\mu_e} \sin\frac{\pi}{\tau} y. \tag{8}$$

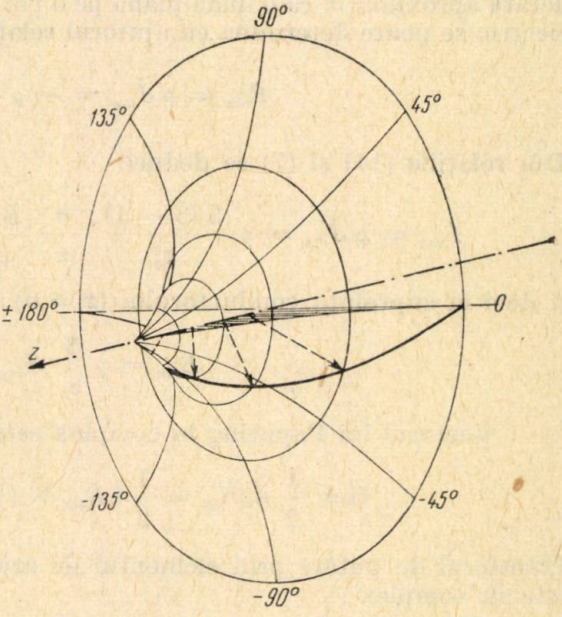


Fig. 2.— Unda armonicii fundamentale a intensității cîmpului magnetic $H_{1y} = H_{myo}\, e^{-\alpha z} \sin(\omega t + \gamma - \alpha z)$, reprezentată într-un spațiu cu trei dimensiuni.

Ţinînd seama de relaţia (4 e), se poate scrie

$$\dot{B}_{my} = \mu \dot{H}_{my} = \frac{\dot{\beta} - 1}{z_k} \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot \dot{B}_{mzo} \left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^{\dot{\beta}-2} \sin \frac{\pi}{\tau} y. \tag{9}$$

Din relaţia (1) se obţine

$$\mu = \frac{B_m}{H_m} = k H_m^{\frac{1}{n}-1}, \tag{10}$$

iar permeabilitatea pe suprafaţa conductorului ($z = 0$) este deci

$$\mu_e = \frac{B_{myo}}{H_{myo}} = k H_{mxo}^{\frac{1}{n}-1}. \tag{11}$$

Din relaţiile (8) şi (11) rezultă

$$H_{myo} = \left(k_n k^{-\frac{1}{2}} \alpha_0 \frac{\tau}{\pi} B_{mzo} \sin \frac{\pi}{\tau} y\right)^{\frac{2n}{n+1}}, \tag{12}$$

unde

$$k_n = \frac{|\dot{\beta} - 1|}{k_y} = \sqrt{2} \sqrt[4]{\frac{n+1}{2n}}, \qquad \alpha_0 = \sqrt{\frac{\omega\sigma}{2}}. \tag{13 a, b}$$

Deoarece, cu ipotezele admise, unda electromagnetică poate fi considerată aproximativ ca o undă plană pe o porţiune dy, intensitatea cîmpului electric se poate determina cu ajutorul relaţiei cunoscute [15], [17]:

$$\dot{E}_{mx} = \rho \dot{J}_{mx} = -\rho \frac{\mathrm{d}\dot{H}_{my}}{\mathrm{d}z}. \tag{14}$$

Din relaţiile (14) şi (7) se deduce

$$\dot{E}_{mx} = \rho \dot{J}_{mx} = \rho \frac{\dot{\beta}(\dot{\beta} - 1)}{z_k^2} \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot \frac{B_{mzo}}{\mu_e} \left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^{\dot{\beta}-1} \sin \frac{\pi}{\tau} y \tag{15}$$

şi deci la suprafaţa conductorului ($z = 0$):

$$\dot{E}_{mx} = \rho \frac{\dot{\beta}}{z_k} \dot{H}_{myo}. \tag{16}$$

Vectorul lui Poynting în complex este

$$\dot{\overline{\Pi}} = \frac{1}{2} \dot{\overline{E}}_m \dot{\overline{H}}_m^* = \frac{1}{2} \bar{i} \dot{E}_{mx} \times (\bar{j} \dot{H}_{my}^* + \bar{k} \dot{H}_{mz}^*). \tag{17}$$

Transferul de putere prin elementul de arie $\mathrm{d}\overline{A} = \bar{k}\, \mathrm{d}y$, la adîncimea z, este în complex

$$\mathrm{d}\dot{S} = \dot{\overline{\Pi}} \cdot \mathrm{d}\overline{A} = \frac{1}{2} \dot{E}_{mx} \dot{H}_{my}^* \mathrm{d}y. \tag{18}$$

Din relațiile (18) și (16) rezultă expresia în complex a puterii aparente care trece prin elementul de arie a suprafeței conductorului :

$$d\dot{S} = \rho \frac{\dot{\beta}}{2z_k} H_{myo}^2 \, dy \tag{19}$$

sau, ținînd seama de relațiile (4 a), (4 b) și (13 b),

$$d\dot{S} = \rho \frac{\dot{\beta}}{2k_y} \alpha_0 \sqrt{\mu_e} \, H_{myo}^2 \, dy. \tag{19 a}$$

Înlocuind permeabilitatea μ_e cu expresia (11), relația (19 a) devine

$$d\dot{S} = \rho \frac{\dot{\beta}}{2k_y} \alpha_0 k^{\frac{1}{2}} H_{myo}^{\frac{3n+1}{2n}} \cdot dy. \tag{20}$$

Puterea dezvoltată în porțiunea dinspre întrefier a piesei polare. Înlocuind în relația (20) intensitatea cîmpului magnetic H_{myo} cu expresia (12), se obține

$$d\dot{S} = \rho \frac{\dot{\beta}}{2k_y} \alpha_0 k^{\frac{1}{2}} \left(k_n k^{-\frac{1}{2}} \alpha_0 \frac{\tau}{\pi} B_{mz0} \sin \frac{\pi}{\tau} y \right)^{\frac{3n+1}{n+1}} \cdot dy. \tag{21}$$

Inducția maximă din axa longitudinală se va nota cu B_{md}, deci

$$B_{mzo} = B_{md} \, . \tag{22}$$

Puterea aparentă în complex, corespunzătoare suprafeței dinspre întrefier a piesei polare, este

$$\dot{S}_{1d} = \rho \frac{\dot{\beta}}{2k_y} \alpha_0 k^{\frac{1}{2}} \left(k_n k^{-\frac{1}{2}} \alpha_0 \frac{\tau}{\pi} B_{md} \right)^{\frac{3n+1}{n+1}} \cdot l_i \, 2 \int_0^{\frac{\alpha\tau}{2}} \left(\sin \frac{\pi}{\tau} y \right)^{\frac{3n+1}{n+1}} dy. \tag{23}$$

Puterea dezvoltată în porțiunea dinspre înfășurarea de excitație a piesei polare. Se vor calcula în continuare pierderile corespunzătoare suprafeței *mnpq* (fig. 1) a piesei polare. Se va considera sistemul de referință *Oxyz*, deplasat printr-o mișcare de translație astfel încît axa *Ox* să coincidă cu *np*. Puterea aparentă în complex dezvoltată în piesa polară, corespunzătoare suprafeței *mnpq* se poate calcula cu relația (20). Se va ține seama că intensitatea cîmpului magnetic în această regiune a piesei polare este

$$H_{my \text{ piesă}} = H_{myo} \Big|_{y = \frac{\alpha\tau}{2}} , \tag{24}$$

unde H_{myo} este dat de relația (12).

Din relațiile (20), (24) și (12) se obține expresia puterii aparente în complex

$$\dot{S}_{2d} = 2\rho \frac{\dot{\beta}}{2k_y} \alpha_0 k^{\frac{1}{2}} \left(k_n k^{-\frac{1}{2}} \alpha_0 \frac{\tau}{\pi} B_{md} \sin \frac{\alpha\pi}{2} \right)^{\frac{3n+1}{n+1}} l_i \frac{b_p - b_m}{2} . \tag{25}$$

Fluxul magnetic care trece prin dreptunghiul *rstu* (fig. 1), dacă latura $rs = l_i$, iar $ru = z_k$, este

$$\dot{\Phi}_{y\ \text{piesă}} = l_i \int_0^{z_k} B_{myo}\left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^{\beta - 2} dz = \frac{1}{\beta - 1} z_k\, B_{myo}\, l_i =$$

$$= \frac{1}{\beta - 1} \cdot \frac{k_y}{\alpha_0} k^{-\frac{n}{2}} B_{myo}^{\frac{n+1}{2}} l_i\,, \tag{26}$$

unde

$$B_{myo} = B_{my\ \text{piesă}} \tag{27}$$

şi s-a luat ca bază fazorul B_{myo}.

Puterea dezvoltată în miezul masiv al polului. Fluxul magnetic care trece prin miezul masiv traversează o secţiune de semiperimetru $l_m + b_m$ şi este

$$\dot{\Phi}_{y\ \text{miez}} = \frac{1}{\beta - 1} \cdot \frac{k_y}{\alpha_0} k^{-\frac{n}{2}} B_{myo}^{\frac{n+1}{2}} (l_m + b_m), \tag{28}$$

unde

$$B_{myo} = B_{my\ \text{miez}} \tag{29}$$

şi s-a luat ca bază fazorul B_{myo}.

Dar

$$\Phi_{my\ \text{piesă}} = \Phi_{my\ \text{miez}}. \tag{30}$$

Din relaţiile (30), (26) şi (28) rezultă

$$\frac{B_{my\ \text{miez}}}{B_{my\ \text{piesă}}} = \left(\frac{l_i}{l_m + b_m}\right)^{\frac{2}{n+1}}. \tag{31}$$

Ţinînd seama de expresia (1), relaţia (31) dă

$$\frac{H_{my\ \text{miez}}}{H_{my\ \text{piesă}}} = \left(\frac{l_i}{l_m + b_m}\right)^{\frac{2n}{n+1}}. \tag{32}$$

Puterea aparentă în complex dezvoltată în miezul masiv al polului, exprimată în funcţie de inducţia B_{md}, rezultă din relaţiile (20), (32), (24) şi (12):

$$\dot{S}_m = \rho \frac{\beta}{2k_y}\, \alpha_0\, k^{\frac{1}{2}} \left(k_n k^{-\frac{1}{2}}\, \alpha_0 \frac{\tau}{\pi} B_{md}\, \sin\frac{\alpha\pi}{2}\right)^{\frac{3n+1}{n+1}} \left(\frac{l_i}{l_m + b_m}\right)^{\frac{3n+1}{n+1}} \cdot 2h_b\,(l_m + b_m), \tag{33}$$

unde h_b este lungimea $nn'm'$ din figura 1.

Stabilirea expresiei parametrilor longitudinali. Expresia puterii aparente în complex, dezvoltată în cei $2p$ poli, se obține din însumarea relațiilor (23), (25) și (33) și este

$$\dot{S}_d = \rho \frac{\beta}{4k_\nu} \alpha_0 \, k^{\frac{1}{2}} \left(k_n k^{-\frac{2}{1}} \alpha_0 \frac{\tau}{\pi} B_{md} \right)^{\frac{3n+1}{n+1}} l_i \, D_d \, 2p, \tag{34}$$

unde

$$D_d = D_{d1} + D_{d2};$$

$$D_{d1} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\alpha\pi}{2}} (\sin\theta)^{\frac{3n+1}{n+1}} \, d\theta;$$

$$D_{d2} = \left[2 \frac{b_p - b_m}{\tau} + 4 \frac{h_b}{\tau} \left(\frac{l_i}{l_m + b_m} \right)^{\frac{2n}{n+1}} \right] \left(\sin \frac{\alpha\pi}{2} \right)^{\frac{3n+1}{n+1}}. \tag{35 a, b, c}$$

Expresia puterii aparente în complex, dezvoltată în înfășurarea echivalentă longitudinală pentru o mașină cu două faze, este [10]

$$S_d = \frac{\left(\frac{2}{\pi} k_d \, \omega B_{md} \, \tau \, l_i \, w_1 \, k_{w1} \right)^2}{2 \, \dot{z}^*_{sDd}}. \tag{36}$$

Din egalitatea relațiilor (34) și (36) se obține expresia impedanței de dispersie longitudinale:

$$\dot{z}_{sDd} = \frac{\left(\frac{2}{\pi} k_d \, \omega B_{md} \, \tau \, l_i \, w_1 \, k_{w1} \right)^2}{2 \, p \, 2 \, \rho \frac{\beta^*}{k_\nu} \, \alpha_0 \, k^{\frac{1}{2}} \frac{\tau}{\pi} \left(k_n k^{-\frac{1}{2}} \alpha_0 \frac{\tau}{\pi} B_{md} \right)^{\frac{3n+1}{n+1}} l_i \frac{\pi}{4} D_d}. \tag{37}$$

Impedanța de dispersie longitudinală se raportează la stator, împărțind pe z_{sDd} cu alunecarea s și înlocuind ω prin $s\omega$. Impedanța mașinii având indusul cu m faze, se obține înmulțind cu $\frac{m}{2}$ valoarea obținută pentru mașina cu două faze. Rezultă expresia impedanței de dispersie z_{sDd}, raportată la stator pentru mașina cu m faze, la o alunecare s:

$$\dot{z}_{sDd}(s) = \frac{\beta \frac{m}{2} \left(\frac{2}{\pi} k_d \, s \, \omega \, B_{md} \, \tau \, l_i \, w_1 \, k_{w1} \right)^2}{2 \, p \, 2 \, \rho \frac{\beta^2}{k_\nu} \, \alpha_0 \, k^{\frac{1}{2}} \frac{\tau}{\pi} \left(k_n k^{-\frac{1}{2}} \alpha_0 \frac{\tau}{\pi} B_{md} \right)^{\frac{3n+1}{n+1}} l_i \frac{\pi}{4} D_d} \cdot \frac{1}{s}. \tag{38}$$

Este convenabil să se exprime $\dot{z}_{sDd}(s)$ în funcție de I_{Dd}, deoarece I_{Dd} trebuie calculat pentru determinarea cuplului.

Schema echivalentă longitudinală este reprezentată în figura 3. Pentru circuitul din figura 3 se poate scrie

$$\dot{z}_{sDd}\,\dot{I}_{Dd} = j\,x_{ad}\,\dot{I}_{od}\,,$$

dar, deoarece

$$x_{ad}\sqrt{2}\,\dot{I}_{od} = \frac{2}{\pi}\,\tau\,l_i\,\dot{B}_{md}\,\omega\,w_1\,k_{w1}\,k_d,$$

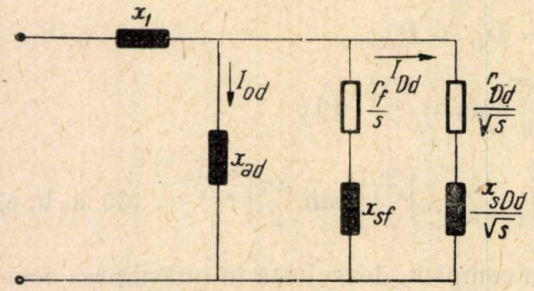


Fig. 3. — Schema echivalentă longitudinală.

rezultă

$$B_{md} = \frac{z_{sDd}\sqrt{2}\,I_{Dd}\,I_N}{\omega\,\frac{2}{\pi}\,w_1\,k_{w1}\,k_d\,\tau\,l_i}, \quad (39)$$

unde I_{Dd} este exprimat în unităţi relative, iar I_N este curentul nominal. Impedanţa z_{sDd} se va exprima în unităţi relative împărţind valoarea dată de relaţia (38) cu impedanţa nominală, care este [7]

$$z_N = \frac{\sqrt{2}\,l_i\,w_1^2\,k_{w1}m\,\omega\,B_{\delta N}}{\pi\,p\,A_N}\,. \quad (40$$

Înlocuind în relaţia (38) pe B_{md} cu expresia (39) şi împărţind pe z_{sDd} cu impedanţa nominală z_N, se obţine

$$\dot{z}_{sDd}(s) = \frac{\beta_1 + j\beta_2}{\beta}\,S_n\,\frac{k_d^{\frac{3n+1}{2n}}}{D_d^{\frac{n+1}{2n}}}\cdot\frac{1}{B_{\delta N}\,\tau}\sqrt{\frac{A_N^{\frac{n+1}{n}}\,k_{w1}^{\frac{n+1}{n}}\,\rho\,\pi\,k}{2\,f\,I_{Dd}^{\frac{n-1}{n}}}}\cdot\frac{1}{\sqrt{s}} \quad (41)$$

unde

$$S_n = \frac{1}{\beta^{\frac{n+1}{2n}}}\cdot\frac{k_y^{\frac{n+1}{2n}}}{k_n^{\frac{3n+1}{2n}}}\cdot 2^{\frac{5n+3}{4n}}\,. \quad (42)$$

În cazul rotorului masiv cilindric nesaturat, $n = 1$, $\alpha = 1$, $D_{d2} = 0$ şi se regăseşte expresia cunoscută a impedanţei de dispersie [7].

Se va nota cu r_{Dd} şi x_{sDd} valoarea parametrilor respectivi pentru $s = 1$. Cu aceste notaţii din expresia (41) rezultă că pentru alunecarea s există relaţia

$$\dot{z}_{sDd}(s) = \frac{r_{Dd}}{\sqrt{s}} + j\,\frac{x_{sDd}}{\sqrt{s}}\,. \quad (43)$$

Expresiile simplificate ale parametrilor longitudinali. În calculele practice este de multe ori satisfăcător [19] să se considere caracteristica

de magnetizare rectangulară [16], [17], căreia îi corespunde $n = \infty$ în relația (1). În acest caz, relația (41) ia o formă simplă :

$$\dot{z}_{sDd}(s) = (1{,}15 + j\ 0{,}81)\ k_{fd}\ \frac{k_d^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{D_d}} \cdot \frac{1}{B_{\delta N}\ \tau} \cdot \sqrt{\frac{A_N\ k_{w1}\ \rho\ \pi\ k}{2\ f\ I_{Dd}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{s}}, \qquad (44)$$

unde

$$D_d = D_{d1} + D_{d2},$$

$$D_{d1} = \frac{4}{\pi}\left[\frac{1}{3}\left(\cos\frac{\alpha\pi}{2}\right)^3 - \cos\frac{\alpha\pi}{2} + \frac{2}{3}\right].$$

$$D_{d2} = \left[2\,\frac{b_p - b_m}{\tau} + \frac{4\ h_b}{\tau}\left(\frac{l_i}{l_m + b_m}\right)^2\right]\left(\sin\frac{\alpha\pi}{2}\right)^3,$$

$$k = \frac{4}{\pi}\ B_s. \qquad (45\ a, b, c, d)$$

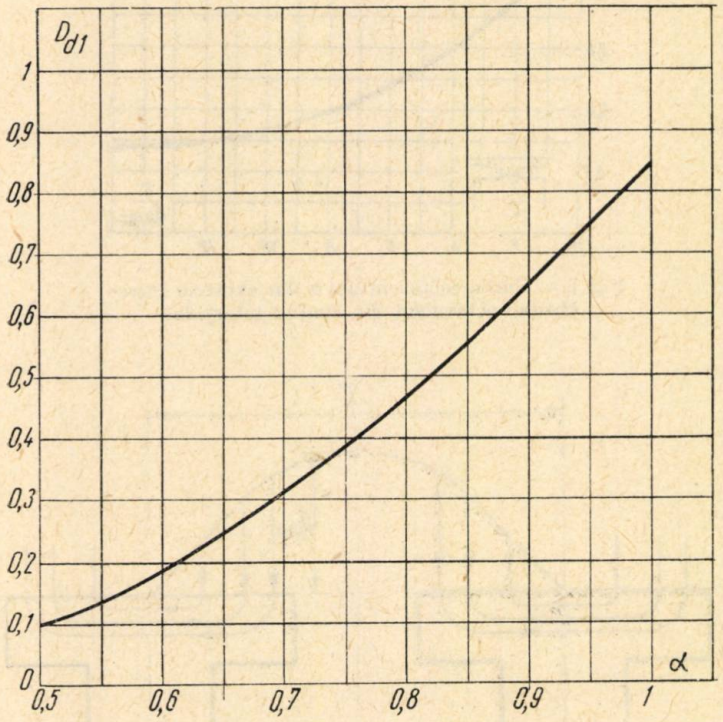


Fig. 4. — Curba coeficientului D_{d1} dat de relația (45 b) în funcție de factorul de acoperire α a pasului polar.

În figura 4 este reprezentată curba coeficientului D_{d1} dat de relația (45 b), în funcție de factorul de acoperire α a pasului polar. În expresia (44) s-a introdus coeficientul k_{fd} pentru a se ține seama de efectul de capăt din

axa longitudinală. Dacă rotorul are inele de conexiune, se poate adopta $k_{fd} = 1$; în cazul cînd rotorul nu are inele de conexiune coeficientul k_{fd} se poate calcula în modul indicat la paragraful 4. Între valorile parametrilor pentru o alunecare oarecare s şi valorile aceloraşi parametri pentru alunecarea $s = 1$, există relaţia (43).

3. PARAMETRII TRANSVERSALI

Expresia impedanţei de dispersie transversale a amortizorului masiv se poate stabili în mod asemănător cu expresia impedanţei de dispersie longitudinale. În spaţiul interpolar se va presupune, ca în lucrările [20],

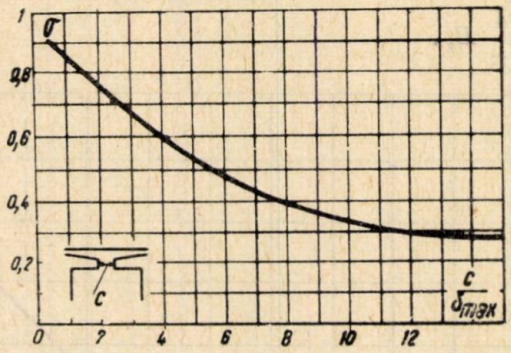


Fig. 5. — Curba coeficientului σ din expresia întrefierului echivalent din spaţiul interpolar.

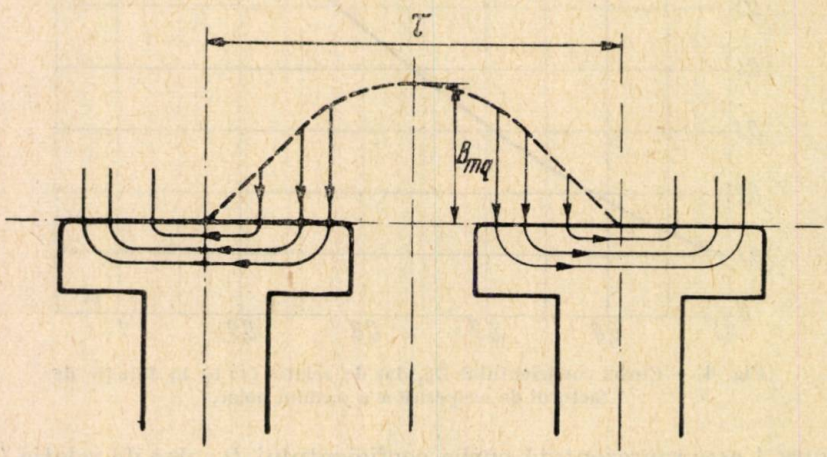


Fig. 6. — Reprezentarea aproximativă a liniilor cîmpului magnetic transversal la maşina sincronă cu poli ieşiţi masivi la funcţionarea în asincron.

[21], că întrefierul este $\frac{\gamma}{\sigma}\,\delta'_{\min}$, unde $\delta'_{\min}$ este întrefierul echivalent din axa polului, iar mărimea $\gamma = \frac{\delta_{\max}}{\delta_{\min}}$ reprezintă raportul dintre întrefierul la marginea piesei polare și întrefierul în axa piesei polare. Valorile lui σ sînt date în figura 5, după lucrarea [20].

Se poate stabili ușor în acest caz că expresia componentei normale a inducției magnetice pe suprafața piesei polare (fig. 6), în axa transversală, este dată de relația

$$\dot{B}_{m\nu} = \frac{\beta - 1}{z_k} \cdot \frac{\tau}{\pi}\, \dot{B}_{mq} \left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^{\beta - 2} \left[\cos \frac{\pi}{\tau} y - k_\sigma \cos \frac{\alpha \pi}{2}\right], \tag{46}$$

unde

$$k_\sigma = 1 - \frac{\sigma}{\gamma},$$

$$\gamma = \frac{\delta_{\max}}{\delta_{\min}}, \tag{47 a, b}$$

iar σ se poate lua din figura 5.

Se obține următoarea expresie a impedanței de dispersie transversale :

$$\dot{z}_{sDq}(s) = \frac{\beta_1 + j\beta_2}{\beta} S_n \frac{k_q^{\frac{3n+1}{2n}}}{D_q^{\frac{n+1}{2n}}} \frac{1}{B_{\delta N}\tau} \sqrt{\frac{A_N^{\frac{n+1}{n}}\, k_{w1}^{\frac{n+1}{n}}\, \rho \pi k}{2 f I_{Dq}^{\frac{n-1}{n}}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{s}}, \tag{48}$$

unde

$$D_q = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\alpha\pi}{2}} \left(\cos\theta - k_\sigma \cos \frac{\alpha\pi}{2}\right)^{\frac{3n+1}{n+1}} d\theta\,; \tag{49}$$

S_n este dat de relația (42), iar curentul I_{Dq} este exprimat, ca și impedanța $\dot{z}_{sDq}$, în unități relative. Se va nota cu r_{Dq} și x_{sDq} valoarea parametrilor respectivi pentru $s = 1$. Cu aceste notații, din expresia (48) rezultă că pentru alunecarea s există relația

$$\dot{z}_{sDq}(s) = \frac{r_{Dq}}{\sqrt{s}} + j \frac{x_{sDq}}{\sqrt{s}}. \tag{50}$$

Expresiile simplificate ale parametrilor transversali. În cazul caracteristicii de magnetizare rectangulare ($n = \infty$), expresia (48) ia o formă simplă :

$$\dot{z}_{sDq}(s) = (1{,}15 + j\,0{,}81) k_{fq} \frac{k_q^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{D_q}}, \frac{1}{B_{\delta N}\tau} \sqrt{\frac{A_N\, k_{w1}\, \rho \pi k}{2 f I_{Dq}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{s}}, \tag{51}$$

unde

$$D_q = \frac{4}{\pi}\left[\sin\frac{\alpha\pi}{2} - \frac{1}{3}\left(\sin\frac{\alpha\pi}{2}\right)^3 + \frac{3}{2}k_\sigma(2k_\sigma - 1)\sin\frac{\alpha\pi}{2}\left(\cos\frac{\alpha\pi}{2}\right)^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{3}{2}k_\sigma\frac{\alpha\pi}{2}\cos\frac{\alpha\pi}{2} - k_\sigma^3\frac{\alpha\pi}{2}\left(\cos\frac{\alpha\pi}{2}\right)^3\right]. \qquad (52)$$

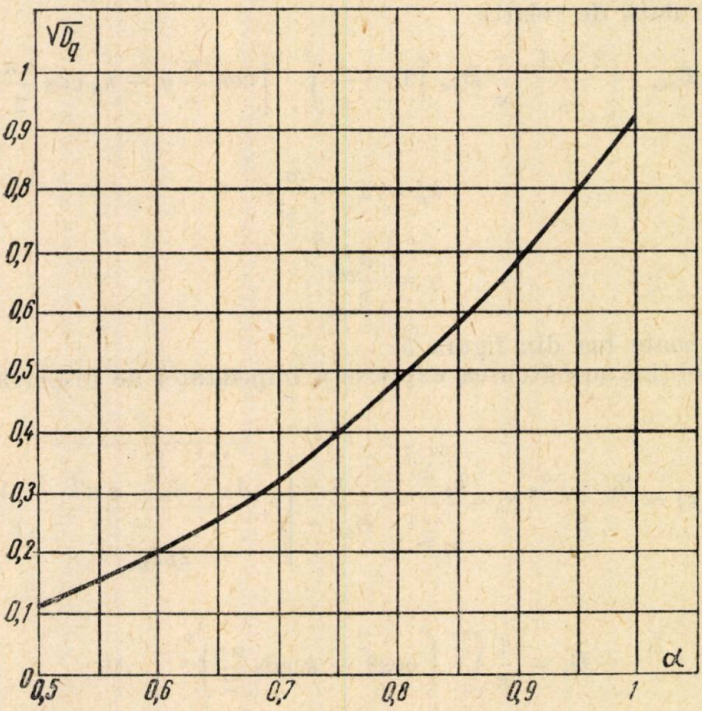


Fig. 7. — Curba coeficientului $\sqrt{D_q}$ dat de relaţia (53) în funcţie de factorul de acoperire α a pasului polar.

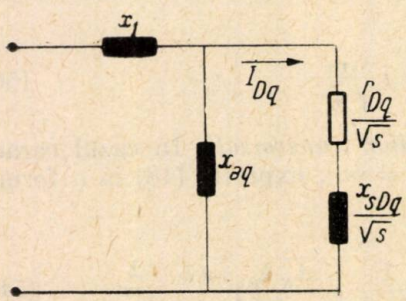


Fig. 8. — Schema echivalentă transversală.

Dacă s-ar neglija fluxul magnetic transversal din spațiul interpolar, atunci $k_\sigma = 1$ și relația (52) devine

$$D_q = \frac{4}{\pi}\left[\sin\frac{\alpha\pi}{2} - \frac{1}{3}\left(\sin\frac{\alpha\pi}{2}\right)^3 + \frac{3}{2}\sin\frac{\alpha\pi}{2}\left(\cos\frac{\alpha\pi}{2}\right)^2 - \right.$$

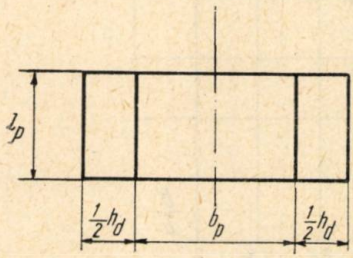
$$\left. - \frac{3}{2}\cdot\frac{\alpha\pi}{2}\cos\frac{\alpha\pi}{2} - \frac{\alpha\pi}{2}\left(\cos\frac{\alpha\pi}{2}\right)^3\right]. \qquad (53)$$

În figura 7 este reprezentată curba coeficientului D_q dat de relația (53), în funcție de factorul de acoperire α a pasului polar. Dacă se urmărește un calcul mai exact, este însă necesar să se utilizeze expresia (52). În expresia (51) s-a introdus coeficientul k_{fq} pentru a se ține seama de efectul de capăt din axa transversală. Dacă rotorul are inele de conexiune se poate adopta $k_{fq} = 1$; în cazul cînd rotorul nu are inele de conexiune, coeficientul k_{fq} se poate calcula în modul indicat la paragraful 4.

Schema echivalentă transversală este reprezentată în figura 8.

4. EFECTUL DE CAPĂT

Expresia coeficientului efectului de capăt se calculează pentru suprafața desfășurată a polilor, conform figurii 9 pentru axa longitudinală și conform figurii 10 pentru axa transversală [18].



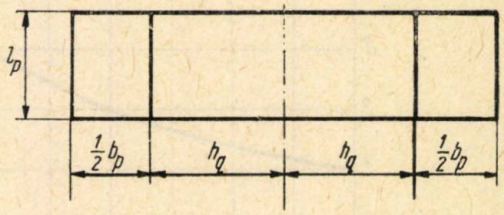
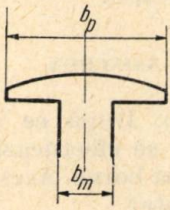


Fig. 10. — Explicativă pentru stabilirea dimensiunilor b și l, necesare calculului coeficientului k_{fq} cu ajutorul expresiei (54) sau figurii 11.



← Fig. 9. — Explicativă pentru stabilirea dimensiunilor b și l, necesare calculului coeficientului k_{fd} cu ajutorul expresiei (54) sau figurii 11.

În figura 9 s-a notat $b_d = b_p + h_d$, unde $h_d = b_p - b_m$; iar în figura 10 $b_q = b_p + 2h_q$, unde h_q este lungimea liniei $mnn'm'$ din figura 1. Coeficientul k_f al efectului de capăt este funcție de $\frac{b}{l}$; pentru axa longitudinală coeficientul k_f a fost notat cu k_{fd}, iar pentru axa transversală

cu k_{fq}. Lăţimea b a fost notată cu b_d, respectiv b_q, iar lungimea l este egală în ambele cazuri cu lungimea l_p a piesei polare.

Coeficientul k_f se poate calcula cu ajutorul relaţiei [18]

$$k_f = \frac{1}{1 - \frac{2}{\pi} \cdot \frac{b}{l} \operatorname{th} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{l}{b}} \tag{54}$$

sau se poate lua din figura 11.

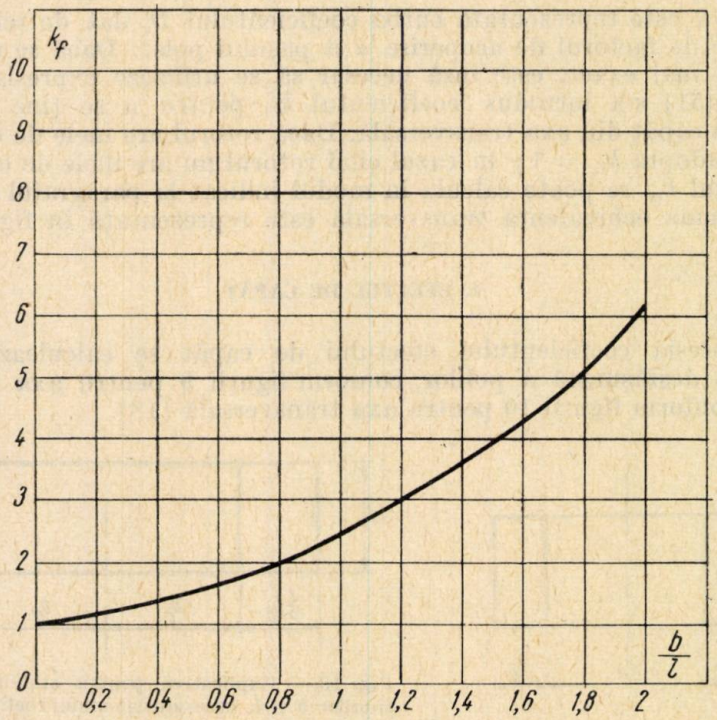


Fig. 11. — Curba coeficientului efectului de capăt.

5. CARACTERISTICILE DE FUNCŢIONARE ÎN ASINCRON

Se calculează curbele $M = f(s)$ şi $I_1 = f_1(s)$. După ce se cunosc toţi parametrii, calculul impedanţelor şi curenţilor se efectuează folosind schemele echivalente cu circuitul magnetizant scos la borne. Aceste scheme sînt reprezentate în figurile 12 şi 13, unde s-a notat

$$c_{1d} = 1 + \frac{x_1}{x_{ad}}, \tag{55}$$

$$c_{1q} = 1 + \frac{x_1}{x_{aq}}. \tag{56}$$

Metoda de calcul a caracteristicilor este expusă în lucrarea [22]. Curenții I_{Dd} și I_{Dq} din expresiile parametrilor rotorului se determină prin aproximații succesive. O primă aproximație se obține pentru $I_{Dd} = I_{Dq} = 1$.

Cuplul asincron mediu corespunzător cîmpului direct [23], notațiile

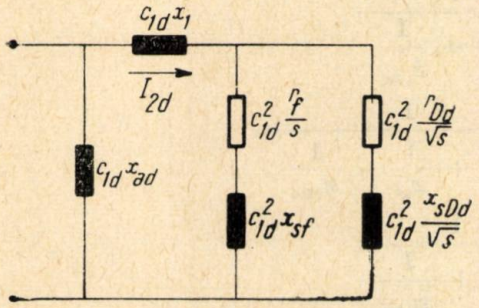


Fig. 12. — Schema echivalentă longitudinală, cu circuitul magnetizant scos la borne.

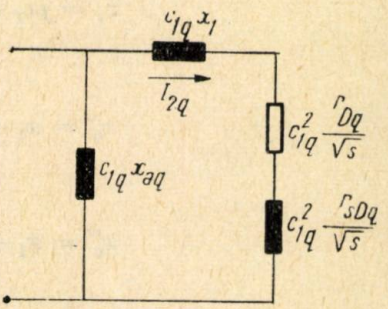


Fig. 13. — Schema echivalentă transversală, cu circuitul magnetizant scos la borne.

fiind cele din figurile 12 și 13, este dat în unități relative de relația [7]:

$$M = 0{,}5\,U\,(I_{2da} + I_{2qa}) - 0{,}5\,[(I_{2da}^2 + I_{2dr}^2)\,r_1\,c_{1d} + (I_{2qa}^2 + I_{2qr}^2)\,r_1\,c_{1q}]. \quad (57)$$

Curentul mediu din înfășurarea statorului la funcționarea în asincron, corespunzător schemelor din figurile 12 și 13, este dat de relația [7]

$$I_1 = \sqrt{0{,}5\left[\left(I_{2dr} + \frac{U}{x_d}\right)^2 + \left(I_{2qr} + \frac{U}{x_q}\right)^2 + (I_{2da}^2 + I_{2qa}^2)\right]}. \quad (58)$$

Cuplul mediu în funcție de alunecare se poate calcula cu ajutorul expresiilor mai exacte indicate în lucrarea [24], prin care se ia în considerare și cuplul datorit cîmpului invers. Aplicarea acestor formule cere însă un volum mult mai mare de calcule. Un calcul aproximativ este practic satisfăcător. Astfel se determină cuplul ΔM, numit și cuplu monoaxial, datorit cîmpului invers, cu ajutorul expresiei simplificate [25]:

$$\Delta M = U^2 \frac{r_1}{2s - 1} \left| \frac{1}{\frac{2sr_1}{2s-1} + \frac{\dot{z}_d + \dot{z}_q}{2}} \cdot \frac{\dot{z}_d - \dot{z}_q}{\dot{z}_d + \dot{z}_q} \right|^2. \quad (59)$$

După lucrările [22], [25] se va admite

$$x_d'' + x_q'' \approx |\dot{z}_d + \dot{z}_q|$$

și se va determina valoarea maximă a lui ΔM, corespunzătoare unei anumite valori s_a a alunecării. Se obține [22], [25]

$$\Delta M_{\max} = \frac{U^2}{x_d'' + x_q''} \left| \frac{\dot{z}_d - \dot{z}_q}{\dot{z}_d + \dot{z}_q} \right|_{s=s_a}^2. \quad (60)$$

În relaţiile (59) şi (60) s-a notat

$$\dot{z}_d = jx_1 + \frac{1}{\frac{1}{jx_{ad}} + \frac{1}{\dot{z}_{sf}} + \frac{1}{\dot{z}_{sDd}}},$$

$$\dot{z}_q = jx_1 + \frac{1}{\frac{1}{jx_{aq}} + \frac{1}{\dot{z}_{sDq}}},$$

$$x''_d = x_1 + \frac{1}{\frac{1}{x_{ad}} + \frac{1}{x_{sf}} + \frac{1}{x_{sDd}}},$$

$$x''_q = x_1 + \frac{1}{\frac{1}{x_{aq}} + \frac{1}{x_{sDq}}},$$

$$s_a = 0{,}5 \pm \frac{r_1}{x''_d + x''_q}. \qquad (61\,a, \ldots, e)$$

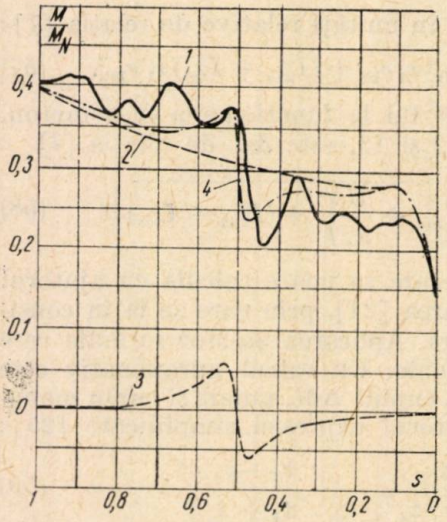


Fig. 14. — Curba cuplului în funcţie de alunecare a maşinii sincrone *MSA-G*-320 kW, cu inele de conexiune, cu înfăşurarea de excitaţie închisă pe o rezistenţă, la tensiunea de linie de 3 500 V :
1 — curba cuplului, determinată experimental ; *2* — curba componentei directe a cuplului, determinată prin calcul ; *3* — curba componentei monoaxiale a cuplului, determinată prin calcul ; *4* — curba rezultantă a cuplului, determinată prin calcul.

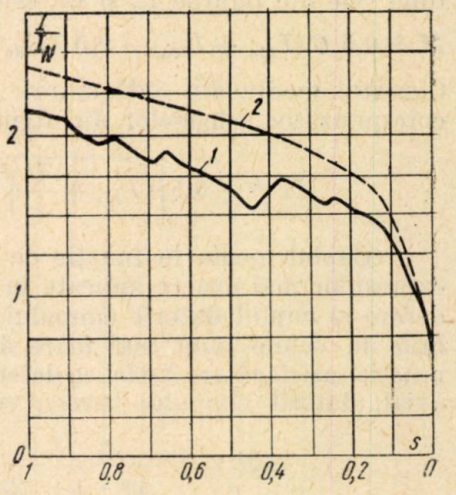


Fig. 15. — Curba curentului în funcţie de alunecare a maşinii sincrone *MSA-G*-320 kW, cu inele de conexiune, cu înfăşurarea de excitaţie închisă pe o rezistenţă, la tensiunea de linie de 3 500 V :
1 — curba determinată experimental ; *2* — curba determinată prin calcul.

Cele două semne din fața fracției din membrul al doilea al relației (61 e) corespund celor două maxime ale modulului ΔM, unul de o parte, celălalt de altă parte a alunecării $s = 0{,}5$ (fig. 14, curba 3). În expresia (60) se înlocuiesc $\dot{z}_d$ și $\dot{z}_q$, pentru $s = s_a$, sau, ceea ce dă o aproximație satisfăcătoare, pentru o valoare a lui s apropiată de s_a, pentru care se dispune de valorile lui $\dot{z}_d$ și $\dot{z}_q$ de la calculul cuplului datorit cîmpului direct.

În continuare se dau, după lucrarea [22], caracteristicile de funcționare în asincron, calculate și determinate de asemenea experimental,

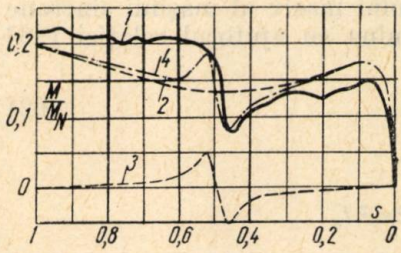


Fig. 16. — Curba cuplului în funcție de alunecare a mașinii sincrone *MSA-G*-320 kW, fără inele de conexiune, la pornirea în asincron, cu înfășurarea de excitație închisă pe o rezistență, la tensiunea de linie de 3 000 V :
1 — curba cuplului, determinată experimental ; *2* — curba componentei directe a cuplului, determinată prin calcul ; *3* — curba componentei monoaxiale a cuplului, determinată prin calcul ; *4* — curba rezultantă a cuplului, determinată prin calcul.

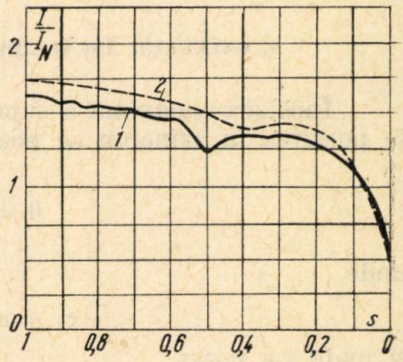


Fig. 17. — Curba curentului în funcție de alunecare a mașinii sincrone *MSA-G*-320 kW, fără inele de conexiune, cu înfășurarea de excitație închisă pe o rezistență la tensiunea de linie de 3 000 V :
1 — curba determinată experimental ; *2* — curba determinată prin calcul.

pentru o mașină sincronă $MSA-G$, de putere nominală $P_N = 320$ kW, tensiune nominală între faze $U = 6\,000$ V, curentul nominal pe fază $I_N = 33{,}5$ A, conexiune-stea, $\cos \varphi = 1$, $n = 750$ rot/min, $f = 50$ Hz. Valorile parametrilor calculate cu relațiile din lucrarea de față, sînt apropiate de cele calculate cu relațiile semiempirice indicate în lucrarea [22].

În figura 14 este dată curba cuplului $M = f(s)$, iar în figura 15 este dată curba curentului $I_1 = f_1(s)$ pentru cazul cînd rotorul este prevăzut cu inele de conexiune. În figurile 16 și 17 sînt date curbele $M = f(s)$ și $I_1 = f_1(s)$ pentru cazul rotorului fără inele de conexiune. În lucrarea [22] se dau și alte exemple de calcul. Compararea rezultatelor obținute prin calcul cu cele deduse experimental arată o concordanță satisfăcătoare. Din examinarea caracteristicilor cuplului se pot face următoarele observații importante. Valoarea cuplului datorit cîmpului invers este relativ

mare în cazul rotoarelor fără inele de conexiune, cînd înfăşurarea de excitaţie este închisă pe o rezistenţă, dar este destul de mică dacă înfăşurarea de excitaţie este deschisă. Prezenţa inelelor de conexiune conduce la o mărire a cuplului importantă la alunecări mari, dar redusă la alunecări mici. Rotoarele cu inele de conexiune asigură un cuplu mai mare la alunecări vecine de $s = 0{,}5$, deoarece cuplul monoaxial este mic; se evită astfel posibilitatea ca maşina să rămînă la pornire, la o turaţie apropiată de jumătatea turaţiei de sincronism.

6. CALCULUL ÎNCĂLZIRII ROTORULUI MASIV LA PORNIRE

Încălzirea maximă a suprafeţei rotorului masiv al maşinii sincrone la pornirea în asincron se poate predetermina cu ajutorul relaţiei [26]

$$\theta = \frac{w}{m\lambda} f_m(\tau_d), \tag{62}$$

unde

$$\tau_d = a\, m^2\, t_d = a\,(2\alpha)^2\, t_d$$

şi unde s-a notat

$a = \frac{\lambda}{c\delta}$ — difuzivitatea termică în cm^2/s,

λ — conductivitatea oţelului rotorului, în $W/cm°C$,

c — căldura specifică a oţelului rotorului, în $J/g°C$,

δ — densitatea oţelului rotorului, în g/cm^3,

w — valoarea medie a pierderilor în oţelul rotorului pe unitatea de suprafaţă, pentru $s = 1$, în W/cm^2,

$m = 2\alpha$,

f_m — coeficient care se poate calcula sau lua din curba dată în lucrarea [26],

α — valoarea inversului adîncimii de pătrundere a cîmpului electromagnetic în rotor, în cm^{-1}. După cum se va arăta în cele ce urmează, cu o exactitate practic satisfăcătoare se poate lua α egal cu inversul adîncimii de pătrundere calculate pentru $s = 1$.

În lucrarea [26], expresia de calcul a încălzirii a fost stabilită în ipoteza repartiţiei exponenţiale a densităţii de curent, în raport cu adîncimea z. Această repartiţie este diferită de cea găsită în lucrarea de faţă, care este mai exactă şi rezultă din relaţia (15). Un alt factor care intervine este variaţia adîncimii de pătrundere cu alunecarea, analizat în lucrarea [27]. Se va arăta că influenţa celor doi factori menţionaţi asupra relaţiei de calcul (62) este mică, deoarece efectele celor doi factori se compensează în mare măsură.

Se va reduce mai întîi repartiţia densităţii de volum a pierderilor în rotor la o formă exponenţială, care se utilizează în studiile de încălzire.

Densitatea de volum a pierderilor pentru alunecarea $s = 1$, ținînd seama de relația (15), se poate scrie

$$w_v = \frac{1}{2}\rho J_{mx}^2 = \frac{1}{2}\rho J_{mx0}^2\left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^{\frac{2(n+1)}{n-1}}. \tag{63}$$

Dar pierderile în rotor raportate la unitatea de suprafață sînt

$$w = \int_0^\infty \frac{1}{2}\rho J_{mx}^2\,\mathrm{d}z = \int_0^{z_k} \frac{1}{2}\rho J_{mx0}^2\left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^{\frac{2(n+1)}{n-1}}\mathrm{d}z = \frac{1}{2}\rho J_{mx0}^2\frac{n-1}{3n+1}z_k. \tag{64}$$

Din relațiile (63) și (64) rezultă

$$w_v = \frac{3n+1}{n-1}\cdot\frac{1}{z_k}w\left(1 - \frac{z}{z_k}\right)^{\frac{2(n+1)}{n-1}}. \tag{65}$$

Dacă se presupune o repartiție exponențială a densității de curent

$$J_{mx} = J_{mx0}\,\mathrm{e}^{-\alpha_1 z}, \tag{66}$$

rezultă

$$w_v = \frac{1}{2}\rho J_{mx0}^2\,\mathrm{e}^{-2\alpha_1 z} \tag{67}$$

și

$$w = \int_0^\infty \frac{1}{2}\rho J_{mx0}^2\,\mathrm{e}^{-2\alpha_1 z}\,\mathrm{d}z = \frac{1}{2}\rho J_{mx0}^2\frac{1}{2\alpha_1}. \tag{68}$$

Din relațiile (67) și (68) se obține

$$w_v = 2\,\alpha_1 w\,\mathrm{e}^{-2\alpha_1 z}. \tag{69}$$

Astfel pierderile din rotor raportate la unitatea de suprafață au aceeași valoare w pentru ambele tipuri de repartiție a densității de curent. Pentru a determina pe α_1 se va pune condiția ca densitatea de volum a pierderilor în stratul superficial, adică unde are valoarea cea mai mare, să fie aceeași în ambele cazuri. Se obține din ecuațiile (65) și (69)

$$\alpha_1 = \frac{3n+1}{2(n-1)}\cdot\frac{1}{z_k}. \tag{70}$$

Pentru caracteristica de magnetizare rectangulară ($n = \infty$) rezultă :

$$\alpha_1 = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{z_k}. \tag{71}$$

Se va nota cu w_0 valoarea densității de volum a pierderilor în stratul superficial. În lucrarea [26] s-a admis o variație a densității de volum a

pierderilor, exponențială în raport cu z și liniară în raport cu s :

$$w_v = s w_0 \, e^{-2\alpha z}. \tag{72}$$

Trebuie menționat că, dacă se presupune componenta normală a inducției constantă, pierderile variază proporțional cu $s^{3/2}$ și nu cu s [27], cum se consideră la studiul încălzirii. Admițînd însă aproximația amintită, se compensează oarecum efectul creșterii componentei normale a inducției magnetice odată cu micșorarea alunecării. Se poate arăta ușor că, în cazul în care cuplul electromagnetic ar fi constant, pierderile ar varia proporțional cu s.

Dacă se ține seama de variația adîncimii de pătrundere cu alunecarea, expresia densității de volum a pierderilor se poate scrie

$$w_1 = s w_0 \, e^{-2\alpha_1 \sqrt{s} z}. \tag{73}$$

Pierderile corespunzătoare unității de suprafață deduse cu ajutorul relațiilor (72) și (73) sînt, respectiv

$$P_v = \int_0^\infty s w_0 \, e^{-2\alpha z} \, dz = s w_0 \frac{1}{2\alpha}, \tag{74}$$

$$P_1 = \int_0^\infty s w_0 \, e^{-2\alpha_1 \sqrt{s} z} \, dz = \sqrt{s} \, w_0 \frac{1}{2\alpha_1}. \tag{75}$$

Pierderile medii pe durata pornirii sînt

$$W_v = \int_0^1 s \frac{1}{2\alpha} w_0 \, ds = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\alpha} w_0, \tag{76}$$

$$W_1 = \int_0^1 \sqrt{s} \frac{1}{2\alpha_1} w_0 \, ds = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2\alpha_1} w_0. \tag{77}$$

Punînd condiția ca pierderile W_v și W_1 să fie egale, se obține cu ajutorul expresiilor (76) și (77) :

$$\alpha = \frac{3}{4} \alpha_1. \tag{78}$$

Din relațiile (78) și (70) rezultă

$$\alpha = \frac{3n + 1}{2(n - 1)} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{z_k}. \tag{79}$$

Pentru caracteristica de magnetizare rectangulară ($n = \infty$), relația (79) devine

$$\alpha = \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{z_k}. \tag{80}$$

Se poate admite aproximativ că α este egal cu inversul adîncimii de pătrundere z_k pentru $s = 1$. În situația considerată a caracteristicii de magnetizare rectangulare $n = \infty$, iar $k_y = 1{,}46$, și astfel

$$z_k = \frac{1{,}46}{\alpha_e}, \tag{81}$$

unde α_e este dat de relația (4 b), pulsația fiind aceea a rețelei. Permeabilitatea care intră în expresia (4 b) se poate calcula aproximativ cu relația [7]

$$\mu_e = \frac{B_s}{\sqrt{2}\, A_1 k_{w1}}, \tag{82}$$

unde A_1 este pătura liniară de curent a statorului la $s = 1$. Din relațiile (4 b), (81) și (82) rezultă expresia aproximativă

$$z_k = \sqrt{\frac{A_1 k_{w1}}{\sigma f B_s}}. \tag{83}$$

Pentru calcule este de multe ori recomandabil [28] ca z_k din expresia (80) să fie exprimat în funcție de pierderile specifice pe unitatea de suprafață. Se va stabili această relație folosind rezultatele din lucrarea de față.

Pierderile pe unitatea de suprafață se pot exprima cu ajutorul relației (19) și sînt

$$w = \rho \frac{\beta_1}{2 z_k} H_{my0}^2. \tag{84}$$

Ținînd seama de relațiile (84), (4 a, b), (11) și (13 b), se deduce

$$z_k = \left(\frac{2}{\rho \beta_1}\right)^{\frac{n-1}{3n+1}} \left(\frac{k_y}{\sqrt{\pi f \sigma}}\right)^{\frac{4n}{3n+1}} \cdot \frac{1}{k^{\frac{2n}{3n+1}}} w^{\frac{n-1}{3n+1}}. \tag{85}$$

În cazul caracteristicii de magnetizare rectangulare ($n = \infty$) se obține

$$z_k = 0{,}657 \frac{1}{\sqrt[3]{\sigma f^2 B_s^2}} \sqrt[3]{w}. \tag{86}$$

Pentru $f = 50$ Hz și admițînd pentru oțelul rotoric că

$$\sigma = 5 \cdot 10^4 \, (\Omega \text{ cm})^{-1}, \quad B_s = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Wb/cm}^2,$$

rezultă

$$z_k = 0{,}384 \sqrt[3]{w}. \tag{87}$$

Din cele expuse la acest paragraf rezultă că α din expresia încălzirii se poate determina cu relația (80) și este aproximativ egal cu inversul adîncimii de pătrundere calculate pentru $s = 1$, cu una din relațiile (83), (86) sau (87).

Într-un calcul acoperitor se poate considera $\alpha = \alpha_e$. Este util de menţionat că $\frac{1}{\alpha}$ reprezintă în acest caz inversul adîncimii de pătrundere a mediului conductor de permeabilitate magnetică μ_e constantă. Pentru caracteristica de magnetizare rectangulară, celelalte date fiind aceleaşi ca mai înainte, se obţine

$$\frac{1}{\alpha} = 0{,}263 \sqrt[3]{w}\,. \tag{88}$$

Încălzirea rotorului masiv pentru această valoare a lui α rezultă puţin mai mare.

CONCLUZII

Expresiile de calcul indicate în această lucrare, permit determinarea în mod relativ simplu a parametrilor amortizorului masiv al unei maşini sincrone cu poli aparenţi. Spre deosebire de alte lucrări s-au stabilit expresiile parametrilor sistemului de amortizare masiv, ţinînd seama atît de fenomenul de propagare a cîmpului electromagnetic în rotorul feromagnetic, cît şi de raportarea corectă la stator. Aceasta din urmă s-a făcut cu aceeaşi exactitate ca transpunerea la stator a parametrilor amortizoarelor de tip colivie. La calculul parametrilor transversali s-a luat în considerare cîmpul magnetic din spaţiul interpolar.

Se indică calculul caracteristicilor de funcţionare în asincron în funcţie de parametrii maşinii. Se subliniază că valoarea cuplului monoaxial al maşinii cu piese polare masive este mică dacă înfăşurarea de excitaţie este deschisă, dar poate fi importantă dacă înfăşurarea de excitaţie este închisă pe o rezistenţă relativ mică. Rotoarele prevăzute cu inele de conexiune permit obţinerea unor caracteristici de cuplu mai favorabile la pornirea în asincron.

Predeterminarea încălzirii rotorului masiv se poate face cu ajutorul unei formule simple, stabilite anterior [26]. Se arată că α din expresia încălzirii se poate adopta cu o exactitate satisfăcătoare, egal cu inversul adîncimii de pătrundere calculate pentru $s = 1$.

NOTAŢIILE PRINCIPALE

A_N — valoarea nominală a păturii liniare de curent;

$B_{\delta N}$ — valoarea maximă a inducţiei magnetice nominale în întrefier;

B_m — valoarea maximă a inducţiei magnetice;

B_{mz0} — valoarea maximă a componentei normale a armonicii fundamentale de timp a inducţiei magnetice, pentru $y = z = 0$;

B_{my0} — valoarea maximă a armonicii fundamentale de timp a componentei tangenţiale a inducţiei magnetice, pentru y oarecare şi $z = 0$:

B_{md} — valoarea maximă a armonicii fundamentale de timp a inducției magnetice rezultante în axa longitudinală, dacă întrefierul ar fi constant și egal cu întrefierul echivalent în axa polului;

B_{mq} — valoarea maximă a armonicii fundamentale de timp a inducției magnetice rezultante în axa transversală, definite analog lui B_{md} din axa longitudinală;

B_s — valoarea inducției magnetice de saturație din caracteristica de magnetizare a oțelului;

b_m — lățimea miezului polului (fig. 1);

b_p — lățimea piesei polare (fig. 1);

c_{1q}, c_{1q} — coeficienți dați de relațiile (55) și (56);

D_d — coeficient dat de relațiile (35 a) sau (45 a);

D_q — coeficient dat de relațiile (49) sau (53);

E_m — valoarea maximă a armonicii fundamentale de timp a intensității cîmpului electric;

H_m — valoarea maximă a armonicii fundamentale de timp a intensității cîmpului magnetic;

H_{myo} — valoarea maximă a armonicii fundamentale de timp a componentei tangențiale a intensității cîmpului magnetic pentru y oarecare și $z = 0$;

h_b — lungimea liniei $nn'm'$ din figura 1;

h_q — lungimea liniei $mnn'm'$ din figura 1;

I_1 — curentul din stator, valoare eficace;

I_{Dd} — curent echivalent longitudinal (fig. 3), valoarea eficace;

I_{Dq} — curent echivalent transversal (fig. 8), valoarea eficace;

J_{mx} — valoarea maximă a armonicii fundamentale de timp a densității de curent după axa Ox;

j $= \sqrt{-1}$;

k — coeficient din relația (1) pentru o caracteristică de magnetizare oarecare și care este dat de relația $k = \frac{4}{\pi} B_s$ pentru o caracteristică de magnetizare rectangulară;

k_d — raportul dintre amplitudinea armonicii fundamentale a inducției magnetice produse în întrefier de o *t.m.m.* longitudinală sinusoidal repartizată, întrefierul fiind cel real, și amplitudinea curbei inducției magnetice produse în întrefier de aceeași *t.m.m.*, întrefierul fiind constant în lungul arcului polar și egal cu întrefierul echivalent din axa polului;

k_q — coeficient corespunzător axei transversale, analog lui k_d din axa longitudinală;

k_f — coeficient prin care se ține seama la calculul parametrilor de efectul de capăt, se notează cu k_{fd} pentru axa longitudinală și cu k_{fq} pentru axa transversală;

k_n — coeficient dat de relația (13 a);

k_y — coeficient dat de relația (4 c);

k_{w1} — factorul de înfășurare al bobinajului statorului;

l_i — lungimea ideală a mașinii;

l_m — lungimea miezului polului;

l_p — lungimea piesei polare;

m — numărul de faze ale înfășurării statorului;

M — cuplul electromagnetic;

ΔM — cuplul monoaxial;

n — coeficient din relația (1);

p — numărul de perechi de poli;

r_{Dd} — rezistența longitudinală a amortizorului masiv, raportată la stator (pentru $s = 1$);

r_{Dq} — rezistența transversală a amortizorului masiv, raportată la stator (pentru $s = 1$);

r_f — rezistența înfășurării de excitație, raportată la stator;

s — alunecarea;

w_1 — numărul de spire pe fază a înfășurării statorului;

x_1 — reactanța de scăpări pe fază a înfășurării statorului;

x_{ad} — reactanța ciclică longitudinală a circuitului magnetizant;

x_{aq} — reactanța ciclică transversală a circuitului magnetizant;

x_{sDd} — reactanța de scăpări longitudinală a amortizorului masiv, raportată la stator (pentru $s = 1$);

x_{sDq} — reactanța de scăpări transversală a amortizorului masiv, raportată la stator (pentru $s = 1$);

x_{sf} — reactanța de scăpări a înfășurării de excitație raportată la stator;

z_k — adîncimea pînă la care pătrunde cîmpul electromagnetic;

$\dot{z}_{sDd}(s) = \frac{r_{Dd}}{\sqrt{s}} + j\frac{x_{sDd}}{\sqrt{s}}$ — impedanța de dispersie longitudinală a amortizorului masiv raportată la stator;

$\dot{z}_{sDq}(s) = \frac{r_{Dq}}{\sqrt{s}} + j\frac{x_{sDq}}{\sqrt{s}}$ — impedanța de dispersie transversală a amortizorului masiv raportată la stator;

α — factorul de acoperire a pasului polar (paragrafele 1—5); inversul adîncimii de pătrundere a cîmpului electromagnetic în rotor (paragraful 6);

α_0 — coeficient dat de relația (13 b);

β — coeficient dat de relația (4 d);

μ — permeabilitatea magnetică;

μ_0 — permeabilitatea vidului (constanta magnetică);

μ_e — permeabilitatea magnetică la suprafața oțelului;

ρ — rezistivitatea;

σ — conductivitatea electrică (paragraful 2); coeficient indicat în fig. 5 (paragraful 3);

τ — pasul polar;

$\omega = 2\pi f$ — pulsația.

Primit la redacție la 21 aprilie 1965.

BIBLIOGRAFIE

1. З. Б. Нейман, *Мощные синхронные электродвигатели с массивными полюсами на роторе*. Электричество, 78, *6*, 32—34 (1957).

2. L. Carpentier, *Moyens de reculer les limites de réalisation des grands alternateurs hydrauliques*. Congrès d'Aix-les-Bains. Société Française des Electriciens, septembre, 1959, 24—27.

3. A. B. D. Reed, *Construcția mașinilor sincrone moderne*. Electrical Review, **172**, *18*, 705—711 (1963); tradus în :Energetică, Electrificare, Electrotehnică (Institutul de documentare tehnică), *9*, 519—526 (1963).

4. W. J. Gibbs, *Induction and Synchronous motors with unlaminated rotors*. Proceedings, Institution of Electrical Engineers, 95, *46*, 411—420 (1948).

5. Р. Х. Бальян, *К расчету массивного ротора*. Электричество, 76, 6, 25—32 (1955).
6. А. А. Пик—Пичак, *К расчту массивного ротора*. Вестник Электропромышленности, 30, *6*, 36—44 (1959).
7. И. М. Постников, *Проектирование электрических машин*. Киев, Государственное издательство технической литературы, 1960.
8. И. М. Постников, В. М. Павлов, Ф. А. Берток, *Методы расчета параметров, поверхностной потери и нагрева синхронных и асинхронных машин с массивным ротором*. Вестник электропромышленности, 29, *6*, 1—8 (1958).
9. М. Е. Талаат, *Новый подход к определению индуктивных сопротивлений синхронной машины*. Госэнергоиздат, 1959.
10. A. C. Nicolaide, *Calculul parametrilor înfășurărilor de amortizare ale mașinilor sincrone cu poli aparenți*. Electrotehnica, 11, 1, 1—10 (1963).
11. R. Răduleț, *Zur Theorie der eisenlosen Induktionsöfen*. Timișoara, Tipografia Română-nească, 1931.
12. A. Avramescu, *Efectul pelicular tranzitoriu*. Bul. științ. Acad. R.P.R., Științe tehn. și chim., 4, *3—4*, 225—239 (1952).
13. R. Răduleț, *Bazele electrotehnicii*, vol. 4, Inst. politehnic, București (curs litografiat), 1956.
14. A. Avramescu, *Über die Zeitkonstante des Skineffektes*. Elektrotechn. Z (ETZ — A) 80, 3, 78—82 (1959).
15. Л. П. Нейман, *Поверхностный эффект в ферромагнитных телах*. Москва, Госэнергоиздат, 1949.
16. W. McLean, *Theory of Strong Electromagnetic Waves in Massive Iron*. Journal of Applied Physics, 25, 1267—1270 (1954).
17. A. C. Nicolaide, *Analiza neliniară a propagării cîmpului electromagnetic în piese feromagnetice*. Electrotehnica, 12, *9*, 320—330 (1964).
18. A. C. Nicolaide, *Calculul parametrilor amortizoarelor masive ale mașinilor sincrone cu poli aparenți*. Electrotehnica, 13, 5, 165—173 (1965).
19. H. M. McConnell, E. F. Sverdrup, *The Induction Machine with Solid Iron Rotor*. Transactions A.I.E.E., 74, part III, 343—348 (1955).
20. T. M. Linville, *Starting Performance of Salient-Pole Synchronous Motors*. Transactions A.I.E.E., 49, 531—545, (1930).
21. A. C. Nicolaide, *Dispersia diferențială a coliviilor de amortizare ale mașinilor sincrone*. Electrotehnica, 9, 12, 419—423 (1961).
22. A. C. Nicolaide, O. Drăganescu, *Caracteristicile de pornire ale motoarelor sincrone cu poli aparenți masivi*. Electrotehnica, 11, 6, 215—223 (1963).
23. I. S. Gheorghiu, *Mașina asincronă*. București, Tipografia Învățămîntului, 1958.
24. М. П. Костенко, *Электрические машины. Специальная часть*. Москва, Госэнергоиздат, 1949.
25. Е.Я. Казовский, *Переходные процессы в асинхронных машинах с учетом ассиметрии ротора*. Электричество, 71, *4*, 14—24 (1950).
26. A. C. Nicolaide, *Contribuții la studiul încălzirii rotoarelor masive ale mașinilor sincrone la pornire în asincron*. St. cerc. energ. electr., **14**, *3*, 549—564 (1964).
27. C. V. Bala, *Încălzirea rotorului masiv la pornirea în asincron a mașinilor de curent alternativ cu cuplul* electromagnetic constant, St. cerc. energ. electr. 15 (1965).
28. И. А. Сыромятников, *Режимы работы синхронных генераторов*. Москва, Госэнергоиздат, 1952.

STUDIUL FUNCȚIONĂRII TRANSFORMATORULUI TRIFAZAT CU DOUĂ ÎNFĂȘURĂRI ÎN REGIM SINUSOIDAL NESIMETRIC[1])

DE

TOMA DORDEA

Institutul politehnic, Timișoara

621.314.2: 538.552.9

Se consideră transformatorul electric trifazat cu două înfășurări cu un cuplaj magnetic între coloane de o valoare oarecare. Se stabilesc ecuațiile exacte, ținîndu-se cont și de pierderile în fier, care se rezolvă pentru diferite scheme de conexiuni.

Sînt stabilite astfel expresiile curenților și tensiunilor transformatorului electric trifazat valabile cu aceeași exactitate ca și în cazul transformatorului monofazat indiferent de forma miezului feromagnetic, de nesimetria tensiunilor primare și a sarcinii secundare.

1. INTRODUCERE

Funcționarea transformatoarelor electrice trifazate în regim staționar sinusoidal, nesimetric e studiată în prezent în mod aproximativ, indicîndu-se repartiția curenților pe faze și stabilindu-se diagramele fazoriale fără a se avea la bază expresiile exacte ale mărimilor reprezentate ([1] p. 94), ([2] p. 376) etc. În lucrare se stabilesc ecuațiile transformatorului electric trifazat și expresiile componentelor simetrice ale curenților și tensiunilor, valabile pentru un miez feromagnetic de orice formă și pentru orice tip de nesimetrie.

[1]) Articol apărut și în „Rev. roum. sci. tech. — Electrotechn. Energ." **10**, *3* (1965).

2. ECUAȚIILE TRANSFORMATORULUI ELECTRIC TRIFAZAT CU DOUĂ ÎNFĂȘURĂRI

Considerăm pentru generalizare numai coloanele cu înfășurările primare și secundare, reprezentate schematic în figura 1. Transformatorul are înfășurările plasate simetric pe cele trei coloane. Miezul feromagnetic e nesaturat. Asocierea sensurilor pozitive e fixată corespunzător receptorului pentru primar și sursei pentru secundar. Utilizăm teoria fizică prin scoaterea în evidență a cîmpului magnetic principal al transformatorului, care se închide prin miez și realizează cuplajul magnetic între înfășurări. Pe această bază înțelegem prin L_{ij} inductivitatea mutuală referitoare la cîmpul magnetic total, iar prin L_{ijh}, inductivitatea mutuală principală referitoare numai la cîmpul magnetic principal.

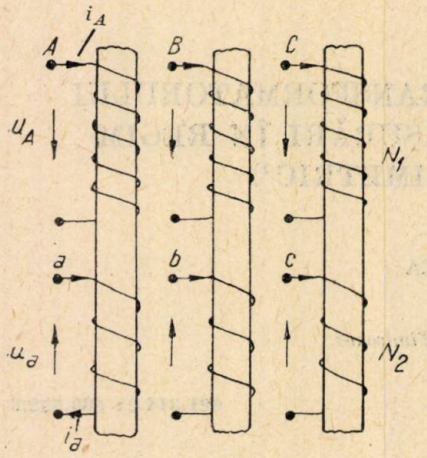


Fig. 1. — Coloanele cu înfășurările primare și secundare ale unui transformator trifazat.

Notînd cu R_1 și R_2 rezistențele și N_1, N_2 numerele de spire ale înfășurărilor, ecuațiile pentru prima fază, ținîndu-se seama de pierderile în fier, se scriu în valori momentane sub forma

$$u_A = R_1 i_A + (L_{AA} - L_{AAh}) \frac{di_A}{dt} +$$

$$+ (L_{BA} - L_{BAh}) \frac{di_B}{dt} + (L_{CA} - L_{CAh}) \frac{di_C}{dt} + (L_{aA} - L_{aAh}) \frac{di_a}{dt} +$$

$$+ (L_{bA} - L_{bAh}) \frac{di_b}{dt} + (L_{cA} - L_{cAh}) \frac{di_c}{dt} - u_{eA},$$

$$u_a = - R_2 i_a - (L_{Aa} - L_{Aah}) \frac{di_A}{dt} - (L_{Ba} - L_{Bah}) \frac{di_B}{dt} - (L_{Ca} - L_{Cah}) \frac{di_C}{dt} -$$

$$- (L_{aa} - L_{aah}) \frac{di_a}{dt} - (L_{ba} - L_{bah}) \frac{di_b}{dt} - (L_{ca} - L_{cah}) \frac{di_c}{dt} + u_{ea}$$

$$u_{eA} = - \frac{d \psi_{Ah}}{dt}$$

$$u_{ea} = - \frac{d \psi_{ah}}{dt}$$

$$\psi_{Ah} = K' \psi_{Ah0} - K'' \frac{d \psi_{Ah0}}{dt} \qquad (1)$$

$$\psi_{ah} = K' \psi_{ah0} - K'' \frac{d \psi_{ah0}}{dt}$$

$$\psi_{Ah0} = L_{AAh}i_A + L_{BAh}i_B + L_{CAh}i_C + L_{aAh}i_a + L_{bAh}i_b + L_{cAh}i_c$$
$$\psi_{ah0} = L_{Aah}i_A + L_{Bah}i_B + L_{Cah}i_C + L_{aah}i_a + L_{bah}i_b + L_{cah}i_c .$$

La un miez feromagnetic coeficienţii K' şi K'' din (1), sînt constanţi şi depind de pierderile în fier prin intermediul constantelor de material. Dacă se neglijează pierderile în fier, atunci $K'' = 0$ şi $K' = 1$. Cu ψ_{h0} s-a notat fluxul corespunzător cîmpului magnetic principal în cazul absenţei pierderilor în fier şi cu ψ_h, în cazul prezenţei acestora.

Pentru celelalte faze ecuaţiile se scriu în mod similar.

În cazul transformatorului considerat, fluxul fascicular pe coloană, corespunzător cîmpului magnetic principal, e acelaşi. De asemenea, între coloane nu are loc cuplaj magnetic decît prin intermediul cîmpului magnetic principal. Ca urmare avem următoarele relaţii :

$$\begin{aligned}
&L_{AAh} = L_{BBh} = L_{CCh} \\
&L_{aah} = L_{bbh} = L_{cch} = \frac{L_{AAh}}{k^2} \\
&L_{Aah} = L_{Bbh} = L_{Cch} = \frac{1}{k} L_{AAh} \\
&L_{ABh} = L_{ACh} = L_{BCh} = L_{AB} = L_{AC} = L_{BC} \\
&L_{abh} = L_{ach} = L_{bch} = L_{ab} = L_{ac} = L_{bc} \\
&L_{ABh} = k\, L_{Abh} \\
&k = \frac{N_1}{N_2}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Cu acestea ultimele două relaţii din (1) devin :

$$\begin{aligned}
&\psi_{Ah0} = L_{AAh}\left(i_A + \frac{i_a}{k}\right) + L_{BAh}\left(i_B + i_C + \frac{i_b + i_c}{k}\right) \\
&\psi_{ah0} = \frac{1}{k}\,\psi_{Ah0} .
\end{aligned} \tag{3}$$

Punînd pe ψ_{Ah0} sub forma

$$\psi_{Ah0} = L_{AAh}i_{0A} \tag{4}$$

şi notînd

$$\begin{aligned}
&K = \frac{L_{ABh}}{L_{AAh}} \\
&L_{1\sigma} = L_{AA} - L_{AAh} \\
&L_{2\sigma} = L_{aa} - L_{aah} ;
\end{aligned} \tag{5}$$

unde K e *factorul de cuplaj magnetic* între coloane, iar $L_{1\sigma}$ și $L_{2\sigma}$ — inductivitățile de dispersie pentru primar, respectiv secundar, ecuațiile corespunzătoare primei coloane devin

$$
\begin{aligned}
u_A &= R_1 i_A + L_{1\sigma}\frac{\mathrm{d}i_A}{\mathrm{d}t} - u_{eA} \\
u_a &= -R_2 i_a - L_{2\sigma}\frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + u_{ea} \\
i_{0A} &= i_A + \frac{i_a}{k} + K\left(i_B + i_C + \frac{i_b + i_c}{k}\right) \\
u_{eA} &= -L_{AAh}K'\frac{\mathrm{d}i_{0A}}{\mathrm{d}t} + L_{AAh}K''\frac{\mathrm{d}^2 i_{0A}}{\mathrm{d}t^2} \\
u_{ea} &= \frac{1}{k}u_{eA}
\end{aligned}
\tag{6}
$$

valabile pentru orice regim.

Pentru celelalte coloane se permută ciclic A, B, C, și a, b, c.

În cazul regimului staționar, sinusoidal, notînd:

$$
\begin{aligned}
\overline{Z}_1 &= R_1 + j\omega L_{1\sigma} \\
\overline{Z}_2 &= R_2 + j\omega L_{2\sigma} \\
\overline{Z}_{1m} &= \omega^2 L_{AAh}K'' + j\omega L_{AAh}K'
\end{aligned}
\tag{7}
$$

iar cu semnul ' mărimile secundare reduse la primar, ecuațiile (6) se scriu în mărimi complexe sub forma:

$$
\begin{aligned}
\overline{U}_A &= \overline{Z}_1\overline{I}_A - \overline{U}_{eA} \\
\overline{U}'_a &= -\overline{Z}'_2\overline{I}'_a + \overline{U}_{eA} \\
\overline{I}_{0A} &= \overline{I}_A + \overline{I}'_a + K(\overline{I}_B + \overline{I}_C + \overline{I}'_b + \overline{I}'_c) \\
\overline{U}_{eA} &= -\overline{Z}_{1m}\overline{I}_{0A}\,.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

La aceste ecuații trebuie să se adauge încă ecuația corespunzătoare circuitului de utilizare care are însă o formă dependentă de conexiunea din secundar.

Pentru celelalte coloane ecuațiile se obțin din (8) prin permutarea literelor.

3. ECUAȚIILE ÎN COMPONENTE SIMETRICE

3.1. *Conexiune Y_0 în secundar.* În acest caz la bornele înfășurărilor secundare ale transformatorului sînt conectate impedanțele Z_a, Z_b și Z_c. Ecuațiile corespunzătoare sînt:

$$\begin{aligned} \overline{U}'_a &= \overline{Z}'_a \overline{I}'_a \\ \overline{U}'_b &= \overline{Z}'_b \overline{I}'_b \\ \overline{U}'_c &= \overline{Z}'_c \overline{I}'_c. \end{aligned} \tag{9}$$

Scriind curenții I'_a, I'_b și I'_c în funcție de componentele simetrice $\overline{I}'_{a1}$, $\overline{I}'_{a2}$ și $\overline{I}'_a$ prin intermediul operatorului $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$, componentele simetrice ale tensiunii U'_a, calculate cu (9) au expresiile:

$$\begin{aligned} \overline{U}'_{a1} &= \overline{Z}'_{y0} \overline{I}'_{a1} + \overline{Z}'_{y2} \overline{I}'_{a2} + \overline{Z}'_{y1} \overline{I}'_{a0} \\ \overline{U}'_{a2} &= \overline{Z}'_{y1} \overline{I}'_{a1} + \overline{Z}'_{y0} \overline{I}'_{a2} + \overline{Z}'_{y2} \overline{I}'_{a0} \\ \overline{U}'_{a0} &= \overline{Z}'_{y2} \overline{I}'_{a1} + \overline{Z}'_{y1} \overline{I}'_{a2} + \overline{Z}'_{y0} \overline{I}'_{a0} \end{aligned} \tag{10}$$

unde s-a notat:

$$\begin{aligned} \overline{Z}'_{y1} &= \frac{1}{3}(\overline{Z}'_a + a\overline{Z}'_b + a^2\overline{Z}'_c) \\ \overline{Z}'_{y2} &= \frac{1}{3}(\overline{Z}'_a + a^2\overline{Z}'_b + a\overline{Z}'_c) \\ \overline{Z}'_{y0} &= \frac{1}{3}(\overline{Z}'_a + \overline{Z}'_b + \overline{Z}'_c). \end{aligned} \tag{11}$$

Punînd pentru simplificare

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 - K \\ \beta &= 1 + 2K \end{aligned} \tag{12}$$

ecuațiile (8) scrise în componente simetrice, ținînd seama și de (10), devin:

$$\begin{cases} \overline{U}_{A1} = \overline{Z}_1 \overline{I}_{A1} - \overline{U}_{eA1} \\ \overline{U}'_{a1} = -\overline{Z}'_2 \overline{I}'_{a1} + \overline{U}_{eA1} \\ \overline{I}_{eA1} = \alpha(\overline{I}_{A1} + \overline{I}'_{a1}) \\ \overline{U}_{eA1} = -\overline{Z}_{1m} \overline{I}_{0A1} \\ \overline{U}'_{a1} = \overline{Z}'_{y0} \overline{I}'_{a1} + \overline{Z}'_{y2} \overline{I}'_{a2} + \overline{Z}'_{y1} \overline{I}'_{a0}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{U}_{A2} = \overline{Z}_1 \overline{I}_{A2} - \overline{U}_{eA2} \\ \overline{U}'_{a2} = -\overline{Z}'_2 \overline{I}'_{a2} + \overline{U}_{eA2} \\ \overline{I}_{0A2} = \alpha (\overline{I}_{A2} + \overline{I}'_{a2}) \\ \overline{U}_{eA2} = -\overline{Z}_{1m} \overline{I}_{0A2} \\ \overline{U}'_{a2} = \overline{Z}'_{y1} \overline{I}'_{a1} + \overline{Z}'_{y0} \overline{I}'_{a2} + \overline{Z}'_{y2} \overline{I}'_{a0}; \end{cases} \tag{13}$$

$$\begin{cases} \overline{U}_{A0} = \overline{Z}_1 \overline{I}_{A0} - \overline{U}_{eA0} \\ \overline{U}'_{a0} = -\overline{Z}'_2 \overline{I}'_{a0} + \overline{U}_{eA0} \\ \overline{I}_{0A0} = \beta (\overline{I}_{A0} + \overline{I}'_{a0}) \\ \overline{U}_{eA0} = -\overline{Z}_{1m} \overline{I}_{0A0} \\ \overline{U}'_{a0} = \overline{Z}'_{y2} \overline{I}'_{a1} + \overline{Z}'_{y1} \overline{I}'_{a2} + \overline{Z}'_{y0} \overline{I}_{a0}. \end{cases}$$

Cu aceste ecuaţii se pot determina componentele simetrice ale curentului primar în funcţie de componentele simetrice ale curentului secundar, sub forma

$$\begin{aligned} \overline{I}_{A1} &= -\frac{1}{\alpha \overline{Z}_{1m}} [(\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2 + \alpha \overline{Z}_{1m}) \overline{I}'_{a1} + \overline{Z}'_{y2} \overline{I}'_{a2} + \overline{Z}'_{y1} \overline{I}'_{a0}] \\ \overline{I}_{A2} &= -\frac{1}{\alpha \overline{Z}_{1m}} [\overline{Z}'_{y1} \overline{I}'_{a1} + (\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2 + \alpha \overline{Z}_{1m}) \overline{I}'_{a2} + \overline{Z}'_{y2} \overline{I}'_{a0}] \\ \overline{I}_{A0} &= -\frac{1}{\beta \overline{Z}_{1m}} [\overline{Z}'_{y2} \overline{I}'_{a1} + \overline{Z}'_{y1} \overline{I}'_{a2} + (\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2 + \beta \cdot \overline{Z}_{1m}) \overline{I}'_{a0}], \end{aligned} \tag{14}$$

şi componentele simetrice ale tensiunii la borne, primare :

$$\begin{aligned} \overline{U}_{A1} &= -[\overline{Z}_1 + \overline{C}_\alpha (\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2)] \overline{I}'_{a1} - \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y2} \overline{I}'_{a2} - \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y1} \overline{I}'_{a0} \\ \overline{U}_{A2} &= -\overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y1} \overline{I}'_{a1} - [\overline{Z}_1 + \overline{C}_\alpha (\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2)] \overline{I}'_{a2} - \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y2} \overline{I}'_{a0} \\ \overline{U}_{A0} &= -\overline{C}_\beta \overline{Z}'_{y2} \overline{I}_{a1} - \overline{C}_\beta \overline{Z}'_{y1} \overline{I}'_{a2} - [\overline{Z}_1 + \overline{C}_\beta (\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2)] \overline{I}'_{a0}, \end{aligned} \tag{15}$$

unde s-a notat :

$$\begin{aligned} \overline{C}_\alpha &= 1 + \frac{\overline{Z}_1}{\alpha \cdot \overline{Z}_{1m}} \\ \overline{C}_\beta &= 1 + \frac{\overline{Z}_1}{\beta \cdot \overline{Z}_{1m}}, \end{aligned} \tag{16}$$

care reprezintă două constante complexe ale transformatorului. Dacă se notează în continuare :

$$\Delta_y = -\begin{vmatrix} \overline{Z}_1 + \overline{C}_\alpha(\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2) & \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y2} & \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y1} \\ \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y1} & \overline{Z}_1 + \overline{C}_\alpha(\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2) & C_\alpha \overline{Z}'_{y2} \\ \overline{C}_\beta \overline{Z}'_{y2} & \overline{C}_\beta \overline{Z}'_{y1} & \overline{Z}_1 + \overline{C}_\beta(\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2) \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{y1} = \begin{vmatrix} \overline{U}_{A1} & \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y2} & \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y1} \\ \overline{U}_{A2} & \overline{Z}_1 + \overline{C}_\alpha(\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2) & \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y2} \\ \overline{U}_{A0} & \overline{C}_\beta \overline{Z}'_{y1} & \overline{Z}_1 + \overline{C}_\beta(\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2) \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{y2} = \begin{vmatrix} \overline{Z}_1 + \overline{C}_\alpha(\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2) & \overline{U}_{A1} & \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y1} \\ \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y1} & \overline{U}_{A2} & \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y2} \\ \overline{C}_\beta \overline{Z}'_{y2} & \overline{U}_{A0} & \overline{Z}_1 + \overline{C}_\beta(\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2) \end{vmatrix} \qquad (17)$$

$$\Delta_{y0} = \begin{vmatrix} \overline{Z}_1 + \overline{C}_\alpha(\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2) & \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y2} & \overline{U}_{A1} \\ \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{y1} & \overline{Z}_1 + \overline{C}_\alpha(\overline{Z}'_{y0} + \overline{Z}'_2) & \overline{U}_{A2} \\ \overline{C}_\beta \overline{Z}'_{y2} & C_\beta \overline{Z}'_{y1} & \overline{U}_{A0} \end{vmatrix}$$

din (15) se obține :

$$\overline{I}'_{a1} = \frac{\Delta_{y1}}{\Delta_y} \; ; \; \overline{I}'_{a2} = \frac{\Delta_{y2}}{\Delta_y} \; ; \; \overline{I}'_{a0} = \frac{\Delta_{y0}}{\Delta_y}. \qquad (18)$$

În acest fel sînt cunoscuți curenții secundari în funcție de impedanțele de sarcină și de tensiunile primare, iar din (8) se determină toate celelalte mărimi necunoscute.

3.1.1. *Schema de conexiuni* Dy_0. În acest caz sînt valabile expresiile deduse în 3.1, deoarece tensiunile primare sînt date cu observația că $U_{A0} = 0$. Curenții primari de linie se determină în modul cunoscut din curenții de fază.

3.1.2. *Schema de conexiuni* Y_{y0}. Dacă în primar e conexiunea Y atunci sînt cunoscute numai tensiunile înlănțuite, cele de fază trebuind să fie determinate. Componentele simetrice $\overline{U}_{A1}$ și $\overline{U}_{A2}$ se obțin din tensiunile înlănțuite U_{AB} și $\overline{U}_{BC}$ sub forma :

$$\overline{U}_{A1} = \frac{1}{3}(\overline{U}_{AB} - a^2 \overline{U}_{BC})$$

$$\overline{U}_{A2} = \frac{1}{3}(\overline{U}_{AB} - a\,\overline{U}_{BC}) \qquad (19)$$

iar componenta $\overline{U}_{A0}$ din ecuația

$$\overline{I}_{A0} = 0 \qquad (20)$$

ținîndu-se seama de (14) și (18).

În acest fel se cunosc curenții și tensiunile tuturor înfășurărilor transformatorului cu schema Y/y_0 în funcție de tensiunile înlănțuite primare și de impedanțele de sarcină.

3.1.3. *Schema de conexiuni* Y_0y_0. La această schemă de conexiuni se cunosc tensiunile de fază primare, deci $\overline{U}_{A1}$, $\overline{U}_{A2}$ și $\overline{U}_{A0}$. Curenții din înfășurări se determină cu (14) și (18).

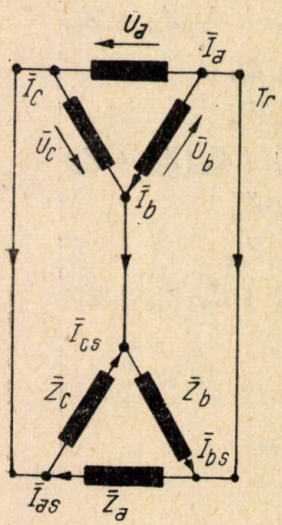


Fig. .2 — Secundarul transformatorului conectat în triunghiu.

3.2. *Conexiune d în secundar.* În acest caz la bornele secundare ale transformatorului sînt conectate impedanțele de sarcină Z_a, Z_b, Z_c prin care trec curenții I_{as}, I_{bs}, I_{cs}, situație prezentată în figura 2. În ecuațiile transformatorului intervin curenții de fază din secundar I_a, I_b și I_c.

Considerînd mărimile secundare reduse la primar, avem relațiile :

$$\begin{aligned}
&\overline{U}'_a = \overline{Z}'_a \overline{I}'_{as}\\
&\overline{U}'_b = \overline{Z}'_b \overline{I}'_{bs}\\
&\overline{U}'_c = \overline{Z}'_c \overline{I}'_{cs}\\
&\overline{U}'_a + \overline{U}'_b + \overline{U}'_c = 0\\
&\overline{I}'_a - \overline{I}'_b = \overline{I}'_{as} - \overline{I}'_{bs}\\
&\overline{I}'_a - \overline{I}'_c = \overline{I}'_{as} - \overline{I}'_{cs}.
\end{aligned} \tag{21}$$

Cu aceste relații se determină U'_a, U'_b, U'_c, I'_{as}, I'_{bc} și I'_{cs} în funcție de curenții de fază I'_a, I'_b, I'_c sub forma :

$$\begin{aligned}
\overline{I}'_{as} &= \frac{1}{\Sigma \overline{Z}'_a}\left[(\overline{Z}'_b + \overline{Z}'_c)\,\overline{I}'_a - \overline{Z}'_b\,\overline{I}'_b - \overline{Z}'_c\,\overline{I}'_c\right]\\
\overline{U}'_a &= \frac{\overline{Z}'_a}{\Sigma \overline{Z}'_a}\left[(\overline{Z}'_b + \overline{Z}'_c)\,\overline{I}'_a - \overline{Z}'_b\,\overline{I}'_b - \overline{Z}'_c\,\overline{I}'_c\right].
\end{aligned} \tag{22}$$

Pentru celelalte faze se permută literele a, b, și c.

Din (22) se calculează componentele simetrice ale tensiunii $\overline{U}'_a$ și se obține :

$$\begin{aligned}
&\overline{U}'_{a1} = \overline{Z}'_{d0}\,\overline{I}'_{a1} - \overline{Z}'_{d2}\,\overline{I}'_{a2}\\
&\overline{U}'_{a2} = -\overline{Z}'_{d1}\,\overline{I}'_{a1} + \overline{Z}'_{d0}\,\overline{I}'_{a2}\\
&\overline{U}'_{a0} = 0,
\end{aligned} \tag{23}$$

unde s-a notat :

$$\overline{Z}'_{d1} = \frac{\overline{Z}'_b\,\overline{Z}'_c + a\,\overline{Z}'_c\,\overline{Z}'_a + a^2\,\overline{Z}'_a\,\overline{Z}'_b}{\overline{Z}'_a + \overline{Z}'_b + \overline{Z}'_c}$$

$$\overline{Z}'_{d2} = \frac{\overline{Z}'_b \overline{Z}'_c + a^2 \overline{Z}'_c \overline{Z}'_a + a \overline{Z}'_a \overline{Z}'_b}{\overline{Z}'_a + \overline{Z}'_b + \overline{Z}'_c} \qquad (24)$$

$$\overline{Z}'_{d0} = \frac{\overline{Z}'_b \overline{Z}'_c + \overline{Z}'_c \overline{Z}'_a + \overline{Z}'_a \overline{Z}'_b}{\overline{Z}'_a + \overline{Z}'_b + \overline{Z}'_c}.$$

Ecuaţiile transformatorului cu conexiune triunghiu în secundar îşi păstrează forma din (13). Diferă numai ecuaţiile referitoare la circuitul de utilizare care sînt cele din (23). Rezolvîndu-le se găseşte mai întîi :

$$\overline{I}_{A1} = \frac{1}{\alpha \overline{Z}_{1m}} [-(\overline{Z}'_{d0} + \overline{Z}'_2 + \alpha \overline{Z}_{1m}) \overline{I}'_{d1} + \overline{Z}'_{d2} \overline{I}'_{a2}]$$

$$\overline{I}_{A2} = \frac{1}{\alpha \overline{Z}_{1m}} [\overline{Z}'_{d1} \overline{I}'_{a1} - (\overline{Z}'_{d0} + \overline{Z}'_2 + \alpha \overline{Z}_{1m}) \overline{I}'_{a2}] \qquad (25)$$

$$\overline{I}_{A0} = -\frac{1}{\beta \overline{Z}_{1m}} (\overline{Z}'_2 + \beta \overline{Z}_{1m}) \overline{I}'_{a0}$$

şi componentele simetrice ale tensiunii primare :

$$\begin{aligned} \overline{U}_{A1} &= -[\overline{Z}_1 + \overline{C}_\alpha (\overline{Z}'_{d0} + \overline{Z}'_2)] \overline{I}'_{a1} + \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{d2} \overline{I}'_{a2} \\ \overline{U}_{A2} &= \overline{C}_\alpha \overline{Z}'_{d1} \overline{I}'_{a1} - [\overline{Z}_1 + \overline{C}_\alpha (\overline{Z}'_{d0} + Z'_2)] \overline{I}'_{a2} \\ \overline{U}_{A0} &= -(\overline{Z}_1 + \overline{C}_\beta \overline{Z}'_2) \overline{I}'_{a0}. \end{aligned} \qquad (26)$$

Notînd cu Δ_d, Δ_{d1}, Δ_{d2} şi Δ_{d0} determinanţii similari celor din (17) referitori la sistemul de ecuaţii (26) se obţin curenţii de fază secundari sub forma :

$$\overline{I}_{a1} = \frac{\Delta_{d1}}{\Delta_d} \; ; \; \overline{I}'_{a2} = \frac{\Delta_{d2}}{\Delta_d} \; ; \; \overline{I}'_{a0} = \frac{\Delta_{d0}}{\Delta_d} \qquad (27)$$

şi cu aceasta toate mărimile electrice necunoscute se pot determina în funcţiune de impedanţele de sarcină şi tensiunile la bornele primare.

3.2.1. *Schema de conexiune Dd.* În acest caz $\overline{U}_{A0} = 0$ şi prin urmare $I_{A0} = I_{a0} = 0$. Sînt valabile expresiile (25) şi (27).

3.2.2. *Schema de conexiuni* Y_0d. Sînt valabile expresiile deduse la pct. 3.2 sub formele obţinute, întrucît în acest caz sînt date tensiunile de fază.

3.2.3. *Schema de conexiuni Yd.* Sînt valabile expresiile (19) şi (20). Din (25) rezultă că $I'_{a0} = 0$ şi din (26) $U_{A0} = 0$. În consecinţă la această schemă nu are loc componenta omopolară în nici o parte a transformatorului.

4. CAZURI PARTICULARE

O funcţionare aparte o prezintă transformatoarele la care în primar nu există toate componentele simetrice din secundar, sau invers. Dintre toate schemele de conexiuni analizate o astfel de situaţie are loc numai la schema Y_{y0}. Considerăm această schemă.

4.1. *O fază secundară funcționează în gol.* Avem prin urmare $Z_c = \infty$. În aceste cazuri cînd impedanțele de sarcină obțin valori infinite metoda cea mai simplă de calcul e următoarea : se determină componentele simetrice ale curentului secundar cu (18). Cunoscînd curenții secundari, prin intermediul componentelor simetrice, cu relațiile (8) se calculează mărimile necunoscute în funcțiune de curenții secundari, care la rîndul lor depind liniar de componentele simetrice ale tensiunii la borne, primare. Se obțin în acest caz expresiile :

$$
\begin{aligned}
&\overline{U}'_a = \overline{Z}'_a \overline{I}'_a \\
&\overline{U}'_b = \overline{Z}'_b \overline{I}'_b \\
&\overline{U}_{eA} = (\overline{Z}'_2 + \overline{Z}'_a)\overline{I}'_a \\
&\overline{U}_{eB} = (\overline{Z}'_2 + \overline{Z}'_b)\overline{I}'_b \\
&\overline{I}_{0A} = -\frac{\overline{Z}'_2 + \overline{Z}'_a}{\overline{Z}_{1m}}\overline{I}'_a \\
&\overline{I}_{0B} = -\frac{\overline{Z}'_2 + \overline{Z}'_b}{\overline{Z}_{1m}}\overline{I}'_b \\
&\overline{I}_A = \frac{1}{\overline{Z}_1}[\overline{U}_A + (\overline{Z}'_2 + \overline{Z}'_a)\overline{I}'_a] \\
&\overline{I}_B = \frac{1}{\overline{Z}_1}[\overline{U}_B + (\overline{Z}'_2 + \overline{Z}'_b)\overline{I}'_b] \\
&\overline{I}_C = \frac{\overline{U}_c}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_{1m}} - \frac{(1-\alpha)\overline{Z}_{1m}}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_{1m}}(\overline{I}_A + \overline{I}_B + \overline{I}'_a + \overline{I}'_b) \\
&\overline{I}_{0C} = \overline{I}_C + (1-\alpha)(\overline{I}_1 + \overline{I}_B + \overline{I}'_a + \overline{I}'_b) \\
&\overline{U}_{eC} = -\overline{Z}_{1m}\overline{I}_{0C} \\
&U'_C = \overline{U}_{eC}.
\end{aligned}
\tag{28}
$$

Din (19) se cunosc $\overline{U}_{A1}$ și $\overline{U}_{A2}$ în funcțiune de tensiunile înlănțuite, iar din (20), echivalentă cu $\overline{I}_A + \overline{I}_B + \overline{I}_C = 0$, se determină $\overline{U}_{A0}$.

Pentru $K = 0$, $\alpha = 1$ se obține cazul transformatorului cu circuit magnetic liber. Din (28) rezultă că :

$$
\overline{I}_{0C} = \overline{I}_C = \frac{\overline{U}_C}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_{1m}}. \tag{29}
$$

În cazul conexiunii Y în primar, tensiunile la bornele primare U_A și U_B se modifică atît de mult că practic $\overline{I}_A + \overline{I}_B \cong 0$ deoarece $\overline{I}_C \approx 0$ și în consecință faza treia nu intervine.

Pentru $K = -0{,}5$, deci $\alpha = 1{,}5$ se obține cazul transformatorului cu cuplaj magnetic perfect, fără flux de întoarcere. Din (13) rezultă că

$I_{0A0} = 0$ şi deci nu are loc tensiune indusă omopolară de către cîmpul principal. Cum componentele simetrice de succesiune directă şi inversă sînt determinate de tensiunile înlănţuite conform (19), rezultă că tensiunile la borne nu se modifică cu încărcarea nesimetrică a transformatorului. În realitate transformatoarele cu cuplaj magnetic între faze nu au un cuplaj perfect şi datorită acestui fapt vor avea fluxuri omopolare de întoarcere.

4.2. *Două faze secundare funcţionează în gol.* În acest caz $\overline{Z}_b = \overline{Z}_c = \infty$, $\overline{Z}_a \neq \infty$. Modul de determinare a mărimilor e similar cu cel din cazul precedent şi anume se determină curenţii secundari cu (18), iar celelalte necunoscute cu (8) pentru toate fazele. Efectuînd calculele se obţine:

$$\begin{aligned}
\overline{I}'_{a1} &= \overline{I}'_{a2} = \overline{I}'_{a0} = -\frac{\overline{C}_\beta(\overline{U}_{A1} + \overline{U}_{A2}) + \overline{C}_\alpha \overline{U}_{A0}}{3\,\overline{C}_\alpha[\overline{Z}_1 + \overline{C}_\beta(\overline{Z}'_2 + \overline{Z}'_a)]} \\
\overline{U}'_a &= \overline{Z}'_a \overline{I}'_a \\
\overline{U}_{eA} &= (\overline{Z}'_2 + \overline{Z}'_a)\overline{I}'_a \\
\overline{I}_{0A} &= -\frac{\overline{Z}'_2 + \overline{Z}'_a}{\overline{Z}_{1m}} I'_a \\
\overline{I}_A &= \frac{1}{\overline{Z}_1}[\overline{U}_A + (\overline{Z}'_2 + \overline{Z}'_a)\overline{I}'_a] \qquad (30) \\
\overline{I}_B &= \frac{(\overline{Z}_1 + \overline{Z}_{1m})\overline{U}_B - K\overline{Z}_{1m}\overline{U}_C - K\overline{Z}_{1m}(\overline{Z}_1 + \alpha\overline{Z}_{1m})(\overline{I}_A + \overline{I}'_a)}{(\overline{Z}_1 + \alpha\overline{Z}_{1m})[\overline{Z}_1 + (1+K)\overline{Z}_{1m}]} \\
\overline{I}_C &= \frac{(\overline{Z}_1 + \overline{Z}_{1m})\overline{U}_C - K\overline{Z}_{1m}\overline{U}_B - K\overline{Z}_{1m}(\overline{Z}_1 + \alpha\overline{Z}_{1m})(\overline{I}_A + \overline{I}'_a)}{(\overline{Z}_1 + \alpha\overline{Z}_{1m})[\overline{Z}_1 + (1+K)\overline{Z}_{1m}]} \\
\overline{U}'_b &= \overline{U}_{eB} = -\overline{Z}_{1m}[\overline{I}_B + K(\overline{I}_C + \overline{I}_A + \overline{I}'_a)] \\
\overline{U}'_c &= \overline{U}_{eC} = -\overline{Z}_{1m}[\overline{I}_C + K(\overline{I}_B + \overline{I}_A + \overline{I}'_a)].
\end{aligned}$$

Componenta omopolară $\overline{U}_{A0}$ a tensiunii la borne se determină în mod similar ca la pct. 4.1 punînd condiţia ca suma curenţilor primari să fie nulă.

4.2.1. *Pentru transformatoare cu circuit magnetic liber.* $K = 0$, $\alpha = 1$ se constată că I_B şi I_C au valori neglijabile. Din această cauză tensiunile la borne pe faze se modifică astfel încît în mod practic, cum rezultă din (30), tensiunea la borne a fazei încărcate se reduce aproape la zero. Consecinţa e creşterea tensiunilor la borne pe fazele neîncărcate.

4.2.2. *Pentru transformatoare cu cuplaj magnetic perfect* între faze avem $K = -0{,}5$, $\alpha = 1{,}5$, $\beta = 0$. Lucrurile se petrec ca şi în cazul prezentat la pct. 4.1, adică practic nu are loc modificarea tensiunilor de fază în cazul încărcării nesimetrice.

4.3. *Determinarea coeficientului de cuplaj K.* Factorul de cuplaj K care intervine în ecuaţiile transformatorului are valoare nulă numai în cazul grupului transformatoric cînd miezurile sînt complet separate. În

cazul transformatoarelor trifazate în manta el are o valoare apropiată de zero, dar dependentă de solicitarea magnetică a jugurilor.

La transformatoarele trifazate cu cuplaj magnetic între faze nu are loc un cuplaj magnetic perfect. Prin urmare totdeauna $K > -0{,}5$. Valoarea acestui factor depinde de modul de execuţie, de natura materialelor schelei transformatorului şi a cuvei de ulei. Din acest motiv determinarea lui pe cale de calcul nu se poate lua practic în consideraţie. La un transformator executat el se poate determina însă în mod simplu pe cale experimentală.

Din relaţiile (13) rezultă că dacă se fac două încercări la mersul în gol, o încercare în regim simetric cu succesiune, iar a doua în regim omopolar, se obţine :

$$K = \frac{1}{2\bar{Z}_{1m}}\left(\frac{\bar{U}_{A0}}{\bar{I}_{0A0}} - \frac{\bar{U}_{A1}}{\bar{I}_{0A1}}\right) \tag{31}$$

unde $\bar{U}_{A0}$, $\bar{U}_{A1}$, $\bar{I}_{0A0}$ şi $\bar{I}_{0A1}$ se determină în mod direct prin măsurători, iar $\bar{Z}_{1m}$ în mod indirect din proba în gol şi în scurtcircuit.

Avînd în vedere că la transformatoarele obişnuite $Z_{1m} \gg Z_1$, se poate considera că $\bar{U}_{A1} \approx \bar{Z}_{1m}\,\bar{I}_{0A1}$ şi deci :

$$K = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\bar{U}_{A0}}{\bar{I}_{0A0}} - \bar{Z}_1\right)\frac{\bar{I}_{0A1}}{\bar{U}_{A1}} - 1\right]. \tag{32}$$

Factorul de cuplaj K trebuie determinat pe transformatorul montat, aşa cum e în stare de funcţionare. La un transformator de 100 kVA cu miez cu trei coloane nesimetrice, în cazul în care e scos din cuvă s-a găsit ([2] p. 386) pentru U_{A0}/I_{0A0}, 0,2 iar în stare montată 0,31, prin urmare o valoare de 1,55 ori mai mare decît în primul caz.

5. CONCLUZII

În conformitate cu cele prezentate rezultă că e posibil să se studieze funcţionarea transformatoarelor electrice trifazate cu aceeaşi exactitate ca şi a transformatoarelor monofazate indiferent de modul de execuţie a miezului. De tipul miezului se ţine cont prin intermediul factorului de cuplaj K care poate fi determinat experimental. Expresiile obţinute sînt valabile pentru orice caracter şi repartiţie a sarcinii pe faze şi oricare ar fi tensiunile pe partea primară.

BIBLIOGRAFIE

1. Th. Bödefeld, H. Sequenz, *Elekrische Maschinen*. Springer Verlag, Wien, 1962.
2. М. П. Костенко, Л. М. Пиотровски, *Электрические машины. I*. Госэнергоиздат, Москва-Ленинград, 1957.
3. Al. Fransua, *Curs de maşini şi instalaţii electrice, I*. Edit. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1962.
4. Г. Н. Петров, *Электрические машины, I*. Госэнергоиздат, Москва-Ленинград, 1956.
5. R. Richter, *Maşini electrice, III*, Edit. tehnică, Bucureşti, 1960.

METODA ITERAȚIEI CURENȚILOR DE SCURTCIRCUIT PENTRU DETERMINAREA SIMULTANĂ A REGIMURILOR, A SCHEMELOR REI ȘI A IMAGINILOR NODALE PRIN CALCUL NUMERIC [1]

DE

PAUL DIMO

MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI R.S.ROMÂNIA

Institutul de studii și proiectări energetice, București

621.316.11.001.2

Se prezintă o nouă familie de procedee de determinare a regimurilor unui sistem electroenergetic, pornind de la calculul curenților de scurtcircuit, pe baza unor prime serii de valori. La finele calculului se obține o dată cu mărimile necesare cunoașterii exacte a regimului (E; I) și curenții de scurtcircuit în unele noduri, admitanțele schemelor echivalente „REI" precum și mărimile necesare imaginilor nodale etc. Astfel se capătă cu un singur calcul de regimuri bogate informații în plus peste cele necesare cunoașterii regimului, informații utilizabile apoi direct în „analiza nodală" a sistemului.

I. INTRODUCERE. CARACTERISTICILE FUNDAMENTALE ALE „ANALIZEI NODALE"

Reamintim caracteristicile fundamentale ale analizei sistemelor electroenergetice prin calea generală a „analizei nodale" pe scheme echivalente radiale (REI) propusă de autor în lucrări anterioare [1]—[9].

1. Problemele sînt examinate pe o schemă redusă echivalentă cu întregul sistem pentru un nod, cu o topologie tipizată, radială denumită „REI" care presupune sarcinile liniarizate (înlocuite cu admitanțe).

---

[1]) Articol apărut și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ.", **10**, *3* (1965).

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 3 p. 703—718 București 1965.

2. O diagramă tip a „curenților de scurtcircuit" arată în fiecare nod dependența dintre mărimile ce apar în nod și mărimile din sistem și permite examinarea simplă a fenomenelor.

3. Întregul sistem se reduce la rîndul lui la un „echivalent tip" în care sînt păstrate caracteristicile generale principale cu adevărata lor identitate adică puterile și tensiunile generatorilor, sarcinile etc. Din acest echivalent pot fi extrase schemele REI.

Pentru asemenea studii, care permit analize foarte fine asupra stărilor fizice ale sistemului, se pleacă de la un regim cunoscut pentru care se exprimă ecuațiile curenților injectați în noduri funcție de tensiunile aplicate

$$[I] = [Y] \times [E]. \tag{1}$$

În urma unor transformări simple ale ecuației (1), se obțin ecuațiile matriciale finale din care se extrag schemele REI și curenții de scurtcircuit. Coeficienții y ai acestei ultime ecuații sînt chiar admitanțele schemei REI, iar cantitățile yE dau componentele curenților de scurtcircuit [2]) ale fiecărui generator în curentul de scurtcircuit total în nodul studiat. Acești curenți reprezentați grafic pentru nodul studiat alcătuiesc diagrama tip a „analizei nodale" [1]—[9].

În studiile făcute pînă azi, stabilirea schemelor REI și a imaginilor nodale s-a făcut calculînd curenții de scurtcircuit prin reducerea matricei $[Y]$ după unele metode recente exacte [5], [10], [13] plecînd bineînțeles de la un regim cunoscut, determinat după o metodă oarecare [2, 5].

Matricea (Y) și diversele ei transformări necesare „analizei nodale"

Pentru obținerea schemelor „REI" în diversele noduri și a imaginilor nodale apar deci aceleași necesități de transformare a matricei admitanțelor $[Y]$ ca și în cazul calculului curenților de scurtcircuit. Odată matricea redusă pentru un nod, pentru care s-a obținut schema „REI" se elimină acest nod și se introduce altul, obținîndu-se o a doua matrice din care se extrage schema nodului introdus etc. „Echivalentul final" al sistemului [1], [3], [9] se obține prin eliminarea tuturor nodurilor cu sarcină, iar echivalentul cu sarcină unică, prin adăugarea a unui nod conținînd sarcina însumată a tuturor nodurilor ce au fost eliminate. Aceste operații revin la transformări simple ale matricei $[Y]$.

Se pune întrebarea dacă nu s-ar putea combina chiar calea de determinare a regimului ce se analizează, cu operațiile de transformare a matricei $[Y]$ necesare extragerii schemelor echivalente?

---

[2]) Termenul „curent de scurtcircuit" este considerat într-un sens general, el reprezentînd chiar curentul de scurtcircuit în cazul cînd setul de tensiuni $[E]$ sînt chiar tensiuni interne ale generatorilor.

II. UTILIZAREA „PLAJELOR DE VALORI" ÎN DETERMINAREA REGIMURILOR

O primă concluzie a celor de mai sus este că numai utilizarea matricei $[Y]$ apare indicată pentru combinarea într-un singur calcul a determinării regimurilor și a curenților de scurtcircuit.

Să reamintim facilitățile de care se poate profita în calculul regimurilor în general:

a) O parte din mărimile date ale regimului trebuie considerate ca certe, sau impuse, ele alcătuind mărimile ce caracterizează starea și pentru care facem cercetările. Astfel, putem cita printre aceste mărimi:

— puterea totală a sarcinei pentru care căutăm regimul;

— puterea centralelor condiționate fie de un optim economic, fie de condiții de disponibilități, securitate etc.;

— nivelul tensiunilor și în mod cert unele tensiuni (sau cel puțin una care asigură nivelul general).

b) O altă parte din mărimi însă pot fi considerate caracteristice pentru regim încadrate într-o plaje de valori, cu o limită maximă și minimă. Astfel, putem cita printre aceste mărimi:

— sarcinile în fiecare nod în parte, corespunzătoare unei sarcini totale, care după mărimea lor, locul lor și natura lor pot fi considerate într-o plaje largă de valori. Precizarea lor în calcul cu valori determinate se face de multe ori din necesități de calcul. Admiterea unor abateri față de o valoare medie corespunde la fel de bine cercetării ce se face cu condiția respectării unei anumite valori a sarcinei totale sau a puterii totale generate de centrale;

— tensiunile într-o parte din noduri, pentru care la fel pot fi considerate plaje de valori mai largi sau mai înguste.

*

— Notăm că metodele de determinare a regimurilor utilizînd matricea $[Z]$ (inversa matricei admitanțelor) utilizează nemărturisit de multe ori aceste proprietăți, atunci cînd plecînd de la valorile curenților consideră determinate fără iterații tensiunile din ecuații de tipul:

$$[E] = [Z] \times [I] \tag{2}$$

Obținerea matricei $[Z]$ este însă o operație laborioasă (inversarea matricei $[Y]$). Mai departe însă mulți consideră [14] cunoscuți curenții și obțin din relația (2) tensiunile. Tensiunile astfel obținute corespund evident unor plaje a valorilor puterilor pe fiecare nod și nu pentru anumite valori determinate. Astfel această matrice odată determinată, o serie întreagă de regimuri sînt determinate cu un calcul redus.

*

Şi metodele aşa-zise hibride [11], [16] pot fi socotite printre cele ce pot utiliza avantajul „plajelor de valori" pentru o parte din mărimi. Astfel dacă plecăm de la ecuaţiile nodale puse sub forma :

$$\begin{bmatrix} I_g \\ I_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gi} \\ Y_{ig} & Y_{ii} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_g \\ E_i \end{bmatrix} \tag{3}$$

Această ecuaţie poate fi transformată uşor în :

$$\begin{bmatrix} I_g \\ E_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{gg} - Y_{gi}\, Y_{ii}^{-1}\, Y_{ig} & Y_{gi}\, Y_{ii}^{-1} \\ -Y_{ii}^{-1}\, Y_{ig} & Y_{ii}^{-1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_g \\ I_i \end{bmatrix} \tag{4}$$

Această ecuaţie „hibridă" poate fi rezolvată iterativ pentru primele g ecuaţii, iar ultimele i prin calcul direct considerînd curenţii corespunzători ca mărimi cunoscute. Şi aci rezultatele finale după un prim calcul vor conduce la valori ale puterilor pentru cele i ecuaţii care se pot încadra într-o plaje de valori, cu valori diferite faţă de valorile iniţiale de la care s-a pornit cînd s-au apreciat curenţii $[I_i]$.

Această proprietate dă acestor metode avantaje practice, ecuaţiile matriciale [11], [15], [16] conducînd în general la soluţii rapide.

*

Unele căi devenite azi clasice, utilizînd matricea $[Y]$ iterative, nu beneficiază de avantajul acestor „plaje de valori". Valorile mărimilor sînt fixate în fiecare nod cu valori determinate (P şi Q sau P şi E etc.) valori pe care le regăsim identice la finele calculului chiar dacă pentru unele din ele sînt permise abateri importante faţă de valorile iniţiale considerate.

III. DETERMINAREA REGIMURILOR PORNIND CU OPERAŢII DE DETERMINARE A CURENŢILOR DE SCURTCIRCUIT

Considerînd faptul că elementele fundamentale ale analizei nodale sînt curenţii de scurtcircuit, descompuşi pe surse şi calculaţi pentru un regim dat, [1], [2], cu sarcinile „liniarizate", să pornim operaţiile prin cele necesare determinării matricelor din care pot fi extraşi aceşti curenţi. Pentru aceasta enumerăm ordinea operaţiilor [1], [2], [5] :

Operaţia 1. Liniarizarea sarcinilor. Se poate efectua considerînd tensiunile sarcinilor cunoscute. Se poate astfel lua o valoare medie pentru tensiunile nodurilor cu sarcini şi calcula admitanţa corespunzătoare ce trebuie introdusă în nod reprezentînd sarcina liniarizată.

Astfel dacă scriem ecuaţiile iniţiale nodale sub forma (notînd cu g nodurile generatoare şi cu i cele cu sarcini) :

$$\begin{bmatrix} I_g \\ I_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gi} \\ Y_{ig} & Y_{ii} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_g \\ U_i \end{bmatrix} \tag{5}$$

Eliminarea se face prin înlocuirea fiecărui curent prin relația :

$$I_i = \frac{S_i}{U_{\text{mediu}}} = y_i \; U_{\text{mediu}} \tag{6}$$

unde S_i este expresia complexă a puterii în nodul i iar y_i un coeficient constant (admitanța complexă corespunzătoare). Se ajunge la o a doua ecuație matricială de tipul :

$$\begin{bmatrix} I_g \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gi} \\ Y_{ig} & Y'_{ii} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_g \\ U_i \end{bmatrix} \tag{7}$$

Noua matrice Y'_{ii} are termenii diagonali schimbați față de matricea Y_{ii} din ecuația (6) prin adăugarea coeficienților y_i.

Operația 2. Eliminarea pe rînd a nodurilor i cu sarcini liniarizate. Eliminarea nodurilor i din ecuația (7) se face cu metoda lui Gauss, simplificată în lipsa termenului liber (membrul 2 e zero). Se recalculează pe rînd la eliminarea unui nod termenii ce trebuie adăugați în matricea $[Y]$ ce rezultă redusă cu un rînd și o coloană. Termenilor vechi y_{mn} respectiv y_{nm} li se adaugă la eliminarea nodului k termenul [12], [13] :

$$-\frac{y_{kn}\, y_{km}}{y_{kk}} \tag{8}$$

Se ajunge astfel în final la ecuația :

$$[I_g] = [Y_g] \times [E_g] \tag{9}$$

care conține numai nodurile „generatoare" și care corespunde „echivalentului final" al sistemului așa cum a fost definit în lucrări anterioare (un bloc de admitanțe) [1], [3].

Operația 3. Iterație, sau alternativ rezolvare prin inversare de matrice. Rezolvarea ecuațiilor (9) se poate apoi face, mai departe, pe 2 căi :

— pe cale iterativă

— pe cale directă inversînd matricea $[Y_g]$ și determinînd o nouă matrice $[Z_g]$ cu ajutorul căreia aflăm tensiunile, considerînd curenții cunoscuți. Să presupunem că am aflat un set de tensiuni $[E_g]$ și curenți $[I_g]$. Pentru aceasta s-a pornit bineînțeles de la considerarea a 2 mărimi cunoscute pe nod așa cum se face obișnuit după caz, în general puterile active ale generatorilor plus modulul tensiunilor sau sarcinile reactive.

Operația 4. Restabilirea în ordinea inversă eliminării a nodurilor. Dacă în operația 1 de eliminare s-a memorat pe rînd fiecare rînd al matricei $[Y]$ ce a fost eliminat, se pot calcula tensiunile din nodurile consumatoare, utilizînd aceste ecuații memorate.

Apoi, din expresiile (6) se pot calcula curenții din fiecare nod și puterea complexă S_i ce rezultă pentru sarcinile ce fuseseră eliminate.

Dacă în această operație de restabilire toate valorile găsite se încadrează în plaja de valori permisă pentru fiecare nod de sarcină regimul respectiv va corespunde necesităților deoarece :

— puterile centralelor și puterea totală sînt cele ale regimului căutat căci au fost introduse cu valorile lor în operația 3 ;

— puterile sarcinilor se află în limitele plajelor respective.

Presupunem deocamdată că nivelul tensiunilor, fixat prin una sau mai multe din tensiunile generatoare din ecuația (4), s-au încadrat în limitele plajelor respective în fiecare nod în parte.

Cu această primă operație s-a determinat astfel un prim regim care se depărtează sau nu de cel dorit, după cum va rezulta după restabilirea nodurilor eliminate. În cazul cînd diferențele ar fi mari față de regimul dorit, calculele sînt reluate în mod identic dar cu valorile noi obținute în locul celor inițial considerate. Aceasta va conduce la o nouă serie de valori pentru termenii matricei $[Y]$. De unde denumirea „Iterația curenților de scurtcircuit", deoarece iterațiile se fac deci asupra termenului yE adică în final asupra cantităților denumite cu termenul generalizat de curenți de scurtcircuit (componentele curentului de scurtcircuit în nodul respectiv [1], [2]).

IV. O FAMILIE DE SOLUȚII NOI CU DIVERSE VARIANTE

Se ajunge astfel la o familie de soluții noi care pot fi atacate în diverse variante față de cea de mai sus.

a) Prima variantă expusă mai sus (fig. 1) se oprește după reducere la ecuațiile nodurilor „generatoare" (sau pe care le considerăm generatoare) ale așa-numitului „echivalent final" (REI) al sistemului [1]. Aceste ecuații pot fi considerate că reprezintă un bloc de admitanțe pe care debitează „generatorii". De aceea vom denumi această primă variantă a iterației „echivalentului final".

b) O a doua variantă se obține deducînd din ecuațiile echivalentului final pe acelea ale echivalentului cu sarcină unică [1], [3] ale cărei ecuații conțin o matrice $[Y]$ de un ordin cu 1 superior matricei $[Y_0]$ a echivalentului final (vezi fig. 2 și anexa).

Pentru aceasta matricei admitanțelor echivalentului final i, i se adaugă 2 rînduri și 2 coloane corespunzînd fostului nod pămînt O (detașat acum de la pămînt vezi anexa) și nodului fictiv echivalent e al sarcinii unice (O și e în figura 2). Admitanța ce leagă fostul nod pămînt cu nodul nou e e determinată de curentul total al sarcinii (e în fig. 2) ; această admitanță are valoarea corespunzătoare pentru a produce la traversarea de către curentul total însumat al sarcinilor puterea totală a sarcinii cu semn schimbat. Termenii din rîndurile și coloana vechiului nod O, ce va fi acum eliminat, sînt :

— cei nediagonali, chiar admitanțele respective din echivalentul final, admitanțe ce leagă nodurile corespunzătoare cu pămîntul (O, care era originea tensiunilor vezi anexa)

— cei diagonali, suma celor nediagonali cu semn schimbat.

Prin eliminarea fostului nod pămînt, matricea se reduce cu un rînd și o coloană și corespunde echivalentului final, cu nodul sarcinii echivalente

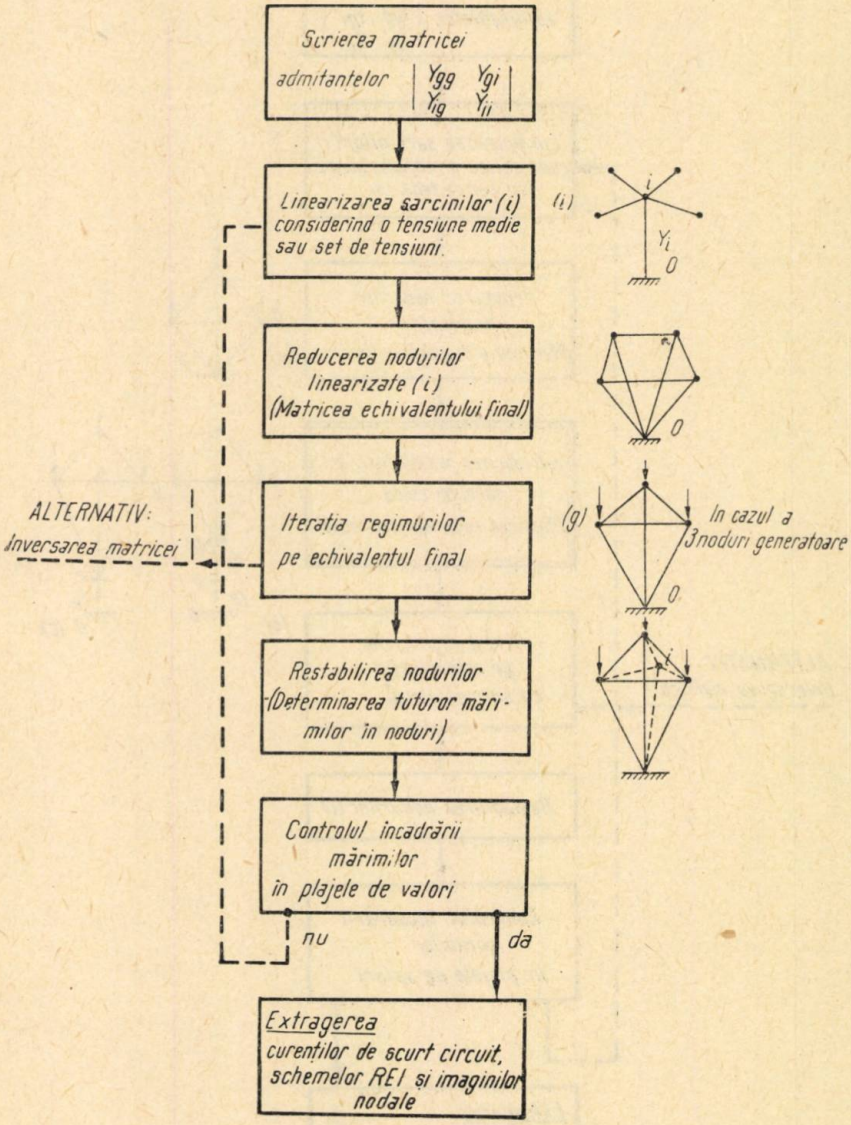


Fig. 1. — Schema de calcul utilizînd „echivalentul final" — varianta I.

e, introdus. (Schema echivalentă e arătată în anexa și în fig. *c*, din figura 2). Admitanțele acestei scheme se află după cum s-a arătat din identificarea termenilor matricei cu admitanțele schemei.

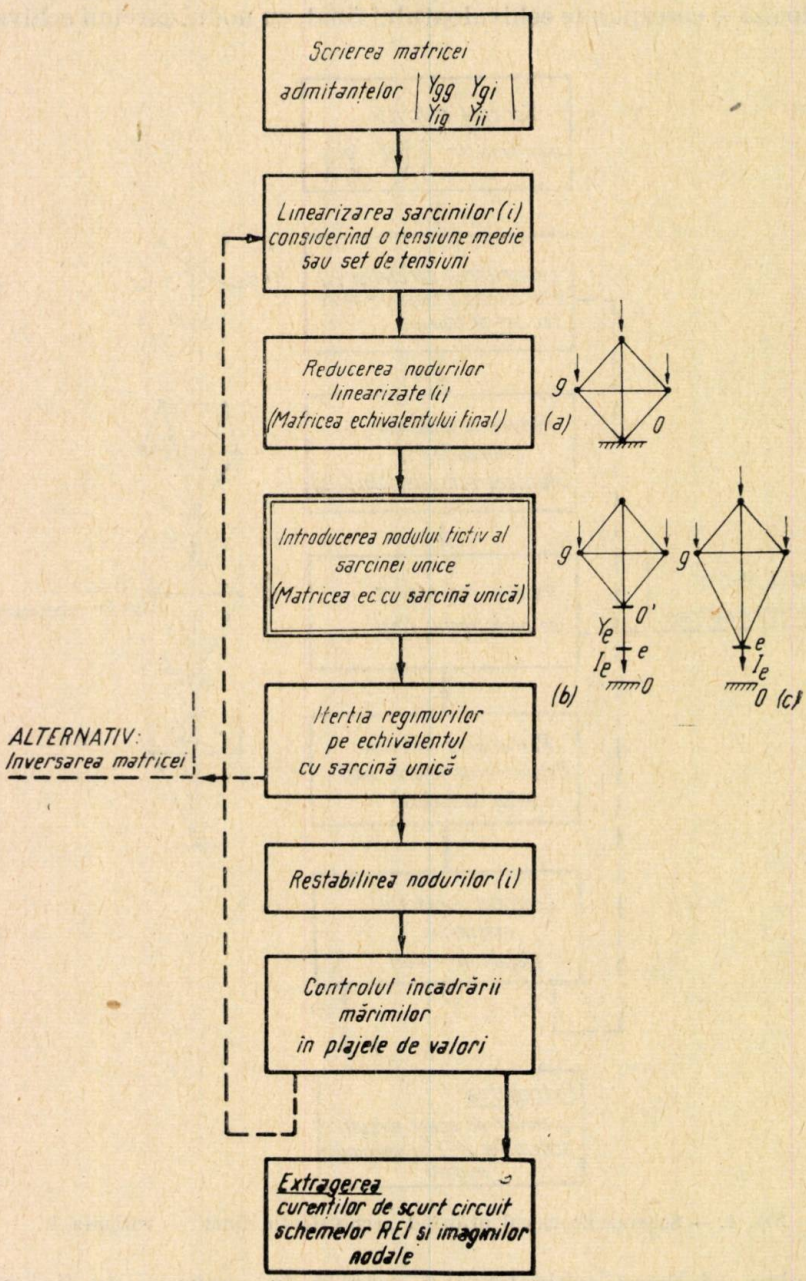


Fig. 2. — Schema de calcul utilizînd „echivalentul cu sarcină unică" — varianta II.

Iterațiile se fac pe acest din urmă grup de ecuații, ce conține deci și nodul fictiv al sarcinii totale căreia i se va putea atribui o tensiune egală cu cea considerată la reducerea sarcinilor.

Atît în varianta *a*, cît și în varianta *b*, se pot considera și diverse alternative pentru nodul cu putere liberă pentru balansarea pierderilor (swing-bus).

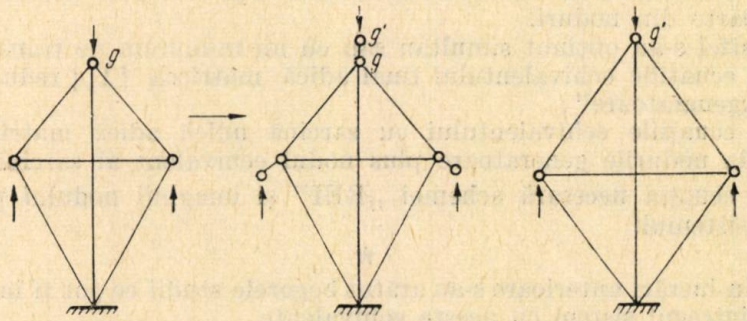


Fig. 3. — Transformările schemei și ale matricelor pentru introducerea admitanțelor interne (transitorii sau sincrone) ale generatoarelor. Nodurile *g'* odată introduse se elimină nodurile *g*. Admitanțele interne se introduc pe ramurile *gg'*.

De asemenea, grupul de ecuații (9) poate conține în alternativă nodurile cu tensiuni aplicate reglabile la barele de legătură ale generatoarelor, sau chiar nodurile interne ce ar rezulta în spatele reactanței tranzitorii. Este preferabilă prima alternativă, ultima putînd fi introdusă dacă e necesar așa cum se arată în figura 3 la finele operațiilor prin o transformare simplă a matricei $[Y]$ dacă este necesar un calcul mai exact al curenților de scurtcircuit.

V. INFORMAȚIILE OBȚINUTE ÎN PLUS

Se poate observa că fără nici un calcul suplimentar se obțin următoarele informații în plus o dată cu determinarea regimului respectiv :

a) Admitanțele de transfer între nodurile „generatoare" utilizabile în calcule de regimuri dinamice ;

b) Admitanțele schemelor REI și fazorii curenților de scurtcircuit împreună cu imaginile nodale respective pentru toate nodurile „generatoare" ;

c) Curenților de scurtcircuit, admitanțele schemei REI și fazorii respectivi yE ai componentelor curentului de scurtcircuit, pentru ultimul nod de sarcină eliminat (care va trebui să fie bineînțeles memorat).

Acest ultim nod va trebui ales nodul prin care „privim sistemul" și pentru care imaginea nodală dă la rîndul ei un maximum de informații ;

d) Prin operațiile simple de introducere respectiv reducere a nodurilor, păstrînd mereu un singur nod de sarcină pe lîngă nodurile genera-

toare în ecuaţiile matriciale finale rezultate (operaţii identice cu cele practicate în calculul curenţilor de scurtcircuit în metodele exacte [10], [13]) se obţine schema REI şi imaginea nodală respectivă oricăruia din noduri.

Considerînd că în multe cazuri este suficientă urmărirea fenomenelor *pe o singură imagine nodală* (privim sistemul printr-un nod) aceste ultime operaţii vor rezulta necesare numai în cazuri speciale şi în orice caz numai într-o parte din noduri.

Astfel s-au obţinut simultan sau cu un minimum de transformări :

— ecuaţiile echivalentului final adică matricea $[Y_g]$ redusă la nodurile „generatoare" ;

— ecuaţiile echivalentului cu sarcină unică adică matricea $[Y_e]$ redusă la nodurile generatoare plus nodul echivalent al sarcinii totale ;

— ecuaţia necesară schemei „REI" şi imaginii nodului prin care privim sistemul.

★

Din lucrări anterioare s-au arătat bogatele studii ce pot fi întreprinse pentru întregul sistem cu aceste echivalente.

Să rezumăm deci ce aduce nou calea indicată aci, încercînd o enumerare a eventualelor avantaje :

1. O eventuală scurtare a calculului iterativ, prin obţinerea unui regim în care o parte din mărimi se obţin într-o plaje permisă de valori, cu abateri faţă de valorile iniţiale de la care a pornit calculul. Aceste mărimi sînt cele din nodurile cu sarcini pentru care se poate însă respecta riguros o sarcină totală.

2. Obţinerea simultană a curenţilor de scurtcircuit cu valori exacte, considerînd sarcinile şi tensiunile reale. Aceşti curenţi se obţin într-o parte din noduri şi în toate dacă e necesar prin transformări simple a matricelor finale reduse (introducerea şi reducerea de noduri).

3. Obţinerea simultană a elementelor fundamentale pe baza cărora se efectuează „analiza nodală" :

— scheme REI în noduri,

— imagini nodale cu toate componentele curentului de scurtcircuit,

— echivalentul final,

— echivalentul cu sarcină mică.

Analiza regimului poate fi astfel efectuată foarte fin, cu studiul detaliat al nodurilor pe imagini nodale reprezentative, adică prin introducerea unor concepte noi figurative, de o mare eficacitate [1], [2], [3].

De asemenea, probleme generale de structură a sistemului pot fi examinate pe echivalentul final sau cel cu sarcină unică (probleme de pierderi etc.) [1], [3].

Rămîne de văzut dacă avantajele acestui sistem nu pot fi extinse în problemele de planificare a reţelelor în care plajele de valori pentru sarcini pot fi mult lărgite. Prin aceasta operaţiile s-ar reduce la o singură primă serie de calcule, cu o singură restabilire a nodurilor. Totul depinde de măsura în care informaţiile obţinute pe sistemele echivalente se înca-

drează sau nu în posibilitățile de prevederi. În ceea ce privește transformările în perspectivă a sistemelor echivalente astfel obținute, ele par a conduce la un maximum de simplicitate, fixînd și un sistem simplu de orientare pe echivalenți cu o structură fizică simplă (REI).

ANEXĂ

ECHIVALENTUL CU SARCINĂ UNICĂ AL REȚELEI UNUI SISTEM ELECTRO-ENERGETIC – (NOD ECHIVALENT CU UN NUMĂR DE NODURI – CAZ GENERAL)

Reamintim cîteva elemente din studii anterioare [1], [3] în legătură cu „echivalentul REI cu sarcina unică" al sistemului cu indicații în plus necesare utilizării lui în calcule de regimuri.

Punctele de mai jos se vor urmări pe figura 4 și 5 cu recomandarea consultării referinței [3] :

1) O rețea în general conține :

— o parte liniară sau ușor linearizabilă (vezi fig. 1), alcătuită din linii autotransformatoare sau transformatoare reprezentabile cu scheme π (*pi*) echivalente, legate la noduri cu sau fără injecții de curent.

— o parte neliniară alcătuită de injecțiile de curenți în noduri (legăturile *io* respectiv *go* pe figura 4). Această din urmă parte poate conține și laturi lineare în paralel cu injecțiile de curent (laturi nelineare), laturile lineare corespunzînd admitanțelor ce revin nodului respectiv din figurare prin schemă în π (*pi*) a unor linii sau aparate (de ex. capacitatea liniilor considerată concentrată la cele 2 noduri de capete în 2 picioare ale schemei π a liniei).

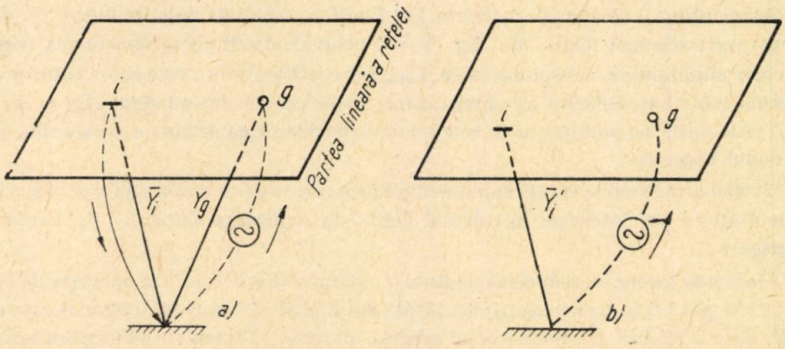


Fig. 4. — Componentele unei rețele :

— O parte liniară cu linii și noduri în care se fac injecții de curenți ce ajung la un nod comun (*O*).

— Ramuri de legătură liniare (admitanțe) sau neliniare (injecții de curenți) la nodul *O*.

— O injecție de curent poate fi înlocuită cu o latură liniară, vezi latura *iO* din figura *a* și *b* (liniarizare).

În figura 4-a s-a presupus cazul general în care fiecare injecție de curent într-un nod generator (g) sau cu sarcina (*i*) provine atît din o latură liniară cu admitanță $\overline{Y}_g$ respectiv $\overline{Y}_i$ cît și una neliniară în care circulă restul curentului de injecție și anume cel real al generatorului (*g*) și sarcinii (*i*).

2) Dacă acești din urmă curenți sînt considerați cu o dependență liniară față de tensiune :

$$I_i = y_i \, v_i$$

atunci totul revine în a înlocui ambele laturi ale ramurii respective (*io* în cazul figurii *a*) cu o singură latură $\overline{Y}'_i$ ca în figura *b*, admitanța acestei ultime laturi fiind rezultată din însumarea ($\overline{Y}_i + y_i$) coeficientul y_i, cantitate complexă, la vechea latură $\overline{Y}_i$.

3) Nodurile generatoare urmează aceleași reguli cu observația că dacă sînt considerate cele interne ale generatorilor (în spatele unei reactanțe interne) au întotdeauna latura $\overline{Y}_g$ nulă ca în figura 4 *b*. Dacă se consideră ca nod generator o bară cu tensiune „reglabilă" din sistem, atunci ea poate la rîndul ei să conțină la fel ca nodurile cu sarcină (*i*) o latură de natura unei admitanțe (notată $\overline{Y}_g$).

4) Pentru determinarea echivalentului cu sarcină unică se înlocuiesc toate laturile neliniare ale sarcinilor cu admitanțe ca în figura 4 b. Noua matrice [*Y*] ce rezultă este cea din formula (7) din text.

5) Cu noile admitanțe, $\overline{Y}'_i$ în figura 4 *b*, se formează o nouă rețea prin adăugarea la extremitatea *O* a lor a unei admitanțe negative $\overline{Y}_e$ (negativă) ca în figura 5 *d* sau *d'*. Mărimea acestei admitanțe se determină din condiția ca bilanțul puterilor la frontierele noii rețele cu extremitățile în nodurile *i* (*m*, *n* în fig. 5) și noul nod *e* să fie nul. Se elimină apoi prin transformări stea-poligon toate nodurile *m*, *n* (în fig. 5) conținute în rețeaua liniară și în final și nodul *O'*.

Recalcularea succesivă a coeficienților *y* ce apar ca termeni în matricele ce se reduc la fiecare eliminare de nod sînt arătate la operația 2 de la punctul III din text.

6) La finele operațiilor de reducere prin procedeul stea-poligon, corespunzător operației de eliminare în ecuațiile matriciale arătată, se ajunge la rețeaua finală din figura 5 *e* și *e'*. Identificarea coeficienților *y* ce apar în matricea [*Y*] finală — rezultați după reducere —, dau toate ramurile necesare schemei finale din fig. 5, e a echivalentului cu sarcină unică (coeficienții y_{mn} sînt chiar admitanțele corespunzătoare Y_{mn}, iar coeficientul y_{ii} este suma tuturor admitanțelor cu semn schimbat. Rezultă că suma tuturor coeficienților din un rînd ($\Sigma y = y_{i1} + y_{i2} + \ldots y_{ii}$) este egală cu admitanța ce leagă nodul considerat ca origine a tensiunilor (tensiune zero) cu nodul respectiv.

7) Se dau următoarele detalii suplimentare pentru a se evita unele confuzii și a se semnala unele dificultăți ce pot interveni în calculul digital în reducerea matricei [*Y*], conform experienței cîștigate :

a) Dacă s-ar începe cu reducerea nodului *O'* adăugat (fig. 5 *d* și *d'*) în operația de reducere a matricei [*Y*] se pot ivi în unele cazuri dificultăți din faptul că termenul diagonal este cîteodată foarte mic. Cele 2 rînduri și coloane ce se adaugă matricei [*Y*] pentru adăugarea nodurilor *O'* și *e* la schemă după linearizarea sarcinilor (vezi formula 7) sînt arătate în figura 6.

Termenul diagonal $y_{o'o'}$ este egal cu suma admitanțelor din jurul nodului *O'* din care una ($Y_{o'e}$) negativă (nerealizabilă în general fizic) și apropiată ca mărime cu suma celorlalte.

Rezultă recomandarea de a ordona operația de reducere a matricei [*Y*] din figura 6 începînd cu nodurile *m*, *n* și terminînd cu nodul *O'*.

b) În echivalentul final cu sarcină unică nu apar în general laturi lineare (admitanțe) de legătură a nodurilor generatoare la nodul pămînt, așa cum e figurat în figura 5 *e*.

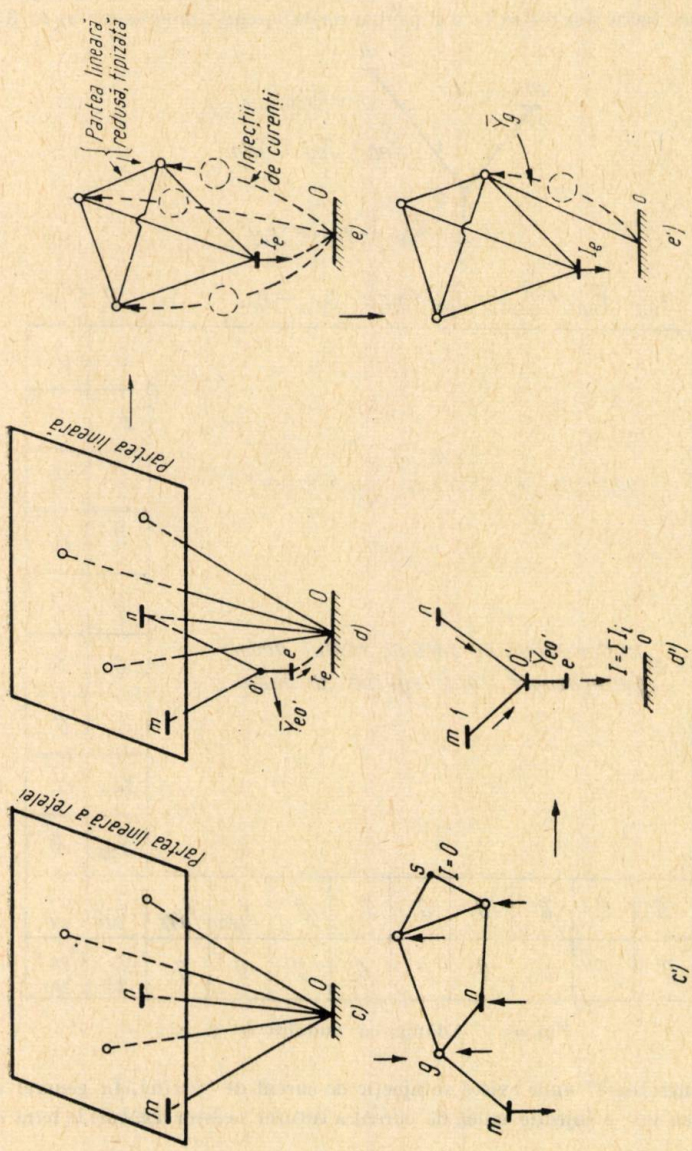
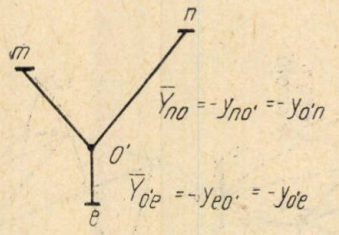


Fig. 5. — Transformările schemei pentru obținerea echivalentului cu sarcină unică (2 și 2').

Dacă însă nodurile considerate „generatoare" sînt bare ale sistemului cu tensiuni „reglate" şi în aceste bare apar admitanţe de legături directe la pămînt importante (capacităţi repartizate din linii de ex.), aceste legături pot fi menţinute cu adevărata lor identitate în echivalentul cu sarcina unică dacă e necesar, după cum se arată ca exemplu pentru o legătură generatoare în figura 5 *e'*. Acelaşi lucru s-ar putea face şi pentru unele sarcini „liniarizate" ce ar fi plasate pe



$y_{o'o'} = \bar{Y}_{no'} + \bar{Y}_{mo'} + \bar{Y}_{oe} = y_{o'm} + y_{o'n} + y_{o'e}$

										O'	e
Matrice [Y] - (Sarcini liniarizate)										0	0
										0	0
										0	0
										0	0
										0	0
m,n, noduri cu sarcini, restul noduri generatoare fără legături cu nodul O'										0	0
										0	0
										$y_{mo'}$	0
										$y_{no'}$	0
O'	0	0	0	0	0	0	0	$y_{o'm}$	$y_{o'n}$	$y_{o'o'}$	$y_{o'e}$
e	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$y_{eo'}$	$y_{ee} = -y_{eo'}$

Fig. 6. — Adăugarea nodului *O'* şi *e*.

aceeaşi bară „generatoare" unde există şi injecţie de curent de sarcină. În general e recomandabilă combinarea într-o injecţie unică de curent a tuturor acestor legături la bara considerată „generatoare".

c) Recunoaşterea imediată a păstrării, sau nu, de legături directe liniare (admitanţe) la nodul pămînt se face din examinarea matricei rezultată pentru echivalentul cu sarcină unică :

— dacă termenul diagonal este egal şi de semn contrar cu cei nediagonali atunci nodul respectiv nu are asemenea legături — sîntem în cazul figurii 5 *e*.

— dacă pentru un nod rezultă termen diagonal diferit de cei nediagonali (cu semn contrar), atunci suma algebrică a tuturor termenilor, nediagonali și diagonali, va da mărimea admitanței de legătură a nodului respectiv la nodul O — sîntem în cazul figurii 5 *e'* (Nodul pămînt considerat originea tensiunilor).

d) În general, orice legătură „liniară" la pămînt (admitanță), plasată sau nu în nodurile generatoare poate fi tratată identic ca sarcinile „liniarizate" (*m, n l* fig. 5 *d'*) și introduse deci în nodul echivalent cu sarcină unică. În acest caz acest echivalent ia întotdeauna forma din figura 5 *e*, fără legături directe la nodul pămînt. Particularitățile problemei vor decide cum e preferabil să fie tratate legăturile liniare sau neliniare ale nodurilor generatoare, care anume legături să fie păstrate cu adevărata lor identitate, care pot fi introduse în bilanțul curentului injectat al nodului generator etc.

e) Nodurile ce nu conțin nici generatoare și nici sarcini (nodul *s* din figura 5 *c'*) se reduc, fără nici un procedeu de liniarizare, ele apărînd în matricea din ec. (7) cu valori identice și pentru termenul diagonal, la fel ca în matricea inițială a admitanțelor din ec. (1); în aceste ecuații curentul lor corespunzător e întotdeauna nul.

f) În cazul cînd în echivalentul cu sarcină unică nu s-a păstrat nici o legătură directă prin o admitanță între unul din noduri și nodul O, atunci circulația curenților în echivalent poate fi găsită utilizînd matricea $[Y]$ redusă cu un ordin față de (Ye) de mai sus. Pentru aceasta se ia ca origine a tensiunilor unul din noduri, de preferință cel al sarcinii unice. Ecuația matricială corespunzătoare ce rezultă conține matricea redusă cu un rînd și o coloană.

BIBLIOGRAFIE

1. Paul Dimo, *Simplification of network problems through the introduction of a new concept* Paper 318, CIGRE, Paris, 1964.
2. — *Une seule structure physique type pour l'étude des réseaux*, Rev. roum. sci. techn.— Energ., Electrotechn., *1* (1964).
3. — *Les solutions des équivalents „REI" du réseau entier*. Rev. roum. sci. techn.-Energ. Electrotechn., *2* (1964).
4. — *The graphic analyser*. Paper 302, CIGRE, Paris, 1958.
5. Paul Dimo, G. Moraite, Hukert, *The REI scheme and the nodal images obtained without calculation by determining the short circuits currents with the help of digital computers*. Rev. roum. sci. techn. — Energ., Electrotechn., *1* (1965).
6. Paul Dimo, *L'analyse des réseaux d'énergie par la méthode nodale*. Rev. Gén. Electricité, Paris, Mars, 151—175 (1962).
7. — *Etude de la stabilité statique*. Rev. Gén. El., Paris, nov. (1961).
8. Паул Димо, *Применение узлового метода векторов токов короткого замыкания*. Электричество, Москва, *8* (1962).
9. Paul Dimo, *Total standardization of the study of networks by means of the Nodal Analysis*. Rev. roum. sci. techn. — Energ., Electrotechn., *4* (1964).
10. Rindt-Long-Byerly, *Tranient Stability Studies*. Power Apparatus and Systems, February 1960.
11. Baumann, Boll, Schnerder, Vorbach, *Experience with the use of electronic computers*. CIGRE, Paris, Rap. 316 (1962).

12. M.A. LAUGHTON, M. W. HUMPHERY DAVIES, *Numerical techniques in solution of power-system load flow problems.* Proc. IEE, **III**, *9*, sept. (1964).

13. R. B. SHIPLEY, D. COLEMAN, W. L. NASON, *Short-circuit comparison study.* Power Apparatus and Systems, February, 1962.

14. CARPENTIER, SIROUX, *Nouvelle méthode de calcul.* Bull. SFE, Mars, 121—129 (1963).

15. M. A. LAUGHTON, M.W. HUMPHERY DAVIES, *Numerical techniques in solution of power-system load-flow problems.* Proc. IEE, **III**, *9* sept., 1575 (1964).

16 H. EDELMANN, *Numerical and Algebraic Generation of Mesh-Impedance Matrices by set theoretical intersection on a digital computer.* Power Apparatus and Systems, April, *46* (1964).

OPTIMIZAREA REGLAJULUI AUTOMAT FRECVENȚĂ-PUTERE AL UNUI SISTEM ELECTROENERGETIC COMPLEX ȚINÎND SEAMA DE NELINEARITĂȚI ȘI DE CARACTERISTICILE REALE ALE PERTURBAȚIILOR[1])

DE

M. POMÎRLEANU, E. ARIE, E. COMĂNESCU şi H. CRISTEA

Institutul de energetică al Academiei R. S. România

621.316.11.07.26

S-au analizat efectele perturbaţiilor statistice şi ale perturbaţiilor rezultate în urma deconectării unor centre de producţie sau consum asupra unui sistem format prin interconectarea a două sisteme energetice de puteri mult diferite.

S-au analizat influenţele parametrilor sistemului de reglaj secundar asupra calităţii reglajului şi s-au optimizat performanţele acestui sistem de reglaj selecţionîndu-se valorile optime pe baza unor noi criterii de calitate.

1. INTRODUCERE

La interconectarea sistemelor energetice naţionale sau regionale în sisteme foarte vaste, pentru menţinerea frecvenţei şi a schimburilor de puteri în limitele impuse de norme şi contracte, în cele mai multe cazuri s-a apelat la un sistem de reglare automată mixtă, prin care atît frecvenţa cît şi puterile schimbate între partenerii interconexiunii pot fi riguros controlate în mod continuu. Pentru a se obţine performanţe cît mai bune în exploatare, parametrii instalaţiilor de reglare automată trebuie să fie adaptaţi caracteristicilor sistemului reglat (centrale, reţele, consumatori,

[1]) Un articol cu aceeaşi temă a apărut şi în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." **10**, *3* (1965).

regulatoare primare etc.), precum şi caracteristicilor reale ale perturbaţiilor care apar în regim normal de exploatare şi la avarii.

Avînd în vedere funcţionarea interconectată a sistemului nostru energetic naţional cu sistemele ţărilor socialiste, această problemă este foarte actuală.

Pentru a contribui la elucidarea problemei optimizării parametrilor regulatoarelor secundare la funcţionarea interconectată a sistemelor electroenergetice, studiul de faţă abordează analiza comportării la reglaj a două sisteme interconectate de puteri mult diferite.

Modelînd pe calculatorul analogic neliniar MECAN-II [1] al Institutului de energetică al Academiei R. S. Romînia un sistem electroenergetic complex şi instalaţiile sale de reglaj automat, s-au putut elucida cîteva aspecte noi, printre care :

— verificarea experimentală a unor metode de analiză analogică a sistemelor de reglare automată liniare şi neliniare, folosind perturbaţii echivalente cu variaţiile reale ale sarcinilor determinate pe baza unor criterii statistice de echivalare [2];

— studiul efectelor acestor perturbaţii statistice şi ale deconectării unor centre de producţie sau consum asupra unui sistem complex format prin interconectarea a două sisteme energetice de puteri mult diferite conţinînd centrale termoelectrice şi hidroelectrice, supuse acţiunii unui sistem neliniar de reglare automată a frecvenţei şi puterilor ;

— analiza influenţei parametrilor sistemului de reglaj secundar (factorul de echivalenţă frecvenţă-putere de schimb, panta reglajului secundar, coeficientul acţiunii proporţionale a ordinului de reglaj, praguri de desensibilizare etc.) asupra calităţii reglajului şi optimizarea performanţelor acestuia pe baza unor criterii selecţionate ca adecvate pentru aceste regimuri [2].

2. CARACTERISTICILE SISTEMULUI STUDIAT, SCHEMA DE MODELARE

Studiile au fost efectuate pe modelul unui sistem electroenergetic (*A*) reprezentat prin trei centrale echivalente ; o centrală termoelectrică (*1*), una hidroelectrică (*3*), acţionate atît de reglajul primar, cît şi de cel secundar, şi o centrală echivalentă restului de centrale din sistem (*2*), supusă numai acţiunii reglajului primar (fig. 1). Al doilea sistem electroenergetic (*B*), reprezentat prin două centrale echivalente : una de tip termoelectric (*4*), incluzînd centrale care reglează automat frecvenţa şi puterea de schimb, şi una (*5*), reprezentînd restul centralelor din sistemul (*B*) (fig. 1).

Cele două sisteme electroenergetice depărtate sînt interconectate printr-o linie de legătură, fiecare avînd instalat un sistem de reglaj automat frecvenţă-putere de schimb de tipul putere-fază energie [3].

Pentru o reprezentare cît mai fidelă a proceselor de reglaj, s-au introdus în schema analizată neliniarităţile regulatorilor de viteză (jocuri şi insensibilităţi), inerţia instalaţiilor termice şi acţiunea reglajului de

presiune, oscilațiile din conducta forțată și castelul de echilibru al centralei hidroenergetice etc.

Neliniaritățile principale de care s-a ținut seama la modelarea regulatoarelor de viteză au fost jocurile tahimetrului și ale variatorului, precum și insensibilitatea distribuitorului servomotorului principal și a servomotorului variator al sarcinii turbinei [4]. Jocurile au caracteristica unei

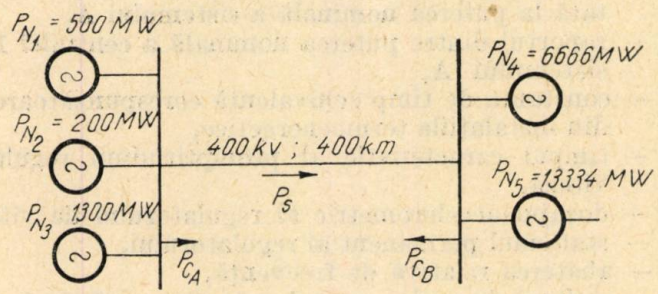


Fig. 1

funcții histerezis, zona moartă corespunzătoare lor fiind definită în abateri ale frecvenței care s-ar fi produs la mașina funcționînd în gol la parcurgerea acestei zone în ipoteza că nu există jocuri. Valoarea acestor jocuri în studiul de față pentru grupurile echivalente considerate a fost de 0,02—0,05 Hz.

Insensibilitatea distribuitorului servomotorului principal, care a fost introdusă numai la grupul hidroelectric, are caracteristica unei funcții-prag și este măsurată la fel ca jocurile tahimetrului în abateri de frecvență. Insensibilitatea a fost introdusă cu valori cuprinse între 0,05 și 0,2 Hz.

Insensibilitatea motorașului variatorului a fost reprezentată tot printr-o funcție-prag, pragul fiind 1—5% din puterea respectivă comandată.

Pentru introducerea efectelor inerției apei la centrala hidroelectrică s-a utilizat o ecuație diferențială simplificată [4], care ține cont de lungimea conductei forțate, cădere, viteza apei etc. S-a lucrat cu parametri corespunzători unei hidrocentrale de cădere medie.

Pentru scopurile urmărite de studiu nu a fost necesar să se ia în considerație procesele electromagnetice și electromecanice din mașinile sincrone ale fiecărui sistem, variațiile de tensiune, caracteristicile dinamice ale consumatorilor etc. S-a considerat că pentru toate grupurile fiecărui sistem interconectat frecvența este aceeași, ea diferind numai între cele două sisteme.

Ecuațiile care reprezintă procesele tranzitorii ale diverselor elemente ale schemei sistemelor au fost scrise în forma operațională, în unități relative, luîndu-se drept baze puterile nominale ale fiecărui sistem, frecvența nominală, precum și elementele intermediare corespunzătoare acestor mărimi.

Astfel, ecuaţia puterii debitate de centrala termoelectrică 1 este

$$\Delta P_1 = \frac{n_1}{T_{T_1} p + 1} \cdot \frac{(m_1 p + 1)\, \Delta f_A + \Delta l_1}{\tau_1' p + \delta_1}, \tag{1}$$

unde

ΔP_1 este variaţia puterii centralei 1 faţă de regimul iniţial, raportată la puterea nominală a sistemului A,
n_1 — raportul dintre puterea nominală a centralei 1 şi puterea sistemului A,
T_{T_1} — constanta de timp echivalentă corespunzătoare proceselor din instalaţiile termoenergetice,
τ_1' — timpul caracteristic al promptitudinii regulatorului de viteză,
m_1 — dozajul accelerometric al regulatorului de viteză,
δ_1 — statismul permanent al regulatorului,
Δf_A — abaterea relativă de frecvenţă,
Δl_1 — ordinul de reglaj secundar pentru centrala 1.

Această ecuaţie a fost modelată pe maşina analogică cu ajutorul a două amplificatoare operaţionale (amplificatoarele *5* şi *6* din fig. 2). În aceeaşi figură este reprezentat şi modul în care au fost introduse neliniarităţile regulatorului de viteză. Astfel s-au introdus cu ajutorul unei funcţii histerezis (*4*) jocurile tahimetrului şi ale variatorului şi, printr-o funcţie tip-prag (*3*), insensibilitatea motoraşului variatorului.

În mod similar a fost reprezentată şi centrala *4* din sistemul *B* (amplificatoarele *24*, *25*, *26* şi *27*).

Modelarea proceselor tranzitorii din instalaţiile termoenergetice printr-o funcţie de transfer de gradul întîi reprezintă o simplificare maximă a schemei destul de complexe formate din diferitele elemente care participă la acest proces : instalaţiile de alimentare cu combustibil, aer şi apă, instalaţia de ardere, de vaporizare, de acumulare etc. [5], [6]. S-a urmărit de aceea, într-o altă variantă de modelare, echivalarea acestei scheme pentru centrala termoelectrică 1 pe baza răspunsului tranzitoriu la o deschidere bruscă a vanei turbinei. În ipoteza unui reglaj optim de presiune, variaţia tranzitorie a presiunii aburului înaintea turbinei $\Delta p_T(t)$ este redată în figura 3, curba *a* [8], iar variaţia corespunzătoare a puterii obţinute prin aplicarea relaţiei liniare

$$\Delta P(t) = \Delta v(t) + \Delta p_T(t), \tag{2}$$

care pentru un salt unitar al deschiderii vanei

$$\Delta v(t) = 1$$

devine

$$\Delta P(t) = 1 + \Delta p_T(t) \tag{3}$$

curba *b* din figura 3.

În aceste diagrame, T_G este o constantă de timp globală, incluzînd toate procesele de la alimentarea cu combustibil pînă la producerea abu-

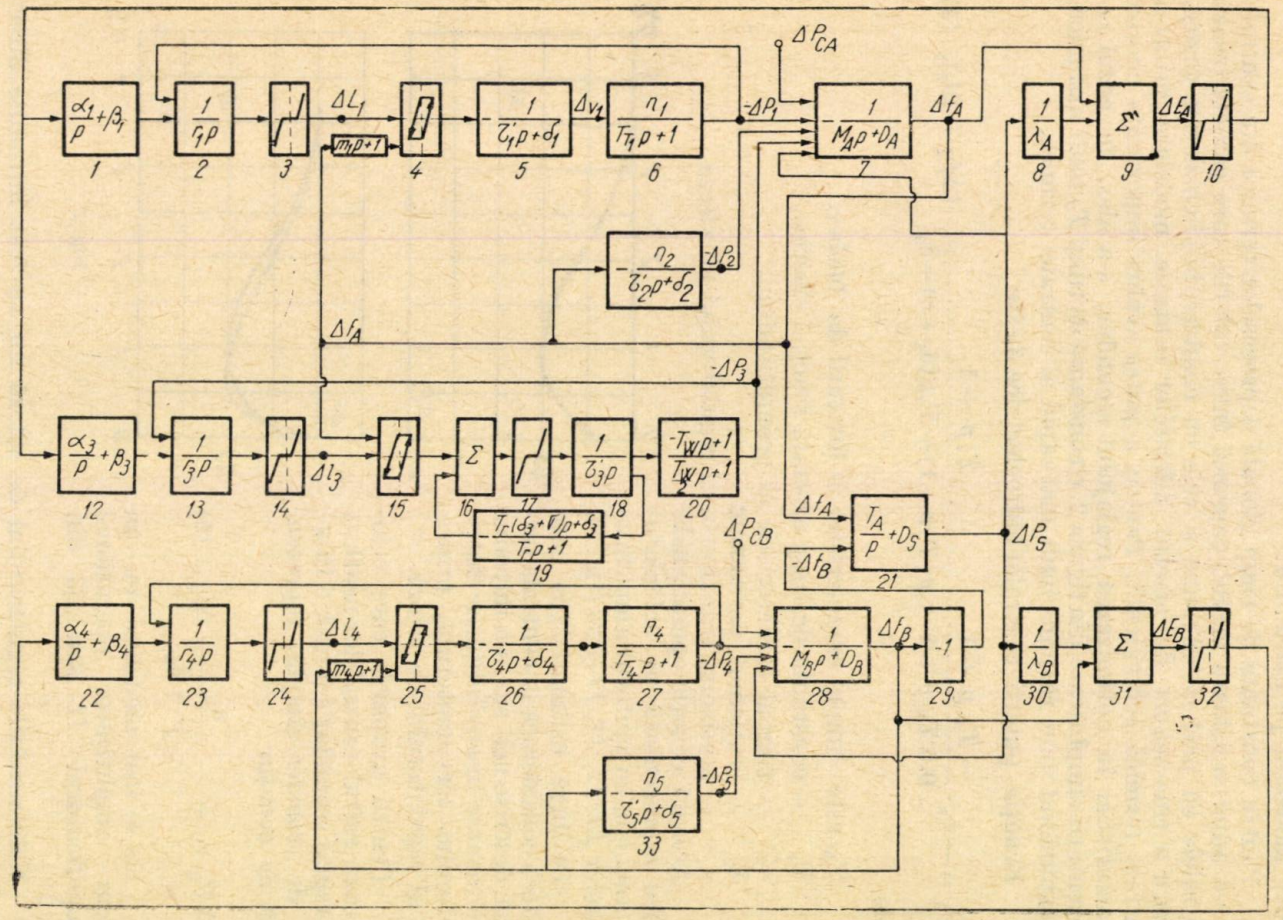

ΔP_CA
ΔL_1
Δv_1
-ΔP_1
Δf_A
ΔE_A
-ΔP_2
-ΔP_3
Δl_3
ΔP_CB
Δf_A
-Δf_B
ΔP_S
Δl_4
Δf_B
ΔE_B
-ΔP_4
-ΔP_5
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33

Fig. 2

rului. O funcţie de răspuns asemănătoare (figurată punctat pe fig. 3 *b*) a fost modelată pe calculator.

Pentru constanta de timp globală a proceselor termice din centrală T_G s-a admis o valoare medie, cuprinsă între valorile care caracterizează centralele cu praf de cărbune şi cele cu combustibili lichizi sau gazoşi, pentru a ţine seama de efectul diferitelor centrale modelate printr-o centrală termică echivalentă. Pentru a putea evalua importanţa acestei caracteristici în optimizarea reglajului secundar, s-a ales, în cazul reprezentării simplificate din figura 2, o constantă de timp T_T mult mai mică, corespunzînd unui răspuns mult mai rapid al centralei termice.

Ecuaţia puterii centralei hidroelectrice *3* este

$$\Delta P_3 = -n_3 \cdot \frac{-T_W p + 1}{0{,}5\,T_W p + 1} \cdot \frac{T_r p + 1}{\tau_3' p (T_r p + 1) + T_r p (\delta_3 + \sigma) + \delta_3} \cdot (\Delta f_A + \Delta l_3), \quad (4)$$

unde

T_W este timpul caracteristic al loviturii de berbec,
T_r — constanta de timp asociată reacţiei elastice,
τ_3' — timpul caracteristic al promptitudinii,
δ_3 — statismul permanent,
σ — statismul tranzitoriu al regulatorului de viteză.

Această ecuaţie operaţională a fost reprezentată pe calculatorul analogic cu ajutorul amplificatoarelor *16*, *17*, *18*, *19* şi *20* (fig. 2).

Pe lîngă neliniarităţile care au fost considerate la centrala termică descrise mai sus, s-a introdus suplimentar insensibilitatea distribuitorului servomotorului principal al regulatorului de viteză.

Pentru grupurile care echivalează restul centralelor neaflate în reglaj secundar s-a luat o funcţie de transfer simplă, reprezentată de ecuaţia

$$\Delta P_2 = -\frac{n_2}{\tau_2' p + \delta_2} \cdot \Delta f_A. \quad (5)$$

Ea a fost modelată cu un singur amplificator operaţional (amplificatorul *11* sau *33* din fig. 2).

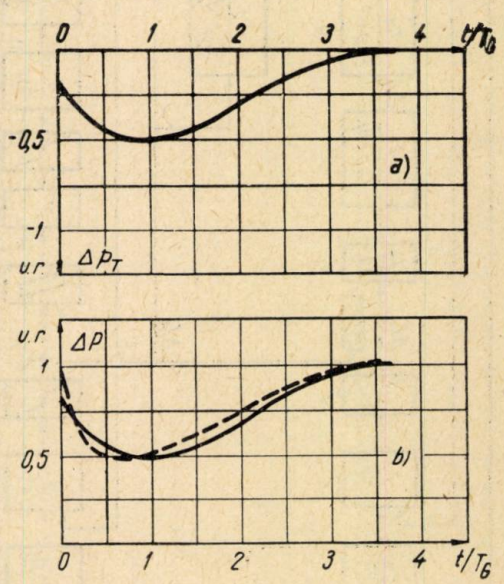


Fig. 3

Neliniarităţile regulatorului de viteză nu au fost introduse direct în schemă, însă s-a ţinut cont de efectul lor, mărind statismul permanent al grupului echivalent de aproximativ trei ori.

Considerînd că nu există oscilații de sincronizare între generatoarele fiecărui sistem în parte și de asemenea luînd în considerare dependența liniară de frecvență a variației de putere la consumatori, ecuația variației de frecvență a sistemului A este

$$\Delta f_A = \frac{\Sigma \Delta P_i - \Delta P_A - \Delta P_{CA}}{M_A p + D_A}, \tag{6}$$

unde

ΔP_i este abaterea relativă a puterii debitate de fiecare grup față de situația staționară inițială,
ΔP_A — variația relativă a puterii schimbate cu sistemul B,
ΔP_{CA} — variația imprimată sarcinii sistemului A,
M_A — timpul de lansare,
D_A — coeficientul de autoreglaj al sarcinii.
Pentru sistemul B ecuația este identică.

Neglijarea oscilațiilor de sincronizare între sisteme de puteri mult diferite prin utilizarea unei frecvențe unice, pentru situația în care se lucrează cu o schemă în care se ține cont de neliniaritățile regulatoarelor de viteză, poate duce pentru sistemul mic la obținerea unor rezultate inexacte.

Datorită modificărilor mici ale unghiurilor relative ale celor două sisteme energetice în regimurile studiate, se poate utiliza expresia liniarizată a abaterii puterii pe linia de interconexiune ΔP_s, de forma

$$\Delta P_s = \left(\frac{T_s}{p} + D_s\right) \cdot (\Delta f_A - \Delta f_B), \tag{7}$$

unde

T_s este amplitudinea relativă a puterii sincronizate,
D_s — coeficientul de amortizare a oscilațiilor de sincronizare.

Modelarea acestei ecuații a fost reprezentată prin amplificatorul *21* din figura 2.

Ecuația ordinului de reglaj secundar pentru centrala 1 este

$$\Delta l_1 = \frac{1}{r_1 p}\left[\left(\frac{\alpha_1}{p} + \beta_1\right)\left(\Delta f_A + \frac{\Delta P_s}{\lambda_A}\right) + \Delta P_1\right], \tag{8}$$

unde

$\frac{1}{r_1}$ este coeficientul acțiunii prin integrare a servomotorului variator,
α_1 — panta de reglaj secundar pentru grupul 1,
β_1 — coeficientul termenului proporțional,
λ_A — factor de echivalență frecvență-putere de schimb pentru sistemul A.

(În fig. 2 ecuaţia (8) este reprezentată prin amplificatoarele operaţionale *1*, *2*, *9* şi *10*.)

În scopul optimizării proceselor de reglaj s-a încercat introducerea unor neliniarităţi de tip prag în diverse puncte ale schemei de elaborare a ordinului de reglaj Δl, reprezentate în figura 2 prin amplificatoarele *10* şi *32*. Prin ele s-a căutat evitarea acţionării reglajului secundar la fluctuaţiile mici ale frecvenţei şi puterii de schimb.

Pentru celelalte centrale (*3* şi *4*) care reglează frecvenţa şi fluxul de putere pe linia de interconexiune, ecuaţiile ordinelor de reglaj sînt similare.

3. PERTURBAŢIILE ŞI CRITERIILE DE APRECIERE A CALITĂŢII REGLAJULUI

În studiul de faţă, comportarea instalaţiilor de reglare automată a frecvenţei şi a puterii de schimb a două sisteme electroenergetice interconectate a fost analizată pentru două categorii de regimuri, caracteristice pentru exploatarea acestor sisteme :

— deconectarea bruscă a unui mare centru consumator sau a unui grup generator important de restul sistemului, care poate fi modelată analogic printr-o funcţie de tip treaptă,

— regimuri normale de exploatare, şi în special cele corespunzînd porţiunilor de pantă maximă a curbei de sarcină. Dacă, în loc să se apeleze la o porţiune dintr-o înregistrare reală, se apelează însă la o metodă statistică, se pot concentra, într-un interval de timp redus, proprietăţi globale ale variaţiilor de sarcină deduse din analiza statistică a numeroase eşantioane înregistrate în timpul exploatării normale a sistemului.

S-a aplicat în acest scop metoda perturbaţiei echivalente [2], criteriul de echivalare fiind funcţia de autocorelaţie pentru sisteme liniare, respectiv funcţia de autocorelaţie şi funcţia de repartiţie pentru sisteme neliniare.

S-a admis pentru funcţia treaptă o valoare corespunzătoare deconectării unei puteri de 80 MW, deoarece s-a considerat că în cazul deconectării unui element cu o putere de 100 MW, fenomen rar, intervine ajutorul reciproc dintre sistemele electroenergetice interconectate, unul din obiectivele funcţionării interconectate. În acest caz, efectul reglării automate a puterii de schimb este limitat de rezerva de putere de reglaj disponibilă şi nu se pune problema optimizării regimului tranzitoriu pentru acest regim netipic.

Pentru modelarea regimului normal de exploatare s-au folosit rezultatele unor sondaje efectuate la diferite tipuri de consumatori din R. S. România, unde au fost determinate funcţii de autocorelaţie ale variaţiilor de sarcină prin prelucrarea pe calculatoare numerice a înregistrărilor unor wattmetre cu mare viteză de înregistrare montate în acest scop [7].

Funcţia de autocorelaţie a variaţiilor sarcinii rezultante a sistemului electroenergetic considerat în calcul a fost sintetizată pe baza sondajelor efectuate în ipoteza următoarei structuri a consumaţiei :

Categoria de consumatori	Putere medie %
Consumatori casnici, mică industrie, industrie prelucrătoare cu agregate de putere mică sau cu funcționare la sarcină constantă	63,4
Industrie prelucrătoare cu agregate de putere mare, funcționînd la sarcină variabilă	30
Industrie extractivă, tracțiune electrică, laminoare de putere medie	6
Laminoare de putere mare	0,6

Ca lege de repartiție s-a adoptat repartiția normală Laplace-Gauss. Respectînd aceste două criterii de echivalare, fluctuațiile statistice au fost modelate, așa cum s-a arătat într-o lucrare anterioară [2], printr-o succesiune de funcții sinusoidale amortizate, cu momente inițiale statistic independente și cu o repartiție normală a duratei dintre două valori succesive ale acestor momente.

În studiul de față, pentru aprecierea calității reglajului frecvenței și puterii de schimb în regimul consecutiv deconectării unui element generator sau consumator, s-au folosit criteriile uzuale în studiul comportării schemelor de reglare automată la perturbații descrise de o funcție treaptă : supraoscilația maximă, timpul de amortizare, precum și numărul de oscilații pînă la atingerea regimului staționar de către mărimile reglate : puterea de schimb și frecvența. În plus s-au examinat și variații în regim tranzitoriu ale puterilor centralelor care participă la reglaj, precum și ale celorlalte centrale, pentru a scoate în evidență variația solicitării agregatelor din centrale în funcție de variația parametrilor schemei de reglaj.

În regim de exploatare normală, folosind mereu aceeași lege statistică de variație a sarcinii, calitatea reglajului a fost apreciată cu ajutorul următorilor indici integrali de calitate [2] :

$$\eta_2 = \sum_{i=1}^{m} \int_0^T (\Delta P_i - h_i \Delta P_{CA})^2 \, dt, \tag{9}$$

$$\eta_3 = \sum_{i=1}^{m} \int_0^T |\Delta P_i - h_i \Delta P_{CA}| \cdot dt, \tag{10}$$

unde

m este numărul centralelor termice reglante din sistemul A,
ΔP_i — valoarea momentană a abaterii puterii centralei i față de program,
h_i — cota de participare la acoperirea variațiilor lente ale sarcinii, impusă centralei i,
ΔP_{CA} — componentele puterii variabile cerute în sistemul A, rezultînd după filtrarea fluctuațiilor cu cvasiperioade mai mici de 150 s.

În studiul neliniar efectuat, integrala a fost elaborată numai pentru singura centrală termică reglantă echivalentă din sistemul A, centrala 1.

4. ANALIZA REZULTATELOR OBŢINUTE PE MODEL

Scopul analizei de faţă este de a scoate în evidenţă influenţele diferiţilor parametri ai reglajului secundar asupra regimurilor tranzitorii

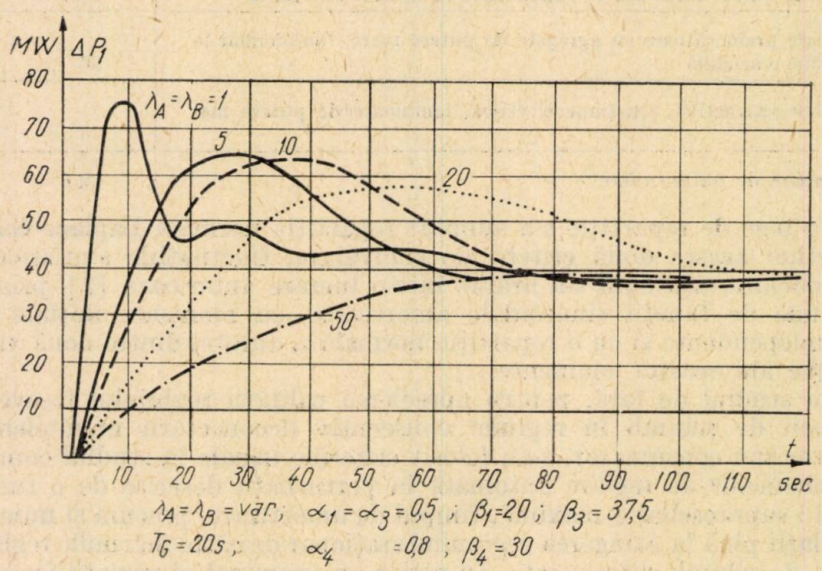


Fig. 4 *a*

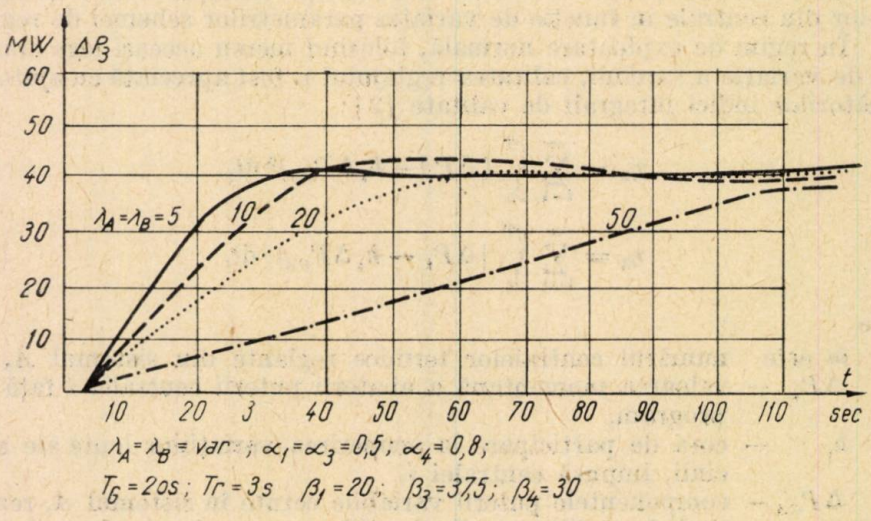


Fig. 4 *b*

din sistemele electroenergetice în diferite situaţii privind caracteristicile perturbaţiilor, neliniarităţilor, regulatoarelor primare, legăturii de inter-

conexiune etc., precum și de a determina valorile optime ale principalilor parametri ai instalației de reglaj frecvență-putere de schimb.

Pentru obținerea unor concluzii unitare s-au considerat drept elemente cunoscute și deci fixe parametrii reglajului secundar și primar din sistemul B; s-a impus de asemenea ca în toate situațiile analizate puterile preluate în final de cele două centrale reglante (centrala *1* și *3*) din sistemul A să fie întotdeauna aceleași ($\alpha_1 = \alpha_3$).

S-au analizat influențele factorului de echivalență frecvență-putere de schimb λ, a pantei de reglaj α și a coeficientului de acțiune proporțională β în lipsa neliniarităților pentru situația unor deconectări bruște de sarcină ($\Delta P_{CA} = 80$ MW). În figura 4 *a* și *b* sînt înregistrate variațiile puterilor centralelor 1 și 3 pentru diverse valori ale parametrului λ.

Se observă astfel că, pentru valori mici ale acestui parametru ($\lambda = 1$), viteza de încărcare a centralelor este mai mare, existînd un pronunțat suprareglaj, urmat de cîteva oscilații amortizate.

O dată cu creșterea lui λ, procesul tranzitoriu devine mai lent, suprareglajul inițial scade, iar durata procesului tranzitoriu se prelungește din ce în ce mai mult ($\lambda = 50$). Analizînd de asemenea înregistrările abaterilor puterii de interconexiune (fig. 5), se desprind aceleași concluzii, și anume că pentru $\lambda \ll K$ (K fiind valoarea relativă a energiei reglante primare, în cazul nostru $K = 12$) procesul este rapid, oscilatoriu, iar pentru $\lambda \gg K$ procesul tranzitoriu este foarte lent.

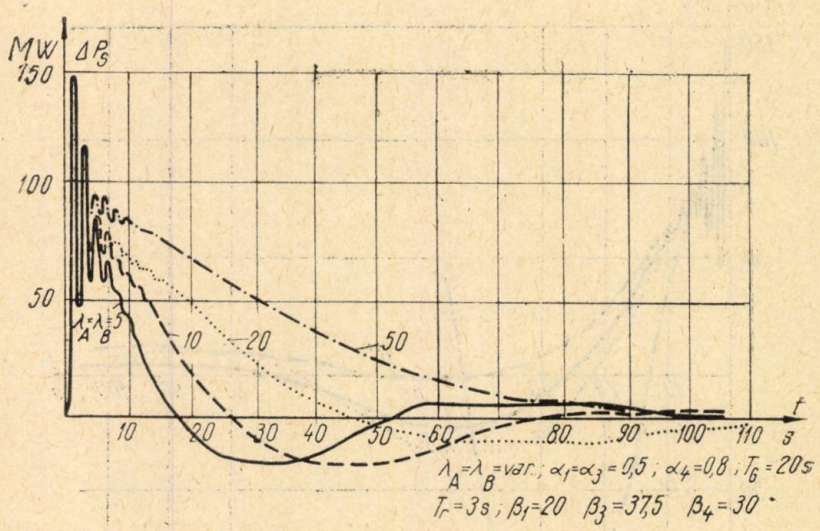


Fig. 5

Panta reglajului secundar α influențează invers regimul tranzitoriu; așa după cum se poate observa din figura 6 *a* și *b*, valorile mici ale lui α ($\alpha = 0{,}1$) fac ca regimul să fie foarte lent, ajungînd aperiodic la starea

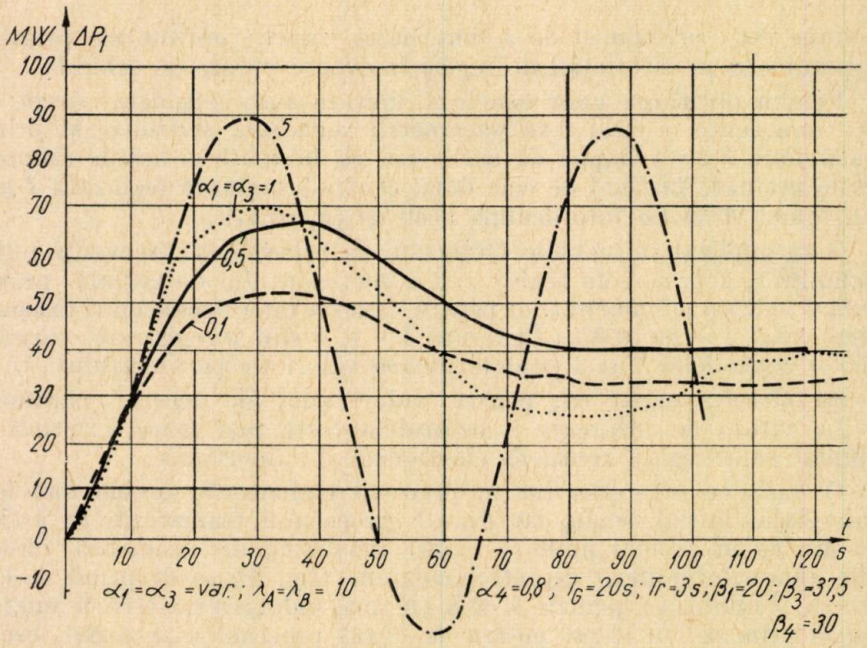

MW
ΔP1
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
-10
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
t
s
5
α1=α3=1
0,5
0,1
α1=α3=var.; λA=λB=10
α4=0,8; TG=20s; Tr=3s; β1=20; β3=37,5
β4=30

Fig. 6 *a*

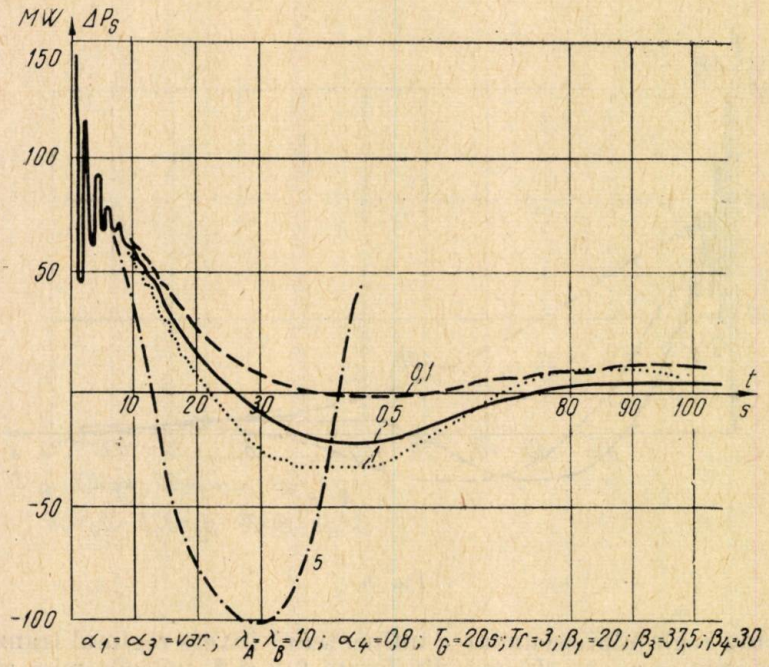

MW
ΔPs
150
100
50
-50
-100
10
20
30
80
90
100
t
s
0,1
0,5
1
5
α1=α3=var.; λA=λB=10; α4=0,8; TG=20s; Tr=3; β1=20; β3=37,5; β4=30

Fig. 6 *b*

finală într-un timp îndelungat. Valorile mari ale lui α grăbesc procesul, mărind suprareglajele și numărul de oscilații; pentru $\alpha = 5$, procesul devine instabil. Deoarece acțiunile acestor doi parametri sînt de sens contrar, s-ar părea că regimul tranzitoriu este în mare măsură determinat de raportul $\frac{\alpha}{\lambda}$. Pentru un sistem complex, menținerea constantă a acestui raport la diferite valori ale lui α și λ duce la diferențe importante în pri-

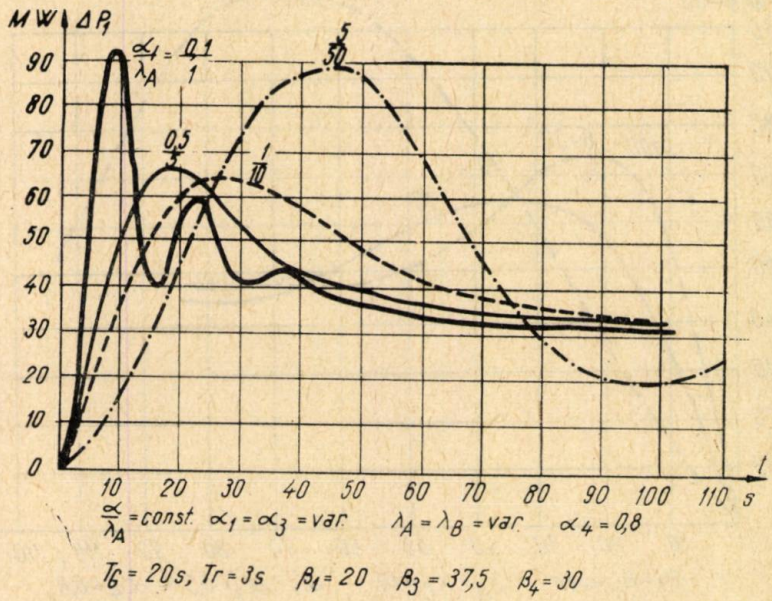


Fig. 7

vința variației puterilor centralelor și ale puterii de schimb, după cum se poate vedea din figura 7.

Termenul proporțional din reglajul secundar are un rol stabilizator, mărește viteza de încărcare a centralelor și grăbește procesul de anulare a abaterilor mărimilor reglate, așa cum se observă din înregistrările din figura 8 *a*. În lipsa acestui termen ($\beta = 0$), regimul este instabil, iar pentru valori mari ($\beta > 100$) apar, pe lîngă viteze inadmisibil de mari în încărcarea centralelor, și oscilații importante.

Căutînd parametrii optimi pe baza criteriilor de forma celor descrise în capitolul 3 pentru perturbații-treaptă și punînd suplimentar condiția ca solicitările centralelor termoelectrice să nu fie exagerate, s-a stabilit că un compromis acceptabil se poate obține pentru pante de reglaj secundar α în jurul valorii 0,5, $\beta_1 = 20$, $\beta_3 = 30$ și λ apropiat de valoarea energiei reglante primare (10—20). Optimul nefiind critic, valorile acestor parametri pot avea abateri de ordinul zecilor de procente fără ca regimul să se înrăutățească sensibil.

S-a analizat de asemenea măsura în care pot fi modificate concluziile de mai sus pentru cazul în care centralele reglante au alte caracteristici. S-a considerat într-o primă etapă că centrala termoelectrică *1* posedă, prin esenţa instalaţiilor ei, performanţe mai bune cu constante de timp mai mici (ecuaţia de modelare (1) ($T_{T_1} = 0{,}5$ s). Aceasta face ca ea să fie mai rapidă, acţionînd mai prompt la variaţiile mărimilor reglate.

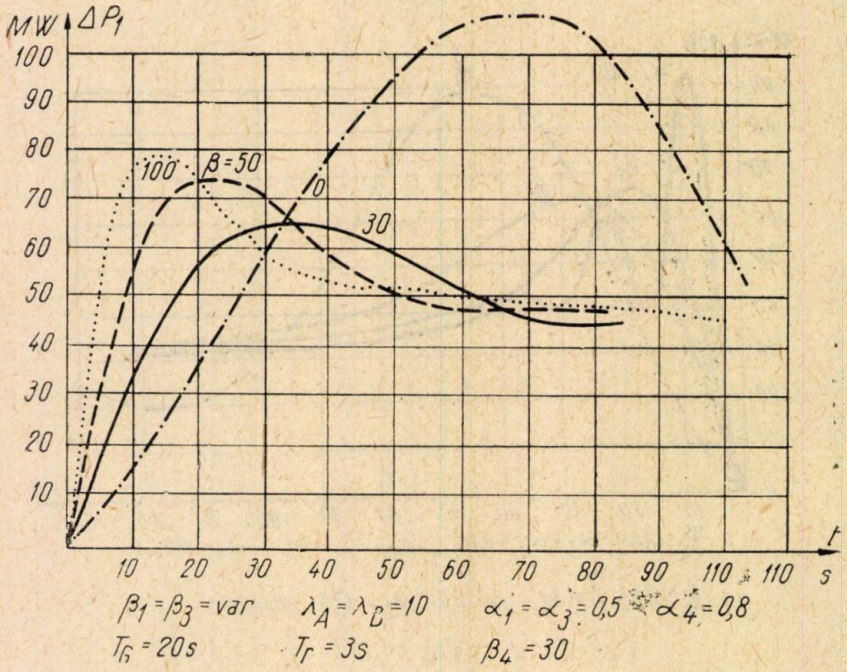


Fig. 8

În figura 9 se poate observa totuşi că, deşi vitezele de încărcare ale centralei *1* au crescut, accentuîndu-se suprareglajele şi numărul de oscilaţii pentru λ mic sau α mare, concluziile privind modul în care influenţează aceşti parametri procesul de reglaj, ca şi valorile optime selectate, rămîn valabile.

Cu acelaşi tip de perturbaţie s-a căutat să se stabilească efectele parametrilor λ, α, β pentru cazul cînd în reglaj este o hidrocentrală cu posibilităţi mai mici în ceea ce priveşte viteza de variaţie a sarcinilor $T_r = 10$ s. Datorită faptului că hidrocentrala se încarcă foarte lent, aproape întreaga variaţie iniţială de sarcină este preluată de termocentrala *1*, ceea ce face ca aceasta să aibă pante de încărcare mari. Totuşi, modul în care se schimbă curba de variaţie a puterii ΔP_1 cu variaţia lui λ, α sau β nu prezintă deosebiri calitative.

Din analiza modului în care neliniaritățile reglajului primar influențează evoluția regimului rezultat în urma unei perturbații de tip treaptă nu se constată modificări calitative ale concluziilor stabilite mai sus.

Apare în plus o prelungire importantă a procesului de reglaj datorită unor mici oscilații lente ce se amortizează foarte greu, precum și amplificări ale valorilor extreme (suprareglajul inițial, amplitudinea oscilațiilor ulterioare etc.).

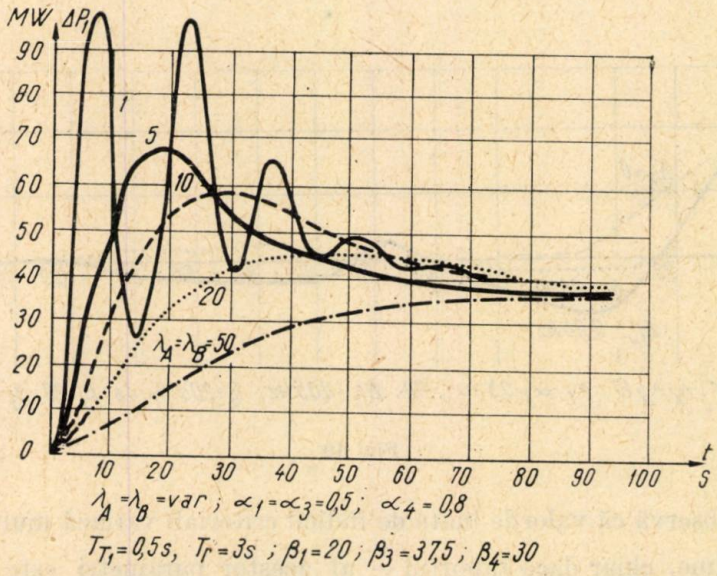


Fig. 9

În figura 10 este dat felul în care modificarea valorii jocurilor între 0 și 0,04 Hz influențează curbele frecvenței sistemului *A*. Se poate observa că suprareglajul inițial crește, frecvența continuînd să oscileze timp îndelungat cu valori ce cresc o dată cu creșterea valorii jocurilor. Evident, aceste concluzii depind foarte mult de mărimea relativă a perturbației față de zona acestor neliniarități.

În studiul neliniar al influenței diferiților parametri ai reglajului secundar frecvență-putere de schimb și a caracteristicilor neliniarităților reglajului primar și secundar asupra comportării sistemului la variațiile de sarcină care apar în regim normal de exploatare, s-a folosit perturbația echivalentă unică descrisă în capitolul 3, iar pentru aprecierea influenței parametrilor reglajului variația indicilor criteriali integrali η_2 și η_3 definiți în același capitol.

Valorile acestor indici integrali au fost raportate la valorile minime obținute pentru fiecare din acești indici.

Se observă că, în ce privește parametrii α și λ, ambii indici criteriali conduc la aceeași concluzie (fig. 11 *a* și *b*), și anume că există o plajă de

valori optime ale acestor parametri în afara căreia indicii criteriali cresc foarte mult fie datorită prezenţei unor componente rapide în curba de variaţie a puterii centralelor electrice, în cazul valorilor mici ale parametrului λ şi al valorilor mari ale parametrului α, fie datorită unor erori în urmărirea variaţiilor lente ale sarcinii, în cazul valorilor mari ale parametrului λ sau al valorilor prea mici ale parametrului α.

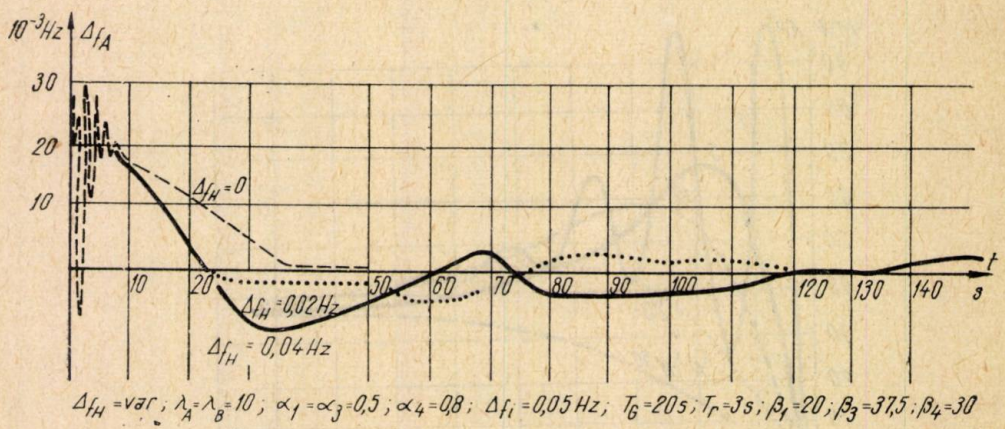


Fig. 10

Se observă că valorile luate de indicii criteriali variază mult în afara zonei optime, chiar dacă raportul $\frac{\alpha}{\lambda}$ al acestor parametri este constant (de exemplu $\frac{\alpha}{\lambda} = \frac{0,1}{1} = \frac{0,5}{5} = \frac{1}{10}$, punctele A, B, C din fig. 11).

Zona parametrilor α şi λ pentru care calitatea reglajului este optimă conform criteriilor alese este

$$\alpha = 0,3 \div 0,75 \quad \text{şi} \quad \lambda = 10 \div 20.$$

În interiorul acestei zone, calitatea reglajului variază puţin.

Rolul stabilizator al termenului proporţional β se observă din variaţia indicilor integrali de calitate, care în absenţa acestui termen ($\beta_1 = \beta_3 = 0$) iau valori foarte mari şi care prezintă un minim în domeniul $\beta_1 = \beta_3 = 20 - 40$, pentru a creşte apoi din nou, datorită amplificării oscilaţiilor care solicită excesiv centralele termice (fig. 12). Se observă că, pentru valori mici ale parametrului λ, calitatea reglajului poate fi îmbunătăţită întrucîtva prin mărirea termenului proporţional. Datorită caracteristicii centralei hidroelectrice de a se încărca mai lent decît cea termică, apare utilă alegerea unei valori puţin mai mari pentru coeficientul

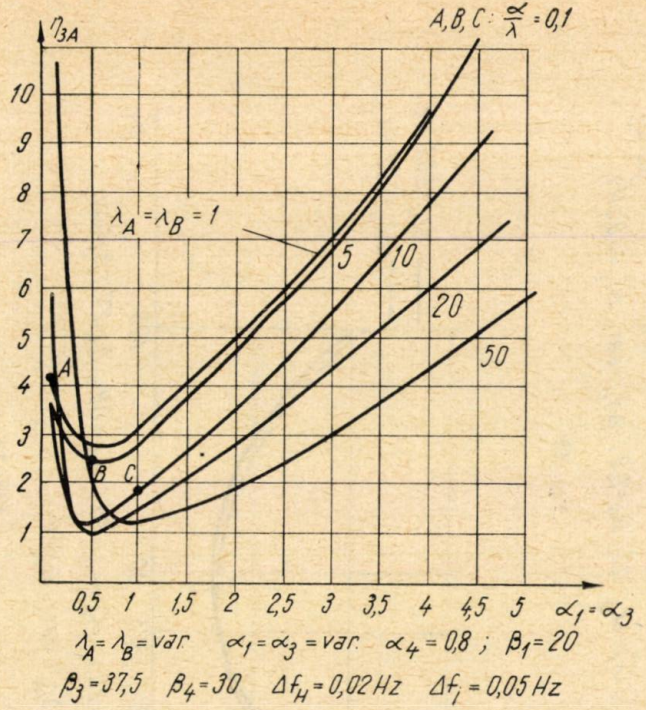


Fig. 11 *a*

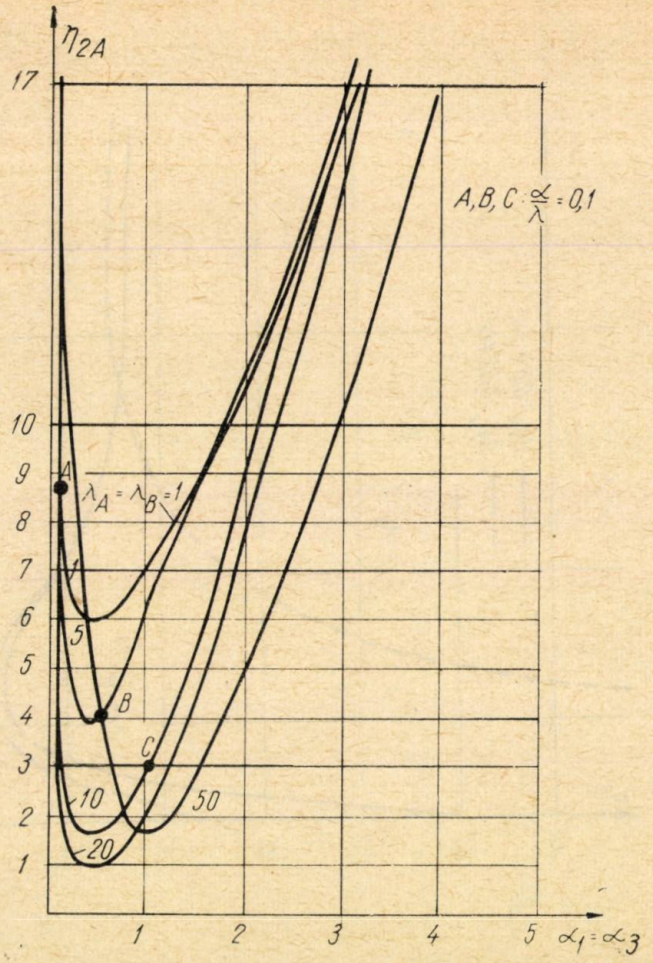
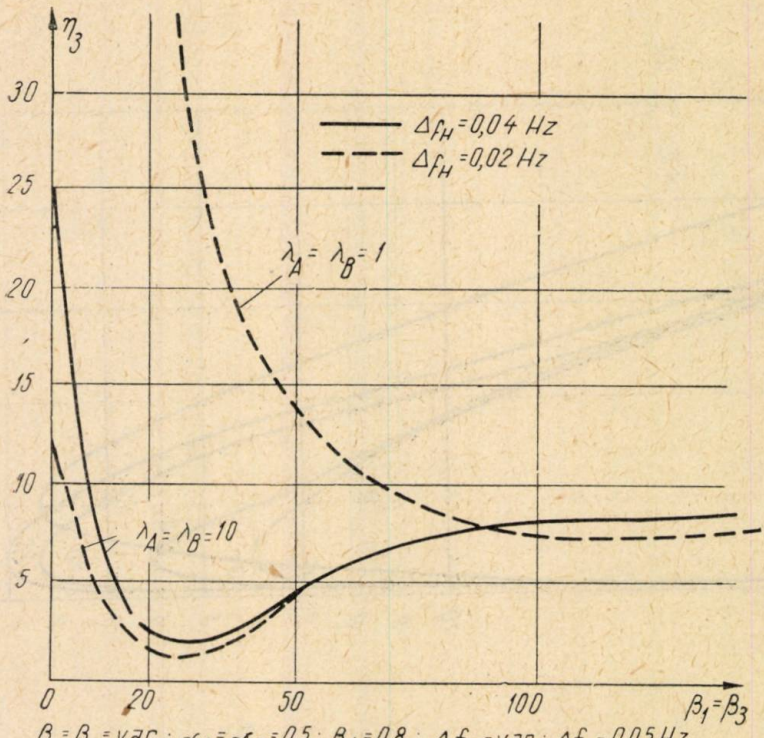
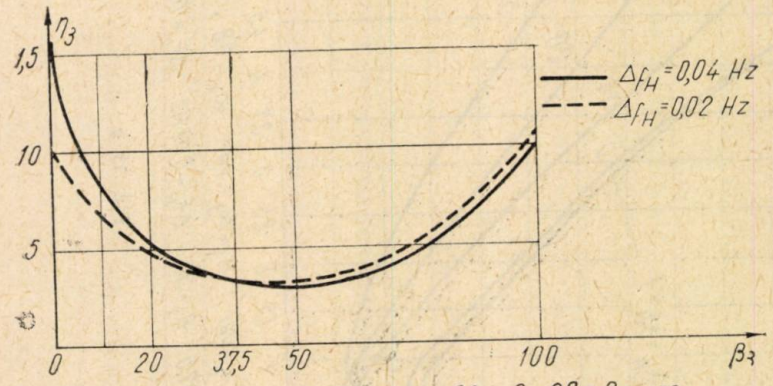


Fig. 11 *b*



$\beta_1=\beta_3=var.$; $\alpha_1=\alpha_3=0{,}5$; $\beta_4=0{,}8$; $\Delta f_H=var.$; $\Delta f_l=0{,}05$ Hz

Fig. 12



$\lambda_A=5$; $\lambda_B=20$; $\alpha_1=\alpha_3=0{,}5$; $\alpha_4=08$; $\beta_1=20$; $\beta_3=var.$
$\beta_4=30$; $\Delta f_H=var.$; $\Delta f_l=0$

Fig. 13

termenului proporțional β_3 corespunzător centralei hidroelectrice decît pentru β_1 (fig. 13).

Mărimea jocurilor tahimetrului și servomotorului variator ale regulatoarelor de viteză ale centralelor ce participă la reglajul secundar influențează în mică măsură calitatea reglajului, după cum rezultă din figurile 12 și 13. Se observă că, în limitele uzuale de variație a acestor jocuri, reducerea lor îmbunătățește calitatea reglajului numai în apropierea limitelor de stabilitate (valori mari ale parametrului α sau valori mici ale parametrului β), dar în apropierea valorilor optime nu prezintă importanță mare pentru calitatea reglajului.

Pentru reducerea eforturilor de reglaj ale centralelor reglante s-a încercat introducerea unui prag de desensibilizare la elaborarea termenilor de reglaj integral și proporțional (10 și 32 din fig. 2). Rezultatele obținute pe model au arătat că aceste praguri reduc fluctuațiile puterii centralelor reglante, însă aceasta numai în afara zonei optime a parametrilor reglajului secundar. În interiorul acestei zone optime, cîștigul este cu totul neînsemnat.

CONCLUZII

Din încercările efectuate pe model a rezultat că există o zonă destul de întinsă a valorilor parametrilor reglajului secundar care duc la performanțe optime ale sistemului de reglaj la perturbații statistice; aceasta se suprapune practic pe zona valorilor optime, stabilită cu ajutorul perturbațiilor de tip treaptă.

Analizînd efectele neliniarităților regulatoarelor de viteză, se poate constata că zona optimului nu se deplasează, îngustîndu-se numai, deoarece neliniaritățile înrăutățesc mai mult calitatea reglajului la marginile și în afara zonei de optim.

Modelarea mai mult sau mai puțin exactă a caracteristicilor dinamice ale centralelor, precum și modificarea parametrilor acestor caracteristici, nu modifică sensul concluziilor privind influențele parametrilor reglajului secundar și valorile lor optime.

Urmărind interdependența influențelor variației diferiților parametri ai reglajului, s-a observat că, deși efectele lor pot fi compensate reciproc, nu se obțin totuși în acest fel performanțe similare cu cele obținute în situația în care toți parametrii se află în zona lor optimă.

Analizîndu-se criteriile de calitate ale reglajului, s-a dovedit că criteriul modulului erorii de încărcare [2] este ușor de aplicat în studiul pe modele și duce la rezultate ce concordă cu cerințele puse de practică; de asemenea metoda folosirii perturbațiilor echivalente cu variațiile reale ale sarcinilor s-a dovedit eficace în studiul analogic al efectelor acestor perturbații.

Primit la redacție la 22 aprilie 1965.

ANEXĂ

Tabelă de notații și valori ale mărimilor și parametrilor utilizați

Mărime (notație)	Valoare	Unitate	Denumire
P_{NA}	2 000	MW	— puterea nominală a sistemului *A*
P_{NB}	20 000	MW	— puterea nominală a sistemului *B*
M_A	12	s	— timpul de lansare al sistemului *A*
M_B	15	s	— idem al sistemului *B*
D_A, D_B	1	—	— coeficientul de autoreglaj al sarcinii sistemului *A* (respectiv *B*)
T_S	157	s^{-1}	— amplitudinea relativă a puterii sincronizate
D_s	30	—	— coeficient de amortizare a puterii de sincronizare
m_1, m_4	2	s	— dozajul accelerometric al regulatorului de viteză al grupului *1*, *4*
τ_1'	0,2	s	— timpul caracteristic al promptitudinii regulatorului de viteză *1*; idem *2*, *3*, *4*
δ_1	0,05		— statismul permanent al grupului *1*
δ_2	0,16		— idem grupul *2*
δ_3, δ_4	0,05		— idem grupul *3* și *4*
δ_5	0,16		— idem grupul *5*
T_r	3—10	s	— constanta de timp asociată reacției elastice la centrala hidroelectrică *3*
σ	0,4		— statismul tranzitoriu al regulatorului de viteză al grupului *3*
T_{T1}, T_{T4}	0,5	s	— constanta de timp a instalațiilor termoenergetice din centrala *1*, *4*
T_G	20	s	— constanta de timp globală a instalațiilor termoenergetice din centrala *1*
T_W	12	s	— timpul caracteristic al loviturii de berbec
K_A	12		— energia reglantă primară a sistemului *A* (respectiv *B*)
r_1	150	s	— coeficient al acțiunii prin integrare al servomotorului variator *1*, *3*, *4*

BIBLIOGRAFIE

1. V. M. Popov, N. Tătaru, M. Băjenescu, *Calculatorul analogic neliniar MECAN—II*. St. cerc. energ., A, *2*, 291 (1963).
2. E. Arie, M. Pomîrleanu, *Căi de evaluare a performanțelor reglajului automat frecvență-putere în sisteme electroenergetice*. St. cerc. energ. electrotehnică nr. 2/965.
3. F. Cahen, A. Chevalier, *Le réglage puissance-phase*. Bul S.F.E. XII, oct. (1953).
4. L. V. Kirchmayer, *Economic control of interconected systems*. J. Wiley Sons, N. Y, 1959.
5. I. P. Profos, *L'étude dynamique du réglage de la pression et du feu dans les chaudières à vapeurs*. Revue Technique Sulzer *4* (1955).
6. P. Nicolae, *Influența centralelor termoelectrice asupra reglajului frecvenței în sisteme electroenergetice*. St. cerc energ. *2* (1963).
7. E. Arie, *Studiul experimental al fluctuațiilor sarcinii cu aplicații la calculul fluctuațiilor puterii de schimb și la determinarea experimentală a caracteristicilor dinamice ale unui sistem electroenergetic*, St. cerc. energ. — Seria A XIII, *1*, 33—50 (1963).
8. D. Winkler, *Untersuchung verschiedener Verfahren für die Regelung des Druckes von Dampferzeugern*. Regelungstechnik, **11**, *6*, 253—261 (1963).

ASUPRA FUNCȚIONĂRII MODULATORULUI MAGNETIC ÎN REGIM DE RELEU

DE

NICOLAE V. BOȚAN și ION BEJAN

Institutul politehnic, Iași

621.396.21 : 621.618.5

În lucrare se prezintă cercetările experimentale efectuate asupra unui modulator de frecvență utilizat în regim de releu; astfel se examinează caracteristica de ieșire a modulatorului pentru cazul în care variabila este fie curentul de comandă, fie curentul de excitație, fie frecvența tensiunii alternative, fie capacitatea condensatorului conectat în paralel la bornele circuitului de sarcină.

Se știe că în cazul releelor magnetice fără contacte mărimea de ieșire nu își schimbă faza (sensul) la schimbarea polarității semnalului de intrare [1÷6]. Acest fapt constituie un dezavantaj în cazul funcționării acestor relee în scheme cu montaj în cascadă, cînd mărimea de ieșire a unui releu constituie mărimea de intrare pentru releul următor.

Pentru înlăturarea acestui neajuns, literatura de specialitate recomandă utilizarea unor scheme complexe de montaj, cum ar fi de exemplu montajele în contratimp [1], [2], care complică și scumpesc instalațiile respective.

Pornind de la această situație, ne-am propus să înlăturăm neajunsul amintit prin obținerea regimului de releu al modulatorului magnetic. La aceasta ne-a condus faptul că modulatorul magnetic cu ieșire la frecvență dublă se bucură de proprietatea că faza mărimii de ieșire a acestuia se inversează la schimbarea polarității semnalului de intrare (continuu); în plus, faza mărimii de ieșire este determinată de faza cîmpului de excitație (alternativ). În afară de aceasta, în cazul modulatorului magnetic, la mersul în gol, mărimea de ieșire este zero, ceea ce poate constitui un avantaj pe care releele magnetice fără contacte obișnuite nu-l pot oferi [7÷9].

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 3 p. 739–752 București 1965

Trecerea modulatorului magnetic în regim de releu s-a obținut prin crearea condițiilor de apariție a fenomenului de ferorezonanță în circuitul de ieșire al modulatorului. În funcție de valoarea inductanței echivalente a circuitului de ieșire, se poate determina capacitatea corespunzătoare astfel, încît fenomenul de ferorezonanță să se declanșeze pentru armonica de ordinul doi. De altfel metoda este cunoscută pentru cazul obținerii regimului de releu ferorezonant al amplificatorului magnetic fără reacție. Este de menționat și faptul că în literatura de specialitate se citează cazul utilizării modulatoarelor magnetice pentru obținerea unor relee sensibile la fază, fără însă ca regimul de releu să fie obținut pe seama modulatorului [2].

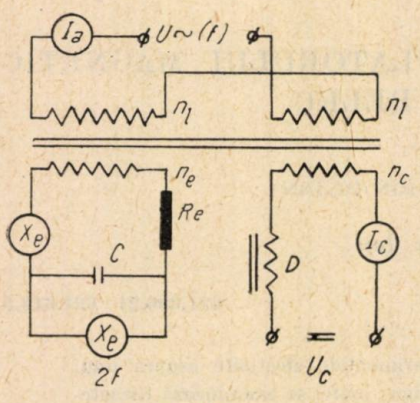


Fig. 1. — Schema folosită pentru încercări experimentale.

Schema de montaj utilizată este indicată în figura 1. Pentru o capacitate dată C, legată în înfășurarea de ieșire n_e, fenomenul de ferorezonanță se poate obține la anumite valori ale permeabilității magnetice și anumite valori ale frecvenței curentului alternativ de excitație I_a ce străbate înfășurările n_1.

Ținînd seama de acestea, rezultă următoarele posibilități de a comanda regimul de releu al modulatorului magnetic :

1. Comandă prin cîmpul staționar (curentul continuu) ($x_i = I_c$, $I_a = I_p$);
2. Comandă prin valoarea curentului alternativ de frecvență f ($x_i = I_a$, $I_c = I_p$);
3. Comandă prin valoarea frecvenței cîmpului alternativ (de frecvență f) ($x_i = f$, $I_c = I_p$);
4. Comandă prin valoarea capacității C ($x_i = C$, $I_c = I_p$).

Toate încercările au fost făcute pe un modulator magnetic din mumetal, ale cărui caracteristici sînt indicate în anexă. Pentru toate cazurile menționate valoarea capacității a fost menținută aceeași $C = 2\ \mu$ F.

Încercările experimentale au urmărit modificarea principalilor parametri ce caracterizează funcționarea în regim de releu a modulatorului magnetic și anume : caracteristica de intrare-ieșire, mărimile critice de intrare (x_{ia}-anclanșare, x_{id}-declanșare), coeficientul de revenire ($x_{id}/x_{ia} = K_r$), coeficientul de amplificare (K_p), coeficientul de multiplicitate (K_m) și alții, funcție de diferiți parametri.

1. COMANDA PRIN CÎMP STAȚIONAR

În acest caz, faza mărimii de ieșire (x_e), tensiunea sau curentul de frecvență dublă, pentru o anumită fază a curentului (cîmpului) de excitație depinde de polaritatea curentului (cîmpului) staționar. Men-

ţinînd constante capacitatea şi frecvenţa cîmpului de excitaţie s-au determinat limitele de variaţie ale curenţilor staţionar (I_c) şi de excitaţie (I_a) pentru care modulatorul funcţionează în regim de releu. Procedîndu-se în acest fel, s-a stabilit că modulatorul magnetic funcţionînd în regim de releu prezintă două tipuri distincte de caracteristici intrare-ieşire : cu zonă de insensibilitate de genul doi şi buclă de revenire (fig. 2) şi cu

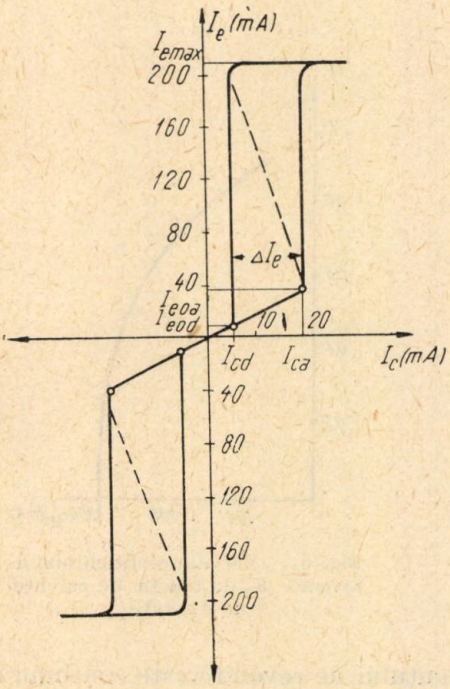


Fig. 2. — Caracteristica intrare-ieşire a releului cu zonă de insensibilitate şi buclă de revenire.

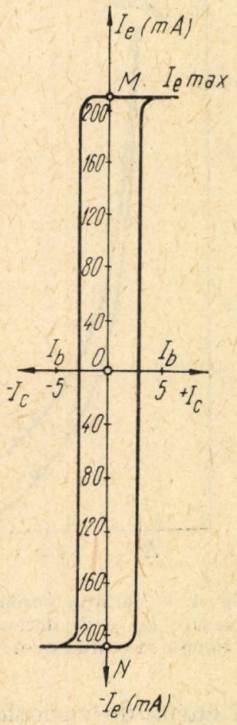


Fig. 3. — Caracteristica intrare-ieşire a releului cu buclă de revenire.

buclă de revenire (fig. 3) [10]. În ambele cazuri mărimea de ieşire $x_e = I_e$ îşi inversează faza. Dacă este necesar ca mărimea de ieşire să se obţină în curent continuu, prin folosirea unui discriminator de fază, la schimbarea polarităţii semnalului de intrare se inversează polaritatea semnalului de ieşire.

a) Încercările experimentale au arătat că în cazul caracteristicilor pe primul tip, valorile curenţilor de anclanşare şi de declanşare (fig. 2) depind de valorile cîmpului alternativ de excitaţie. În figura 4 sînt reprezentate valorile curenţilor de anclanşare şi de declanşare în funcţie de curentul de excitaţie I_a. Din figură rezultă că indiferent de valoarea cîmpului de excitaţie, lăţimea buclei rămîne practic aceeaşi. Se constată

de asemenea că atît valoarea curentului de anclanșare, cît și a celui de declanșare scad cu creșterea cîmpului de excitație. Acest lucru rezultă și mai clar din curba de variație a coeficientului de revenire (K_r) în funcție de curentul de excitație (fig. 5). Se vede că spre deosebire de releele magnetice fără contacte de tipul cu reacție, la care coeficientul de revenire în funcție de cîmpul de excitație prezintă un maxim [3], în cazul

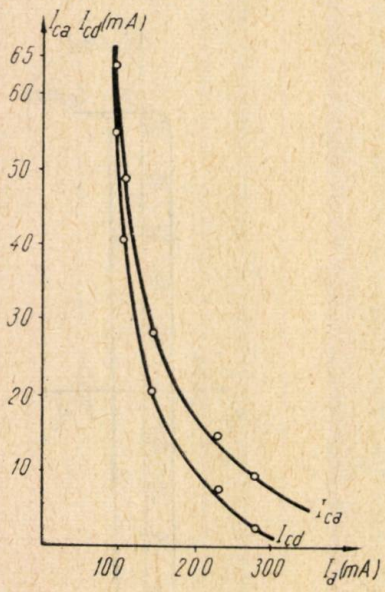


Fig. 4. — Variația curenților de anclanșare I_{ca} și de declanșare I_{ed} în funcție de curentul de excitație.

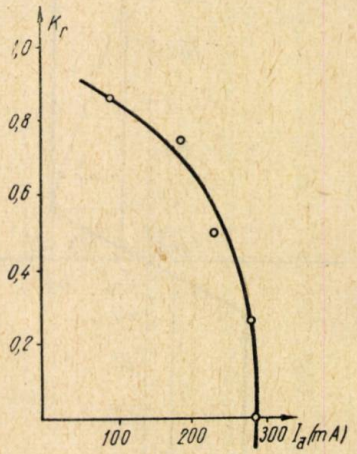


Fig. 5. — Variația coeficientului de revenire K_r în funcție de curentul de excitație.

de față curba de variație a coeficientului de revenire este continuu căzătoare.

Definind coeficientul de multiplicitate

$$K_m = \frac{I_{emax}}{I_{eomed}}$$

unde I_{emax} este valoarea maximă a curentului de ieșire, iar

$$I_{eomed} = \frac{I_{eca} + I_{ecd}}{2},$$

conform notațiilor din figura 2, în figura 6 s-a trasat variația acestui coeficient funcție de curentul de excitație (I_a). Se observă că, cu creșterea curentului de excitație, coeficientul de multiplicitate crește, ceea ce face ca funcționarea în regim de releu să fie mai corespunzătoare.

Neconcordanța dintre modul de variație a coeficientului de revenire (fig. 5) și a coeficientului de multiplicitate (fig. 6) în funcție de curentul de excitație, duce la concluzia că siguranța de funcționare a releului (pentru K_r redus) se obține în dauna unui regim convenabil de releu, deoarece valoarea coeficientului K_m, în acest caz, este mică.

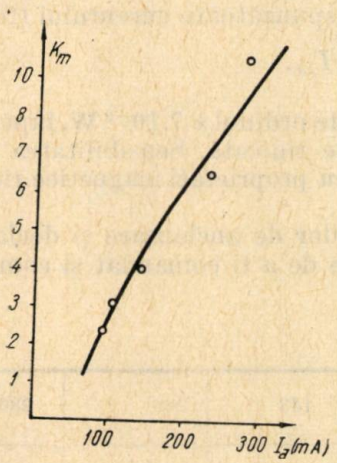


Fig. 6. — Variația coeficientului de multiplicitate K_m în funcție de curentul de excitație.

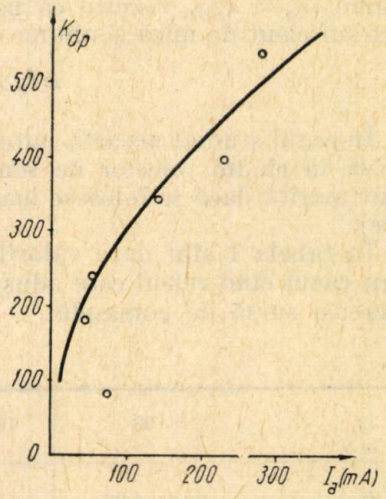


Fig. 7. — Variația coeficientului dinamic de amplificare după putere K_{dp} în funcție de curentul de excitație, pentru primul tip de caracteristică.

Menționăm că în toate cazurile în care intră în discuție mărimea de ieșire, aceasta s-a considerat constantă pentru orice valoare a cîmpului de excitație; nu s-au luat în seamă variațiile neînsemnate ale acesteia în limitele de variație ale cîmpului de excitație între care s-a lucrat.

Pentru a pune în evidență posibilitățile releului legate de puterile ce intră în joc în timpul anclanșării și declanșării, au fost calculați coeficienții dinamici de amplificare după putere :

$$K_{dp} = \frac{\Delta P_e}{\Delta P_c} = \frac{\Delta I_{e_2}^2}{\Delta I_c} \cdot \frac{R_e}{R_c},$$

unde P_c este variația puterii la intrare pentru care releul anclanșează, respectiv declanșează, iar P_e este variația corespunzătoare a puterii la ieșire (la bornele rezistenței de sarcină R_e).

În figura 7 este reprezentată curba de variație a coeficientului dinamic de amplificare după putere (K_{dp}) în funcție de curentul alternativ de excitație (I_a), pentru o anumită valoare a rezistenței de sarcină R_e.

Se observă că, cu creșterea curentului de excitație, coeficientul de amplificare K_{dp} crește. Deoarece în lucrare nu s-au urmărit condițiile de funcționare ale releului în vederea obținerii unui coeficient de amplifi-

care optim, valoarea rezistenței de sarcină R_e nu a fost stabilită în funcție de acest criteriu. Prin alegerea potrivită a rezistenței de sarcină și a înfășurării de intrare, se pot obține valori mărite ale coeficientului de amplificare K_{dp}.

Dacă se ține seama că releul poate fi adus în starea de a fi comandat (anclanșat — declanșat) cu ajutorul unei alte surse de polarizare de curent continuu ($I_p \approx I_{cd}$), rezultă că pentru comanda releului este necesară o putere suficient de mică și anume cea corespunzătoare curentului (fig. 2):

$$\Delta I_c = I_{ca} - I_{cd}.$$

În cazul studiat această putere este de ordinul a 7.10^{-3} W, fapt care-l situează în rîndul releelor de sensibilitate ridicată. Sensibilitatea poate fi mult mărită dacă se folosesc materiale cu proprietăți magnetice ridicate (ferite).

În tabela 1 sînt date valorile puterilor de anclanșare și declanșare pentru cazul cînd releul este adus în stare de a fi comandat și comandat cu aceeași sursă de comandă.

Tabela 1

I_a mA	93	105	143	230	280
H_a Oe	4,00	4,50	6,15	9,85	12,00
P_{ca} W	0,41	0,24	0,081	0,0225	0,009
P_{cd} W	0,3	0,168	0,044	0,0056	0,00062

b) După cum s-a arătat, pentru valori ridicate ale cîmpului de excitație, releul trece într-o stare de funcționare care-i imprimă o caracteristică ca aceea din figura 3. Pentru un curent de intrare $I_c = 0$, mărimea de ieșire $I_e = 0$ (punctul 0). Pentru $I_c = +I_b$, curentul de ieșire sare la valoarea maximă $I_e = I_{emax}$. Suprimînd mărimea de intrare ($I_b = 0$), datorită reacției introduse prin capacitate, mărimea de ieșire trece ca valoare și fază la cea corespunzătoare punctului M. Pentru un curent de intrare $I_c = -I_b$ mărimea de ieșire basculează și pentru $I_b = 0$ ia valoarea și faza corespunzătoare punctului N. Pentru variații ale curentului de intrare de la $+I_b$ la $-I_b$, funcționarea releului are loc după o buclă de forma celei din figura 3, cu reținerea polarității.

Pentru a pune în evidență posibilitățile releului magnetic fără contacte funcționînd după o asemenea caracteristică, în figura 8 s-a reprezentat variația curentului de basculare I_b, iar în figura 9 variația coeficientului dinamic de amplificare după putere (K_{dp}), în funcție de curentul de excitație (I_a).

După cum rezultă din figura 8, deşi în limite înguste, curentul de basculare variază în funcţie de excitaţie, fapt care permite ca prin alegerea convenabilă a curentului de excitaţie să se obţină curentul de basculare dorit. Cît priveşte variaţia puterii de basculare, forma curbei va fi aceeaşi pentru aceeaşi valoare a rezistenţei înfăşurării de intrare.

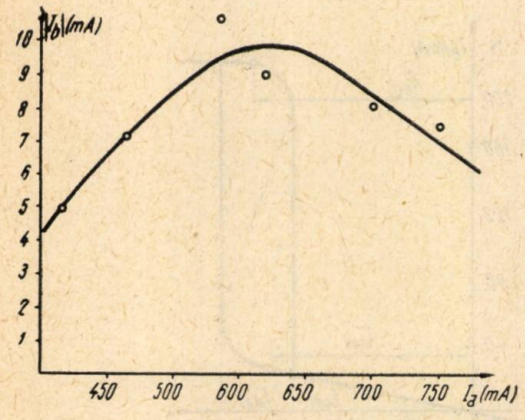


Fig. 8. — Variaţia curentului de basculare în funcţie de curentul de excitaţie.

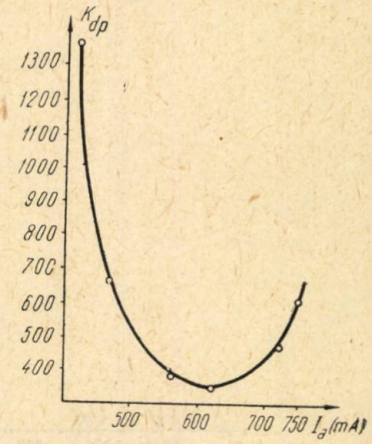


Fig. 9. — Variaţia coeficientului dinamic de amplificare în funcţie de curentul de excitaţie, pentru al doilea tip de caracteristică.

Din figura 9 rezultă că coeficientul de amplificare dinamică (K_{dp}) depinde în mare măsură de curentul de excitaţie, curba de variaţie prezentînd un minim la o anumită valoare a curentului de excitaţie.

Menţionăm că cu ocazia încercărilor efectuate la valori ale cîmpului de excitaţie intermediare celor corespunzătoare caracteristicilor de releu de tipul celor din figura 2 şi de tipul celor din figura 3, caracteristicile obţinute sînt de tipul celor din figura 3, dar fără reţinerea polarităţii (pentru $I_b = 0$, $I_e = 0$).

2. COMANDA PRIN VALOAREA CURENTULUI ALTERNATIV DE FRECVENŢĂ *f*

Se ştie că, în cazul modulatorului magnetic, inductanţa circuitului poate fi variată şi prin curentul alternativ (cîmpul alternativ) de excitaţie I_a (H_a).

Pentru aceeaşi valoare a capacităţii şi o magnetizare dată în curent continuu, modulatorul trece în regim de releu pentru anumite valori ale cîmpului de excitaţie. În acest caz curentul continuu serveşte ca curent de polarizare, pentru a se stabili după dorinţă, în mod determinat, faza mărimii de ieşire. Pentru aceeaşi polaritate a cîmpului continuu faza mărimii de ieşire depinde de faza mărimii de intrare ($x_i = I_a$). În figura 10 este reprezentată caracteristica intrare-ieşire a releului obţinută în condiţiile arătate pentru un anumit curent de polarizare.

Se observă că pentru $I_a = 0$ mărimea de ieșire I_e (curentul de frecvență dublă) este de asemenea nulă. La creșterea curentului de intrare (respectiv a tensiunii de alimentare) pentru anumită valoare a acestuia (I_{aai}) se declanșează fenomenul de ferorezonanță pentru armonica de ordinul doi, ceea ce duce la creșterea în salt a mărimii de ieșire. Datorită

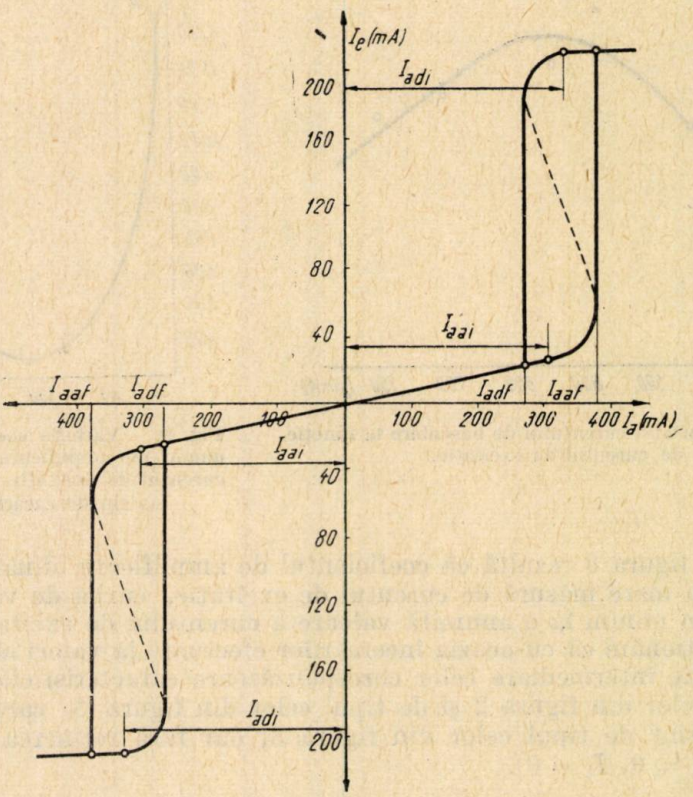


Fig. 10. — Caracteristica intrare-ieșire în cazul comenzii prin curentul alternativ.

modificării reactanței corespunzătoare a armonicilor pare, are loc și o creștere a curentului de intrare de la valoarea I_{aai} (curentul de intrare inițial la anclanșare) pînă la valoarea I_{aaf} (curentul de intrare final la anclanșare). Pentru valori mai mari ale curentului de intrare, valoarea curentului de ieșire rămîne practic neschimbată.

La micșorarea curentului de intrare, pentru o valoare a acestuia I_{adi} (curentul de intrare inițial de declanșare), fenomenul de ferorezonanță dispare, ceea ce face ca mărimea de ieșire să scadă brusc la valoarea minimă, cînd curentul de intrare ia valoarea I_{adf} (curent de intrare final de declanșare).

În figurile 11 și 12 sînt reprezentate variațiile curenților inițiali și finali de anclanșare (figura 11), respectiv de declanșare (figura 12), în funcție de curentul de polarizare.

Din examinarea figurilor rezultă că, cu creșterea curentului continuu de polarizare, curenții de anclanșare și declanșare, atît inițiali cît

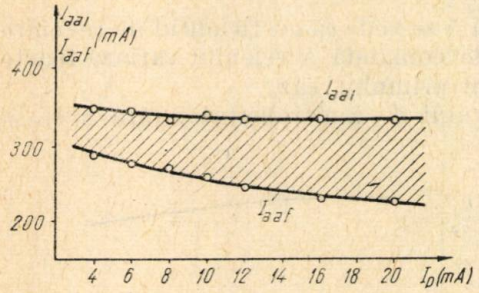


Fig. 11. — Curenții inițiali și finali de anclanșare în funcție de curentul de polarizare, la comanda prin curent alternativ.

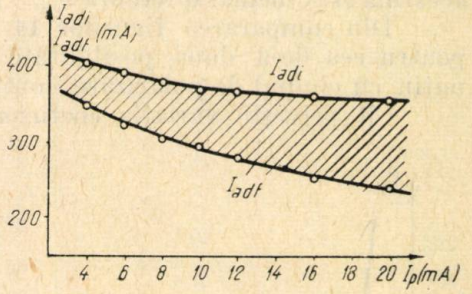


Fig. 12. — Curenții inițiali și finali de declanșare în funcție de curentul de polarizare, la comanda prin curent alternativ.

și cei finali scad. Se observă, de asemenea, că zona de funcționare la anclanșare și declanșare (porțiunile hașurate) se lărgește cu creșterea curentului de polarizare.

Pentru a defini coeficientul dinamic de amplificare după putere, în acest caz de funcționare ca releu, ținem seama că fenomenul de ferorezonanță, pentru care modulatorul funcționează în regim de releu, este menținut numai în limitele inițiale de variație a mărimii de intrare cuprinse între I_{aai} și I_{adi}.

În acest caz coeficientul de amplificare dinamică după putere se definește prin raportul

$$K_{dpi} = \frac{\Delta P_e}{\Delta P_a} = \frac{\Delta I_e^2}{\Delta I_a^2} \cdot \frac{R_e}{R_a} \tag{1}$$

unde : $I_a = I_{adi} - I_{aai}$, iar $I_e = I_{emax} - I_{e0}$ (figura 10).

În figura 13 s-a reprezentat variația coeficientului K_{dpi} în funcție de curentul de polarizare.

Se observă că, din punct de vedere al amplificării după putere, deci al sensibilității, este convenabil să se lucreze la valori reduse ale cîmpului de polarizare. Legat de aceasta, atragem atenția că atunci cînd interesează ca faza mărimii de ieșire să fie determinată, se impune ca cîmpul de polarizare să aibă o valoare mai ridicată.

Din încercările experimentale a rezultat că cîmpul de polarizare prin care se determină în mod sigur faza mărimii de ieșire, în cazul modulatorului folosit, este aproximativ de trei ori valoarea cîmpului corespunzător permeabilității maxime, ridicată pentru $H_c = 0$.

Cît privește coeficientul de revenire (K_r), a cărui variație în funcție de curentul de polarizare este reprezentată în figura 14, pentru acest caz

a fost determinat luîndu-se în considerație valorile finale ale curentului de anclanșare și de declanșare : $K_r = \frac{I_{adf}}{I_{aaf}}$.

Acest coeficient a fost definit astfel, deoarece pentru o anume stare a releului (anclanșare sau declanșare) variația necesară pentru comanda acestuia este tocmai diferența $I_{aaf} - I_{adf}$.

Din compararea figurilor 14 și 5 se vede că coeficientul de revenire pentru cea de-a doua posibilitate de comandă a releului variază foarte puțin cu cîmpul de polarizare, contrar primului caz.

Cît privește variația coeficientului de multiplicitate, fără a trasa

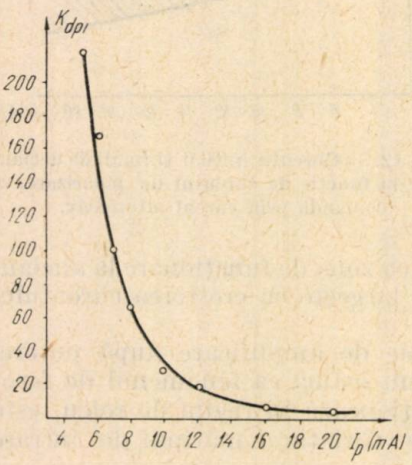


Fig. 13. — Variația coeficientului de amplificare după putere, în funcție de curentul de polarizare, la comanda prin curent alternativ.

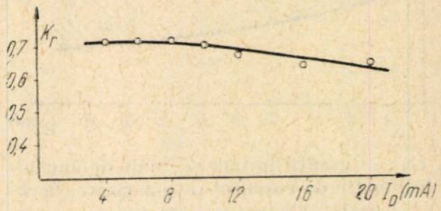


Fig. 14. — Variația coeficientului de revenire în cazul comenzii prin curentul alternativ.

curbele de variație, se precizează că acesta scade cu creșterea cîmpului alternativ.

3. COMANDĂ PRIN VARIAȚIA FRECVENȚEI CÎMPULUI ALTERNATIV

Ținînd seama că regimul de releu magnetic se obține prin declanșarea fenomenului de ferorezonanță pentru armonica de ordin doi, deci pentru care este valabilă relația generală

$$LC(2\omega)^2 = 1 \qquad (2)$$

unde ω este pulsația cîmpului de excitație, rezultă că prin variația frecvenței acestui cîmp se poate obține comanda releului.

În acest caz cîmpul continuu servește drept cîmp de polarizare cu ajutorul căreia se determină în mod sigur faza mărimii de ieșire iar cîmpul de excitație este cîmpul pe seama căruia se realizează amplificarea. Menținînd deci capacitatea și valoarea cîmpului continuu de polarizare constante și variind frecvența, pentru fiecare valoare a frecvenței se obține un anumit cîmp de excitație pentru care releul magnetic anclanșează și

altul pentru care declanşează. În această situaţie, pentru orice valoare a frecvenţei, caracteristica intrare-ieşire va fi de forma din figura 10, cu menţiunea că valorile mărimilor ce intră în joc diferă de la o valoare a frecvenţei la alta.

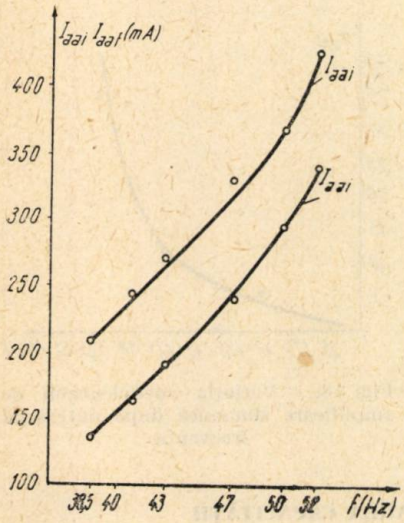


Fig. 15. — Curenţii iniţiali şi finali de anclanşare, la comanda prin frecvenţa curentului alternativ.

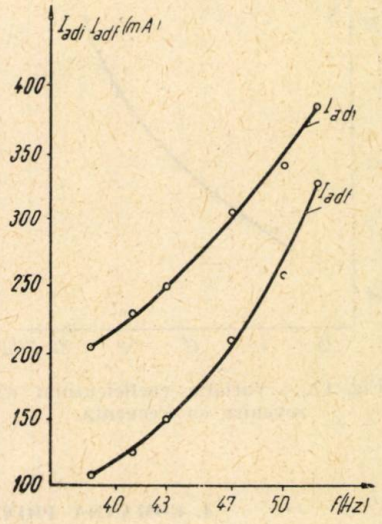


Fig. 16. — Curenţii iniţiali şi finali de declanşare la comanda prin frecvenţa curentului alternativ.

În figurile 15 şi 16 sînt reprezentate curbele de variaţie ale curenţilor de anclanşare şi declanşare. Ca şi în cazul comenzii prin cîmpul alternativ de excitaţie şi în acest caz avem de a face cu două valori ale acestor curenţi : iniţiale şi finale.

După cum se observă, curenţii de anclanşare şi declanşare, atît cei iniţiali cît şi cei finali, cresc o dată cu frecvenţa. Deoarece condiţia de ferorezonanţă este dependentă de patratul frecvenţei cîmpului de excitaţie, aşa cum rezultă şi din cele două figuri, releul magnetic este foarte sensibil la variaţia frecvenţei.

În figura 17 s-a reprezentat variaţia coeficientului de revenire în funcţie de frecvenţă, definit ca şi în cazul precedent după valorile finale ale curenţilor de anclanşare şi declanşare. Se observă că, cu creşterea frecvenţei, coeficientul de revenire creşte de asemenea, ceea ce duce la o micşorare a siguranţei de funcţionare a releului.

Coeficientul dinamic de amplificare a fost definit ţinînd seama de aceleaşi consideraţii ca şi în cazul precedent, pe baza relaţiei (1). Variaţia acestui coeficient în funcţie de frecvenţă (figura 18), arată că, cu creşterea frecvenţei, creşte şi coeficientul dinamic de amplificare. Ţinînd

seama de concluziile la care conduce analiza curbelor din figurile 17 și 18, rezultă că alegerea frecvenței de lucru este determinată de scopul concret pentru care este folosit releul (fie siguranță ridicată de lucru, fie amplificare mare).

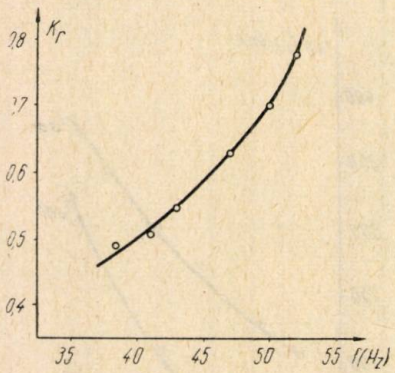


Fig. 17. — Variația coeficientului de revenire cu frecvența.

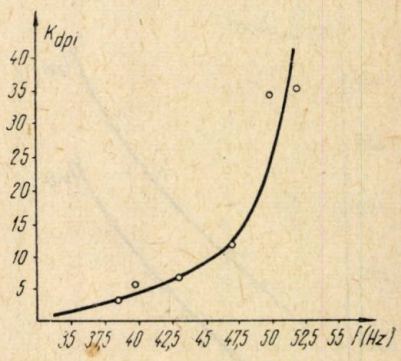


Fig. 18. — Variația coeficientului de amplificare dinamică după putere cu frecvența.

4. COMANDA PRIN VALOAREA CAPACITĂȚII

După cum rezultă din relația (2), fenomenul de ferorezonanță poate fi declanșat și prin modificarea capacității C. Aceasta poate constitui o posibilitate de comandă a releului cu ajutorul traductoarelor parametrice de tip capacitiv. La atingerea unei anumite valori a mărimii controlate și traduse, capacitatea atinge valoarea necesară punerii în funcțiune a releului. Valoarea capacității traductorului este cu atît mai mică, cu cît frecvența cîmpului alternativ de excitație este mai mare.

În acest caz mărimea de intrare este capacitatea. Curentul continuu servește drept mărime de polarizare, cu ajutorul căreia se determină faza mărimii de ieșire. Caracteristicile ce se obțin în acest caz pot fi de forma celor din figura 2 sau din figura 3, în funcție de valoarea cîmpului de excitație cu care se lucrează. Valorile curenților de anclanșare și declanșare se modifică și în acest caz după curbele de forma celor reprezentate în figura 4.

CONCLUZII

Din cele arătate se desprind următoarele concluzii :

1. Prin alegerea corespunzătoare a parametrilor circuitului de ieșire a unui modulator magnetic, se poate obține trecerea acestuia în regim de releu folosind în acest scop fenomenul de ferorezonanță.

2. Date fiind proprietățile modulatorului magnetic, prin trecerea în regim de releu se pot obține caracteristici cu zonă de insensibilitate

de genul doi şi buclă de revenire şi caracteristică cu buclă de revenire.

3. Fenomenul de ferorezonanţă şi deci comandă releului magnetic se poate obţine prin variaţia următorilor parametri : a cîmpului continuu, a cîmpului alternativ, a frecvenţei cîmpului alternativ şi a capacităţii. Prin modificarea corespunzătoare a primilor trei parametri, se modifică şi faza mărimii de ieşire.

4. Parametrii caracteristici ai releului magnetic de tipul studiat variază după cum urmează :

a) În cazul comenzii prin cîmp continuu pentru releul cu zonă de insensibilitate de genul doi şi buclă de revenire, curenţii de anclanşare şi declanşare scad, coeficientul de revenire scade, iar coeficientul de multiplicitate şi de amplificare dinamică cresc cu creşterea cîmpului de excitaţie (figurile 4—7). În cazul releului cu buclă de revenire şi reţinerea polarităţii, curentul de basculare prezintă un maxim, iar coeficientul de amplificare dinamică prezintă un minim în funcţie de curentul de excitaţie (figurile 8—9).

b) În cazul comenzii prin cîmpul alternativ, curenţii de anclanşare şi declanşare (iniţiali şi finali), coeficientul de revenire precum şi coeficientul de amplificare dinamică după putere scad cu creşterea curentului continuu de polarizare (figurile 11—14).

c) În cazul comenzii prin frecvenţa cîmpului alternativ, curenţii de anclanşare şi declanşare (iniţiali şi finali), coeficientul de revenire, precum şi coeficientul de amplificare dinamică după putere cresc cu creşterea frecvenţei (figurile 15—18).

d) În cazul comenzii prin capacitate, pentru comanda releului cu ajutorul traductoarelor capacitive de valori mici, este necesar ca frecvenţa cîmpului alternativ să fie ridicată.

5. Tipul de releu magnetic studiat prezintă avantajul de a fi simplu de realizat, oferind numeroase posibilităţi pe care le au releele cunoscute cu sau fără contacte.

ANEXA

CARACTERISTICILE CONSTRUCTIVE ŞI MAGNETICE ALE MODULATORULUI MAGNETIC

Tole mumetal în formă de U[1]).

Dimensiunile geometrice (fig. A_1) sînt :

$$y_1 = y_3 = 2 \text{ cm},$$
$$h = 6 \text{ cm},$$
$$b = 2 \text{ cm},$$
$$y_2 = 1{,}95 \text{ cm}.$$

[1]) Ambalajul tolelor indică următoarele caracteristici : Mumetal, format UI 60, grosime 0,35 mm, $\mu_0 = 35\,000$ (permeabilitate iniţială).

1. Secțiunea circuitului magnetic :

$$S = k_c \cdot y_1 \cdot y_2 = 0{,}95 \cdot 2 \cdot 1{,}95 = 3{,}7 \text{ cm}^2.$$

2. Lungimea medie a liniei de forță :

$$l_c = 2\ (b + h + y_3 + 0{,}57\, y_1) = 22 \text{ cm}.$$

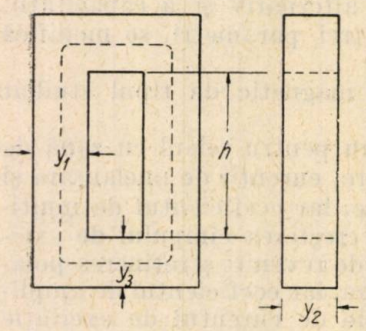


Fig. A_1

3. Volumul circuitului magnetic :

$$V = k_c \cdot S \cdot l_c = 0{,}95 \cdot 3{,}7 \cdot 22 = 77 \text{ cm}^3.$$

4. Înfășurările pe miezuri separate :

n_{11} = 750 spire cupru Ø 0,3 mm.

n_{12} = 550 spire cupru Ø 0,3 mm.

5. Înfășurările comune ambelor miezuri :

n_{21} = 1 400 spire cupru Ø 0,3 mm.

n_{22} = 1 600 spire cupru Ø 0,3 mm.

6. Cu ocazia încercărilor efectuate au fost folosite următoarele înfășurări :

n_1 = 750 spire,

n_c = 1 150 spire,

n_e = 1 400 spire.

Primit la redacție la 30 aprilie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. И. М. Тищенко, *Безконтактные магнитные реле*. Библиотека по автоматике. **39**, ГЕИ, М.—Л., 1961.
2. М. А. Розенблат, *Магнитные усилители*. 3-е изд., Изд. Советское радио, М., 1960.
3. I. Bejan, N. V. Boțan, *Asupra parametrilor caracteristici ai releelor magnetice fără contacte, funcționînd pe sarcini inductive*. Buletinul Inst. Pol. Iași, **VIII (XII)**, *3—4* (1962).
4. Г. Ф. Сторм, *Магнитные усилители*. Изд. иностранной литературы. Москва, 1957.
5. В. А. Гейжер, *Схемы магнитных усилителей*, ГЕИ, Москва, 1959.
6. G. Atrura, *Magnetic amplifier engineering*. Mc. Grow Hill Book Company Inc. New York, 1959.
7. I. I. Krineţki, *Calculul sistemelor automate neliniare*. Edit. tehnică, Bucureşti, 1964.

I. Theorghi

ACADEMICIAN PROFESOR ION S. GHEORGHIU
(CU OCAZIA ÎMPLINIRII A 80 DE ANI)

Cititorii revistei noastre cunosc desigur activitatea neobosită şi multilaterală depusă de academicianul I.S. Gheorghiu în serviciul ştiinţei şi al progresului social. Multora le este cunoscută activitatea de cercetare, ale cărei roade revista noastră şi alte reviste din ţară şi din străinătate le-au prezentat cititorilor. Alături de activitatea de cercetare ştiinţifică, academicianul I.S. Gheorghiu a depus o bogată activitate didactică şi tehnică, concretizată prin cristalizarea primei şcoli româneşti de maşini electrice şi prin contribuţia sa directă, la majoritatea lucrărilor legate de electrificarea ţării noastre.

Aniversarea a 80 de ani de viaţă este un binevenit prilej pentru a încerca să cuprindem, pe scurt, realizările care i-au adus un prestigiu maxim recunoscut şi să subliniem şi cu această ocazie preţuirea de care se bucură aceste realizări.

Născut în Bacău la 24 august 1885, academicianul I.S. Gheorghiu a urmat liceul la Bucureşti şi s-a înscris la Şcoala naţională de poduri şi şosele din Bucureşti, pe care a absolvit-o ca şef de promoţie în 1909, devenind inginer. A obţinut prin concurs bursa Adamachi a Academiei Române pentru a-şi continua studiile la Şcoala superioară de electricitate din Paris, pe care a absolvit-o ca fruntaş, obţinînd diploma de inginer electrician. Şi-a completat apoi studiile prin practica de un an pe care a făcut-o la fabrica de maşini electrice din Berlin a Societăţii AEG.

Întors în ţară la sfîrşitul anului 1911, şi-a început activitatea profesională ca inginer electrician la uzina şi instalaţiile electrice ale portului Constanţa, care era în plină construcţie, pentru a trece după un an la noua Societate de tramvaie din Bucureşti şi după un alt an în Direcţia generală a căilor ferate şi la Direcţia generală a construcţiilor de căi ferate, ca şef al serviciului de electrificare feroviară. Din 1925 pînă în 1943 a lucrat ca subdirector şi apoi ca director tehnic al Întreprinderii de electricitate a Municipiului Bucureşti.

În lunga sa activitate tehnică, profesorul şi inginerul I.S. Gheorghiu a proiectat, a executat şi a condus importante lucrări în domeniul energeticii şi electrotehnicii din ţara noastră.

În 1914 a întocmit anteproiectul uzinei hidroelectrice de la Dobreşti, care trebuia să producă energia electrică pentru electrificarea unei noi linii feroviare în cale simplă, de interes strategic, între Moroieni şi Sinaia,

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 3 p. 753–758 Bucureşti, 1965

cu un tunel de cîțiva kilometri la debușarea în Sinaia, linie a cărei construcție a fost părăsită în preajma intrării noastre în război, iar o dată cu ea și construcția proiectatei uzine hidroelectrice de la Dobrești. Uzina, construită mult mai tîrziu, în 1927—1929, de un grup străin, a avut același amplasament, același baraj la defileul Scropoasa, aceeași cădere și același lac de acumulare ca și cele prevăzute în proiectul românesc.

În cadrul Direcției generale a construcțiilor de căi ferate a întocmit proiectul de electrificare a liniei Ploiești-Brașov și un program general de electrificare a unor anumite linii de cale ferată din țară, susceptibile de a fi electrificate în condiții avantajoase și de bună rentabilitate.

Ca inginer, subdirector și director tehnic al Întreprinderii de electricitate a Municipiului București a proiectat și a realizat importante lucrări legate de alimentarea cu energie electrică a orașului și regiunii București, prin mărirea și transformarea Uzinei Filaret, prin extinderea și ameliorarea funcționării Uzinei Grozăvești, pentru care s-a prevăzut introducerea de cazane și turboalternatoare cu parametri înalți și de puteri mari pentru epoca la care au fost instalate, prin introducerea în oraș de cabluri subterane de 30 kV, prin construirea și echiparea stațiilor de transformare de 30—5 kV de la Obor, Filaret, Grivița și Titan, prin punerea în funcțiune a primei linii electrice de 110 kV din țară Dobrești-București, prin extinderea și modernizarea luminatului public, prin construirea unor linii extraurbane de 60 și 15 kV și, în sfîrșit, prin prima aducere a gazelor naturale din Transilvania în București. Prin aceste realizări, instalațiile electrice ale capitalei au cîștigat un nivel tehnic ridicat, fiind luate drept model de alte exploatări electrice din țară și au permis să se formeze un mare număr de specialiști, ingineri, tehnicieni și lucrători calificați, care au contribuit apoi, după război, la realizarea planului socialist de electrificare a țării.

În noiembrie 1948 a fost ales membru corespondent al Academiei R.P.R., iar în 1952 membru titular.

Între 1951 și 1956 a condus, ca director, Institutul de energetică al Academiei R.P.R.; din aprilie 1952 pînă în martie 1963 a fost președinte al Secției tehnice a Academiei R.P.R. și membru al Prezidiului, iar din decembrie 1957 pînă în martie 1963 a fost vicepreședinte al Academiei R.P.R.

Alegerea sa în funcția de președinte al Secției de științe tehnice a Academiei l-a determinat să renunțe în 1956 la conducerea Institutului de energetică. A rămas însă legat de institut, unde continuă să-și dezvolte, ca academician, activitatea sa științifică, fără a deține pentru aceasta vreo funcțiune în schema institutului.

Este decorat cu cele mai înalte ordine ale Republicii: de două ori cu Ordinul Muncii clasa I, iar în ianuarie 1961 cu Steaua Republicii clasa I.

În noiembrie 1962 a obținut titlul de om de știință emerit.

★

În perioada 1920—1929, inginerul I.S. Gheorghiu a fost și conferențiar la Facultatea de științe a Universității din București și și-a început

astfel activitatea didactică, iar pe data de 1 ianuarie 1921 a fost numit conferenţiar de maşini electrice la Politehnica nou înfiinţată din Bucureşti, ca urmaşă a fostei Şcoli naţionale de poduri şi şosele, iar la 1 iulie 1926 a fost numit, prin concurs, profesor definitiv de maşini electrice la aceeaşi politehnică, funcţie pe care a păstrat-o pînă la 2 octombrie 1962, cînd a devenit pensionar şi a fost numit totodată profesor consultant la Institutul politehnic Bucureşti.

Timp de peste 40 de ani a predat de la catedră cursul de maşini electrice, a condus proiectele, seminariile şi lucrările de laborator, desfăşurînd o continuă şi susţinută muncă pentru organizarea şi dotarea laboratorului de maşini electrice.

Aducînd în şcoală vasta sa experienţă, folosind rezultatele bogatei sale activităţi ştiinţifice, dotat cu un remarcabil talent pedagogic, îmbinat cu eleganţa şi claritatea expunerii, profesorul I.S. Gheorghiu a dus o largă acţiune de ridicare a elementelor tinere prin formarea a numeroase generaţii de ingineri electricieni şi pregătirea a numeroşi aspiranţi.

Cursul său, de înaltă ţinută ştiinţifică, la curent cu ultimele progrese ale teoriei şi construcţiei maşinilor electrice, a apărut, începînd chiar cu primul an de predare, în numeroase ediţii litografiate.

Ca primul profesor care a predat în ţara noastră un curs de maşini electrice la un nivel superior, profesorul I.S. Gheorghiu are meritul de a fi introdus în limba română numeroşi termeni tehnici în domeniul maşinilor electrice, adoptaţi şi făcînd astăzi parte din patrimoniul limbii române contemporane, ca : indus, inductor, întrefier, înfăşurare, crestătură, flux de scăpări, cap de bobină, scut de maşină, poli înecaţi, poli aparenţi etc.

Prin întreaga sa activitate tehnică, didactică şi ştiinţifică desfăşurată în cei peste 40 de ani de cînd activează în învăţămîntul superior în cadrul Politehnicii şi Institutului politehnic din Bucureşti, profesorul şi academicianul I.S. Gheorghiu a creat „şcoala de maşini electrice" din ţara noastră, care asigură patriei noastre cadre de ingineri electricieni necesari dezvoltării energetice a ţării.

Ca o sinteză a acestei activităţi didactice de peste 40 de ani, academicianul I.S. Gheorghiu a început după 1953 tipărirea unui mare tratat de *Maşini electrice* în mai multe volume şi, în acelaşi timp, a unei voluminoase culegeri de probleme industriale de maşini electrice, cu problemele de sine stătătoare, pentru uzul inginerilor din producţie sau din exploatare. De asemenea tratatul depăşeşte cu mult materialul care se predă în cadrul cursurilor de maşini electrice ale institutelor de învăţămînt tehnic superior.

Prin înalta sa ţinută ştiinţifică, prin nivelul înalt la care prezintă teoria maşinilor electrice, prin actualitatea temelor tratate, prin contribuţia nouă şi originală pe care autorul o aduce în unele părţi, prin aspectul ştiinţific original pe care îl prezintă în unele probleme, tratatul profesorului academician I.S. Gheorghiu ia caracterul unei lucrări ştiinţifice de deosebită valoare. Pentru acest tratat şi volumele de probleme de maşini electrice, academicianul profesor I.S. Gheorghiu a obţinut în 1962 Premiul de Stat al R.P.R.

★

Alături de activitatea sa didactică şi tehnică şi deseori în legătură cu ea, profesorul I.S. Gheorghiu a dezvoltat timp de peste o jumătate de secol, începînd din 1911, o vastă şi valoroasă activitate ştiinţifică în numeroase domenii ale electricităţii.

Între 1911 şi 1935 publică numeroase studii în ţară şi străinătate asupra electrificării căilor ferate, introducînd sau precizînd unele noţiuni puţin cunoscute la aceea epocă, cum era aplicarea tarifului virtual în stabilirea diagramelor de consum, stabilirea unui trafic specific critic la a cărui depăşire devine rentabilă electrificarea şi considerarea modului cum intervin în calculele de rentabilitate locomotivele cu vapori care rămîn disponibile prin electrificare. Îl preocupă şi unele construcţii speciale de contoare electrice.

Dar principalele obiective de cercetare ale academicianului I.S. Gheorghiu au fost în domeniul maşinilor şi transformatoarelor electrice. Relevăm cele mai importante lucrări din acest domeniu.

În studiul publicat în „Revue générale de l'Electricité" (Paris) asupra repartiţiei puterilor active şi reactive la mersul în paralel al centralelor electrice în reţelele arborescente sau buclate, într-o epocă în care problema interconexiunii centralelor şi reţelelor electrice era abia conturată, introduce pentru prima oară în asemenea studii conceptul de generator unic, devenit astăzi clasic.

În domeniul transformatoarelor electrice a adus contribuţii la teoria generală a mersului lor în paralel, a realizat progrese deosebite atît în determinarea forţelor axiale de scurtcircuit la transformatoarele electrice de mare putere, lucrare originală importantă, întocmită — în cadrul Institutului de energetică al Academiei R.P.R. — în colaborare cu inginerii A. Fransua şi A. Moraru, cît şi în problema curentului de circulaţie în regim sinusoidal şi nesinusoidal, la funcţionarea în paralel a transformatoarelor cu parametri diferiţi.

În domeniul maşinilor electrice a dezvoltat o teorie unitară a maşinilor de curent alternativ cu sau fără colector, bazată pe generalizarea metodei de reprezentare a curentului şi tensiunii în maşinile de curent alternativ, care fusese preconizată de Bloch încă din 1917. În problema circuitelor echivalente, care se ştie că sînt reprezentate prin cvadripoli în T pentru transformator şi maşinile derivaţie de curent alternativ şi prin dipoli pentru maşinile serie, profesorul I.S. Gheorghiu a adus o contribuţie prin folosirea cvadripolului ca circuit echivalent în studiul motoarelor trifazate cu colector, cum şi al motoarelor monofazate serie cu alimentare indirectă, cu aplicaţie specială la motorul monofazat cu repulsie cu decalaj al periilor. De asemenea a aplicat teoria celor două reacţii la maşina sincronă idealizată prin transformarea Park-Gorev, a adus contribuţii la aplicarea calculului operaţional în studiul regimului tranzitoriu al maşinii sincrone şi al transformatorului şi a indicat o nouă metodă, originală, pentru producerea curentului alternativ trifazat de joasă tensiune pentru exercitarea maşinii sincrone asincronizată.

În legătură cu problemele economice pe care le punea conducerea Întreprinderii de gaz şi electricitate din Bucureşti, profesorul I.S. Gheorghiu a publicat mai multe articole în revistele din ţară şi din străinătate

privind structura tarifelor serviciilor prestate de asemenea întreprinderi, în special a celor de electricitate, şi a pus în evidenţă principii comune în stabilirea preţului de cost şi a tarifării formelor de energie, şi în general, a tuturor prestărilor de servicii. Punctele de vedere originale expuse de autor şi-au pierdut azi numai în mică măsură actualitatea, cu toate transformările mari survenite între timp în ţara noastră.

O problemă care a preocupat în mod deosebit pe profesorul inginer I.S. Gheorghiu în perioada 1912—1939 a fost introducerea tracţiunii electrice pe căile ferate române, cu aplicaţia specială la linia Ploieşti-Braşov.

Lucrările ştiinţifice privitoare la aceste probleme au fost publicate în numeroase reviste din ţară şi străinătate (R.D.G., R.S.C., R.P.P. şi mai ales în Franţa).

Pentru a putea aprecia astăzi importanţa acestei activităţi, trebuie să ţinem seama de opoziţia întîmpinată în acea perioadă din partea cercurilor capitaliste, adversare electrificării.

Dintre recenziile străine asupra lucrărilor profesorului I.S. Gheorghiu, cîteva merită o atenţie specială. În legătură cu articolul *Le problème général de la répartition de la puissance active et réactive dans la marche en parallèle des usines génératrice*, apărut în R.G.E. (Paris), profesorul L. Barbillon de la Grenoble a publicat recenzii elogioase în revistele „L'Electricien" şi la „Technique moderne", iar articolul lui Guéry din R.G.E. asupra aceleaşi probleme relevă valoarea deosebită a autorului român. Asupra articolului *Etude économique de l'électrification d'un réseau de chemin de fer* există aprecieri competente ale specialiştilor în materie : profesorul H. Parodi de la Paris şi dr. E. Huber-Stockar de la Zürich. Asupra volumelor de *Maşini electrice* (*Probleme*) s-a publicat o recenzie elogioasă în revista de recenzii sovietică „Novîie knighi za rubejom". Trebuie menţionate şi elogioasele recenzii româneşti asupra tratatului de maşini electrice şi a cărţilor de probleme de maşini electrice şi menţiunea academicianului prof. M.P. Kostenko de la Leningrad din tratatul său de maşini electrice.

Ultimele sale două lucrări, elaborate în preajma vîrstei de 80 de ani, sînt teoria *Maşinilor electrice alternative cu colector*, o clasă aparte de maşini electrice, putînd forma un al patrulea volum din tratatul său general de maşini electrice, apărut în aprilie 1965 în Editura didactică şi pedagogică, şi *Teoria unitară a maşinilor actuale clasice turnante* şi *Maşinile electrice ale viitorului*, care se găsesc sub tipar. Plecînd de la consideraţiile pe care Jean Fallou le face în tratatul său apărut în 1948, dezvoltînd o idee mai veche a lui Paul Boucherot, academicianul I.S. Gheorghiu construieşte o nouă teorie unitară generală a tuturor maşinilor electrice actuale, inclusiv convertizoarele şi compensatoarele. Este cu totul altă teorie decît aceea menţionată mai sus, care se aplică de fapt numai la maşinile electrice de curent alternativ. Noua teorie constituie o operaţie de sinteză, care, ca orice sinteză, ne învaţă să cunoaştem mai bine esenţa lucrurilor. Pentru multe maşini electrice, această teorie constituie în acelaşi timp o nouă şi sugestivă explicaţie fenomenologică a procesului

lor de funcţionare. O prelucrare puţin mai redusă a acestei teorii unitare a apărut în Buletinul I.P.B. din ianuarie-februarie 1964.

★

Lucrările cele mai numeroase şi mai valoroase ale academicianului I. S. Gheorghiu au apărut după 1944.

Frumoasa activitate desfăşurată de el în această perioadă este o mărturie a condiţiilor deosebite asigurate cercetării ştiinţifice de către Partidul Comunist Român şi guvernul nostru.

L I S T A

LUCRĂRILOR ŞTIINŢIFICE PUBLICATE DE ACADEMICIAN PROFESOR ION S. GHEORGHIU

Nr. crt.	Titlul lucrării	Anul publicării	Editura sau revista	Pagini	Observ.
1.	*Asupra unor tipuri de contori de energie electrică*	1911	Bul. Soc. Politehnice	11	
2.	*Tracţiunea electrică sau tracţiune cu abur*	1912	Revista Natura	—	
3.	*Asupra electrificării marilor linii ferate*	1912	Bul. Soc. Politehnice	61	
4.	*Rentabilitatea electrificării liniei Ploieşti-Predeal*	1915	Bul. Soc. Politehnice	17	
5.	*Contribuţie la o nouă organizare a corpului tehnic român*	1919	Bul. AGIR an. I, nr. 5 martie-aprilie 1919	12	
6.	*Problema tracţiunii electrice pe C.F.R.*	1923	Bul. Soc. Politehnice	63	
7.	*Forţele hidraulice din România. Inventariere*	1924	Inst. Geologic		în col. cu ing. Georgescu
8.	*Die Lage der Elektrizitätswirtschaft in Rumänien*	1930	Kommunales Elektrizitätswerk, Berlin	3	
9.	*Le problème général de la répartition des puissances actives et réactives dans la marche en parallèle des usines génératrices*	1931	Revue Générale d'Electricité (RGE), Paris	49	citată de mai multe ori în literatura străină de specialitate

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 nr. 3 p. 759–765 Bucureşti 1965

Nr. crt.	Titlul lucrării	Anul publicării	Editura sau revista	Pagini	Observ.
10.	*Posibilităţi de electrificare pe căile ferate române şi necesitatea electrificării liniei Cîmpina-Braşov*	1931	Bul. Inst. român de energie (I.R.E.)	29	
11.	*Etude des oscillations des machines synchrones sur un modèle mécanique*	1931	Bull. de l'Ec. Polytechnique de Bucarest	14	
12.	*Domeniul electrificării pe reţeaua C.F.R.*	1933	I.R.E.	72	
13.	*Sur la nature et la valeur de la puissance synchronisante dans la marche en parallèle des alternateurs*	1933	Bull de l'Ec. Polytehnique de Bucarest	8	
14.	*Etude économique de l'électrification d'un réseau de chemins de fer*	1933	R.G.E. Paris	11	menţionată elogios de prof. H. Parodi, Paris, şi prof. Huber-Stockar, Elveţia
15.	*Le problème de la répartition des courants dans la marche en parallèle des transformateurs*	1936	Bull. de l'Ec. Polytehnique de Bucarest	10	
16.	*Les inductances partielles des fuites dans les transformateurs et leur détermination expérimentale*	1936	R.G.E. Paris	12	
17.	*Problema electrificării căilor ferate în România*	1937	I.R.E.	53	în col. cu prof. C. Budeanu
18.	*Problemele fundamentale ale legiuirii energetice în România*	1937	I.R.E.	105	
19.	*Sur la manière de rendre comparable les calculs de prix de revient de l'énergie électrique, quand ces calculs sont basés sur des hypothèses différentes*	1938	Comunicare la Congresul internaţional de electricitate Praga, 1935	8	

Nr. crt.	Titlul lucrării	Anul publicării	Editura sau revista	Pagini	Observ.
20.	*Coordonarea utilizării gazelor naturale și a electricității în orașele care au amîndouă aceste distribuții*	1940	I.R.E.	10	
21.	*Mesures de la réactance partielle de fuites à vide dans les transformateurs électriques*	1941	I.R.E.	16	
22.	*Structura tarifelor de electricitate*	1942	As. producătorilor și distr. de electricitate, Bul. APDE	15	
23.	*Augmentation de la capacité du trafic d'une ligne de chemin de fer par doublement ou par électrification de la ligne*	1943	Bull. de l'Ec. Polytechnique Bucarest	7	
24.	*Distribuții de electricitate și gaz metan și domeniile lor de aplicare*	1943	Bul. APDE	9	
25.	*Taxe și tarife în exploatările comunale*	1943	Bul. APDE	14	
26.	*Privire de ansamblu asupra mașinilor electrice*	1947	Rev. AGIR Electricitatea, 1947, nr. 2	8	
27.	*Le quadripôle en T circuit équivalent du moteur monophasé à repulsion et décalage de balais*	1947	Bull. Pol. Iași, vol. II, fasc. 2	8	
28.	*Phénomènes singuliers dans le démarrage en asynchrone de la commutatrice autoexcitée*	1948	Bull. de l'Ec. Polytechnique Bucarest	17	
29.	*Teoria unitară a mașinilor electrice de curent alternativ*	1948	Bul. Soc. Pol. iulie-septembrie 1948	36	
30.	*Cvadripolul ca nouă metodă de studiu a motoarelor trifazate cu colector*	1949	Bul. Științific Acad. R.P.R. tom. I, nr. 3	19	

Nr. crt.	Titlul lucrării	Anul publicării	Editura sau revista	Pagini	Observ.
31.	*Electrificarea și transporturile*	1952	Ed. tehnică, broș. în col. S.R.S.C.	36	
32.	*Istoricul mașinilor electrice*	1953	Ed. tehnică, col. S.R.S.C.	55	
33.	*A Villamosgép története (Istoricul mașinii electrice)*		A Tudomány kulturaterjesztö Társaság Sorozata		
34.	*A villämositás és a széllitès (Electrificarea și transporturile)*		A Tudomány és kulturaterjezstö Társaság Sorozata		
35.	*Die Geschichte der elektrischen Maschine*		Sammelreihe der Gesellschaft für Verbreitung von wissenschaft und Kultur		
36.	*Elektrifizierung und Transportwesen*		Sammlung der Gesellschaft für Verbreitung der Wissenschaft und Kultur		
37.	*O nouă metodă pentru determinarea forței axiale la transformatoare*	1951	Com. la Acad. R.P.R. în ses. iulie 1951	8	în col. cu ing. A. Fransua și ing. A. Moraru
38.	*Stadiul actual al problemelor determinării forțelor axiale la transformator*	1951	St. cerc. energ., nr. 3/4 1951	18	
39.	*Cercetările energetice în ajutorul dezvoltării bazei materiale a industriei metalurgice*	1953	St. cerc. energ. (extras)	12	în col. cu I. Saphier și A. Sinescu
40.	*Determinarea forțelor axiale la transformatorii electrici de mare putere (monografie)*	1953	Edit. Acad. R.P.R.	158	în col. cu A. Fransua și A. Moraru
41.	*Eine neue Methode zur Bestimmung der Axialkräfte in Transformatoren*	1955	Die Elektrotechnik, Berlin, H. II, Nov. 1955		în col. cu A. Fransua și A. Moraru

Nr. crt.	Titlul lucrării	Anul publicării	Editura sau revista	Pagini	Observ.
42.	*Predeterminarea condițiilor de funcționare a comutatricei autoexcitate*	1952	Rev. Univ. „C.I. Parhon" și Inst. pol. București		
43.	*Influența armonicilor curentului magnetizant asupra mersului în paralel a n transformatoare*	1958	Comunicările Acad. R.P.R., tom VIII, nr. 11	8	
44.	*Les courants de circulation en régime sinusoïdal et non sinusoïdal dans le fonctionnement en parallèle de n transformateurs à paramètres différents*	1960	Rev. Gén. de l'Electricité, Paris, juin 1960	13	
45.	*Les courants de circulation produits par les harmoniques du courant magnétisant dans les transformateurs fonctionnant en parallèle et le rôle de l'enroulement tertiaire*	1962	Archivum Elektrotechniki, Varșovia, tom. XI, 1962	15	
46.	*O nouă metodă pentru producerea curentului de excitație alternativ trifazat de joasă frecvență în generatoarele sincrone asincronizate*	1962	Comunicările Acad. R.P.R., nr. 7		
47.	*Puncte de vedere noi în construcția și funcționarea turboalternatoarelor moderne*	1962	Rev. Standardizarea, 1962, m. 6—7		
48.	*Nouveaux points de vue concernant la construction et le fonctionnement des turboalternateurs modernes*	1963	Rev. d'Elec. et d'Energétique, tom. VIII, nr. 1	8	
49.	*Manualul inginerului electrician. Cap. I, partea A: Circuite echivalente. Metode de studiu a mașinilor electrice*	1954	Edit. tehnică		

Nr. crt.	Titlul lucrării	Anul publicării	Editura sau revista	Pagini	Observ.
50.	*Mașini electrice (curs litografiat)*	litogr. 1947	I.P.B.	918	
51.	*Mașini electrice: capitolele speciale (curs litografiat)*	litogr. 1949	I.P.B.	175	
52.	*Calculul și construcția mașinilor electrice (curs litografiat)*	litogr. 1945	I.P.B.	651	
53.	*Proiectarea mașinilor electrice, partea I: Mașina de curent continuu (curs litografiat)*	litogr.	I.P.B.	276	
54.	*Proiectarea mașinilor electrice, partea a II-a: Mașinile sincrone (curs litografiat)*	litogr. 1952	I.P.B.	236	
55.	*Proiectarea mașinilor electrice, partea a III-a: Mașina asincronă (curs litografiat)*	litogr. 1952	I.P.B.	184	
56.	*Mașini electrice. Mașini de curent continuu (curs litografiat)*	litogr. 1954	I.P.B.	394	
57.	*Mașini electrice. Mașina sincronă (curs litografiat)*	litogr. 1955	I.P.B.	308	
58.	*Lucrări de laborator de încercări de mașini electrice*	litogr. 1951	I.P.B.	68	
59.	*Tratat de mașini electrice, vol. I: Mașina de curent continuu și transformatorul*	1957	Edit. Min. Înv. și Cult.	622	citat în cartea *Mașini electrice* de M.P. Kostenko și L.M. Piotrovski
60.	*Tratat de mașini electrice, vol. II: Mașina sincronă*	1959	Edit. Min. Înv. și Cult.	460	
61.	*Tratat de mașini electrice, vol. III: Mașina asincronă, ed. a 2-a*	1962	Edit. didac. și pedagogică	459	

Nr. crt.	Titlul lucrării	Anul publicării	Editura sau revista	Pagini	Observ.
62.	*Tratat de maşini electrice, vol. IV: Maşini alternative cu colector*	1965	Edit. didac. şi pedagogică	192	
63.	*Maşini electrice. Probleme, vol. I*	1960	Edit. tehnică	483	
64.	*Maşini electrice. Probleme, vol. II*	1961	Edit. tehnică	446	
65.	*Maşini electrice. Probleme, vol. III*	1963	Edit. tehnică	563	
66.	*Teoria unitară şi generală a tuturor maşinilor electrice, clasice actuale, rotative*	1964	Bulet. I.P.B.	16	

ORSZÁGOS MÚSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTACIÓS KÖZPONT 1883

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile: discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării.

a) *Introducerea* va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate;

b) *Tratarea* (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării;

c) *Concluziile* vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la 2 rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; figurile pe calc în tuş, însoţite de cîte 2 copii şi de o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, şase rînduri; un rezumat de circa 2 000 semne.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie: Bucureşti, Şos. Vitan, nr. 236, raionul Tudor Vladimirescu.

10000FFR22

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI R. S. ROMÂNIA

V. PIMSNER, C. A. VASILESCU şi GH. RĂDULESCU, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, 1964, 756 p., 45 lei.

D. DAMSKER, *Principii şi mijloace noi de automatizare a acţionărilor electrice*, 1964, 439 p., 24,50 lei.

N. TIPEI, V. N. CONSTANTINESCU, AL. NICA şi O. BIŢĂ, *Lagăre cu alunecare. Calcul, proiectare, ungere* (în limba rusă), 1964, 459 p., 30 lei.

GH. CARTIANU, *Modulaţia de frecvenţă* (în limba rusă), 1961, 579 p. + 7 pl., 39,10 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, *Lubrificaţia cu gaze*, 1963, 635 p., 31 lei.

SUZANA GÎDEA, M. PROTOPOPESCU, D. DRIMER, *Metalurgia fizică a semiconductorilor*, 1963, 501 p. +4 pl., 31 lei.

VASILE MARCU, *Metalizarea prin pulverizare*, 1963, 340 p., 21 lei.

A. MORARU, *Amplidina (maşina electrică amplificatoare de curent continuu cu cîmp transversal)*, 1962, 328 p. + 2 pl., 14,90 lei.

T. OROVEANU, *Scurgerea fluidelor prin medii poroase neomogene*, 1963, 329 p., 16,30 lei.

TRAIAN SĂLĂGEAN, *Fenomene fizice şi metalurgice la sudarea cu arcul electric a oţelurilor*, 1963, 219 p., 12,10 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS şi VICTOR PIMSNER, *Exploatarea raţională a gazelor naturale*, 1963, 367 p. + 7 pl., 26,40 lei.

I. P. „Informaţia" — c. 2466

43821

Lei 18.—

F 1736

REFERÁLVA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

R

4

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 4 p. 767—978 Bucureşti 1965

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Ing. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Ing. V. PIMSNER;
Ing. C. A. VASILESCU;
Ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție.*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 72 lei pe an.

Pentru a se asigura colecția completă și primirea la timp a revistei, reînnoiți abonamentul dv. pe anul 1966.

În țară, abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236.

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 15, nr. 4 1965

SUMAR

Pag.

Editorial 769

Energetică generală

CS. NAGY, V. CARACUDOVICI şi S. MANEA, Contribuţii la metodica pentru predeterminarea ritmurilor de exploatare a surselor epuizabile de energie 773

T. MICLESCU, AL. PAP, I. NICULESCU şi S. IORDACHE, Analiza metodelor propuse pentru optimizarea bilanţului energetic 789

MIHAI PETCU, Criterii economice pentru optimizarea structurii sistemelor energetice 799

Electroenergetică şi electrotehnică

G. DRĂGAN, Determinarea analitică a supratensiunilor interne de deconectare a circuitelor cu capacităţi concentrate 821

M. BÎRGĂUANU, D. CREŢU şi P. OPRIŞAN, Contribuţii la studiul reanclanşării motorului sincron de antrenare a compresoarelor cu piston . . . 831

Termoenergetică şi termotehnică

D. GRECOV şi I. IORDACHE, Caracteristicile de stabilitate a flăcărilor deschise în jeturi însoţite 843

N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, G. SINGER şi C. CRĂCIUNEANU, Interdependenţa dintre simplexurile geometrice şi regimul de curgere în cazul modelării izotermice monofazice a focarului ciclon vertical. 857

VICTOR V. GHIA, Intensificarea transmiterii căldurii în cuptoarele cu recirculaţie a gazelor 881

C. HAIDUC şi N. DAMIAN IORDACHE, Temperatura superioară medie optimă a ciclului termodinamic al centralelor atomoelectrice cu reactoare fierbătoare şi supraîncălzire nucleară 893

St. cerc. energ. electr. Tom 15 Nr. 4 p. 767—978 Bucureşti 1965

Pag.

FRANCISZEK MLYNARSCKI, Influența parametrilor de stare înalți ai aburului asupra rentabilității centralelor termoelectrice 915

CĂLIN ADRIAN VASILESCU și VICTOR PIMSNER, Analiza adaptării grupului turbocompresor la motorul diesel cu supraalimentare înaltă. Condiții teoretice 925

M. NĂSTASE și N. BLEZU, Influența secțiunii de trecere a difuzorului antecamerei asupra arderii în motorul diesel cu antecameră 935

Utilizarea energetică a combustibililor

I. NISTOR, Cocs - brichete metalurgic din cărbuni energetici. I. 951

Note

JAN ALEKSANDER WAJAND, Analiza unor erori de măsură care apar la măsurarea variațiilor rapide de presiune în camerele de ardere ale motoarelor 963

Recenzii 973

Index alfabetic, 1965 975

EDITORIAL

Importanța documentelor Congresului al IX-lea al Partidului Comunist Român pentru dezvoltarea cercetărilor din domeniul energeticii

În iulie 1965 a avut loc la București un eveniment politic de o covîrșitoare importanță : Congresul al IX-lea al P.C.R., care a stabilit obiectivele de viitor ale dezvoltării industriei și energeticii din țara noastră. Consecvent politicii de industrializare a țării, Partdul Comunist Român a elaborat un program complex care pune în evidență rolul industriei grele și al energeticii în dezvoltarea armonioasă a economiei socialiste. În materialele prezentate la congres, ca și în discuții, s-a pus un deosebit accent pe cercetarea științifică, factor important în promovarea tehnicii noi.

Tovarășul Nicolae Ceaușescu, în raportul său la congres, arată următoarele : „Programul de dezvoltare a societății socialiste în următorii cinci ani, satisfacerea nevoilor mereu crescînde ale economiei naționale sînt indisolubil legate de progresul științei, de *intensificarea cercetărilor fundamentale și aplicative* în toate ramurile" [1]).

Această sarcină de onoare trasată lucrătorilor care activează în domeniul cercetărilor științifice devine țelul principal al muncii noastre, cu atît mai mult cu cît în domeniul cercetărilor tehnice se cere un efort deosebit : „... În mersul înainte pe întregul front al cercetării științifice va trebui să se pună un accent mai mare pe științele tehnice" [2]).

Directivele congresului arată impresionante ritmuri de creștere în ramura energetică pentru următorii 10 ani. Extracția de cărbune, și îndeosebi a lignitilor, va crește de circa trei ori, iar producția de energie electrică a centralelor hidroelectrice va crește de peste 11 ori ; vor apărea primele centrale electronucleare în țara noastră ; puterea sistemului electroener-

---

[1]) *Congresul al IX-lea al Partidului Comunist Român*, București, Edit. politică 1965, p. 59.

[2]) *Ibidem*, p. 60.

getic va crește de aproape patru ori. Paralel cu această creștere a producției de energie se vor introduce cele mai noi metode tehnice pentru producerea și transportul ei.

Astfel, în domeniul energiei electrice se vor mări de 3—6 ori puterile unitare ale centralelor electrice și ale grupurilor energetice instalate față de nivelul primului plan de electrificare a țării și se vor extinde rețele de transport cu tensiuni de 220 și 400 kV. O sarcină deosebită se pune în folosirea celor mai moderne instalații energetice pentru a realiza consumuri minime de combustibil.

Îndeplinirea cu succes a sarcinilor trasate va reprezenta nu numai o majorare a potențialului nostru energetic, ci și un însemnat salt calitativ, care impune pentru fundamentarea lui o intensă activitate de cercetare științifică.

În domeniul cercetărilor energetice apare necesitatea studiilor privitoare la arderea în condiții optime și cu randamente cît mai mari a combustibililor indigeni solizi, lichizi și gazoși.

Arderea combustibililor solizi, și îndeosebi a ligniților, în focarele cazanelor mijlocii și mari ridică aspecte de cercetare legate de metodele de intensificare a arderii acestor combustibili, ca și de cunoașterea mai bună a structurii lor.

Arderea combustibililor lichizi în focare și motoare termice conduce la cercetarea posibilităților măririi randamentului acestor procese. De aceea se impun studii pentru cunoașterea mai bună a fenomenelor, ca și cercetări legate de procedee noi de formare a amestecului combustibil și de ardere.

Arderea combustibililor gazoși ridică problema practică a realizării unor arzătoare cît mai adecvate, problemă care implică analizarea totalității factorilor care acționează în procesul de ardere.

Dezvoltarea sistemului electroenergetic prin mărirea puterii, folosirea tensiunilor foarte înalte și interconectate impun cercetări cu aspecte multiple, legate de efectul tensiunilor foarte înalte de funcționare în condiții optime a agregatelor de mare putere în sistem, de utilizarea tot mai largă a energiei electrice la consumatorii de energie, ca și de probleme ale interconectării și automatizării.

Actualul nivel de dezvoltare al problemelor de electroenergetică impune studii legate de folosirea calculatoarelor electronice și a sistemelor automate de conducere a instalațiilor, ca și a sistemului electroenergetic.

Cercetări importante sînt legate de introducerea în practică a centralelor electronucleare ; în această direcție, sarcina principală a cercetărilor în domeniul tehnicii constă în stabilirea celor mai eficiente scheme pentru condițiile țării noastre, ca și în studiul conectării acestor centrale la sistem.

În afara cercetărilor proprii laboratoarelor în care lucrează, se așteaptă în viitor o legătură tot mai strînsă între specialiștii din cercetare și cei din producție. În raportul tovarășului N. Ceaușescu se arată că tre-

buie să se acorde „o mai mare atenție participării oamenilor de știință la întocmirea studiilor privind dezvoltarea economiei, la elaborarea diferitelor soluții tehnice-științifice, cerute de producție...” [3]).

Rezolvarea problemelor puse de dezvoltarea economiei noastre energetice datorită ritmurilor înalte de creștere în acest domeniu și caracterului variat al resurselor noastre energetice (cărbuni, țiței, gaze naturale, rezerve hidraulice și energie nucleară) conduce la aspecte complexe care se cer studiate cu toată atenția.

Introducerea cercetării operaționale și studiul anumitor aspecte ale extrapolării datelor statistice duc la posibilitatea atacării cu succes a multor probleme economice, cum sînt integrarea surselor energetice în sisteme complexe, optimizarea structurii sistemelor electroenergetice, prognoza necesarului de energie și a acoperirii acesteia prin integrarea în sistem a centralelor electrice cu alimentarea de energie hidraulică și nucleară. Îndeplinirea vastului program al cercetărilor în energetică cere cooperare cu toate unitățile de profil din Academie, învățămînt și industrie, conlucrare cu colective de specialiști din ramuri adiacente, schimb larg de informații cu specialiștii de peste hotare.

Sîntem convinși că prima sarcină a lucrătorului din cercetarea științifică constă în a obține rezultate aplicabile în practică; de aceea apare necesitatea orientării cercetării cu precădere către cele mai importante probleme de înalt nivel științific de largă generalitate, impuse de nevoile practicii.

Rezoluția congresului prin care s-a hotărît înființarea Consiliului național al cercetării științifice va contribui esențial la mărirea eficienței economice a cercetărilor științifice, prin orientarea lor spre sarcini mari, de perspectivă, ale dezvoltării economiei naționale, prin eliminarea paralelismelor dăunătoare și prin concentrarea și îndrumarea lor spre sarcini importante și rezolvabile cu mijloacele de care dispunem, promovînd totodată mai rodnic colaborarea internațională.

Directivele Congresului al IX-lea al P.C.R., care deschid perspective largi în fața acestei cercetări, entuziasmează lucrătorii științifici din energetică. Ei vor lupta pentru a contribui cu cît mai multe rezultate la opera de industrializare socialistă promovată de P.C.R.

Prin conținutul ei, revista noastră va căuta să oglindească roadele acestei activități.

---

[3]) *Congresul al IX-lea al Partidului Comunist Român*, p. 60.

CONTRIBUȚII LA METODICA PENTRU PREDETERMINAREA RITMURILOR DE EXPLOATARE A SURSELOR EPUIZABILE DE ENERGIE [1])

DE

CS. NAGY, V. CARACUDOVICI și S. MANEA

620.91.003

Pornind de la caracterul limitat al surselor de combustibili fosili, se propune o metodă pentru predeterminarea ritmurilor lor de exploatare, în așa fel încît să se asigure pe parcurs înlocuirea lor treptată și să nu stînjenească creșterea în ritm susținut a consumului total de energie primară.

1. EVOLUȚIA ȘI STRUCTURA CONSUMULUI DE ENERGIE PRIMARĂ

Din studiile întreprinse pînă acum la noi în țară în domeniul prognozei necesităților de energie, s-a ajuns la concluzia că, atît pe plan mondial, cît și pentru fiecare țară în parte, consumul total de energie primară tinde să crească în general după o exponențială, ritmurile de creștere fiind diferite de la țară la țară în funcție de structura economiei, de nivelul de dezvoltare economică și de alți factori. De asemenea a rezultat că există o corelație strînsă între dezvoltarea bazei energetice, caracterizată prin consumul de energie primară, și dezvoltarea economică, caracterizată printr-unul dintre indicatorii economici sintetici, venitul național, produsul social total, producția industrială, productivitatea muncii etc. Această legătură strînsă demonstrează necesitatea de a se lua toate măsurile pentru asigurarea continuă a necesarului de energie primară pentru a evita frînarea dezvoltării economice din cauza unei insuficiente dezvoltări a bazei energetice.

Analizînd, pe baza datelor statistice, pentru un interval mare de timp structura consumului mondial de energie din punctul de vedere al surselor din care a fost acoperit (tabela 1), se constată scăderea ponderii cu care intervin resursele regenerabile de energie (între care s-au inclus și combustibilii vegetali) de la circa 72% în 1860 la circa 16% în 1960, o

[1]) Lucrare prezentată în sesiunea de comunicări a Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România din martie 1964.

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 4 p. 773—787 București 1965

Tabela 1

Evoluția consumului mondial de energie

	U/M	1860	1870	1880	1890	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960
Consumul total de energie	10^6 t.c.c.	484	580	727	936	1 197	1 696	1 910	2 184	2 473	3 165	4 965
din care :												
Resurse epuizabile	10^6 t.c.c.	132	204	321	497	746	1 149	1 380	1 588	1 927	2 485	4 152
	%	27,3	35,2	44,2	53,1	62,3	67,7	72,3	72,7	77,9	78,5	83,6
din care :												
Cărbune superior	%	98,6	97,7	96,2	93,9	92,4	90,3	85,0	75,4	69,8	58,0	53,3
Lignit	%	1,4	1,8	2,2	2,4	2,9	2,9	3,5	3,8	5,1	4,3	
Țiței	%	—	0,5	1,6	2,7	3,5	5,1	9,2	16,4	19,5	27,3	31,8
Gaze naturale	%	—	—	—	1,0	1,2	1,7	2,3	4,4	5,6	10,4	14,9
Resurse regenerabile	10^6 t.c.c.	352	376	406	439	451	547	530	596	546	680	813
	%	72,7	64,8	55,8	46,9	37,7	32,3	27,7	27,3	22,1	21,5	16,4
din care :												
Resurse hidraulice ale cursurilor de apă	%	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,8	1,5	2,6	4,3	6,0	10,6

Calculat după [3], [4].

dată cu intervenţia tot mai accentuată a combustibililor fosili, şi în special a celor superiori, şi cu scăderea ponderii combustibililor vegetali. Această tendinţă se pare că va continua să se manifeste şi în deceniile viitoare, ajungînd ca resursele regenerabile de energie să intervină în bilanţul energetic mondial cu o pondere de circa 10% [1], neinfluenţînd deci în mod esenţial la acoperirea necesarului de energie primară.

Din consumul mondial de energie acoperit din surse epuizabile, după cum rezultă din tabela 1, în perioada analizată a scăzut ponderea combustibililor solizi o dată cu apariţia şi cu dezvoltarea exploatărilor de ţiţei şi de gaze naturale, care au ajuns, la nivelul anului 1960, să acopere împreună aproape jumătate (46,7%).

Dintre sursele de combustibili solizi, o creştere mai accentuată a ponderii s-a manifestat la combustibilii solizi inferiori, a căror greutate specifică în bilanţul energetic mondial a crescut de la 1,4% în 1860 la circa 5% în etapa actuală. De aici derivă importanţa deosebită pe care au avut-o combustibilii fosili în acoperirea necesarului de energie, importanţă care, avînd în vedere stabilitatea relativă a structurilor de consumuri pe ansambluri economice mari, se va extinde, probabil, şi în deceniile următoare, cu toate că o cantitate din ce în ce mai mare de combustibili fosili se va utiliza ca bază de materii prime pentru industrie.

2. REZERVELE DE COMBUSTIBILI FOSILI

Rezervele totale de energie primară din sursele energetice epuizabile clasice nu sînt cunoscute de la început, pentru că cunoaşterea lor presupune explorarea amănunţită a subsolului, ceea ce necesită un timp îndelungat şi antrenează cheltuieli mari. La un moment dat este deci caracteristic un grad de cunoaştere a rezervelor din sursele epuizabile de energie, grad ce creşte în timp pe măsura extinderii şi aprofundării lucrărilor de prospectare geologică.

În domeniul evaluării rezervelor de combustibili fosili cunoscute la un moment dat, datele statistice existente în literatură sînt în general eterogene (în special cele referitoare la combustibilii solizi) şi nu permit o analiză detaliată asupra evoluţiei gradului de cunoaştere, element important la predeterminarea ritmurilor de exploatare.

Pentru a exemplifica evoluţia rezervelor cunoscute de combustibili fosili în măsura în care datele statistice au permis, se prezintă în tabela 2 o sinteză asupra evaluărilor făcute în literatura de specialitate pentru rezervele mondiale de ţiţei, în figura 1 evoluţia rezervelor cunoscute de gaze naturale pentru S.U.A. şi pe plan mondial [14]—[18], şi în figura 2 evoluţia rezervelor cunoscute de combustibili solizi în Republica Socialistă România, cum a rezultat din lucrările de inventariere întreprinse de Institutul de energetică.

În ceea ce priveşte rezervele totale de combustibili fosili (limita superioară a rezervelor cunoscute la un moment dat) în ansamblu sau pe sorturi, metodele de determinare a lor sînt mult mai aproximative, şi

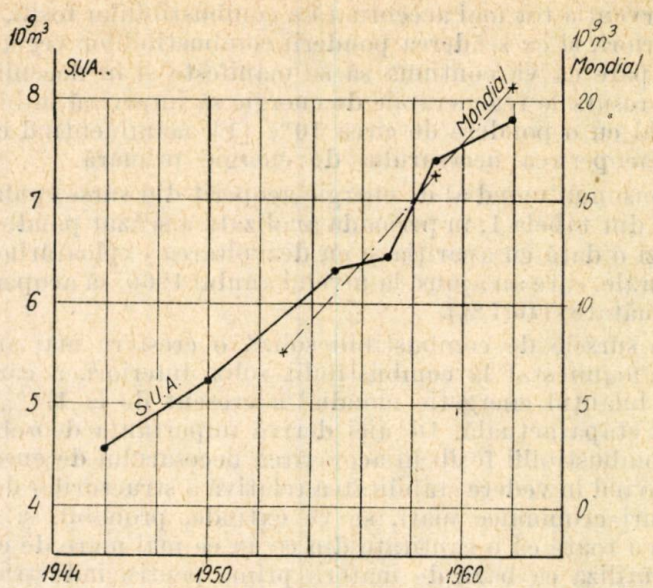


Fig. 1. — Evoluţia rezervelor cunoscute de gaze naturale, mondial şi S.U.A.

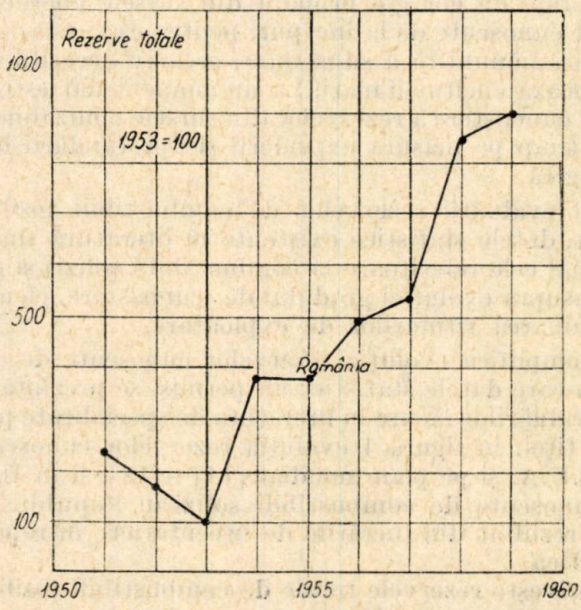


Fig. 2. — Evoluţia rezervelor cunoscute de combustibili fosili, solizi, pentru Republica Socialistă România.

de aceea şi rezultatele ce se obţin sînt mai vagi. Astfel, pentru ţiţei se apreciază o rezervă mondială totală de circa 200 de miliarde t [12], pentru gaze naturale 170—200 10^{12} m^3 [19], [20] şi pentru combustibili solizi circa 7 400 de miliarde t.c.c., dintre care 2 250 de miliarde t.c.c. lignit (calculat după [21]).

Unii autori au căutat să determine rezervele totale de combustibili fosili prin metode indirecte. Astfel, de exemplu, S. Zagrodzki [5], pornind

Tabela 2

Evoluţia rezervelor mondiale de ţiţei

Anul	După studiile întreprinse în Institutul de energetică	Alte surse			
		[5]	[6]	[6]	[9] — [13]
1930	3,58	—	—	—	—
1935	3,26	—	—	—	—
1945	9,11	—	—	—	—
1948	—	8,93	—	8,89	—
1950	10,88	—	—	10,98	—
1953	—	—	—	15,56	—
1955	25,84	21,50	25,98	21,52	—
1959	—	—	39,75	—	—
1960	40,94	—	—	—	40,20
1961	—	—	—	—	42,40
					43,00
1962	42,39	—	42,61	—	52,00

de la ipoteza că toţi combustibilii fosili (solizi, lichizi şi gazoşi) au la bază organisme vii şi acceptînd ipoteza lui I. A. Oparin că atmosfera Pămîntului la începutul formării vieţii nu a conţinut oxigen liber şi că tot oxigenul liber existent astăzi s-ar fi format prin fotosinteză în organismele vii, ajunge la concluzia că între cantitatea de oxigen liber din atmosfera actuală şi combustibilii fosili existenţi în scoarţa Pămîntului trebuie să existe o proporţie bine determinată. Făcînd pe această bază o serie de calcule aproximative, a determinat cantitatea totală de combustibili fosili existentă în Pămînt, care, considerată uniform repartizată pe toată suprafaţa globului pămîntesc, ar reprezenta un strat de circa 800 kg c.c./m^2. Din aceasta autorul admite ca valorificabilă numai 10% (circa 80 kg c.c./m^2), restul zăcămintelor fiind amplasate sub mări şi oceane la adîncimi mari, în subsol în zăcăminte mici sau adîncimi mari sau în alte condiţii de exploatare nerentabile; aceasta ar reprezenta circa 275 kgc.c./m^2, raportat la suprafaţa uscatului.

Dacă se admite că oxigenul liber s-a recombinat şi pe cale anorganică, rezultă existenţa probabilă a unor cantităţi totale de combustibili fosili şi mai mari; acest lucru însă nu schimbă în mod esenţial caracterul limitat al surselor de combustibili fosili.

Pentru comparaţia valorilor rezultate din această ipoteză cu aprecierile făcute prin metode directe, dacă rezerva mondială de combustibili fosili ar fi de circa 10 000 de miliarde t.c.c. (după ipotezele cele mai opti-

miste), ar rezulta un strat uniform distribuit pe suprafața uscatului de circa 70 kg c.c./m^2.

În ceea ce privește structura rezervelor totale de combustibili fosili, pe baza datelor prezentate rezultă că cea mai mare parte revine combustibililor solizi (peste 95%). Față de aprecierile rezervelor cunoscute la nivelul anului 1960, rezervele de cărbuni reprezentau 96,5%, cele de țiței 2,5% și cele de gaze 1%. Analizînd evoluția ritmurilor în care s-au descoperit noi rezerve de combustibili fosili din ultimii ani, se poate presupune pentru perioadele imediat următoare o ușoară creștere a ponderii rezervelor cunoscute de combustibili lichizi și gazoși.

Mărimea rezervelor de combustibili fosili, evoluția gradului lor de cunoaștere și structura lor atrag în special atenția asupra rezervelor de hidrocarburi, care sînt relativ mici în comparație cu consumul actual și cu cel prevăzut pentru viitor, mai ales dacă se are în vedere și utilizarea lor crescîndă ca materie primă pentru industrie.

3. TERMENUL DE EPUIZARE ȘI TERMENUL DE ASIGURARE

În literatura de specialitate, majoritatea autorilor determină termenul de durată sau de epuizare a rezervelor de combustibili fosili prin raportarea rezervei de combustibili cunoscute la un moment dat R_k la consumul anual din rezervele respective în anul respectiv C_k. Se obțin în acest fel rezultate eronate pentru că nu se ia în considerare evoluția consumului și evoluția rezervelor. În cele ce urmează, acest raport $\left(\frac{R_k}{C_k}\right)$ va fi considerat drept termen de durată fictiv (T_f), mărime care variază în timp o dată cu variația rezervelor cunoscute, determinată de noile descoperiri geologice, și a consumului anual din ele $T_f\ (t)$.

În mod real, termenul de epuizare (T_e) reprezintă numărul de ani în care poate fi satisfăcut consumul de combustibili fosili, variabil în timp, $C(t)_k$, cu rezervele cunoscute la un moment dat, de asemenea variabile în timp, $R\ (t)_k$. Această mărime este greu de determinat, pentru că nu se cunosc elemente suficiente pe baza cărora să se poată predetermina evoluția rezervelor cunoscute la un moment dat, și de aceea se utilizează un alt termen de epuizare, „minim", T_e^*, în definirea căruia se consideră că nu se mai descoperă noi zăcăminte de combustibili fosili și că variază numai consumul anual din ele. Pentru o rată constantă de creștere a consumului din rezerva respectivă (q), acest termen de epuizare minim poate fi exprimat cu relația

$$T_e^* = \frac{\lg\left[1 - \frac{R_{k_0}}{C_{k_0}}(q-1)\right]}{\lg q} - 1, \qquad (1)$$

R_{k_0} și C_{k_0} fiind rezervele cunoscute în anul de bază de la care începe prognoza și consumul din ele în anul respectiv (extracția anuală).

Pentru exemplificare, în tabela 3 s-au prezentat comparativ cu termenele de epuizare fictive termenele de epuizare minime, calculate cu relația (1), pentru diferite ipoteze de mărime a rezervelor mondiale totale

Tabela 3

Termene de epuizare minime pentru diferite ipoteze de mărime a rezervelor mondiale de combustibili fosili

Nr. crt.	Rezerva admisă 10^9 t.c.c.	T_f ani	T_e ani			
			$q = 1{,}02$	$q = 1{,}03$	$q = 1{,}04$	$q = 1{,}05$
1	4 000	878	147	110	91	78
2	7 000	1 537	171	128	102	88
3	10 000	2 195	188	140	112	97
4	20 000	4 391	225	164	130	110
5	40 000	8 782	262	188	148	124

de combustibili fosili și pentru diferite rate de creștere a consumului din aceste rezerve, deci a producției anuale de combustibili fosili. În tabela 4 se prezintă același lucru pentru rezervele mondiale de țiței.

Față de această situație este necesar deci ca pentru resursele de combustibili fosili, și în special pentru unele dintre ele (hidrocarburi de exemplu) sau pentru anumite zăcăminte, să se ia încă de pe acum măsuri de mena-

Tabela 4

Termene de epuizare minime pentru diferite ipoteze de mărime a rezervelor mondiale de țiței

Nr. crt.	Rezerva admisă 10^9 t	T_f ani	T_e ani				
			$q = 1{,}03$	$q = 1{,}04$	$q = 1{,}05$	$q = 1{,}06$	$q = 1{,}07$
1	40	37	25	22	21	19	18
2	70	65	36	32	29	24	25
3	100	93	44	39	35	31	29
4	150	140	55	47	42	37	34
5	200	187	63	54	46	43	38

jare a lor prin raționalizarea ritmurilor de exploatare, ținînd seama de mărimea rezervelor cunoscute și de evoluția lor. Acest lucru este cu atît mai necesar, cu cît pentru a nu frîna dezvoltarea economică trebuie încă din timp să se facă apel la alte surse de energie pentru înlocuirea acelora care sînt pe cale de epuizare. Această înlocuire nu poate fi făcută în mod brusc, ci trebuie făcută treptat, prin scăderea ritmului de extracție din surse pe cale de epuizare și creșterea treptată a participării surselor noi de energie, în așa fel încît în ansamblu ele să satisfacă și creșterea nestingherită a consumului total de energie.

Pentru caracterizarea legăturii dintre rezervele cunoscute de combustibili fosili şi posibilităţile unei exploatări raţionale a lor se propune introducerea noţiunii de termen de asigurare a sursei respective (T_a), care ar reprezenta numărul de ani pentru care trebuie asigurată alimentarea consumatorilor din sursa respectivă, adică numărul de ani în care s-ar epuiza rezerva cunoscută respectivă dezvoltînd consumul din ea cu o rată constantă. Acest termen de asigurare trebuie să se stabilească iniţial din considerente de politică energetică.

Între termenul de durată fictiv şi cel de asigurare există relaţia

$$T_f = \frac{q^{T_a} - 1}{q - 1}, \tag{2}$$

q fiind rata constantă cu care trebuie să exploateze sursa de combustibil respectivă pentru a se epuiza în termenul de asigurare T_a.

În tabela nr. 5 s-a determinat termenul de epuizare fictiv pentru diferite valori ale termenului de asigurare şi pentru diferite rate anuale de

Tabela 5

Legătura între T_f, T_a şi q calculată pe baza relaţiei (2)

q	T_f					
	T_a = 10 ani	T_a = 15	T_a = 20	T_a = 25	T_a = 50	T_a = 100 de ani
1,01	11,0	16,0	22,0	28,0	64,0	169
1,02	11,0	16,0	24,0	32,0	84,5	335
1,03	11,3	18,3	26,7	36,3	112,3	636
1,04	12,0	19,8	29,8	41,5	152,0	1 253
1,05	12,6	21,6	33,0	47,8	189,8	2 200
1,06	13,0	23,3	36,8	54,8	290,5	5 650
1,07	13,7	25,2	41,1	63,3	406,4	12 371
1,08	14,5	27,2	45,6	73,1	573,5	27 460
1,09	15,2	29,3	51,1	84,7	815,4	61 477
1,10	15,9	31,8	57,3	98,3	1 164,0	137 828
1,12	17,6	37,3	72,1	133,3	2 400,8	696 483
1,14	19,4	43,8	91,0	181,8	4 991,4	3 497 920
1,16	21,3	59,1	115,4	249,3	10 443,0	17 451 500
1,18	23,5	60,9	146,6	342,6	18 313,0	60 371 000
1,20	26,0	72,0	186,7	472,0	45 450,0	413 149 000
1,22	28,7	85,1	238,0	651,0	62 270,0	1 966 540 000
1,25	30,4	109,6	343,0	1 015,0	280 000,0	19 600 000 000

creştere a consumului din sursa respectivă, legătură exprimată şi grafic în monograma din figura 3.

4. PREDETERMINAREA RITMURILOR DE EXPLOATARE A SURSELOR DE COMBUSTIBILI FOSILI

Pornind de la situaţia prezentată mai sus că rezervele de combustibili fosili sînt limitate, că gradul lor de cunoaştere în timp variază şi că, faţă de ritmurile actuale de exploatare, ele nu vor putea asigura consumul

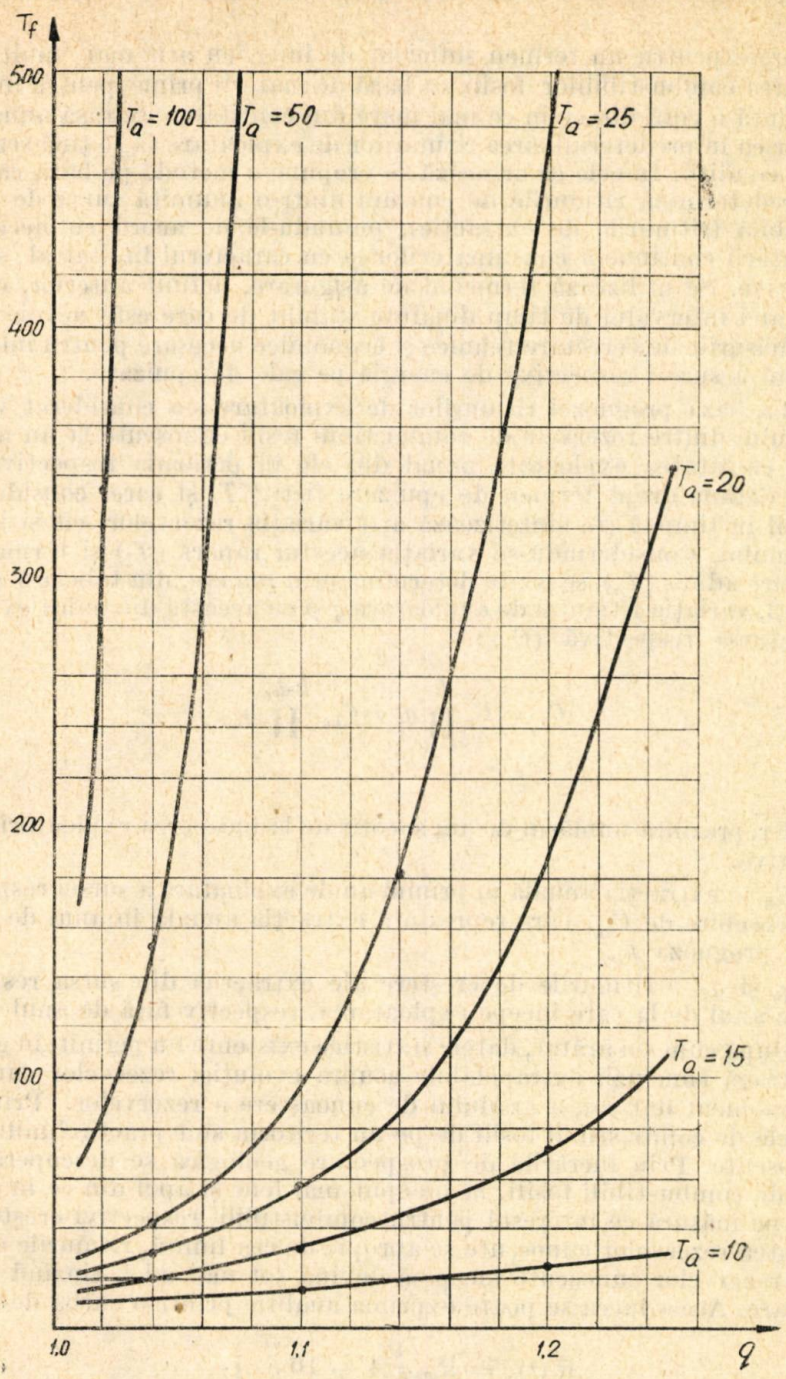


Fig. 3. — Nomogramă pentru determinarea ritmului de exploatare a resursei de combustibili fosili în funcție de T_f și T_a.

de energie pentru un termen suficient de lung, cu atît mai mult cu cît utilizarea combustibililor fosili ca bază de materii prime pentru industrie reprezintă o cotă din ce în ce mai mare din cantitatea extrasă anual, este necesar ca în predeterminarea ritmurilor de exploatare să se ţină seama de aceste condiţii. În cele ce urmează se propune o metodă pe baza căreia se pot predetermina ritmurile de consum dintr-o anumită sursă de energie epuizabilă (ritmurile de extracţie), punîndu-le de acord cu necesitatea alimentării continue a consumatorilor şi cu caracterul limitat al surselor respective. Se utilizează termenul de asigurare, definit anterior, care reflectă aici intervalul de timp dinainte stabilit de care este nevoie pentru a lua măsurile de cercetare tehnice şi economice necesare pentru înlocuirea treptată a sursei respective de energie pe cale de epuizare.

La baza prognozei ritmurilor de exploatare s-a considerat variaţia raportului dintre rezervele de combustibili fosili cunoscute la un moment dat şi cantitatea exploatată anual din ele în perioada respectivă, care a fost definit drept termen de epuizare fictiv T_f şi care, considerat ca variabil în timp $T_f(t)$, sintetizează atît variaţia rezervelor, cît şi variaţia consumului. Considerîndu-se variaţia acestui raport (T_f) şi termenul de asigurare admis (T_a), se poate determina prin puncte, din tabela 5 sau din figura 3, variaţia ritmului de exploatare q şi cu aceasta dinamica extracţiei din resursa respectivă (C_k) :

$$C_k = C_0 \prod_{i=1}^{k} q_i = C_{k_0} \prod_{j=1}^{k-k_0} q_j \,, \tag{3}$$

unde

k reprezintă numărul de ani socotit de la începerea exploatării sursei respective,

C_0 — extracţia anuală în primul an de exploatare a sursei respective, spre deosebire de C_{k_0}, care reprezintă extracţia anuală în anul de la care începe prognoza k_0,

q_i şi q_j — ritmurile de creştere ale extracţiei din sursa respectivă faţă de anul de la care începe exploatarea, respectiv faţă de anul k_0.

După cum s-a arătat, datele statistice existente nu permit, în general, să se tragă concluzii extrapolabile asupra evoluţiei rezervelor cunoscute la un moment dat sau a gradului de cunoaştere a rezervelor. Principial, rezervele de combustibili fosili de pe un teritoriu sînt practic limitate, dar necunoscute. Prin lucrările de prospectare geologică se descoperă zăcăminte de combustibili fosili, la început mai lent şi apoi din ce în ce mai rapid, pe măsură ce interesul pentru combustibilii respectivi creşte. Cînd cantitatea rezervelor cunoscute se apropie de cea limită, ritmurile de creştere a rezervelor cunoscute încep să devină tot mai mici, tinzînd către o plafonare. Acest lucru se poate exprima analitic printr-o curbă de forma :

$$\overline{R}\,(t)_k = \overline{R}_{\max}\left[\,1 - 10^{-\alpha k^2}\,\right]. \tag{4}$$

unde $\overline{R}(t)_k$ reprezintă rezervele integrale de combustibili fosili, fără a lua în considerare faptul că din ele s-a consumat și continuă să se consume.

$\overline{R}_{max}$ — rezervele totale maxime evaluate fără considerarea consumului,

α — un coeficient constant.

Această curbă descrie deci variația rezervelor de combustibili fosili cunoscute la un moment dat, fără să se ia în considerare faptul că între timp se consumă din ele pentru satisfacerea nevoilor.

Consumul total din rezervele respective (C_Σ) la un moment dat este suma consumurilor din anii precedenți:

$$C_{\Sigma_k} = \sum_{i=1}^{k} C_0 \prod_{i=1}^{k} q_i \cdot \tag{3'}$$

În acest fel, expresia generală a termenului de epuizare fictiv are forma

$$T_f = \frac{R_k}{C_k} = \frac{\overline{R}_k - C_{\Sigma_k}}{C_k}, \tag{5}$$

În figura 4 s-a prezentat un exemplu de aplicare a metodei propuse pentru predeterminarea ritmurilor de extracție în cazul în care se admite că rezervele totale cunoscute variază după o curbă de forma (4). S-a luat drept exemplu situația rezervelor și consumurile mondiale de țiței, considerîndu-se plafonarea lor la circa 220 de miliarde t.

Neavînd totdeauna suficiente elemente pentru predeterminarea variației rezervelor de combustibili fosili cunoscute la un moment dat, s-au admis trei ipoteze generale de variație cu care s-au încadrat posibilitățile reale de variație a rezervelor.

a) Ipoteza cea mai dezavantajoasă, în care rezervele cunoscute de combustibili fosili nu mai cresc, atingînd limita superioară ($\overline{R}_{k_0} > R_k$; $k > k_0$); în acest caz

$$T_{f_k} = \frac{R_{k-1} - C_k}{C_k} = \frac{R_{k-1}}{C_k} - 1 \cdot \tag{6}$$

Aici R reprezintă rezerva cunoscută la un moment dat, adică rezerva totală cunoscută pînă atunci $\overline{R}_k$, din care se scade consumul însumat $C_{\Sigma k}$.

b) Ipoteza intermediară, în care rezervele cunoscute rămîn constante, adică cantitatea ce se consumă anual se înlocuiește prin noi descoperiri de rezerve de combustibili fosili ($R_{k_0} = R_k$); în acest caz

$$T_{f_k} = \frac{R_{k_0}}{C_k} = \frac{R_{k_0}}{C_{k_0} \prod_{i=1}^{k-k_0} q_i} \cdot \tag{6'}$$

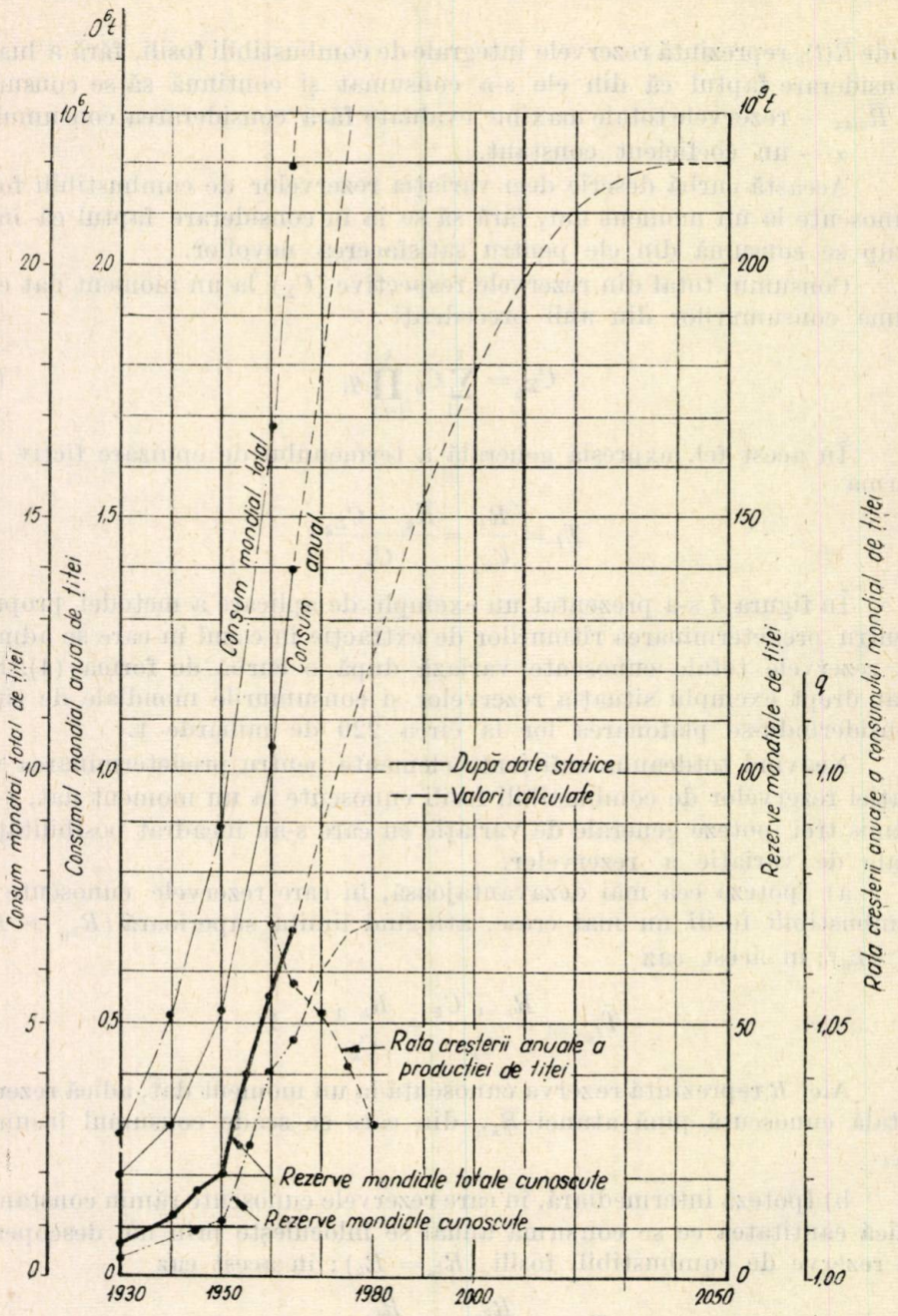


Fig. 4. — Predeterminarea ritmurilor de exploatare a resurselor mondiale de țiței în ipoteza unei variații oarecare a mărimii rezervelor și un termen de asigurare de 20 de ani (pentru variația rezervelor integrale s-a admis o curbă în formă de S rezultată din însumarea rezervelor cunoscute la un moment dat cu consumurile însumate C_Σ).

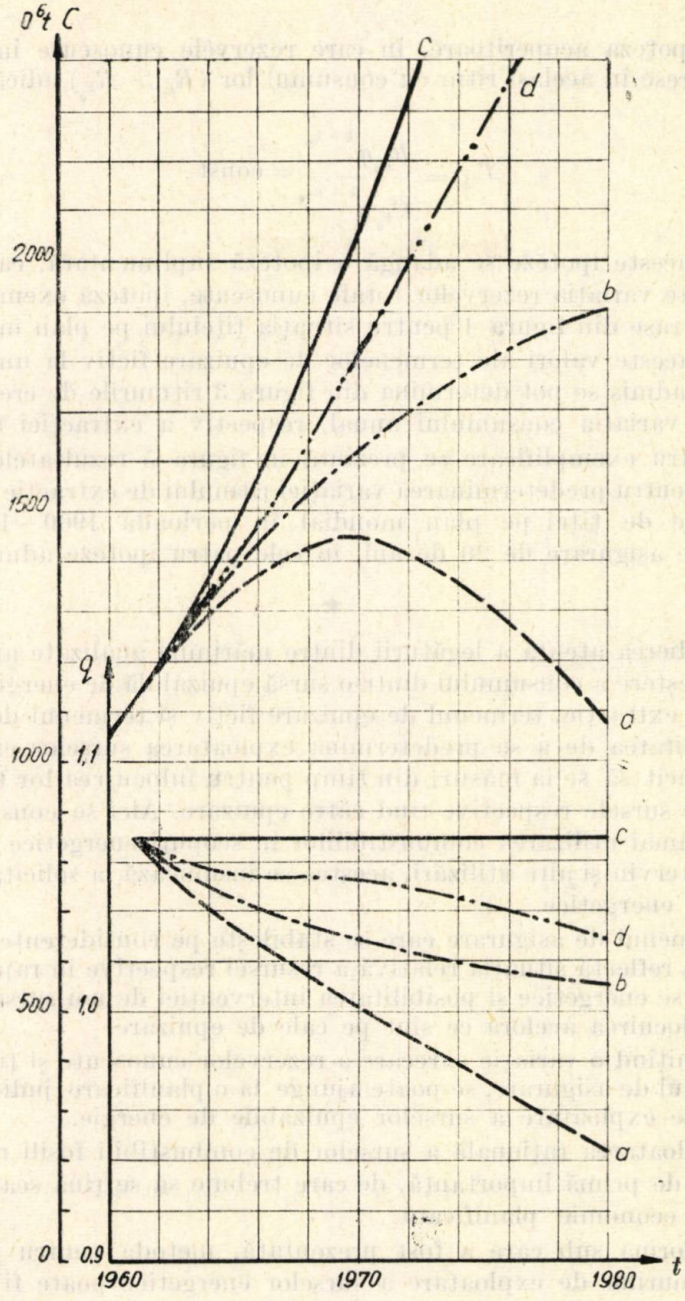


Fig. 5. — Predeterminarea ritmurilor de exploatare şi a extracţiei de ţiţei pe plan mondial în diferite ipoteze de variaţie a rezervelor : *a* — pt. $R_{k_\theta} > R_k$ (nu se descoperă noi rezerve), *b* — pt. $R_{k_\theta} = R_k$ (rezervele ţin pas cu consumurile), *c* — pt. $R_{k_\theta} < R_k$ (T_f = const.), *d* — R variază după o curbă în formă S (fig. 4).

c) Ipoteza acoperitoare, în care rezervele cunoscute începînd din anul k_0 cresc în acelaşi ritm cu consumul lor ($R_k > R_{k_0}$) adică

$$T_{f_k} = \frac{R_{k_0} q^{k-k_0}}{C_{k_0} q^{k-k_0}} = \text{const}. \qquad (6'')$$

La aceste ipoteze se adaugă o ipoteză suplimentară, cazul în care se cunoaşte variaţia rezervelor totale cunoscute, ipoteză exemplificată cu datele extrase din figura 4 pentru situaţia ţiţeiului pe plan mondial.

Cu aceste valori ale termenelor de epuizare fictiv la un termen de asigurare admis se pot determina din figura 3 ritmurile de creştere şi, pe baza lor, variaţia consumului anual, respectiv a extracţiei anuale.

Pentru exemplificare se prezintă în figura 5 rezultatele calculului efectuat pentru predeterminarea variaţiei ritmului de extracţie şi a extracţiei anuale de ţiţei pe plan mondial în perioada 1960—1980, la un termen de asigurare de 20 de ani, în cele patru ipoteze admise.

★

Studierea atentă a legăturii dintre mărimile analizate anterior (ritmul de creştere a consumului dintr-o sursă epuizabilă de energie, respectiv ritmul de extracţie, termenul de epuizare fictiv şi termenul de asigurare) dă posibilitatea de a se predetermina exploatarea surselor energetice în aşa fel, încît să se ia măsuri din timp pentru înlocuirea lor treptată, pe măsură ce sursele respective tind către epuizare. Aici se consideră, bineînţeles, numai utilizarea combustibililor în scopuri energetice ; în măsura în care intervin şi alte utilizări, acestea se însumează la solicitările asupra resurselor energetice.

Termenul de asigurare care se stabileşte pe considerente de politică energetică reflectă situaţia relativă a resursei respective în raport cu celelalte resurse energetice şi posibilitatea intervenţiei de noi surse energetice pentru înlocuirea acelora ce sînt pe cale de epuizare.

Admiţînd o variaţie oarecare a rezervelor cunoscute şi ţinînd seama de termenul de asigurare, se poate ajunge la o planificare judicioasă a ritmurilor de exploatare a surselor epuizabile de energie.

Exploatarea raţională a surselor de combustibili fosili reprezintă o problemă de primă importanţă, de care trebuie să se ţină seama în toate ţările cu economie planificată.

În forma sub care a fost prezentată, metoda pentru predeterminarea ritmurilor de exploatare a surselor energetice poate fi aplicată şi în cazul altor surse de substanţe minerale, atît pe ansamblul lor, cît şi pentru fiecare zăcămînt în parte.

Primit la redacţie la 10 iunie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. Cs. Nagy şi V. Caracudovici, *Probleme ridicate de necesitatea dezvoltării continue a bazei energetice.* St. cerc. energ., seria A, **XIII**, *3* (1963).
2. M. Petcu, Cs. Nagy şi S. Manea, *Prognoza necesarului de putere şi energie electrică.* St. cerc. energ., seria A, **XII**, *3* şi *4* (1962).
3. * * * *Contribution of Nuclear Energy to Future World Power Needs.* Department of Economic and Social Affairs, United Nations. Conf. Geneva 1955, rap. P/1 116.
4. * * * *World Energy Requirements in 1975 and 2000.* Department of Economic and Social Affairs, United Nations. Conf. Geneva 1955, rap. P/902.
5. S. Zagrodzki, *Weltvorräte an kohlenstoffhaltigen Brennstoffen,* BWK, **13**, *12*, 1961.
6. * * * *Welt-Erdölförderung und Rezerven.* Erdöl und Kohle, *10*, 754 (1955), *6*, 425 (1956); *3*, 215 (1960); *5*, 430 (1963).
7. * * * *Anuarul statistic al R.P.R.* (1964).
8. * * * *Statistical Yearbook 1963*, United Nations.
9. * * * *Die Energiereserven der Welt 1962.* Ö.Z.E. *11* (1962).
10. * * * *Reserven Förderung und Verarbeitungskapazität des Erdöls im Jahre 1959.* Braunkohle Wärme und Energie, *8*, 399 (1960).
11. * * * *Welterdölreserven 1961.* Braunkohle Wärme und Energie, *9*, 359 (1962).
12. H. Pienes, *Erdölförderung und Erdölvorräte der Welt.* Glückauf, **98**, *12*, p. 699—703 (1962).
13. * * * *Les ressources mondiales d'énergie.* L'économie électrique, **36**, *30* (1962).
14. * * * *Das Erdgas, die drittgrösste Energieversorgungsquelle der Erde.* Braunkohle, Wärme und Energie, **13**, *12* (1961).
15. * * * *Die Welt Erdgasförderung 1961 und Reserven Anfang 1962.* Erdöl und Kohle-Erdgas Petro-chemie, **16**, *8*, 889 (1963).
16. I. Stăncescu, *Situaţia energetică mondială.* Energetica, **IV**, *1* şi *2* (1956).
17. E. A. G. Robinson, G. H. Daniel, *The Worlds Need for a New Source of Energy.* Conf. Geneva 1955, rap. P/757.
18. * * * *Die Erdgasreserven der wichtigsten Erdgasfördergebiete der Welt.* Braunkohle Wärme und Energie, *5*, 192 (1961).
19. В. Г. Васильев, В. Ф. Поминов, *Ресурсы и добыча газа в капиталистических странах,* Газовая промышленность, **8**, *3* (1963).
20. * * * *Eine neue Schätzung der Weltreserven an fossillen Brennstoffen.* Erdöl und Kohle, *7*, 531 (1960).
21. P. Lardinois, *Les réserves mondiales de combustibles minéraux solides.* Annales des Mines de Bélgique, *2* (1958).
22. * * * *La situation de l'énergie en Europe.* Energy/Document de travail nr. 1, add 2*, 25 ian. (1958).

ANALIZA METODELOR PROPUSE PENTRU OPTIMIZAREA BILANȚULUI ENERGETIC

DE

T. MIGLESCU, AL. PAP, I. NICULESCU și S. IORDACHE

620.92 : 336.12

În ultimii ani au apărut o serie de articole referitoare la problema optimizării bilanțului energetic general. Complexitatea problemei, modurile diferite de tratare și caracterul incomplet al unor informații din materialele publicate au impus necesitatea unei analize critice amănunțite. Articolul de față cuprinde principalele rezultate ale acestei analize.

1. INTRODUCERE

Studiul bilanțului energetic general a constituit una dintre preocupările însemnate ale energeticienilor în special după primul război mondial, cînd sporirea necesarului de energie sub diverse forme și caracterul care se dovedea limitat al surselor de energie au pus problema unei gospodăriri judicioase a surselor de energie. De la început, modul de rezolvare a acestei probleme tehnice-economice a fost puternic influențat de caracteristicile economice ale producerii, transportului, transformării și utilizării energiei și purtătorilor de energie.

Necesităților relativ reduse de energie și, în mod corespunzător, cheltuielilor relativ reduse în sectorul energetic al economiei naționale, existente între cele două războaie mondiale, le-au corespuns instrumente rudimentare de gospodărire a resurselor energetice, ca, de exemplu, întocmirea bilanțului energetic general realizat și analiza sa cantitativă. De asemenea se utilizau metode elementare de stabilire a limitelor economice de înlocuire a unei forme de energie prin alta în cadrul restrîns al unui singur consumator (metodici specifice structurii economice capitaliste).

După cel de-al doilea război mondial, consumul de energie și investițiile în sectorul energetic al economiei naționale au cunoscut o creștere

foarte importantă, cu deosebire în ţările cu economie planificată : ţările socialiste.

Gospodărirea optimă a energeticii a devenit una dintre problemele economice fundamentale. Noilor necesităţi ştiinţa le-a pus la dispoziţe instrumente corespunzătoare de rezolvare : programarea matematică şi maşinile electronice de calcul. În anumite compartimente ale sectorului energetic, cum ar fi alimentarea cu combustibil a diferiţilor consumatori sau producerea de energie electrică, s-au pus şi s-au rezolvat prin metodele moderne ale programării matematice, cu ajutorul maşinilor electronice de calcul, probleme de funcţionare optimă.

Recunoscîndu-se necesitatea rezolvării calitativ diferite a problemei bilanţului energetic general, legat şi de determinarea bilanţului energetic de perspectivă, în Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România au fost efectuate studii în această direcţie începînd din 1959 ; prima publicaţie a apărut în 1960 [1]. În acea perioadă, în literatura de specialitate nu existau publicaţii care să abordeze pe această cale, principial nouă, analiza bilanţului energetic general. Din 1960 pînă în prezent, colectivul a publicat şase lucrări tratînd aspecte importante ale aceleiaşi probleme. Metoda elaborată de colectivul din Institutul de energetică este în stadiul de experimentare.

Începînd din 1961, în revistele de specialitate s-au publicat studii care oglindesc existenţa unor preocupări asemănătoare în majoritatea ţărilor socialiste. Faptul că în nici o ţară capitalistă nu au apărut preocupări în acest domeniu se datoreşte imposibilităţii planificării sectorului energetic în întregime în ţările în care există proprietate privată asupra mijloacelor de producţie.

În prezentul articol, autorii urmăresc să dea, în baza publicaţiilor avute la dispoziţie, o privire de ansamblu asupra modului de abordare a problemei optimizării bilanţului energetic general şi asupra stadiului la care s-a ajuns în rezolvarea acesteia pe plan internaţional.

Majoritatea publicaţiilor avute în vedere indică preocupări ale anumitor instituţii pentru studii de această natură. Astfel, lucrările apărute în Uniunea Sovietică [4], [10], [15], [17] reflectă preocupările Secţiei siberiene a Academiei de Ştiinţe a U.R.S.S. Studiile [11], [12], apărute în Republica Democrată Germană, au fost publicate de Institutul de energetică din Leipzig. Unul dintre studiile apărute în Republica Socialistă Cehoslovacă [2] a fost publicat de Institutul de cercetări pentru planificarea economiei naţionale, iar autorul celuilalt studiu [6] lucrează în cadrul Institutului de cercetări energetice din Brno. În sfîrşit, unul dintre studii [14] a fost întocmit de către partea ungară a secţiei nr. 4 din cadrul Comisiei permanente pentru energie electrică C.A.E.R.

Dintre studiile apărute în străinătate, cele mai complete atît din punct de vedere principial, cît şi teoretic sînt cele în care se raportează cercetările efectuate în cadrul Secţiei siberiene a Academiei de Ştiinţe a U.R.S.S. Aceasta deoarece modelul matematic al bilanţului energetic general întocmit aici exprimă cele trei procese fundamentale ale acestuia : transportul combustibilului de la surse la consumatori, interşanja-

bilitatea combustibililor la consumatori și regimul de funcționare al instalațiilor energetice. Celelalte studii, în modelele matematice propuse, exprimă fie numai unele dintre aceste trei procese fundamentale (mai frecvent numai aspectul interșanjabilității combustibililor), fie aspecte secundare ale bilanțului energetic general (cum ar fi legătura inversă dintre producția resurselor energetice și consumul final de energie).

De aceea centrul de greutate al articolului va fi constituit din prezentarea modelului matematic al bilanțului energetic general propus de Secția siberiană a Academiei de Științe a U.R.S.S., analiza și compararea sa cu modelul matematic al bilanțului energetic general elaborat în cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, considerat cunoscut [1], [3], [5], [9], [13], [16]. Celorlalte studii li se va rezerva o parte corespunzătoare importanței rezolvărilor pe care le cuprind.

2. STUDIUL COMPARATIV CRITIC AL METODELOR PROPUSE PENTRU OPTIMIZAREA BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

2.1. Din cele șase publicații ale colectivului din Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, apărute toate în revista „Studii și cercetări de energetică", prima a apărut în 1960 și prezintă un model matematic al bilanțului energetic general, care cuprinde procesele de transport și interșanjabilitate a combustibililor ; [3] și [5] au apărut în 1962 și cuprind o sistematizare a procedeelor de calcul aproximative și exacte aplicabile la rezolvarea problemei de programare liniară la care se reduce optimizarea bilanțului energetic general ; [9] a apărut tot în 1962 și examinează posibilitatea folosirii mașinilor de calcul cifrice la optimizarea bilanțului energetic general ; [13] a apărut în 1963 și completează modelul matematic al bilanțului energetic general cu aspectul regimului de funcționare al instalațiilor energetice ; [16], apărută în 1964, raportează despre o primă aplicare a metodei elaborate la analiza bilanțului energetic general al anului 1961.

Modelul matematic al bilanțului energetic general propus exprimă cele trei procese fundamentale ale acestuia enumerate anterior.

2.2. Dintre studiile apărute în U.R.S.S., [4] a fost publicat în 1962 în revista „Teploenerghetika" și prezintă modelul matematic al bilanțului energetic general, exprimînd procesul de transport al combustibilului și al interșanjabilității combustibililor consumați în instalațiile energetice ; [10] și [17], publicate în 1962, respectiv în 1964, în revista „Gazovaia promîșlenosti", completează modelul matematic cu aspectul regimului de funcționare al instalațiilor consumatoare, dar numai pentru consumatorii de gaz (în [17] se dă și altgoritmul de calcul) ; în sfîrșit, [15], articol publicat în februarie 1964 în revista „Electricestvo", este o sinteză principială a studiilor pornite pe această cale. În același an a apărut lucrarea [18], care este o trecere în revistă a realizărilor obținute în Uniunea Sovietică în studiul acestei probleme.

Folosind notaţiile deja întrebuinţate în studiile noastre, modelul matematic al bilanţului energetic general propus de către colectivul din cadrul Academiei de Ştiinţe a U.R.S.S. este

$$\sum_{i,j,l,m} \frac{1}{v_{ijlm}} x_{ijlm} c_{ijlm} = \text{minim},$$

$$\sum_{l,m} \frac{1}{v_{ijlm}} x_{ijlm} = W_{ij} \qquad \begin{pmatrix} i = 1, 2, \ldots, o \\ j = 1, 2, \ldots, p \end{pmatrix},$$

$$\sum_{i,j} x_{ijlm} \leqslant R_{lm} \qquad \begin{pmatrix} l = 1, 2, \ldots r \\ m = 1, 2 \ldots s \end{pmatrix},$$

exprimînd numai aspectul transportului şi interşanjabilităţii combustibililor. Acest model este practic identic cu primul model propus în cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România.

Identitatea celor două modele priveşte structura propriu-zisă a modelului, criteriul de optimizare (minimul cheltuielilor de calcul pe toate lanţurile energetice), structura şi necesităţile de energie finală şi structura şi mărimea dată a resurselor energetice.

Mărimea c_{ijlm} reprezintă, după cum se ştie, cheltuielile de calcul care iau naştere pe întregul lanţ i, j, l, m pentru ca unitatea de energie brută să ajungă în forma de consum final, trecînd prin instalaţiile de extracţie, transport magistral, transport de distribuţie şi instalaţii utilizatoare (instalaţiile de transformare, cum ar fi centralele electrice, sînt considerate consumatori finali).

Mărimea c_{ijlm} nu este însă constantă, ea depinzînd de regimul de funcţionare al consumatorilor prin intermediul numărului anual al orelor de utilizare a productivităţii orare normale (h). Dar această mărime nu este cunoscută pentru consumatorii care, lucrînd în paralel, trebuie să realizeze un anumit grafic de producţie comun (vezi centralele electrice). În asemenea condiţii, mărimea h trebuie să fie un rezultat al optimizării bilanţului energetic general.

Problema se pune în mod diferit cînd instalaţiile sistemului energetic general există sau cînd ele urmează să fie construite.

Modelul propus de către colectivul sovietic consideră că graficul de funcţionare (regimul de funcţionare) al fiecărei instalaţii este dat, deci h cunoscut, şi atunci C_{ijlm} normal (nominal) se va înmulţi cu o mărime k funcţie de numărul anual al orelor de utilizare a productivităţii orare a instalaţiilor considerate. În modelul nostru se consideră că, atunci cînd instalaţiile există, cheltuielile constante nefiind optimizabile, c_{ijlm} va fi tocmai partea variabilă a cheltuielilor specifice ; în cazul cînd instalaţiile nu există, partea constantă a cheltuielilor anuale de calcul totale ale unei instalaţii poate fi considerată ca variind liniar cu productivitatea orară a acesteia, introducîndu-se deci ca necunoscute productivităţile orare ale instalaţiilor noi şi păstrînd caracterul liniar al problemei.

Mărimea $\frac{1}{b_{ijlm}} = \eta_{ijlm}$, randamentul întregului lanț i, j, l, m, ca și mărimea c_{ijlm}, reprezintă indici tehnici-economici globali și constanți pentru aceeași grupă de consumatori. Cu această condiție, problema poate fi rezolvată prin metodele programării liniare.

Analog metodei propuse de Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România [16], consumatorii au fost împărțiți în grupe după posibilitățile comune de interșanjabilitate a combustibililor și de modificare a indicilor c și b la trecerea de la un combustibil la altul. Colectivul Academiei de Științe a U.R.S.S. clasifică consumatorii în unsprezece grupe, dintre care primele șase prezintă posibilitățile cele mai mari de folosire a diferitelor resurse energetice :

1) agregate de cazane cu arderea combustibilului în cameră de ardere la centrale electrice de puteri mari și mijlocii ;

2) agregate de cazane cu arderea în strat, mecanizată, a combustibilului la centrale mici și medii și centrale termice industriale și raionale ;

3) centrale termice mici și instalații de încălzire în locuințe cu focare nemecanizate ;

4) cuptoare de topit industriale ;

5) cuptoare de încălzit industriale ;

6) cuptoare de ars industriale ;

7) cocserii ;

8) generatoare de gaz ;

9) instalații de transport cu aburi ;

10) instalații de forță cu motoare cu piston și turbine cu gaz ;

11) prelucrarea combustibilului în industria chimică.

Clasificarea este rațională, cu observația că și „instalațiile de transport cu aburi" au capacitatea de folosire a diferiților combustibili. Nu se stabilește în continuare o împărțire a acestor consumatori în funcție de încadrarea lor în modelul matematic (consumatorii celor patru categorii din metoda Institutului de energetică).

În una dintre lucrări [4] se subliniază printre problemele importante ale bilanțului energetic general și analizarea transportului de distribuție. Relevînd faptul că în prezent în compararea economicității folosirii diverselor resurse energetice se ia în considerare numai modificarea cheltuielilor în transportul magistral, autorii atrag atenția asupra faptului că uneori diferența cheltuielilor de calcul în transportul de distribuție pentru diferite tipuri de combustibil depășește chiar cheltuielile în transportul magistral. În sprijinul acestei afirmații se citează cifre.

Într-unul din studiile publicate de colectivul nostru se observă că se poate vorbi de o stabilitate a soluției optime în apropierea optimului, stabilitate constînd în menținerea trăsăturilor generale ale acestei soluții la variații ale criteriului de optimizat sau ale parametrilor în anumite limite. Studiile apărute în U.R.S.S. remarcă importanța folosirii mașinilor de calcul nu numai pentru o singură determinare (a soluției optime), dar și pentru a urmări „influența datelor inițiale asupra stabilității structurii optime a bilanțului energetic general".

Eroarea de care pot fi afectate datele inițiale (considerată de circa 5 %) introduce o anumită nedeterminare economică, adică mai multe soluții care conduc la aceleași cheltuieli de calcul totale. Deși afirmat principial, nu rezultă că acest aspect al problemei ar fi găsit o rezolvare teoretică și practică, probabil datorită complexității (necesită aplicarea metodelor de programare stohastică) și datorită faptului că este unul dintre aspectele de atacat într-o etapă mai avansată a cercetărilor privind optimizarea bilanțului energetic general.

Determinarea bilanțului energetic regional optim este văzută ca o rezolvare în a doua aproximație prin aceeași metodă ca și cea aplicată pentru determinarea bilanțului energetic general, rezolvare care se obține prin o detaliere mai înaintată a consumatorilor. Gradul de detaliere în stabilirea datelor inițiale ale problemei crește de la bilanțul energetic general la bilanțul energetic regional și de la bilanțul energetic general de perspectivă la planul anual de aprovizionare cu combustibil și energie. Și colectivul siberian vede una dintre aplicațiile metodei în determinarea planului anual optim de aprovizionare cu combustibil și energie.

Într-unul din studiile colectivului din Siberia, modelul bilanțului energetic general este astfel completat, încît să reflecte și procesul de consum al resurselor de energie nestocabile (gaz natural) [1]) în funcție de regimul de consum al consumatorilor. În afară de datele inițiale cuprinse în primul model, se mai face apel la graficul de variație anuală a cantității medii lunare de energie finală produsă de fiecare grupă de consumatori. Pe baza acestui grafic se determină $y = f(x)$, funcția cantității de energie produse (anual) pentru un anumit nivel al productivității. Bilanțul energetic general se obține acum ca o soluție aproximată printr-o rezolvare în două etape.

În prima etapă se determină consumatorii de gaz „de bază" și consumurile eventuale de alți combustibili la vîrf ale acestora, punînd condiția suplimentară de nedepășire la vîrf a productivității surselor de gaz:

$$\sum_{i,j} y_{nim} \leqslant R_{lm}.$$

Din această rezolvare se obțin consumurile de gaz ale consumatorilor, care astfel devin de bază, și consumurile eventuale de alți combustibili ale acestor consumatori. Defalcînd toate aceste consumuri din datele primare ale resurselor disponibile, se obțin datele inițiale pentru a doua etapă de rezolvare a problemei, în care sînt introduși din nou toți consumatorii, cu excepția consumatorilor de gaz de bază.

Printre datele inițiale vor figura și cantitățile de gaz neconsumate de consumatorii de bază, adică surplusurile sezoniere de gaz. Rezolvînd același model prin aceeași metodă în a doua etapă, se obțin consumatorii sezonieri de gaz și repartiția definitivă a resurselor energetice disponibile.

Deosebirea dintre metoda propusă de către colectivul din Academia de Științe a U.R.S.S. și metoda propusă în Institutul de energetică al Aca-

[1]) Nu au fost luate în considerare posibilitățile de stocare a gazelor.

demiei Republicii Socialiste România pentru determinarea influenței regimului de consum și de producere a energiei și purtătorilor de energie asupra bilanțului energetic general optim constă în următoarele. Metoda Institutului de energetică permite determinarea simultană a consumatorilor de gaz de bază și sezonieri, a consumurilor de alți combustibili ai acestor consumatori și a consumurilor de combustibili ai celorlalți consumatori. De asemenea, el prevede posibilitatea luării în considerare simultan a regimului de funcționare al sistemului electroenergetic și al folosirii interconexiunii dintre centralele electrice pentru optimizarea bilanțului energetic general.

Mai multe aspecte ale acestei părți a studiului sînt susceptibile de o discuție care depășește cadrul acestei relatări, de aceea vom enumera numai două dintre ele. Astfel, se preconizează ca cheltuielile consumatorilor sezonieri de gaz să nu cuprindă decît cheltuielile variabile corespunzătoare, făcute în instalațiile de producere și de transport a gazului. Acest lucru nu este posibil însă, deoarece determinarea consumatorilor sezonieri se face tocmai și pe baza cheltuielilor specifice. A doua chestiune nelămurită este tratarea din punct de vedere matematic a consumatorilor cărora, datorită caracteristicilor instalațiilor lor, nu li se poate repartiza decît un singur fel de combustibil, fie numai combustibil solid de un anumit sort, fie numai combustibil lichid, fie numai gaz natural.

Colectivul din Siberia s-a lovit de aceleași greutăți legate de rezolvarea pe mașina electronică de calcul a modelului matematic corespunzător bilanțului optim, ca și colectivul nostru (memoria mașinii mai mică decît cea necesară). Nu există nici o indicație relativ la dimensiunile matricei și la tipul mașinii electronice de calcul folosite. Se afirmă doar că pentru a mări eficiența folosirii memoriei mașinii a fost utilizată metoda simplex modificată, pentru care a și fost întocmit un program.

Seria studiilor apărute în U.R.S.S. se încheie cu o sinteză principială la nivelul stadiului actual al preocupărilor legate de optimizarea bilanțului energetic general la Institutul de energetică al Secției siberiene a Academiei de Științe a U.R.S.S. După cum se arată încă de la început în acest studiu, „una dintre problemele cele mai actuale ale energeticii o reprezintă crearea teoriei proporțiilor optime ale bilanțului energetic general".

În problema pierderilor de energie se adoptă aceeași părere cu cea exprimată de delegația română la ultima sesiune a Conferinței mondiale a energiei, și anume clasificarea pierderilor în pierderi economic justificabile și economic nejustificabile, adică pierderi care ar putea fi evitate prin o mai bună organizare a exploatării, prin modernizarea utilajului și prin scoaterea din exploatare a echipamentului cu uzură morală. Se menționează că într-o serie de cazuri s-a observat că investirea de capital pentru înlăturarea pierderilor poate avea un efect economic mai mare decît investirea aceluiași capital în industria extractivă pentru producerea de energie primară necesară acoperirii acestor pierderi.

2.3. Modelul matematic al bilanțului energetic general propus în cadrul C.A.E.R. ia în considerare numai aspectele transportului combustibilului și posibilitățile de interșanjabilitate a acestuia la consumatori. Stabilirea necesarului de combustibil al consumatorului se face fără a

lua în considerare influenţa calităţii combustibilului asupra eficacităţii folosirii sale, exprimînd deci cantitatea necesară în combustibil convenţional, indiferent de calitatea combustibilului. În aceste condiţii, randamentul folosirii diverşilor combustibili de către un consumator este constant. Modelul matematic al bilanţului energetic general corespunzător acestui mod de a pune problema are forma

$$\sum_{i,j,l,m} x_{ijlm}\, c_{ijlm} = \text{minim},$$

$$\sum_{l,m} x_{jilm} = W_{ij} \qquad \begin{pmatrix} i = 1, 2, \ldots, o \\ j = 1, 2, \ldots, p \end{pmatrix},$$

$$\sum_{i,j} x_{ijlm} \leq R_{lm} \qquad \begin{pmatrix} l = 1, 2, \ldots, r \\ m = 1, 2, \ldots, s \end{pmatrix},$$

Se constată că problema obţinută este o problemă clasică de programare de tip transport.

Acest model, bazat pe simplificări care reduc posibilităţile de optimizare a bilanţului şi denaturează procesul de consum a combustibililor, reprezintă totuşi un pas înainte faţă de metoda echilibrării părţii de consum şi de producţie a energiei, utilizată în prezent în planificarea curentă.

2.4. Modelul matematic al Institutului de cercetări pentru planificarea economiei naţionale din Praga este un model asemănător celui de mai sus. Deosebirea constă în faptul că în acest model consumatorii nu sînt individualizaţi decît pe grupe tehnologice, nu şi pe centre, ceea ce duce la neconsiderarea transportului de combustibil între sursă şi consumator.

2.5. Articolele lui F. Schulz şi K. Horocky din „Energetika" (Praga) şi ale lui F. Heinemann din „Mitteilungen des Institutes für Energetik" (Leipzig) prezintă un model al bilanţului energetic general care ţine seama numai de faptul că necesarul de energie finală depinde de producţia de combustibil de diferite feluri.

Introducerea acestui aspect într-un model matematic care reflectă cele trei procese fundamentale, şi anume transportul combustibililor, interşanjabilitatea lor la consumator şi regimul de funcţionare al instalaţiilor consumatoare, ar mări rigurozitatea reflectării realităţii, însă ar duce la complicarea acestuia. În situaţia prezentă, cînd chiar un model matematic care reflectă numai cele trei procese fundamentale utilizează aproape la limită posibilităţile maşinilor electronice de calcul existente, orice complicare suplimentară a modelului matematic al bilanţului energetic general ar întîrzia folosirea practică a acestuia în calculele de planificare optimală.

2.6. Articolul lui G. Rèczey [8] din „Energetika és atomtehnica" (R.P.U.) prezintă probleme metodologice cu privire la bilanţul energetic general şi se ocupă de problema modelării matematice a aprovizionării cu energie.

Pentru valorificarea sa a fost necesară întocmirea unui model care să fie în concordanță cu ipotezele și afirmațiile autorului, prezentate explicit sau rezultate indirect din articol. Acest model nu ține seama de regimul de funcționare al instalațiilor energetice și realizează optimizarea în două etape. Într-o primă etapă a calculului se presupune că centrele de producție sînt concentrate pe feluri de purtători de energie și forme de energie; de asemenea consumatorii. Dintr-un prim proces de optimizare, cu luarea în considerare a posibilităților de interșanjabilitate, rezultă tehnologiile care trebuie folosite, respectiv felurile și cantitățile de energie necesare. Etapa următoare a calculelor își propune să determine modul de aprovizionare optim al consumatorilor, ținîndu-se seama de dispunerea acestora și a centrelor producătoare. Este evident că soluția obținută în acest mod este mai puțin avantajoasă decît cea care se obține rezolvîndu-se problema printr-un singur proces de optimizare.

3. CONCLUZII

3.1. Cum s-a putut constata din această succintă trecere în revistă, în ultimii ani în mai multe țări au început să apară preocupări legate de optimizarea bilanțului energetic general. Deși există multe greutăți inerente începutului și complexității problemei, primele rezultate publicate sînt promițătoare pentru viitorul rezolvării sale.

3.2. În tratarea problemei considerăm corectă calea care ține seama de cele trei procese fundamentale ale bilanțului energetic general : transportul combustibililor de la surse la consumatori, interșanjabilitatea combustibililor la instalațiile consumatorilor de energie și regimul de funcționare al instalațiilor energetice.

3.3. Dificultățile care au fost semnalate referitor la rezolvarea unor probleme de programare matematică de dimensiunile celor de bilanț energetic vor putea fi depășite ținînd seama de tendințele de dezvoltare în continuare ale posibilităților mașinilor electronice de calcul.

3.4. În viitor va trebui să se urmărească, pe de o parte, mărirea gradului de fidelitate în cuprinderea realității fizice în modelul matematic, iar pe de altă parte realizarea unor modele matematice și a unor metode de rezolvare care să facă optimizarea bilanțului energetic general cît mai operativă.

Primit la redacție la 15 martie 1965.

BIBLIOGRAFIE

1. T. Miclescu, *Considerații asupra bilanțului energetic de perspectivă*, St. cerc. energ., *3* (1960).
2. V. Havlin, V. Strnad, F. Bores, *Metoda analyzy vybranych kvantitativnich vztahu v energhelicke bilanci.* Praga Vyzkumny ustav narodnohospodareho planovani, 1961.
3. T. Miclescu, Al. Pap, *Procedee de calcul pentru determinarea bilanțului energetic de perspectivă. I. Procedee aproximative.* St. cecr. energ. *2* (1962).

4. Ю. А. Кузнепов, А. П. Меренков, Л. А. Мелентьев, А. С. Некрасов, *Определение оптимальной структуры перспективного энергетического баланса использованием электронных вычислительных машин.* Теплоэнергетика *5* (1962).

5. T. Miclescu, Al. Pap, *Procedee de calcul pentru determinarea bilanţului energetic de perspectivă. II. Procedee exacte.* St. cerc. energ., *3* (1962).

6. F. Kucera, *Přispěvek k rozboru energetickych bilanci.* Energetika, *8* (1962).

7. F. Schulz. K. Horicky, *Pouziti strukturalniho modelu pro kvantitativni analyzu a planovani rozvaje energetickeho hospodovstvi.* Energetika, *8* (1962).

8. G. Réczey, *A távlati energiamérleg eklészitésének metodikája.* Energetika és Atomtehnica, *9* (1962).

9. T. Miclescu, Al. Pap, *Cu privire la posibilitatea folosirii maşinilor de calcul cifrice la determinarea bilanţului energetic de perspectivă optim.* St. cerc. energ., *4* (1962).

10. Ю. А. Кузнецов, *Определение оптимальной структуры перспективного энергетического баланса с использованием электронных вычислетельных машин.* Газовая Промышленность, *12* (1962).

11. H. Almers, *Optimierung in der Energiewirtschaft.* Mitteilungen des Institutes für Energetik, *39* (1962).

12. F. Heinemann, *Energieträger Bilanz als ein System linearer Gleichungen.* Mitteilungen des Institutes für Energetik, *46* (1962).

13. T. Miclescu, *Exprimarea regimului de consum şi de producere a energiei şi purtătorilor de energie în ecuaţiile bilanţului energetic general.* St. cer. energ., *2* (1963).

14. * * * *Descrierea metodicei de determinare a principiilor de bază şi a calculelor la alegerea purtătorilor de energie.* C.A.E.R., Comisia permanentă pentru energie electrică, Partea ungară a Secţiei nr. 4, Budapesta, august, 1963.

15. Л. А. Мелентиев, *Задачи научных исследований энергетического баланса.* Электричество, *2* (1964).

16. T. Miclescu, Al. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanţului energetic general.* St. cerc. energ., *3* (1964).

17. У. Ю. Кузнецов, Ал. Шварчев, *Алгоритм расчета оптимальной структуры энергетического баланса на электронной вычислительной машине с учетом режимов газопотребления.* Газовая промышленность, *6* (1964).

18. С. Фелд, *Единый энергетический баланс народного хозяйства*, Москва. „Экономика" 1964.

CRITERII ECONOMICE PENTRU OPTIMIZAREA STRUCTURII SISTEMELOR ENERGETICE

DE

MIHAI PETCU

620.96.338.98

Analizînd numeroasele criterii economice utilizate pentru diferite tipuri de probleme privitoare la optimizarea structurii sistemelor energetice, se demonstrează că toate criteriile se pot grupa în două familii : criterii bazate pe fluxurile valorice directe şi criterii în care apare amortizarea. Cele din prima familie se dovedesc preferabile din punct de vedere teoretic şi practic.

1. INTRODUCERE

Dezvoltarea teoretică şi aplicarea în practică a metodelor matematice pentru optimizarea structurii sistemelor energetice, sarcină de mare actualitate în condiţiile creşterii necontenite a rolului energiei electrice în viaţa economică şi socială, necesită o analiză economică atentă a criteriilor economice de optimizare care pot fi utilizate în modelele matematice. Această analiză este cu atît mai mult necesară, cu cît în domeniul energetic au fost întrebuinţate pînă în prezent numeroase criterii de apreciere a eficienţei economice a soluţiilor fără a li se preciza semnificaţia, limitele şi domeniul de aplicabilitate. În articolul de faţă, analiza întreprinsă urmăreşte tocmai să determine conţinutul mărimilor ce intervin în expresiile cantitative ale diferitelor criterii, esenţa economică a criteriilor şi ordonarea lor după generalitate şi natura problemelor la care îşi găsesc întrebuinţare.

În sistemele energetice, problemele de optimizare care se pot formula sînt variate ca tip şi amploare, începînd cu cele mai simple (dimensionarea unei instalaţii, alegerea între mai multe variante de instalaţii care satisfac o anumită nevoie) şi mergînd pînă la cele mai complicate (alegerea modului de exploatare a unui ansamblu de instalaţii, alegerea programului de dez-

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 4 p. 799–820 Bucureşti 1965

voltare a ansamblului instalațiilor sistemului [1]). La formularea unor asemenea probleme, printre ipotezele de lucru cu ajutorul cărora se delimitează cadrul problemei și se schematizează legăturile între diferite mărimi trebuie să fie explicit prezentate și ipotezele privitoare la schematizarea conexiunilor economice ale domeniului studiat cu domeniile adiacente.

Interdependența strînsă care există între ramura energiei electrice și celelalte ramuri poate fi caracterizată prin două categorii de conexiuni economice :

— *conexiuni amonte*, privitoare la mijloacele de producere a energiei electrice (deschiderea minelor de cărbuni și forarea sondelor de petrol sau de gaze, organizarea transporturilor de combustibil la centrale, producția echipamentelor energetice etc.) ;

— *conexiuni aval*, care se referă la rolul energiei electrice, privită atît ca mijloc de producție, cît și ca mijloc de consum [1]. Ca mijloc de producție ea contribuie la mecanizarea și automatizarea proceselor tehnologice, mărind productivitatea muncii și calitatea produselor fabricate (care, la rîndul lor, măresc eficacitatea altor procese tehnologice), iar ca mijloc de consum reprezintă o importantă pîrghie pentru îmbunătățirea condițiilor de viață ale populației, pentru ridicarea nivelului de trai material și cultural.

Conexiunile amonte privesc un număr relativ redus de ramuri, pe cîtă vreme conexiunile aval se stabilesc cu aproape toate sectoarele economice.

De aceea, dacă s-ar studia optimizarea structurii sistemului energetic încercînd a se ține seama de *toate* conexiunile economice, atunci într-un fel sau altul ar fi atrase în cadrul domeniului studiat toate ramurile economiei naționale. În acest caz ar trebui formulat un criteriu de optimizare foarte general, vizînd obținerea efectului final maxim cu mijloacele tehnice, resursele naturale și cele de muncă *date* ale societății. Ca efect final, în conformitate cu legea economică fundamentală a socialismului, trebuie să apară aici nivelul de trai al populației. Sau, în conformitate cu sarcina economică fundamentală a țărilor socialiste pentru etapa istorică a întrecerii economice pașnice cu capitalismul, se poate lua în considerare ca efect final volumul fizic al producției pe locuitor. Aplicarea unui asemenea criteriu general și luarea în considerare a tuturor conexiunilor economice ar rezolva optimizarea structurii sistemului energetic odată cu optimizarea structurii economiei naționale în ansamblu. Pentru moment, încercarea de a formula cantitativ și a aplica în practică aceste criterii generale este prematură, căci lipsesc o serie de elemente principiale pe care științele economice nu le-au elaborat încă [2].

[1]) Toate acestea sînt probleme în care apare necesitatea efectuării unei selecții între mai multe *obiective economice*. Obiectivele economice sînt aici definite în mod general ca operații (variante) care au o economicitate comensurabilă. Obiectivele economice pot fi deci, unul față de altul, mai mult sau mai puțin avantajoase din punct de vedere economic. Mărimea cu ajutorul căreia poate fi exprimat cantitativ avantajul economic aferent diferitelor obiective ce se compară este *funcția scop* sau *criteriul*. După cum arată denumirea, modul de construire a unui criteriu pornește de la examinarea scopului economic vizat prin realizarea obiectivelor comparate.

Neputîndu-se lua în considerare toate conexiunile economice ale sistemului energetic, se acceptă întotdeauna — declarat sau tacit — ipoteza consumului impus [3], potrivit căreia se consideră date (impuse de consumatori) sarcinile electrice și termice pe care sistemul trebuie să le acopere. În acest caz, conexiunile aval își pierd semnificația, iar criteriul general care cere obținerea unor realizări maxime (în nivel de trai sau în volum fizic al producției) pe baza unui volum dat de cheltuieli (în mijloace tehnice, resurse naturale și resurse de muncă), adică a unei valori minime a raportului dintre cheltuieli și realizări, capătă o formulare particulară, adaptată cadrului problemei. Astfel, pentru ca raportul dintre cheltuieli și realizări să fie minim cînd realizările sînt impuse, trebuie, evident, ca cheltuielile să fie minime.

Rămîne să se precizeze cum trebuie exprimate cantitativ aceste „cheltuieli", care aici au apărut într-un sens foarte general, cuprinzînd toate consumurile de materiale, utilaje, resurse naturale și de muncă. Datorită faptului că această noțiune nu este suficient de bine conturată pentru a fi făcută măsurabilă, criteriul cheltuielilor minime ia în practică diferite forme, care nu coincid întotdeauna și care se abat într-un fel sau altul de la conținutul arătat.

2. ACTUALIZAREA

2.1. Ca să poată fi însumate, cheltuielile curente sau de investiții care sînt prevăzute să apară în viitor pentru exploatarea și extinderea sistemului energetic trebuie actualizate, adică raportate la perioada prezentă (sau la un alt moment de reper); altfel, cheltuielile făcute în momente diferite nu pot fi adunate sau scăzute, deoarece ele sînt bunuri de natură diferită din punct de vedere economic [4].

Între două bunuri de natură diferită se stabilește în general un raport de echivalență economică, care face posibil schimbul. De exemplu

$$1 \text{ tonă de oțel} = p \text{ tone de ciment},$$

p fiind prețul oțelului în raport cu cimentul.

Un astfel de raport de schimb există și între bunurile prezente și cele disponibile în viitor. De exemplu, o tonă de oțel disponibilă imediat și o tonă de oțel disponibilă peste un an sînt bunuri diferite din punct de vedere economic și între ele se stabilește un raport de schimb:

$$1 \text{ tonă de oțel în prezent} = p' \text{ tone de oțel peste un an},$$

ceea ce înseamnă că prețul oțelului disponibil imediat este p' în raport cu cel al oțelului disponibil peste un an.

Similar, un leu disponibil imediat și un leu disponibil peste un an fiind bunuri diferite, se poate scrie relația de echivalență

$$1 \text{ leu în prezent} = s \text{ lei peste un an}.$$

Prin definiție

$$s\,\frac{\text{lei peste un an}}{\text{lei în prezent}}$$

este factorul de actualizare. El permite să se afle valoarea actuală V a unei sume V_1 disponibile peste un an:

$$V = \frac{V_1 \text{ lei peste un an}}{s\,\dfrac{\text{lei peste un an}}{\text{lei în prezent}}} = \frac{V_1}{s} \text{ lei în prezent},$$

sau, invers, valoarea V_1 peste un an a unei sume V disponibilă în prezent:

$$V_1 = (V \text{ lei în prezent})\left(s\,\frac{\text{lei peste un an}}{\text{lei în prezent}}\right) = Vs \text{ lei peste un an.}$$

După cum rezultă din cele de mai sus, factorul de actualizare este un raport de schimb între prezent și viitor, un preț al disponibilității fondurilor [5].

Factorul de actualizare este totdeauna supraunitar [2]), deoarece se preferă un bun imediat față de același bun peste un timp oarecare iar pentru a ajunge la echivalență bunul viitor trebuie să fie mai mare în valoare absolută de cît bunul prezent.

2.2. Pentru generalizare, de-a lungul unei perioade de timp mai îndelungate, factorul de actualizare

$$s_t\,\frac{\text{lei în momentul } t}{\text{lei în momentul } (t-1 \text{ an})}$$

se poate concepe ca o funcție de timp $s_t\ (t)$ continuă sau luînd anual valori discrete. Valoarea actuală V a unei sume de bani V_T disponibilă în anul T este

$$V = \frac{V_T}{S_T}, \tag{1}$$

unde S_T este raportul total în care se face actualizarea pe întreaga perioadă T.

Dacă s_t ia valorile $s_1, s_2, \ldots, s_T$ în anii $1, 2, \ldots, T$,

$$S_T = \prod_{t=1}^{T} s_t\,. \tag{2}$$

[2]) Pentru a pune mai bine în evidență acest lucru, majoritatea autorilor folosesc în loc de s expresia $(1+\sigma)$, unde σ capătă denumirea de rată de actualizare, datorită simetriei formale cu expresia dobînzii $c = c_0\,(1+i)$, în care i este rata dobînzii.

Dacă $s_t\,(t)$ este o funcție continuă de timp,

$$S_T = e^{\int_0^T \ln s_t\,dt} \tag{3}$$

sau

$$\lg S_T = \int_0^T \lg s_t\,dt. \tag{3'}$$

În mod obișnuit se face ipoteza că s este constant pe perioada de calcul, și atunci

$$S_T = s^T. \tag{4}$$

2.3. Determinarea valorii factorului de actualizare s sau a dinamicii sale $s(t)$ este o problemă economică foarte complexă, care nu a primit pînă în prezent o rezolvare satisfăcătoare pentru economia socialistă. În economia capitalistă, unde legile pieței sînt suverane, valoarea ratei de actualizare se stabilește între rata dobînzii și rata profitului, care, la rîndul lor, depind de conjunctura pieței. Se observă că în epocile de avînt al economiei apare o cerere sporită de capitaluri pentru investiții și se stabilesc rate de actualizare mai mari, iar în epocile de stagnare cererea de capitaluri pentru investiții este redusă și ratele de actualizare la care se ajunge sînt coborîte.

Pentru economia socialistă, unde fondurile de investiții sînt dirijate prin plan, legile pieței își pierd semnificația și de aceea valoarea factorului de actualizare trebuie determinată în mod științific, ținînd seama de ritmul creșterii productivității muncii și de condițiile progresului tehnic. Factorul de actualizare este o mărime economică importantă care caracterizează dinamicitatea ansamblului economiei. Determinarea valorii sale nu este o chestiune de convenție, ci o problemă de cunoaștere a unui element existent obiectiv.

Totuși, în lipsa unei soluționări științifice a acestei probleme, în U.R.S.S. s-a elaborat un normativ [6] care recomandă valoarea $\sigma = 0{,}125$ (adică $s = 1{,}125$) pentru calculele economice în domeniul energetic. În țara noastră se utilizează fie această valoare, fie valoarea $s = 1{,}1$, neexistînd încă un normativ oficial (care ar fi necesar cît mai curînd, chiar fără o fundamentare teoretică completă).

Toate cheltuielile, atît cele curente, cît și investițiile, pentru toate obiectivele care apar în cadrul unei probleme de calcul economic trebuie actualizate la același an de reper. Anul de reper poate fi ales arbitrar, căci soluția nu depinde de alegerea lui. Totuși e de preferat ca acest an de reper să fie anul curent sau un an apropiat, pentru ca expresiile valorice care rezultă să fie compatibile cu nivelul prețurilor uzuale.

3. CRITERIUL INVESTIȚIILOR MINIME

Investiția este suma tuturor cheltuielilor făcute pentru construcția, montajul și punerea în funcțiune a unei instalații [3]). De remarcat că această sumă cuprinde cheltuieli făcute de-a lungul unui interval de timp; or, pentru a putea fi adunate cheltuielile făcute în epoci diferite, trebuie actualizate. Dacă în cei m ani ai perioadei de construcție și de punere în funcțiune cheltuielile sînt, respectiv, I_1, I_2, ..., I_m, investiția raportată la momentul punerii în funcțiune este

$$I = \sum_{k=1}^{m} I_k \, s^{m-k}, \tag{5}$$

unde s este factorul de actualizare.

Mărimea I poate deveni criteriu de ordonare dacă obiectivele economice comparate satisfac în egală măsură o anumită necesitate impusă și sînt caracterizate economic în primul rînd prin investiții, cheltuielile curente de exploatare fiind neglijabile.

Această situație se poate întîlni, de exemplu, la stabilirea ordinii de economicitate a zăcămintelor de gaze naturale, unde cheltuielile de exploatare a sondelor în funcțiune sînt mici, hotărîtoare rămînînd investițiile pentru forajul sondelor și construcția conductelor de transport.

Dacă însă obiectivele analizate implică și cheltuieli curente de exploatare care nu pot fi neglijate, criteriul investițiilor minime nu este aplicabil.

4. CRITERIUL CHELTUIELILOR DIRECTE MINIME

Cheltuielile anuale de exploatare directe (D) ale unei unități economice cuprind toate cheltuielile legate de procesul de producție și de exploatarea propriu-zisă : materii prime și combustibili, salariile personalului, reparații curente, cheltuieli generale, impozite, taxe etc.

Criteriul cheltuielilor directe minime este potrivit mai ales pentru stabilirea celui mai avantajos mod de exploatare a unui ansamblu dat de instalații sau utilaje care satisfac o anumită necesitate impusă [4]). El nu este aplicabil la ordonarea obiectivelor economice care implică și investiții.

---

[3]) Pentru o centrală electrică investiția cuprinde :
— cheltuieli de cercetări, proiectare și studii pe teren ;
— achiziționarea terenului, despăgubiri pentru exproprieri, mutării de linii de comunicație și căi de transport ;
— organizarea șantierului, drumuri de acces, construcții provizorii ;
— construcții definitive și utilaje ;
— combustibil în stoc (la CAE prima încărcătură) ;
— probe, încercări, reglaje pentru punerea în funcțiune ;
— cheltuieli generale pe timpul construcției și punerii în funcțiune.

[4]) Exemple : stabilirea modului de organizare a transporturilor feroviare pe o rețea dată și cu un parc de vagoane și de locomotive dat ; repartiția sarcinilor între agregatele interconectate ale sistemului energetic.

5. CRITERIUL CHELTUIELILOR TOTALE ACTUALIZATE MINIME

Într-un caz mai general decît cele examinate mai sus nu este posibil a neglija nici investiţiile, nici cheltuielile de exploatare. Atunci, pentru ordonarea unor obiective echivalente din punctul de vedere al utilităţii se foloseşte criteriul cheltuielilor totale actualizate, C :

$$C = \sum_{t=1}^{T} (I_t + D_t)\ s^{-t}, \tag{6}$$

I_t şi D_t fiind, respectiv, investiţiile şi cheltuielile directe efectuate în anul t ($t = 1, 2, \ldots, T$). Perioada de calcul T poate fi egală cu durata de viaţă economică a instalaţiilor comparate, iar I realizat în întregime în momentul iniţial ; atunci expresia cheltuielilor totale actualizate devine

$$C = \sum_{t=1}^{T} D_t s^{-t} + I\ , \tag{7}$$

actualizarea fiind făcută pentru momentul punerii în funcţiune. Dacă însă obiectivele comparate nu au aceeaşi durată de viaţă, se poate face ipoteza că ele urmează a fi reconstruite, prelungindu-li-se astfel funcţionarea pînă la infinit. Atunci calculul cheltuielilor totale actualizate se face potrivit expresiei

$$C = \sum_{t=1}^{\infty} (I_t + D_t)\ s^{-t}. \tag{8}$$

Această formulă este potrivită şi pentru cazul problemelor în care variantele comparate reprezintă programe de dezvoltare ale unei ramuri productive, echivalente ca dinamică a producţiei respective.

Trebuie subliniat că toate criteriile bazate pe minimul cheltuielilor sînt aplicabile numai dacă variantele comparate sînt echivalente ca utilitate economică. Această echivalenţă trebuie să poată fi exprimată cantitativ în unităţi naturale.

În multe probleme însă, exprimarea echivalenţei nu este posibilă în unităţi naturale şi devine necesar a se exprima utilitatea economică a unui obiectiv în unităţi valorice, băneşti. În aceste cazuri nu se poate folosi criteriul cheltuielilor minime.

6. CRITERIUL VALORII ACTUALE MAXIME

În cazul cel mai general, un obiectiv economic poate fi caracterizat printr-o suită de investiţii I_t, cheltuieli directe de exploatare D_t şi rezultate ale activităţii R_t. Aceste rezultate, care constituie utilitatea economică a obiectivului considerat, iau forma valorică de încasări (reţete) dacă sistemul de preţuri sau de tarife nu denaturează valoarea reală a produselor sau a serviciilor furnizate.

Prin definiție, suma algebrică actualizată a tuturor cheltuielilor și veniturilor constituie *valoarea actuală*[5]), V, a obiectivului considerat :

$$V = \sum_{t=1}^{T} (R_t - D_t - I_t)\, s^{-t}. \tag{9}$$

În această expresie, unii autori preferă să introducă beneficiul brut $B = R - D$. Atunci

$$V = \sum_{t=1}^{T} (B_t - I_t)\, s^{-t}. \tag{9'}$$

Dacă obiectivele comparate sînt variante de investiții pentru instalații cu aceeași durată de viață economică și cu aceeași dată de punere în funcțiune,

$$V = \sum_{t=1}^{T} B_t\, s^{-t} - I, \tag{10}$$

perioada de calcul T fiind egală cu durata de viață economică.

Dacă duratele de viață nu sînt egale sau dacă obiectivele reprezintă programe de dezvoltare a unei ramuri productive, perioada de calcul se extinde la infinit. Valoarea actuală este atunci

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} (B_t - I_t)\, s^{-t}. \tag{11}$$

Criteriul $V = \max$ poate fi aplicat celor mai complicate probleme. Criteriile examinate anterior pot fi considerate cazuri particulare ale acestui criteriu general ; ele apar atunci cînd problemele concrete permit adoptarea ipotezelor restrictive analizate în paragrafele anterioare.

6.1. Criteriul $V = \max$ se poate aplica fie direct, fie prin intermediul unor indici ajutători.

Un astfel de indice este *beneficiul mediu anual*, B_m, definit ca acel beneficiu anual constant care ar conduce pe perioada T la aceeași valoare actualizată ca și beneficiile reale :

$$B_m = \frac{s^T (s-1)}{s^T - 1} \left(\sum_{t=1}^{T} B_t\, s^{-t} - I \right). \tag{12}$$

Randamentul mediu anual al investiției se definește

$$\eta_m = \frac{B_m}{I}. \tag{13}$$

---

[5]) În literatura occidentală se întîlnesc denumirile : — *valeur en capital* în Franța și — *discounted cash flow* în S.U.A

Pentru cazul cînd obiectivele sînt programe de dezvoltare şi perioada de calcul trebuie extinsă la infinit,

$$B_m = \frac{1}{s-1} \sum_{t=1}^{\infty} (B_t - I_t)\ s^{-t}, \tag{14}$$

$$\eta_m = \frac{B_m}{\sum_{t=1}^{\infty} I_t\, s^{-t}}. \tag{15}$$

Trebuie remarcat că în adoptarea indicilor ajutători drept criterii : $B_m = \max$, sau $\eta_m = \max$, apare o anumită nuanţare. Criteriul $B_m = \max$, echivalent cu $V = \max$, conduce la alegerea acelui obiectiv economic care asigură cel mai mare surplus în valoare absolută. Prin aplicarea acestui criteriu se determină nu numai varianta cea mai economică, ci şi amploarea cea mai economică ce trebuie dată obiectivului respectiv. Se poate însă întîmpla ca soluţia astfel determinată să necesite investiţii care depăşesc fondurile disponibile. În acest caz, formularea problemei trebuie completată cu o condiţie restrictivă care să indice limitele volumului admisibil de investiţii. Aceasta este rezolvarea riguroasă.

Este însă posibil ca punerea problemei să fie de aşa natură, încît, deşi e clar că fondurile disponibile pentru investiţii nu sînt nelimitate, totuşi nu se poate preciza o limită a lor pentru obiectivul considerat. Atunci indicele η_m devine preţios, definind soluţia pentru care investiţiile sînt cel mai eficace utilizate. Trebuie însă subliniat că criteriul $\eta_m = \max$ nu conduce la aceeaşi ordonare a obiectivelor cu criteriile riguroase $V = \max$ sau $B_m = \max$. De aceea criteriul $\eta_m = \max$ trebuie aplicat cu prudenţă, numai atunci cînd, prin studierea atentă a condiţiilor generale de formulare a problemei, se ajunge la concluzia că aplicarea criteriilor riguroase nu este posibilă.

6.2. În cele de mai sus, pentru simplificarea prezentării, s a fost considerat constant, iar mărimile D, B, R, ... au fost date prin serii de valori discrete, anuale. Menţinînd sensul acestor mărimi, se poate introduce o mărime mai generală, fluxul valoric U, în lei pe unitatea de timp (unitatea de timp poate fi oarecare ; se va lua ca unitate de timp anul). Prin convenţie, fluxul valoric este negativ pentru cheltuielile de orice formă şi pozitiv pentru încasări (încasările reprezintă aici expresia valorică a utilităţii economice a obiectivului considerat).

Un obiectiv economic este caracterizat prin dinamica fluxului său valoric $U(t)$:

$$U(t) = R(t) - D(t) - I(t).$$

Factorul de actualizare este, în general, funcţie de timp $s(t)$. Atunci valoarea actuală a obiectivului are expresia

$$V = \int_0^T U(t) \cdot S(t)\ \mathrm{d}t\ , \tag{16}$$

unde

$$S(t) = \mathrm{e}^{\int_0^T \ln s(t)\, \mathrm{d}t},$$

conform celor arătate în paragraful 2.

Fără a insista asupra transcrierii, se înțelege cum se obțin criteriile particulare în noile condiții, prin introducerea ipotezelor privitoare la neglijarea anumitor cheltuieli sau la echivalența utilității.

Mărimea V este un criteriu general de ordonare a obiectivelor economice. Dacă obiectivele sînt variante discrete (de exemplu compararea mai multor procese tehnologice), din șirul de valori V, cea mai mare va indica varianta optimă. Dacă se pune o problemă de dimensionare, mărimea căutată e o variabilă continuă I. Optimul dimensiunii se obține din ecuația

$$\frac{dV}{dI} = 0,$$

verificînd și condiția de a avea un maxim $\frac{d^2B}{dI^2} < 0$.

7. CRITERIUL RENTABILITĂȚII

7.1. Criteriul general al valorii actuale maxime se bazează pe folosirea factorului de actualizare s, a cărui determinare prezintă numeroase dificultăți. Pentru a ocoli aceste dificultăți, se introduce *factorul de rentabilitate* r, definit ca acel factor de actualizare pentru care $V = 0$. Astfel, factorul de rentabilitate al unei investiții este numărul r, care rezultă din ecuația

$$\sum_{t=1}^{T} B_t \, r^{-t} - I = 0, \tag{17}$$

unde T este durata economică a investiției, care pentru cazul comparației unor variante cu durate diferite poate fi extinsă la infinit.

O formulă mai generală, valabilă pentru cazul programelor ce necesită o suită de investiții făcute în epoci diferite, conduce la factorul de rentabilitate global al programului :

$$\sum_{t=1}^{\infty} (B_t - I_t) \, r^{-t} = 0. \tag{18}$$

Factorul de rentabilitate astfel definit poate fi folosit ca criteriu de ordonare. Folosirea lui însă, care la prima vedere este foarte atrăgătoare, deoarece evită problema stabilirii factorului de actualizare, trebuie făcută cu multă precauție datorită unei obiecții de principiu : factorul de actualizare este un indice important al situației generale economice, deci soluția optimă la care se ajunge evitînd acest indice nu poate fi susținută [5].

Pe de altă parte, se poate demonstra pe un exemplu simplu, constînd dintr-o investiție I care aduce beneficiul anual B const, că optimul dat de $r = \max$ diferă de cel dat de criteriul $V = \max$.

Cu toate acestea, factorul de rentabilitate poate da cel puțin o indicație calitativă asupra economicității obiectivelor comparate.

De multe ori este preferabil a calcula *rentabilitatea relativă* a unei soluții caracterizată prin investiția I și beneficiile B_t ($t = 1, 2, \ldots, T$) față de o soluție de referință căreia îi corespund I_0 și B_{0t}. Rentabilitatea relativă este soluția r a ecuației

$$\sum_{t=1}^{T} (B_t - B_{0t})\, r^{-t} - (I - I_0) = 0 \cdot \tag{19}$$

Un factor de rentabilitate relativă ridicat nu este semnificativ decît dacă soluția de referință este viabilă. Procedeul de a considera ca soluție de referință situația existentă este cu desăvîrșire irealist în condițiile progresului [5]. De aceea rentabilitatea relativă este încă și mai dificilă de adoptat drept criteriu decît rentabilitatea absolută.

În concluzie, factorul de rentabilitate, deși oferă posibilitatea unei ordonări a obiectivelor economice, nu este recomandabil să fie utilizat drept criteriu sub forma $r = \max$, deoarece optimul astfel obținut nu este acceptabil din punct de vedere principial.

7.2. În schimb, conceptul de rentabilitate permite o anumită precizare asupra modului de stabilire a factorului de actualizare.

Examinînd formulele (10) și (17), se constată că în aprecierea eficacității economice a unei investiții există o anumită concordanță între rentabilitate și valoarea actuală. Astfel s fiind fixat, un proiect care are V mai mic are și r mai mic. La limită, cînd V devine egal cu zero, $r = s$. Acesta este în mod real un caz-limită, căci un proiect care are factorul de rentabilitate $r < s$ ar conduce la o valoare actuală $V < 0$, ceea ce înseamnă că punerea în aplicare a proiectului este absolut neavantajoasă, utilitatea sa fiind mai mică decît cheltuielile necesare. De aici rezultă că pentru toate proiectele a căror realizare este admisibilă

$$r \geqslant s. \tag{20}$$

În consecință, dacă toate proiectele posibile au fost aranjate în ordine descrescătoare a factorului de rentabilitate, condiția (20) indică limita ce desparte proiectele admisibile de proiectele oneroase, primele urmînd să intre în execuție, iar celelalte nu.

În această primă parte a raționamentului, factorul de actualizare s a fost presupus fixat. Condițiile de fixare a acestuia depind însă de volumul fondurilor de investiții totale disponibile.

Formula (10) arată că valoarea actuală V a unui obiectiv este cu atît mai mare, cu cît factorul de actualizare este mai redus. Prin urmare, dacă s scade, numărul proiectelor admisibile (pentru care $V > 0$) crește, deci suma totală a investițiilor ce urmează a fi realizate crește. Invers, dacă s crește, suma totală a investițiilor admisibile scade.

Deci unui anumit volum al investițiilor totale îi corespunde o anumită valoare a lui s. De aici rezultă condiția pentru determinarea factorului de actualizare s : valoarea sa trebuie astfel aleasă, încît suma totală a investițiilor admisibile (pentru care rezultă $V > 0$) să fie egală cu suma totală a fondurilor disponibile pentru investiții în momentul considerat.

În aceste condiții, cel mai prost proiect admisibil conduce la valoarea actuală $V = 0$. Aceasta înseamnă că pentru cel mai prost proiect admisibil $s = r$. De aici rezultă regula practică pentru determinarea lui s :

— se aranjează proiectele în ordinea descrescătoare a factorului de rentabilitate r ;

— se stabilește marginea listei proiectelor admisibile astfel încît suma investițiilor proiectelor reținute să corespundă cu fondul de investiții disponibil ;

— factorul de rentabilitate al ultimului proiect reținut este egal cu factorul de actualizare.

Această regulă pentru determinarea factorului de actualizare, care în economia capitalistă se aplică prin jocul orb al cererii și ofertei de capitaluri pe piață *fără să se cunoască volumul total al fondurilor disponibile*, poate fi aplicată în economia socialistă în mod conștient și organizat, căci aici, datorită planificării, volumul total al fondurilor disponibile pentru investiții este cunoscut atît pe întreaga economie națională, cît și pe principalele sale ramuri.

8. CRITERIUL PREȚULUI DE COST

Prin definiție, costul producției realizate în cursul unui an într-o instalație este

$$A = D + \alpha I, \tag{21}$$

unde D sînt cheltuielile anuale de exploatare directe, iar αI cota anuală de amortizare a investițiilor I. Prețul de cost unitar este $a = \frac{A}{E}$, E fiind producția anuală exprimată în unități naturale.

Criteriul costului minim se aplică pentru compararea variantelor echivalente ca utilitate. El nu poate fi aplicat la ordonarea obiectivelor cu utilități diferite, deoarece nu ține seama în nici un fel de mărimea utilității. Atunci, ținînd seama că E este același în variantele comparate, criteriul costului minim poate fi formulat fie sub forma $a = \min$, fie, mai comod, sub forma $A = \min$.

Criteriul costului minim, al cărui domeniu de aplicabilitate este același cu al criteriului cheltuielilor totale actualizate minime, a căpătat o mai mare răspîndire decît acesta din urmă datorită apariției sale anterioare și datorită aparentei simplități.

În realitate, criteriul costului minim este simplu doar atunci cînd este vorba de fabricarea unui singur produs în condițiile unei economii staționare sau perfect previzibile. Altfel apar două probleme extrem de dificile : 1) stabilirea costului fiecărui produs în cazul unei producții combinate (problema „carne, piele, oase") [6] și 2) stabilirea ritmului de amortizare a investițiilor în condițiile progresului tehnic rapid.

---

[6]) Formularea originală în limba engleză : *meat, skin, bones.*

În cazul fabricării combinate a trei produse E_1, E_2, E_3 pentru care cheltuiala totală anuală este A, se poate eventual determina derivata prețului fiecărui produs $\frac{\partial A}{\partial E_1}, \frac{\partial A}{\partial E_2}, \frac{\partial A}{\partial E_3}$, studiind posibilitățile de variere a proporțiilor în cadrul procesului de fabricație; însă descompunerea costului $A = A_1 + A_2 + A_3$ pentru a determina $a_1 = \frac{A_1}{E_1}, a_2 = \frac{A_2}{E_2}, a_3 \frac{A_3}{E_3}$ rămîne întotdeauna convențională.

În ceea ce privește amortizarea, dacă în condițiile economiei staționare (sau progresului tehnic lent) recuperarea investiției prin cote proporționale părea normală, în prezent progresul tehnic rapid face incertă atît valoarea viitoare a mijloacelor fixe, cît și durata lor de viață economică. De aceea, în locul tradiționalei amortizări în cote proporționale au apărut alte sisteme de amortizare, degresive, în care cotele mari din primii ani de exploatare tind să acopere majoritatea valorii investite. Diversitatea sistemelor de amortizare utilizate în prezent și eșecul încercărilor de a găsi un sistem obiectiv arată caracterul în întregime convențional al stabilirii cotelor de amortizare.

Adoptarea unui sistem de amortizare degresiv sau variația în timp a cheltuielilor de exploatare directe D sub influența progresului tehnic sau condițiilor producției conduce la costul A, variabil în timp. Atunci problema comparării variantelor cu ajutorul criteriului prețului de cost se pune nu sub forma ordonării unor valori determinate, ci a unor suite de valori A. Prin aceasta, criteriul prețului de cost își pierde chiar și aparența de simplitate, necesitînd introducerea actualizărilor și revenind în cele din urmă la o formă echivalentă cu criteriul cheltuielilor totale actualizate.

În acest caz însă, avantajul este net de partea criteriului $C = \min$, care nu necesită nici o ipoteză asupra sistemului de amortizare, fiind astfel mai simplu și ca logică, și ca formă de aplicare.

Trebuie totuși amintit că, sub o formă sau alta, criteriul prețului de cost este cel mai răspîndit pentru compararea variantelor în domeniul energiei electrice. Astfel, în Italia, Olanda, Elveția, Norvegia, Finlanda, Luxemburg, Turcia, prețul de cost mediu al unui kWh în anul considerat caracteristic se ia ca bază a comparației între diferite posibilități de extindere a sistemului. În Ungaria, Polonia și în alte țări, criteriul prețului de cost se aplică ținînd seama de variația condițiilor de exploatare pe timpul duratei economice probabile a obiectivelor [7].

9. CRITERIUL TIMPULUI DE RECUPERARE

9.1. Sub cea mai simplă formă și cea mai veche, criteriul timpului de recuperare a apărut din tendința empirică de a face cît mai mic *timpul de recuperare absolut*, P, definit prin relația

$$I = \sum_{t=1}^{P} B_t, \tag{22}$$

unde I este investiția (presupusă concentrată în momentul inițial), B_t este beneficiul (diferența dintre rețete și cheltuieli de exploatare) în anul t, iar P este perioada [7]) scursă pînă cînd investiția să fie recuperată prin beneficiile brute aduse.

9.2. Dacă între mai multe variante comparate una se ia ca referință, se poate defini *timpul de recuperare relativ*, M, al soluției caracterizate prin investiția I și beneficiile B_t față de soluția de referință caracterizată prin I_0 și B_{0t}:

$$I - I_0 = \sum_{t=1}^{M} (B_t - B_{0t}) \cdot \tag{23}$$

În cazul cînd variantele comparate sînt echivalente din punctul de vedere al utilității, adică au aceeași suită de rețete R_t, timpul de recuperare relativ se poate obține din relația

$$I - I_0 = \sum_{t=1}^{M} (D_{0t} - D_t) \cdot \tag{24}$$

în care M apare ca *timp de recuperare a investițiilor suplimentare prin economia de cheltuieli de exploatare.*

Se observă că P este ceea ce devine M dacă soluția de referință este activitatea nulă: $I_0 = 0$, $B_0 = 0$.

Folosirea timpului de recuperare drept criteriu de ordonare a obiectivelor are la bază observația că pentru soluțiile avantajoase se obțin termene de recuperare mici, iar pentru soluțiile dezavantajoase termene mari. În consecință, criteriul de alegere al soluției optime ar fi: timp de recuperare minim.

Criteriul timpului de recuperare nu coincide cu criteriul valorii actuale [5]. Acest lucru se poate arăta pe un exemplu simplu. Fie trei variante echivalente ca utilitate, caracterizate prin investițiile I_0, I_1, I_2, realizate în momentul inițial, și cheltuielile anuale de exploatare directe D_0, D_1, D_2, constante pînă la infinit. Cheltuielile totale actualizate pentru cele trei soluții sînt $C_0 = I_0 + \frac{D_0}{\sigma}$, $C_1 = I_1 + \frac{D_1}{\sigma}$, $C_3 = I_3 + \frac{D_3}{\sigma}$, unde $\sigma = s - 1$. Se poate presupune că $I_0 < I_1 < I_2$, $D_0 > D_1 > D_2$ și $C_0 > C_1 > C_2$.

Timpii de recuperare sînt $M_1 = \frac{I_1 - I_0}{D_0 - D_1}$, $M_2 = \frac{I_2 - I_0}{D_0 - D_2}$.

Condiția $C_0 > C_1$ se scrie

$$\frac{I_1 - I_0}{D_0 - D_1} < \frac{1}{\sigma}, \text{ adică } M_1 < \frac{1}{\sigma}.$$

Condiția $C_1 > C_2$ sau $C_1 - C_0 > C_2 - C_0$ se scrie

$$I_1 - I_0 + \frac{D_1 - D_0}{\sigma} > I_2 - I_0 + \frac{D_2 - D_0}{\sigma},$$

[7]) În terminologia americană: *pay out time.*

de unde prin transformări algebrice se obține

$$M_2 < M_1 + \frac{D_1 - D_2}{D_0 - D_2}\left(\frac{1}{\sigma} - M_1\right),$$

adică $M_2 < M_1 + a$, unde $a > 0$, căci $D_1 - D_2 > 0$, $D_0 - D_2 > 0$, $\frac{1}{\sigma} - M_1 > 0$.

Poate atunci să existe un caz

$$M_1 < M_2 < M_1 + a,$$

în care soluția optimă după criteriul timpului de recuperare este 1, pe cînd soluția optimă după criteriul cheltuielilor actualizate este 2, ceea ce înseamnă că în acest caz cele două criterii se contrazic.

Folosirea timpului de recuperare drept criteriu de ordonare se poate face deci numai ținînd seama de anumite reguli. Astfel, în raport cu soluția de referință, o variantă este mai avantajoasă dacă $M < \frac{1}{\sigma}$ sau mai dezavantajoasă dacă $M > \frac{1}{\sigma}$. Cînd mai multe variante se compară cu o aceeași soluție de referință, ordinea termenelor M_1, M_2, M_3,...nu dă nici o indicație asupra ordinii de economicitate între variantele 1, 2, 3,...

Ținînd cont de aceasta, este lipsit de sens a vorbi despre un timp de recuperare minim.

Cînd trebuie aleasă, cu ajutorul timpului de recuperare, cea mai bună dintre mai multe variante, se procedează în modul următor : se compară prima variantă cu a doua, apoi cea mai bună dintre ele cu a treia și așa pînă la sfîrșit. Varianta selecționată la ultima comparație trebuie apoi comparată cu toate variantele cu numere de ordine mai mici. Pe baza timpului de recuperare nu este întotdeauna posibil a stabili o ordine completă a variantelor.

Soluția aleasă ca optimă cu ajutorul criteriului timpului de recuperare nu coincide cu soluția care dă minimul cheltuielilor actualizate.

9.3. În problemele de dimensionare a unei instalații cu utilitate impusă [8]) se poate lua în considerare schema cu investițiile I, concentrate în momentul inițial, și cheltuielile de exploatare D, constante pînă la infinit [9]). Funcția $D(I)$ este descrescătoare în cazurile curente. Atunci timpul de recuperare a investițiilor suplimentare prin economii la cheltuielile anuale este

$$M = -\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}D}. \qquad (25)$$

[8]) Exemplu : diametrul unei conducte ce trebuie să transporte un anumit debit.

[9]) Încărcînd corespunzător cheltuielile de reparații curente, se poate asigura prelungirea funcționării pe o durată nelimitată.

Cheltuielile actualizate sînt $C = I + \frac{D}{\sigma}$, iar soluția optimă corespunzătoare minimului acestor cheltuieli se obține din ecuația

$$\frac{dC}{dI} = 1 + \frac{1}{\sigma}\frac{dD}{dI} = 0$$

sau

$$-\frac{dI}{dD} = \frac{1}{\sigma}.$$

Se poate constata că soluția care face minim pe C nu este un minim al lui M, ci o valoare particulară a sa,

$$N = \frac{1}{\sigma}, \tag{26}$$

numită *termen de recuperare normat.*

Este important de observat că funcția

$$F = I + ND \tag{27}$$

își atinge minimul o dată cu cheltuielile totale actualizate C.

Datorită acestei proprietăți, mărimea F, numită *cheltuieli pe perioada normată*, a devenit ea însăși un criteriu de ordonare, care prezintă numeroase avantaje.

Astfel, spre deosebire de termenul de recuperare, mărimea F permite stabilirea unei ordini complete între mai multe variante.

Ea este foarte comod de aplicat necesitînd calcule mai sumare decît metoda cheltuielilor actualizate.

În fond, F este ceea ce devine cheltuiala totală :

$$C = \sum^{\infty} (I_t + D_t)\, s^{-t},$$

dacă se presupune că investiția este concentrată în momentul inițial, iar cheltuielile anuale de exploatare directe sînt constante pînă la infinit.

În majoritatea cazurilor este posibil a considera investițiile concentrate în momentul inițial (momentul punerii în funcțiune), actualizîndu-le cu relația (5). În schimb, numai foarte rar cheltuielile directe D rămîn aproximativ constante în cursul exploatării. Ele variază mai ales în primii ani ai exploatării, care au ponderea cea mai mare în expresia lui C.

Pe de altă parte, durata de exploatare a unei instalații este numai în cazuri rare nelimitat de lungă. În general, este de preferat a exploata astfel mijloacele fixe, încît să se ajungă la uzura lor fizică o dată cu învechirea economică. De multe ori se ivește necesitatea de a compara insta-

lații cu durate de funcționare diferite. În acest caz s-ar putea utiliza procedeul preconizat la metoda actualizării — de a extinde durata de exploatare la infinit, presupunînd readucerea instalației din timp în timp la caracteristicile de funcționare nominale —, care însă ar anula simplitatea metodei cheltuielilor pe perioada normată.

9.4. În U.R.S.S. a fost propus un alt criteriu, asemănător ca formă cu criteriul cheltuielilor pe perioada normată,

$$G = I + NA, \tag{28}$$

unde $A = D + \alpha I$ este costul producției anuale, iar G a căpătat denumirea de *cheltuieli de calcul pe perioada normată.*

În fond, prin modul cum a fost introdus [6], acest criteriu caută să exprime în locul prețului de cost o mărime mai profundă : valoarea produsului. Pornind de la constatarea că în economia socialistă nu există o metodă recunoscută pentru determinarea valorii producției, se ajunge la recomandarea de a utiliza criteriul *costului de calcul* [10]), Z :

$$Z = A + \frac{I}{N}, \tag{29}$$

care, în măsură mai mare decît prețul de cost, ar ține seama de consumul de muncă socială pentru fabricarea producției considerate.

Această idee rezultă din modul cum se recomandă [6] a considera diferite tipuri de cheltuieli : pentru cheltuielile de mai mică importanță se iau în considerare prețurile de livrare (de catalog), iar pentru categoriile de cheltuieli importante, cum ar fi combustibilul la o centrală electrică, întrucît prețurile de catalog pot să se abată mult de la valoare, se ia în considerare prețul de cost în locul celui de livrare și, în schimb, în cadrul investițiilor se adaugă cota corespunzătoare de investiții conexe pentru deschiderea minelor de capacitate corespunzătoare consumului anual de combustibil al centralei. Dar în acest din urmă caz se observă [8] că se ajunge la aceeași valoare a lui Z (sau G) dacă se procedează mai simplu, formînd prețul de calcul al combustibilului z_c (lei/t.c.c.) :

$$z_c = a_c + \frac{i_{\text{conex}}}{N}, \tag{30}$$

unde a_c este prețul de cost al combustibilului (lei/t.c.c.) iar i_{conex} cota de investiții conexe corespunzătoare unității de capacitate de producție la mine $\left(\frac{\text{lei}}{\text{t.c.c./an}}\right)$. Acest preț de calcul z_c se utilizează în calcule la fel ca toate celelalte prețuri de catalog, care sînt prețuri de livrare, deci este și el de aceeași natură cu aceasta din urmă, adică tinde să exprime consumul total de muncă socială (valoarea).

[10]) În limba rusă : *rasciotnie zatrati.*

9.5. Corespunzător criteriului cheltuielilor de calcul se utilizează şi o altă formă a timpului de recuperare :

$$L = \frac{I - I_0}{A_0 - A}, \tag{31}$$

cunoscută mai demult din literatura americană şi considerată [5] o formă mai elaborată, însă hibridă, spre deosebire de timpul de recuperare în forma pură, M.

Privit însă din noul punct de vedere, L ar fi *timpul de recuperare a investiţiilor suplimentare prin economia totală de muncă socială*. Deci L apare cu un conţinut radical, diferit de cel din concepţia autorilor occidentali, fiind potrivit spiritului economiei socialiste, unde interesează nu obţinerea profitului, ci obţinerea de bunuri utile cu consum minim de muncă socială.

Timpul de recuperare L se foloseşte, ca şi M, pentru compararea variantelor două cîte două, ştiind că dacă $L < N$ varianta examinată este mai avantajoasă decît soluţia de referinţă. Interesul practic pe care îl prezintă pentru calcule economice timpul de recuperare L este însă limitat, el avînd aceleaşi însuşiri dificile ca şi M.

9.6. Pornind de la ideea că mărimea Z, sau G, reflectă (desigur imperfect) consumul total de muncă socială pentru fabricarea unei anumite producţii, se poate ajunge, printr-un raţionament simetric cu cel din § 9,3, la un concept mai general : acela de *cheltuieli de calcul totale actualizate* Q :

$$Q = \sum_{t=1}^{\infty} (I_t + A_t)\, s^{-t}, \tag{32}$$

Atunci G este ceea ce devine Q dacă se presupune investiţia I, concentrată în momentul iniţial, iar costul anual A constant pînă la infinit.

Mărimea Q este un criteriu general de ordonare a obiectivelor economice echivalente ca utilitate. Se observă că este formal paralelă cu C, aşa cum L este paralel cu M, iar G este paralel cu F. În toate aceste mărimi — Q, L, G — în locul cheltuielilor de exploatare directe D apare costul $A = D + \alpha I$. De aceea asupra criteriilor L, G, Q planează aceleaşi obiecţii de principiu care au fost făcute asupra amortizării, în legătură cu criteriul preţului de cost (§ 8).

9.6.1. O atenţie specială merită ideea că mărimea Q tinde să reprezinte consumul total de muncă socială pentru fabricarea producţiei. După cum se ştie, la fabricarea unui produs se consumă muncă trecută c şi muncă vie. Munca vie se compune din munca pentru sine, v, şi munca pentru societate, p. Munca trecută apare în expresie valorică sub forma cheltuielilor pentru investiţii şi materii prime tehnologice, munca pentru sine sub forma salariului, iar munca pentru societate sub forma beneficiului net (diferenţa dintre preţul de livrare şi preţul de cost).

Criteriul cheltuielilor actualizate ia în considerare numai munca trecută şi munca pentru sine. Diferenţa dintre criteriul C şi criteriul Q

este deci că acesta din urmă are în vedere în plus și munca pentru societate. Comparînd expresiile lui C și Q sau F și G, rezultă că munca pentru societate ar fi reprezentată prin termenul αI [11]).

Se pune problema dacă este corect ca munca pentru societate să fie considerată proporțională [12]) cu fondurile fixe. Unii economiști [9] sînt de părere că este mai rațional a se considera munca pentru societate proporțională cu munca pentru sine. Atunci criteriul cheltuielii totale de muncă socială ar trebui construit nu pe baza mărimii A, ci pe baza unei mărimi D^*, care diferă de D prin aceea că salariile intervin multiplicate cu un anumit coeficient, m, care reprezintă raportul între munca vie totală și munca pentru sine :

$$m = \frac{v + p}{v}.$$

Dacă se examinează expresiile

$$F = I + ND,$$
$$G = I + NA,$$
$$H = I + ND^*,$$

unde G și H sînt criterii ce urmăresc să exprime cheltuiala totală de muncă socială, iar F un criteriu ce exprimă numai cheltuiala de muncă trecută și muncă pentru sine, se constată un fapt curios, și anume : criteriul G acordă importanță mai mare investițiilor decît criteriul F :

$$F = I + ND,$$
$$G = I + N\alpha I + ND,$$

iar criteriul H acordă importanță mai mare cheltuielilor anuale directe decît criteriul F :

$$F = I + ND,$$
$$H = I + ND^*,\ D^* > D.$$

Acest rezultat contradictoriu arată că este greu de a stabili în ce sens trebuie modificat criteriul cheltuielilor actualizate pentru a construi un criteriu care să țină seama de întreaga cheltuială de muncă socială. În particular rezultă a fi greu de admis că criteriul cheltuielilor de calcul reprezintă cheltuiala totală de muncă socială, deși el a fost construit cu această intenție.

---

[11]) Susținătorii criteriului cheltuielilor de calcul, interpretînd expresia (29), afirmă că munca pentru societate este reprezentată de termenul $\frac{I}{N} = \sigma I$. Această afirmație are la bază escamotarea necesității actualizării ; căci expresia costului (21) devine echivalentă cu expresia cheltuielilor actualizate (7) numai în condițiile unei economii staționare și perfect previzibile, în care s ar fi egal cu 1, iar D și A ar fi constante.

[12]) De fapt αI nu este un simplu termen proporțional cu fondurile fixe ; el este chiar amortismentul.

10. CONCLUZII

Deşi aparent de o mare diversitate, criteriile pentru ordonarea obiectivelor economice se pot încadra în două mari familii : în prima familie se cuprind criteriile bazate pe folosirea fluxurilor valorice directe, corespunzătoare fluxurilor materiale : investiţii I, cheltuieli de exploatare directe D, utilităţi produse R ; în cea de-a doua se cuprind criteriile în care apare şi amortizarea investiţiilor.

Criteriile cuprinse în cadrul aceleiaşi familii se deduc unul din altul prin particularizări succesive asupra naturii obiectivelor comparate.

Criterii bazate pe folosirea fluxurilor valorice directe	Criterii în care apare amortizarea
Orice obiective	
$V = \max$	—
Obiective echivalente	
$C = \min$	$Q = \min$
Obiective cu I concentrat în primul moment şi D constant pînă la infinit	Obiective cu I concentrat în primul moment şi A constant pînă la infinit
$F = \min$	$G = \min$ $Z = \min$

în care

$V = \sum_{t=1}^{T} (R_t - D_t - I_t)\, s^{-t}$ — valoarea actuală,

$C = \sum_{t=1}^{T} (D_t + I_t)\, s^{-t}$ — cheltuieli totale actualizate,

$Q = \sum_{t=1}^{T} (A_t + I_t)\, s^{-t}$ — cheltuieli de calcul totale actualizate,

$F = I + ND$ — cheltuieli pe perioada normată,

$G = I + NA$ — cheltuieli de calcul pe perioada normată,

$Z = \frac{G}{N} = \frac{I}{N} + A$ — cost de calcul,

$N = \frac{1}{s-1}$ — termen de recuperare normat,

$s = 1 + \sigma$ — factor de actualizare.

Între cele două familii, criteriul preţului de cost A ocupă un loc special, întrucît el poate fi considerat ca făcînd parte din amîndouă : din prima ca expresie simplificată a lui C şi din a doua deoarece conţine amortizarea. Criteriul preţului de cost este, datorită simplităţii sale aparente şi datorită obişnuinţei, cel mai frecvent utilizat.

Ţinînd seama de caracterul convenţional al calculului cotelor de amortizare, toate criteriile din familia a doua necesită, pentru a putea fi aplicate, precizări suplimentare şi convenţii care introduc un element arbitrar.

În afară de aceasta, criteriul cheltuielilor de calcul suscită obiecţii de principiu referitor la afirmaţia că el ar tinde să ia în considerare întreaga cheltuială de muncă socială.

10.1. Din punctul de vedere al utilizării în domeniul energetic, criteriile economice se grupează în modul următor :

— în majoritatea ţărilor (printre care Polonia şi Ungaria) se utilizează criteriul preţului de cost [7] :

— în Anglia, Franţa, S.U.A. se utilizează criteriul cheltuielilor actualizate. Acest criteriu este recomandat şi de UNIPEDE [10];

— în U.R.S.S. este standardizat criteriul cheltuielilor de calcul [6].

În ţara noastră s-a utilizat criteriul preţului de cost şi diferite forme ale termenului de recuperare ; acum tinde a se generaliza criteriul cheltuielilor de calcul.

10.2. Pentru optimizarea structurii sistemelor energetice precum şi pentru alte probleme de calcul tehnic-economic în cadrul economiei socialiste, este necesar să se utilizeze o singură familie de criterii de optimizare, asigurîndu-se în acest fel o echilibrare a eficacităţii economice a diferitelor obiective realizate.

Analiza din cuprinsul acestui articol face să reiasă că criteriul cheltuielilor de calcul este inconsistent în principiu şi dificil de aplicat în practică, necesitînd convenţii arbitrare asupra cadenţei amortizărilor.

Va trebui deci preferat criteriul cheltuielilor actualizate, care este construit simplu şi riguros, în ipoteze perfect determinate şi clare. Aplicarea atentă a acestui criteriu (sau a celorlalte din aceeaşi familie) va putea servi la găsirea soluţiei optime în condiţiile economiei socialiste.

Este necesar să se elaboreze cît mai curînd un normativ oficial prin care să se recomande generalizarea aplicării criteriului cheltuielilor actualizate şi prin care să se stabilească valoarea factorului de actualizare valabil pentru ţara noastră.

Primit la redacţie la 6 iunie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. L. Armand, *Coopération économique intra-européenne dans le domaine de l'énergie.* Bull. A.S.E., **46**, *16*, 733—735 (1955).
2. V. Nemcinov, *Folosirea metodelor matematice în cercetările economice şi în planificare.* An. rom.-sov., seria Economie, **14**, *9*, 44—61 (1960).
3. Mihai Petcu, *Modele matematice pentru optimizarea programului de dezvoltare a centralelor din sistemele energetice.* St. cerc. energ., seria A. *2* (1965).

4. Hans K. Scheider, *Critères économiques du choix des investissements considérés sous l'aspect de l'économie générale et de l'économie de l'entreprise.* L'Economie Electrique, **34**, *24*, 159—168 (1960).
5. Pierre Massé, *Le choix des investissements*, Paris, Dunod, 1964.
6. * * * *Основные методические положения технико-экономических расчетов в энергетике.* Теплоэнергетика, **6**, *8*, 92—94, (1959).
7. Onu-Cee, *Méthodes et critères économiques employés pour la selection des investissements dans le domaine de l'approvisionnement en énergie électrique.* EP/Document de travail, nr. *224*/Rev. 1—10 sept. 1962.
8. А. А. Вааг, С. Н. Захаров, *Методы экономической оценки в энергетике*, Москва-Ленинград, Энергоиздат, 1962.
9. S. Strumilin, *Cu privire la evidența valorii producției.* Voprosi ekonomiki, *12*, trad. I.S.R.S., 118 (1956).
10. * * * *Conclusions du Colloque de Lisbonne sur les critères économiques du choix des investissements.* L'Economie Electrique, **36**, *30*, 68—71 (1962).

DETERMINAREA ANALITICĂ A SUPRATENSIUNILOR INTERNE DE DECONECTARE A CIRCUITELOR CU CAPACITĂȚI CONCENTRATE

DE

GLEB DRĂGAN

621.313.823.5

Calculul analitic al supratensiunilor prezintă avantajul unor posibilități largi de analiză a influenței diferiților parametri; dat fiind complexitatea problemei determinarea relațiilor de calcul asupra tensiunilor interne de deconectarea liniilor în gol sau a unor capacități se poate face numai luînd în considerare unele ipoteze simplificatoare.

În cadrul lucrării se stabilesc relații de calcul pentru determinarea supratensiunilor ce apar la deconectarea circuitelor cu capacități concentrate în două ipoteze și anume luîndu-se în considerare sau nu rezistența din circuitul deconectat. Cazurile studiate pentru determinarea relațiilor de calcul a supratensiunilor interne de deconectarea circuitelor cu capacități sînt mai generale ca cele menționate în literatura de specialitate. Relațiile deduse permit utilizarea calculatoarelor cifrice pentru determinarea supratensiunilor pentru diferite valori ale schemei de calcul.

1. INTRODUCERE

Dezvoltarea sistemelor energetice impun aprofundarea studiilor privind supratensiunile interne. Se știe că nivelul de izolație al instalațiilor electroenergetice avînd tensiuni nominale de peste 110 kV este determinat în principal de supratensiunile interne; paralel cu aceasta în ultimii ani se constată tendința stabilirii nivelului de izolație funcție de aceste supratensiuni și în cazul unor tensiuni nominale mai mici (10— 35 kV) dat fiindcă în acest caz se asigură un nivel de izolație corespunzător și din punct de vedere al supratensiunilor atmosferice.

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 4 p. 821—829 București 1965

Dintre supratensiunile interne prezintă deosebită importanţă supratensiunile ce apar la deconectarea circuitelor cu capacităţi. Determinarea caracteristicilor acestor supratensiuni (amplitudinea, forma de variaţie, etc.) se face în mod obişnuit pe baza măsurătorilor efectuate în sistem sau pe modele fizice. În cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România s-au pus bazele modelării analogice a acestor supratensiuni [1] cu posibilităţi largi de a analiza influenţa diferiţilor parametri asupra caracteristicilor supratensiunilor. Calculul analitic al supratensiunilor de deconectarea circuitelor cu capacităţi întîmpină dificultăţi dat fiind complexitatea problemei; sub acest aspect problema a fost studiată îndeosebi în cazul deconectării liniilor lungi considerate cu parametrii uniform distribuiţi [2], [3], [4]. În aceste scheme sursa este reprezentată, în mod obişnuit, printr-o inductanţă.

Calculul supratensiunilor ce apar la deconectarea unor capacităţi concentrate a fost studiat în cazul unei scheme în care s-au neglijat rezistenţele din circuitul sursei şi din circuitul deconectat [5].

Calculul analitic prezintă avantajul unor posibilităţi largi de analiză a influenţei diferiţilor parametri ca şi avantajul verificării ipotezelor şi a rezultatelor obţinute în cazul modelării analogice.

În cadrul lucrării se stabilesc relaţii de calcul pentru determinarea supratensiunilor ce apar la deconectarea circuitelor cu capacităţi concentrate în două ipoteze (luîndu-se în considerare sau nu, rezistenţa din circuitul deconectat). Circuitele cu capacităţi concentrate sînt reprezentate fie de baterii de condensatoare fie de o linie avînd o lungime de cel mult 200 — 300 km, aşa cum au arătat cercetările efectuate cu ajutorul modelării analogice [1]. Relaţiile de calcul deduse permit utilizarea calculatoarelor cifrice pentru determinarea supratensiunilor luînd în considerare diferite valori ale parametrilor ale circuitului echivalent de calcul.

2. CALCULUL ANALITIC AL SUPRATENSIUNILOR INTERNE DE DECONECTAREA CIRCUITELOR CU CAPACITĂŢI CONCENTRATE

Pentru determinarea relaţiilor de calcul a supratensiunilor de deconectarea circuitelor cu capacităţi concentrate se va considera schema din figura 1.

În această schemă L_1 R_1 C_1 reprezintă parametrii circuitului sursei iar R_2 şi C_2 parametrii circuitului deconectat.

Într-o prezentare succintă fenomenologia supratensiunilor interne ce apar la deconectarea circuitelor capacitive este următoarea :

Presupunîndu-se că s-a dat comanda de declanşare a întreruptorului, are loc deconectarea circuitului capacitiv la trecerea prin zero a curentului din arcul electric ce apare între contactele întreruptorului. Valoarea tensiunii la bornele capacităţii C_2, $[u_{c2}\ (0)]$, depinde de parametrii circuitului

deconectat. Dat fiind valorile reduse ale parametrilor din circuitul sursei, se poate considera cu suficientă aproximaţie că tensiunea din acest circuit variază sinusoidal. Valoarea tensiunii în punctul a, este determinată de tensiunea electromotoare a sursei şi de parametrii circuitului L_1 C_1 R_1; acestei tensiuni îi corespunde o valoare determinată a curentului din circuitul sursei. Aceste valori ale tensiunilor din circuitul sursei şi din circuitul deconectat, respectiv a curentului, reprezintă condiţiile iniţiale nenule pentru regimul tranzitoriu ce urmează.

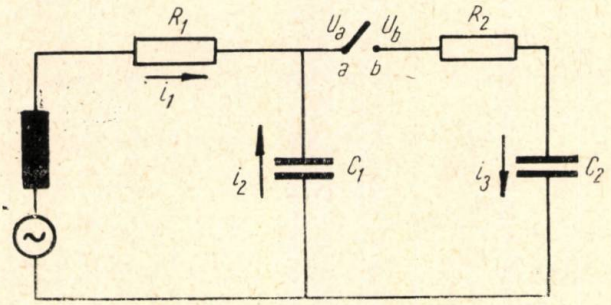


Fig. 1

În cazul cînd între contractele întreruptorului apare o diferenţă de potenţial mai mare decît valoarea tensiunii de restabilire a arcului electric, determinată de caracteristica funcţională a întreruptorului, se produce o reconectare a circuitului capacitiv. Ca urmare a regimului tranzitoriu care apare, tensiunea din punctul b creşte mult, determinînd amplitudinea supratensiunii în cazul primei reaprinderi a arcului electric. Forma supratensiunii, respectiv viteza de variaţie sînt determinate de parametrii circuitului echivalent.

Tensiunii din regimul tranzitoriu îi corespunde un curent din arcul electric; frecvenţa curentului electric va fi evident mai ridicată decît frecvenţa curentului din regimul staţionar anterior. La prima trecere prin zero a curentului se poate considera că are loc stingerea arcului electric şi deci deconectarea circuitului capacitiv. Acest moment determină valoarea tensiunii din punctul b, care va determina una din condiţiile nenule ale regimului tranzitoriu ce apare la următoarea reaprindere a arcului electric; celelalte condiţii nenule sînt determinate de valoarea tensiunii şi a curentului din circuitul sursei în momentul celei de a doua reaprinderi a arcului electric, considerîndu-se că tensiunea variază sinusoidal. Din punct de vedere al fenomenului se poate considera că au loc mai multe reaprinderi succesive a arcului electric, determinate de diferenţa de potenţial dintre contactele întreruptorului şi de caracteristica de funcţionare a acestuia. Relaţiile deduse permit să se determine, cu ajutorul unui calculator cifric, supratensiunile ce apar în cazul mai multor reaprinderi repetate a arcului electric.

3. CALCULUL SUPRATENSIUNII ÎN IPOTEZA CONSIDERĂRII REZISTENȚEI R_2

Ținînd seama de condițiile inițiale nenule la reaprinderea arcului electric rezultă următoarele relații de calcul utilizînd transformarea Laplace care permit determinarea curentului I_3 din arc :

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$E_1 = L_1\,[pI_1 - i_1(0)] + I_1 R_1 - \frac{I_2}{pC_1} - \frac{u_{c1}(0)}{p} \qquad (1)$$

$$0 = \frac{I_2}{pC_1} + \frac{u_{c_1}(0)}{p} + R_2 I_3 - \frac{I_3}{pC_2} + \frac{u_{c_2}(0)}{p}.$$

Din aceste relații se deduce după o serie de transformări expresia lui I_3 :

$$I_3 = -\frac{u_{c1}(0) - u_{c2}(0)}{R_2} \cdot$$

$$\cdot \frac{p^2 + p\left[\dfrac{R_1}{L_1} - \dfrac{i_1(0)}{C_1\,[u_{c1}(0) + u_{c2}(0)]}\right] + \dfrac{u_{c2}(0)}{L_1 C_1\,[u_{c1}(0) + u_{c2}(0)]}}{p^3 + p^2 \dfrac{L_1\left(1 + \dfrac{C_1}{C_2}\right) + C_1 R_1 R_2}{L_1 C_1 R_2} + p \dfrac{R_1\left(1 + \dfrac{C_1}{C_2}\right) + R_2}{L_1 C_1 R_2} + \dfrac{1}{L_1 C_1 C_2 R_2}} +$$

$$+ \frac{Em \cos\varphi}{L_1 C_1 R_2} \cdot \frac{p^2(p + \omega\,\mathrm{tg}\,\varphi)}{(p^2+\omega^2)\left[p^3 + p^2 \dfrac{L_1\left(1+\dfrac{C_1}{C_2}\right) + C_1 R_1 R_2}{L_1 C_1 R_2} + p \dfrac{R_1\left(1+\dfrac{C_1}{C_2}\right) + R_2}{L_1 C_2 R_2} + \dfrac{1}{L_1 C_1 R_2}\right]} \qquad (2)$$

Pe baza relației (2) se poate determina expresia curentului i_3 care trece prin arcul electric la reaprinderea acestuia. Relația (2) se poate pune sub forma :

$$I_3 = -\frac{u_{c1}(0) + u_{c2}(0)}{R_2} \cdot \frac{p^2 + \alpha p + \beta}{(p+c)[(p+a)^2 + b^2]} + \qquad (3)$$

$$+ \frac{Em \cos\varphi}{L_1 C_1 R_2} \cdot \frac{p^2(p+\gamma)}{(p^2+\omega^2)(p+c)\,[(p+a)^2+b^2]}$$

unde $\alpha = \dfrac{R_1}{L_1} - \dfrac{i_1(0)}{C_1[u_{c1}(0)+u_{c2}(0)]}$; $\beta = \dfrac{u_{c2}(0)}{L_1 C_1[u_{c1}(0) - u_{c2}(0)]}$

$\gamma = \omega\,\mathrm{tg}\,\varphi$; $-c$ și $-a \mp jb$ rădăcinile ecuației de la numitorul expresiei (2).

Trecînd de la funcția imagine a lui I_3, la funcția original și efectuînd o serie de transformări, se obține expresia curentului i_3 :

$$i_3 = -\frac{u_{c1}(0) + u_{c2}(0)}{R_2} \left\{ \frac{c^2 - \alpha c + \beta}{(a-c)^2 + b^2} e^{-ct} + \right.$$

$$+\frac{1}{b}\sqrt{\frac{(a^2-b^2-\alpha a+\beta)^2+b^2(\alpha-2a)^2}{(c-a)^2+b^2}}\,e^{-at}\sin(bt+\lambda_1)\Big\}+$$

$$+\frac{Em\cos\varphi}{L_1C_1R_2}\Big\{\frac{c^2(\gamma-c)}{(c^2+\omega^2)[(a-c)^2+b^2]}e^{-ct}- \tag{4}$$

$$-\omega\sqrt{\frac{\gamma^2+\omega^2}{(c^2+\omega^2)[(\delta^2-\omega^2)^2+4a^2\omega^2]}}\sin(\omega t+\lambda_3)+$$

$$+\frac{1}{b}\sqrt{\frac{(\gamma-a)^2+b^2}{[(c-a)^2+b^2][(\delta^2-\omega^2)^2+4a^2\omega^2]}}\,e^{-at}[(a^2-b^2)\sin(bt+\lambda_4)-$$

$$-2\,a\,b\cos(bt+\lambda_4)]\Big\}$$

unde:

$$\lambda_1=\operatorname{arctg}\frac{b(\alpha-2a)}{a^2-b^2-\alpha a+\beta}-\operatorname{arctg}\frac{b}{c-a}$$

$$\lambda_3=\operatorname{arctg}\frac{\omega}{\gamma}-\operatorname{arctg}\frac{\omega}{c}-\operatorname{arctg}\frac{2a\omega}{\delta^2-\omega^2} \tag{5}$$

$$\lambda_4=\operatorname{arctg}\frac{b}{\gamma-a}-\operatorname{arctg}\frac{b}{c-a}-\operatorname{arctg}\frac{-2ab}{a^2-b^2+\omega^2}$$

$$\delta^2=a^2+b^2.$$

La trecerea prin zero a curentului i_3 are loc stingerea arcului electric după care urmează eventual o nouă reaprindere, conform celor menționate mai sus.

Expresia tensiunii ce apare în punctul b, în regimul tranzitoriu se determină din relația:

$$U_b=Z_3I_3+\frac{u_{c2}(0)}{p} \tag{6}$$

de unde rezultă, după unele transformări:

$$U_b=-[u_{c1}(0)+u_{c2}(0)]\cdot$$

$$\frac{\left(p+\frac{1}{R_2C_2}\right)\left[p^2+p\left(\frac{R_1}{L_1}-\frac{i_1(0)}{C_1[u_{c1}(0)+u_{c2}(0)]}\right)+\frac{u_{c2}(0)}{L_1C_1[u_{c1}(0)+u_{c2}(0)}\right]}{p\left[p^3+p^2\frac{L_1\left(1+\frac{C_1}{C_2}\right)+C_1R_1R_2}{L_1C_1R_2}+p\frac{R_1\left(1+\frac{C_1}{C_2}\right)+R_2}{L_1C_1R_2}+\frac{1}{L_1C_1C_2R_2}\right]}+$$

$$+\frac{E_m\cos\varphi}{L_1C_1}\cdot\frac{p\left(p+\dfrac{1}{R_2C_2}\right)(p+\omega\,\mathrm{tg}\,\varphi)}{(p^2+\omega^2)\left[p^3+p^2\dfrac{L_1\left(1+\dfrac{C_1}{C_2}\right)+C_1R_1R_2}{L_1C_1R_2}+p\dfrac{R_1\left(1+\dfrac{C_1}{C_2}\right)+R_2}{L_1C_1R_2}+\dfrac{1}{L_1C_1C_2R_2}\right]}+$$

$$+\frac{u_{c2}(0)}{p} \tag{7}$$

Relaţia (7) se mai poate pune sub forma :

$$U_b=-[u_{c1}(0)+u_{c2}(0)]\cdot\frac{(p+\mu)(p^2+\alpha p+\beta)}{p(p+c)[(p+a)^2+b^2]}+$$

$$+\frac{Em\cos\varphi}{L_1C_1}\cdot\frac{p(p+\mu)(p+\gamma)}{(p^2+\omega^2)(p+c)[(p+a)^2+b^2]}u_{c2}(0), \tag{8}$$

unde :

$$\mu=\frac{1}{R_2C_2};\ \gamma=\omega\mathrm{tg}\,\varphi,$$

restul notaţiilor fiind aceleaşi ca în cazul relaţiei (3).

Pe baza relaţiei (8) se poate determina expresia tensiunii U_b; în acest scop au fost necesare o serie de transformări pentru că determinarea funcţiei original să fie mai simplă. Se obţine :

$$U_b=-[u_{c1}(0)+u_{c2}(0)]\left\{\frac{c^2-\alpha c+\beta}{(a-c)^2+b^2}e^{-ct}+\frac{c^2-\alpha c+\beta}{(a-c)^2+b^2}\cdot\frac{\mu}{c}e^{-ct}+\frac{\mu\beta}{c[a^2+b^2]}+\right.$$

$$+\frac{1}{b}\sqrt{\frac{(a^2-b^2-\alpha a+\beta)^2+b^2(\alpha-2a)^2}{(c-a)^2+b^2}}e^{-at}\left[\sin(bt+\lambda_1)+\frac{\mu}{\delta}\sin(bt+\lambda_2)\right]\Bigg\}+$$

$$+\frac{Em\cos\varphi}{L_1C_1}\left\{\frac{c^2(\gamma-c)-\mu c(\gamma-c)}{(c^2+\omega^2)[(a-c)^2+b^2]}e^{-ct}+\right. \tag{9}$$

$$+\sqrt{\frac{\gamma^2+\omega^2}{(c^2+\omega^2)[(\delta^2-\omega^2)^2+4a^2\omega^2]}}[\mu\cos(\omega t+\lambda_3)-\omega\sin(\omega t+\lambda_3)]+$$

$$+\frac{1}{b}\sqrt{\frac{(\gamma-a)^2+b^2}{[(c-a)^2+b^2][(\delta^2-\omega^2)^2+4a^2\omega^2]}}e^{-at}[-(\mu a-a^2+b^2)\cdot$$

$$\left.\left.\sin(bt+\lambda_4)+(\mu b-2ab)\cos(bt+\lambda_4)]\right\}+u_{c2}(0)\cdot\right.$$

În această relaţie :

$$\lambda_2=\mathrm{arctg}\frac{b(\alpha-2a)}{a^2-b^2-\alpha a+\beta}+\mathrm{arctg}\frac{b}{a}-\mathrm{arctg}\frac{b}{c-a}=\lambda_1+\mathrm{arctg}\frac{b}{a}$$

celelalte mărimi fiind menţionate mai înainte.

4. CALCULUL SUPRATENSIUNII ÎN IPOTEZA CĂ SE NEGLIJEAZĂ REZISTENȚA R_2

Valoarea rezistenței R_2 este de multe ori mică; ea reprezintă rezistența conductelor de legătură la condensatoarele concentrate. În cazul liniilor electrice R_2 reprezintă rezistența echivalentă a liniei. Din aceste considerente rezistența R_2 nu influențează în toate cazurile amplitudinea supratensiunii ce apare la deconectarea circuitului capacitiv. Neglijarea rezistenței R_2 duce la simplificarea relațiilor de calcul al supratensiunilor, respectiv al curentului i_3.

Expresia curentului I_3 în ipoteza că se neglijează R_2 se deduce simplu din sistemul (1) de ecuații:

$$I_3 = -\frac{C_1C_2\,[u_{c1}(0) + u_{c2}(0)]}{C_1 + C_2} \cdot \frac{p^2 + p\left[\frac{R_1}{L_1} - \frac{i_1(0)}{C_1\,[u_{c1}(0) + u_{c2}(0)]}\right] + \frac{u_{c2}(0)}{L_1C_1\,[u_{c1}(0) + u_{c2}(0)]}}{p^2 + p\,\frac{R_1}{L_1} + \frac{1}{L_1(C_1 + C_2)}} +$$

$$+ \frac{C_2\,Em\cos\varphi}{L_1(C_1 + C_2)} \cdot \frac{p^2(p + \omega\,\mathrm{tg}\,\varphi)}{(p^2 + \omega^2)\left[p^2 + p\,\frac{R_1}{L_1} + \frac{1}{L_1(C_1 + C_2)}\right]} \qquad (10)$$

sau

$$I_3 = -\frac{C_1C_2\,[u_{c1}(0) + u_{c2}(0)]}{C_1 + C_2} \cdot \frac{p^2 + \alpha p + \beta}{[(p + a_1)^2 + b_1^2]} +$$

$$+ \frac{C_2\,Em\cos\varphi}{L_1(C_1 + C_2)} \cdot \frac{p^2(p + \gamma)}{(p^2 + \omega^2)[(p + a_1)^2 + b^2{}_1]} \qquad (11)$$

unde: $-a_1 \mp jb_1$ reprezintă rădăcinile ecuației de la numitorul expresiei (11).

Din relația (11) se obține expresia lui i_3:

$$i_3 = -\frac{C_1C_2\,[u_{c1}(0) + u_{c2}(0)]}{C_1 + C_2} \cdot \frac{1}{b_1}\sqrt{\frac{(a_1^2 - b_1^2 - \alpha a_1 + \beta)^2 + b_1^2(\alpha - 2a_1)^2}{a_1^2 + b_1^2}}\,e^{-a_1 t} \times$$

$$\times\,[-a_1 \sin(b_1 t + \lambda_1') + b_1 \cos(b_1 t + \lambda_1')] + \qquad (12)$$

$$+ \frac{C_2\,Em\cos\varphi}{L_1(C_1 + C_2)}\left\{\omega\sqrt{\frac{\omega^2 + \gamma^2}{(\delta^2 - \omega^2)^2 + 4\,a_1^2\,\omega^2}}\cos(\omega t + \lambda_2^1) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{b_1}\sqrt{\frac{(a_1^2 - b_1^2 - \gamma a_1)^2 + b_1^2(\gamma - 2a_1)^2}{(\delta^2 - \omega^2)^2 + 4a_1^2\,\omega^2}}\,e^{-a_1 t}\,[-a_1 \sin(b_1 t + \lambda_3') + b_1 \cos(b_1 t + \lambda_3')]\right\}$$

unde:

$$\lambda_1' = \mathrm{arctg}\,\frac{b_1(\alpha - 2a_1)}{a_1^2 - b_1^2 - \alpha a + \beta} + \mathrm{arctg}\,\frac{b_1}{a_1}$$

$$\lambda_2' = \operatorname{arctg}\frac{\gamma}{-\omega} - \operatorname{arctg}\frac{2\,a_1\,\omega}{\delta^2 - \omega^2}$$

$$\lambda_3' = \operatorname{arctg}\frac{b_1(\gamma - 2\,a_1)}{a_1^2 - b_1^2 - \gamma a_1} - \operatorname{arctg}\frac{-2a_1b_1}{a_1^2 - b_1^2 + \omega^2}.$$

Din relația:

$$U_b = Z_3\,I_3 + \frac{u_{c2}(0)}{p}$$

unde $Z_3 = \dfrac{1}{p\,C_2}$ se poate determina expresia în operațional a tensiunii din punctul b:

$$U_b = -\frac{C_1\,[u_{c1}(0) + u_{c2}(0)]}{C_1 + C_2}\cdot\frac{p^2 + \alpha p + \beta}{p[p^2 + mp + n]} + \\ + \frac{Em\,\cos\varphi}{L_1\,(C_1 + C_2)}\cdot\frac{p\,[p + \gamma]}{(p^2 + \omega^2)[(p + a_1)^2 + b_1^2]}. \qquad (13)$$

De unde rezultă:

$$U_b = -\frac{C_1\,[u_1\,(0) + u_2\,(0)]}{C_1 + C_2}\left\{\frac{\beta}{\delta^2} + \frac{1}{b_1\delta}\sqrt{(a_1^2 - b_1^2 - \alpha a_1 + \beta)^2 + b_1^2(\alpha - 2a_1)^2}\times\right.$$

$$\left.\times\,e^{-a_1 t}\sin(b_1 t + \lambda_1')\right\} + \frac{Em\,\cos\varphi}{L_1\,(C_1 + C_2)}\left\{\sqrt{\frac{\omega^2 + \gamma^2}{(\delta^2 - \omega^2)^2 + 4a_1^2\omega^2}}\sin(\omega t + \lambda_2') + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{b_1}\sqrt{\frac{(a_1^2 - b_1^2 - \gamma a_1)^2 + b_1\,(\gamma - 2a_1)^2}{(\delta^2 - \omega^2)^2 + 4\,a_1^2\omega^2}}\,e^{-a_1 t}\sin(b_1 t + \lambda_3')\right\} + u_{c2}(0) \qquad (14)$$

unde:

$$\lambda_1' = \operatorname{arctg}\frac{b_1(\alpha - 2a_1)}{a_1^2 - b_1^2 - \alpha a_1 + \beta} - \operatorname{arctg}\frac{b_1}{-a_1}$$

$$\lambda_2' = \operatorname{arctg}\frac{\gamma}{\beta - \omega^2} - \operatorname{arctg}\frac{2\,a_1\,\omega}{\delta^2 - \omega^2}$$

$$\lambda_3' = \operatorname{arctg}\frac{b_1(\gamma - 2a_1)}{a_1^2 - b_1^2 - \gamma a_1} - \operatorname{arctg}\frac{-2a_1\,b_1}{a_1^2 - b_1^2 + \omega^2}$$

Se observă că în acest caz

$$\delta^2 = \frac{1}{L_1\,(C_1 + C_2)}$$

care se poate nota cu ω_0 și care reprezintă frecvența proprie de oscilație a circuitului în ipoteza că arcul arde.

Expresiile obținute (4), (9), (12), (14) conțin termeni multiplicați cu cos φ care determină influența momentului reaprinderii arcului electric. În eventualitatea că $\varphi = \frac{\pi}{2}$ relațiile respective se simplifică mult; evident, această situație reprezintă un caz particular.

5. CONCLUZII

— Calculul analitic al supratensiunilor de deconectarea unor circuite cu capacități întîmpină dificultăți, fenomenul studiat fiind relativ complex. Pe de o parte este util să se considere influența diferiților parametri ai circuitului echivalent, iar pe de altă parte au loc reaprinderi repetate ale arcului electric ceea ce face ca după fiecare reaprindere să apară condiții inițiale diferite de cazul precedent.

— Relațiile analitice de calcul prezintă avantajul luării în considerare a influenței diferiților parametri asupra formei și amplitudinii supratensiunilor.

Relațiile deduse permit calculul supratensiunilor de deconectarea circuitelor cu capacități concentrate în cazul considerării unor scheme mai complexe, sursa fiind reprezentată printr-o inductanță, capacitate și rezistență. Circuitul deconectat este reprezentat printr-o capacitate și o rezistență. S-a studiat și cazul cînd rezistența circuitului deconectat este nulă.

— Deoarece în aceste relații considerăm condițiile inițiale diferite de zero, cu ajutorul lor se pot calcula supratensiunile în cazurile unor reanclanșări repetate; în acest caz condițiile inițiale sînt determinate de valoarea tensiunii, respectiv a curentului în momentul reaprinderii arcului electric.

— Relațiile menționate permit programarea și calcularea lor cu ajutorul unui calculator cifric astfel încît să se determine valoarea supratensiunii în cazul reaprinderilor repetate ale arcului electric, ce apare între contactele întreruptorului.

Primit la redacție la 14 decembrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. A. Avramescu, G. Drăgan, I. Adămuț, M. Petcu, *Studiul supratensiunilor ce apar la deconectarea liniilor în gol cu ajutorul calculatorului analogic.* St. cerc. energ., Seria A, *2* (1964).
2. I. B. Johnson s. a., *Some Fundamentals on Capacitance Switching.* AIEE Power App. and Systems **74**, 727 (1955).
3. Д. В. Разевиг и др., *Техника высоких напряжений.* ГЭИ. Москва, 1963.
4. G. Drăgan, *Calculul analitic al supratensiunilor de deconectarea liniilor în gol.* Comunicare prezentată la Ses. științifică a Inst. Politehnic din anul 1962.
5. V. Novotný, J. Pánek, *Vypínání kondenzátorových baterií.* Elecktrotechnický Obzor, *3*, 153—161 (1959).

CONTRIBUȚII LA STUDIUL REANCLANȘĂRII MOTORULUI SINCRON DE ANTRENARE A COMPRESOARELOR CU PISTON

DE

M. BÎRGĂUANU, D. CREȚU și P. OPRIȘAN

621.313.323.004.13

După o succintă prezentare a regimurilor dinamice privind sincronizarea, ieșirea din sincronism, reanclanșarea și resincronizarea motoarelor sincrone care antrenează compresoare cu piston din industria azotului, se calculează regimurile de sincronizare și resincronizare în funcție de valorile inițiale ale alunecării, unghiului intern, faza sarcinii și de prezența sau lipsa forțării excitației.

Se determină condițiile cînd poate avea loc resincronizarea.

1. INTRODUCERE

În scopul îmbunătățirii indicilor calitativi în acționarea agregatelor industriale de mare putere, se introduc din ce în ce mai mult motoare sincrone, în special în instalațiile în care procesul este continuu și cu sarcină staționară. Acest caz este specific industriei chimice în lanțuri tehnologice, care necesită comprimări de lichide și gaze în procese chimice la presiuni înalte.

Motoarele sincrone, pe lîngă avantaje, prezintă și unele neajunsuri, ca : dificultăți la pornire și pericolul ieșirii din sincronism, urmate de întreruperi de durată a procesului tehnologic.

Studiul de față urmărește stabilirea condițiilor în care motoarele sincrone pot fi menținute în sincronism sau, în cazul pierderii acestuia, pot fi reanclanșate și resincronizate în timp util.

În ultimul timp, literatura de specialitate [1], [2], [3] prezintă cercetări similare, efectuate în diferite țări, ceea ce dă indicații asupra importanței și actualității pe care o prezintă problema.

În general problema a fost rezolvată pentru cazuri concrete la care cuplul rezistent era constant sau funcție monotonă de viteza de rotație, așa cum s-a considerat și în [4]. În studiul de față, cuplul rezistent este

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 4 p. 831—842 București 1965

o funcție periodică de timp, a cărei valoare e independentă de viteza de rotație. Forma cuplului rezistent e funcție de valoarea medie a cuplului și perioada oscilațiilor e funcție de viteza de rotație.

2. SINCRONIZAREA, IEȘIREA DIN SINCRONISM, REANCLANȘAREA ȘI RESINCRONIZAREA

2.1. Sincronizarea poate avea loc înainte de cuplarea excitației în cazul în care cuplul de anizotropie magnetică este suficient sau, în caz contrar, numai după ce curentul de excitație a atins o valoare de ajuns de mare. Comportarea mașinii sincrone pentru cazul idealizat este descrisă de sistemul de ecuații diferențiale al lui Park [5], a cărui soluție analitică explicită nu poate fi obținută. Rezolvarea lui în cazul cel mai general se poate efectua cu mașini electronice de calcul analogice complexe sau cu mașini cifrice prin metode pas cu pas. În cazuri particulare — regim staționar, oscilații mici — se pot găsi integrale analitice explicite sau ecuații diferențiale ordinare, care permit rezolvarea problemei cu mijloace mai puțin complicate.

În literatură se obișnuiește să se rezolve problemele legate de regimurile de intrare în sincronism și de resincronizare printr-o ecuație a cuplurilor în care cuplul rezistent este considerat de obicei constant, cuplul sincron se prezintă cel mult dezvoltat în serie oprită la termenul doi, fie constant în timp, fie variabil într-o formă simplificată, iar cuplul asincron ca funcție de alunecare.

În regimurile staționare de mici oscilații întreținute, de obicei se aproximează sinusul abaterii unghiului intern de la valoarea medie cu însăși abaterea, cosinusul abaterii se aproximează cu unitatea și pătratul abaterii se neglijează, iar ecuația cuplurilor se scrie funcție numai de abateri de la valorile medii ale unghiului intern și al cuplului rezistent [6].

Pentru a putea studia totodată regimul staționar pulsatoriu și procesul de sincronizare și de resincronizare și deoarece unghiul intern variază în limite mari în care nu mai sînt permise ipotezele simplificatoare utilizate în [1], [2], [6], s-a introdus ca funcție de timp unghiul intern θ și nu abaterea acestuia $\Delta\theta$. După regimul pentru care se afectează integrarea ecuației de mișcare a rotorului, atît tensiunea electromotoare $U_{ed}(t)$, cît și reactanța longitudinală $X_d(t)$ s-au introdus ca funcție de timp prin intermediul alunecării și al legii de variație a excitației în raport cu timpul.

Relația generală care descrie procesul de sincronizare, de resincronizare și de funcționare la sarcină nominală este de forma

$$\frac{J}{p} D^2\theta + k_a D\theta + M_{sm}(t) \sin\theta + M_{am} \sin 2\theta - \\ - M_r \left\{ 1 + \sum_1^K C_{mk} \sin \left[\frac{k}{p} (\omega_s - D\theta)t + \psi_k \right] \right\} = 0, \qquad (1)$$

unde

J este momentul de inerție al pieselor mobile ale agregatului;

$D = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$ = operator de derivare,

k_a — coeficientul cuplului asincron mediu pe porțiunea liniară ($s = 0,\ 10,\ \ldots,\ 0{,}12$ u.r) a caracteristicii mecanice,

$M_{sm}(t) = \frac{mUU_{ed}(t)}{\Omega \cdot X_d(t)}$ — cuplul sincron maxim în care pentru procesul tranzitoriu $U_{ed}(t) = U_{ed}(t)$ și $X_d(t) = X'_d$, iar pentru regim staționar $U_{ed}(t) = U_{ed}(t)$ și $X_d(t) = X_d$, $U_{ed}(t)$ fiind în continuare funcție de timp în cazul în care curentul de excitație variază,

$M_{am} = m \frac{U^2}{2\Omega} \left[\frac{1}{X_q(t)} - \frac{1}{X_d(t)} \right]$ — cuplul maxim de anizotropie pentru mașini sincrone în execuție cu poli ieșiți,

M_r — cuplul rezistent mediu,

$\sum_1^K C_{mk} \sin \left[\frac{k}{p} (\omega_s - D\theta)t + \psi_k \right]$ — expresia restrînsă a sumei armonicilor de ordinul k a cuplului rezistent funcție de viteza reală a mecanismului antrenat, funcție de timp și de fază față de poziția de referință.

2.2. Ieșirea din sincronism poate avea loc din următoarele motive:

— dispariția temporară, din diferite motive, a tensiunii de alimentare a motorului sincron;

— căderea tensiunii sub o anumită valoare;

— creșterea peste anumite limite a cuplului rezistent și

— dispariția excitației motorului sincron.

Cuplul rezistent constant maxim care mai poate fi depășit de cuplul sincron este

$$M_{\max} < \frac{mUU_{ed}}{\Omega \cdot X_d}, \tag{2}$$

din care se poate deduce și tensiunea minimă de alimentare, care, la curent de excitație nominal, mai menține încă în sincronism motorul încărcat la sarcină nominală; în cazul cuplului variabil, condiția este acoperitoare. Forțarea excitației, aplicată într-un interval de timp util face posibilă funcționarea sincronă la sarcini temporare care pot depăși, prin exces, $M_{\max}$ sau, prin lipsă, $U_{\min}$, determinate din (2) pentru U_n și respectiv, pentru M_n.

2.3. Reanclanșarea motorului sincron la rețeaua de alimentare ca manevră ce succedă la un anumit interval de timp declanșarea acestuia se recomandă numai atunci cînd, în condiții tehnice realizabile, e urmată de resincronizare fără rostogoliri. Deoarece în intervalul cît motorul a fost deconectat de la rețea acesta și-a redus viteza de rotație, rezultă că momentul reanclanșării surprinde motorul la anumite valori ale alunecării și ale unghiului intern și, în cazul sarcinii periodice dependente de viteza de rotație și de poziția pistonului compresorului cu un anumit cuplu rezistent la arbore, funcție de faza acestui cuplu.

Din momentul reanclanșării, impedanței prezentate de mașină i se aplică diferența în planul fazelor dintre tensiunea rețelei și tensiunea la borne, diferență care depinde de starea de excitație, de viteze de rotație a mașinii și de unghiul său intern.

Conform normelor, mașinile electrice trebuie să reziste din toate punctele de vedere scurtcircuitului brusc la borne la tensiunea nominală și la curentul de excitație pentru sarcină nominală.

Fenomenele electromagnetice tranzitorii și supratranzitorii care au loc la reanclanșarea mașinii excitate la valoarea nominală sînt asemănătoare celor de la scurtcircuitul brusc, cu singura deosebire că la reanclanșare tensiunea care se aplică este diferența tensiunilor amintite. Deci, în momentul reanclanșării, unghiul dintre cele două tensiuni nu trebuie să depășească 60°. Rotorul poate continua mișcarea sa relativă față de cîmpul învîrtitor, pentru că componentele aperiodică și supratranzitorie se amortizează în foarte scurt timp, iar valoarea impedanței se apropie de cea sincronă.

2.4. Resincronizarea are loc după un proces similar cu cel al sincronizării, descris de relația (1), cu deosebirea că în expresia cuplului sincron tensiunea electromotoare nu mai este funcție de timp, iar cuplul rezistent ia valori corespunzătoare sarcinii pline. În procesul de resincronizare, condițiile inițiale de unghi, de alunecare și de cuplu rezistent pot avea o anumită importanță. Reanclanșarea urmează deci să se facă numai după un studiu amănunțit, în care să se stabilească limitele valorilor inițiale ale unghiului intern, alunecării și cuplului rezistent pentru care mai e posibilă resincronizarea.

3. CALCULUL PROCESELOR DE SINCRONIZARE, DE IEȘIRE DIN SINCRONISM ȘI DE RESINCRONIZARE

3.1. Determinarea parametrilor și caracteristicilor motorului sincron pentru studiul posibilităților de sincronizare, de reanclanșare și de resincronizare s-a făcut prin metodele prezentate în [4].

În figura 1 sînt trasate caracteristicile de mers în gol și de scurtcircuit trifazat, stabilizat cu ajutorul cărora s-au determinat (vezi tabela 1) reactanța sincronă longitudinală $X_d = 15{,}8\ \Omega$ și $x_d = 1{,}03$ u.r., cuplul sincron maxim fără considerarea contribuției anizotropiei magnetice

$$M_{s\max} = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{x_d \cos \varphi} + \operatorname{tg} \varphi\right)^2} = 1{,}84 \text{ u.r.}, \qquad (3)$$

și tensiunea minimă pentru care mașina mai poate funcționa sincron:

$$U_{min} = U_n \frac{M_{rmax}}{M_{smax}} = 1 \cdot \frac{1,3}{1,84} = 0,706 \text{ u.r.}, \quad (4)$$

valoare acoperitoare, deoarece cuplul rezistent pulsatoriu s-a considerat egal cu valoarea sa maximă și nu cu cea medie.

În figura 2 *a* și *b* sînt reprezentate oscilogramele pornirii, în care sînt înregistrați curenții din stator, tensiunea la borne și căderea de tensiunea produsă de curentul indus în circuitul de excitație (fig. 2 *a*) și puterea totală absorbită măsurată prin metoda celor două wattmetre (fig. 2 *b*). Pornirea motorului sincron (MS) se face cu ajutorul autotransformatorului, conform schemei din figura 3. Autotransformatorul are mai multe prize pentru tensiunea secundară; în cazul concret, la pornire se folosește priza de 4 kV. Deschiderea întrerupătorului k_1 corespunde situației cînd porțiunea autotransformatorului rămasă în circuit e folosită ca reactanță, prin închiderea lui k_2 se aplică tensiunea nominală, iar cuplarea excitației pregătește intrarea în sincronsim a motorului sincron (MS).

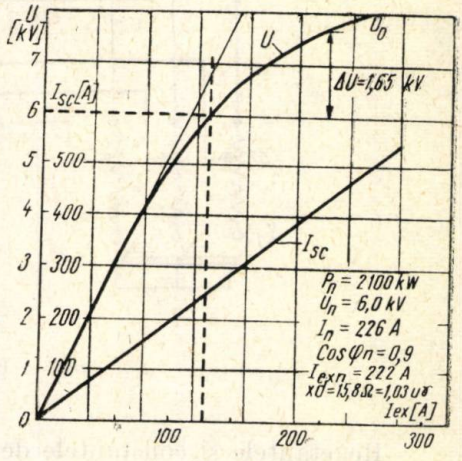


Fig. 1

Tabela 1

Nr. crt.	Denumirea	Simbol	U/M	Valoarea
1	Puterea nominală	P_n	kW	2 100
2	Tensiunea nominală între faze	U_n	V	6 000
3	Curentul nominal	I_n	A	226
4	Factorul de putere nominal	cos φ	—	0,9
5	Viteza de rotație nominală	a	rot/min	125
6	Tensiunea nominală de excitație	U_{exn}	V	127
7	Curentul nominal	I_{exn}	A	222
8	Impedanța nominală	Z_n	Ω/u.r.	153/1
9	Reactanța sincronă long.	X_d	„	15,8/1,03
10	Reactanța transit. long.	X_d'	„	5,64/0,35
11	Reactanța supratranzit. long.	X_d''	„	3,76/0,246
12	Reactanța supratranzit. transv.	X_q''	„	3,67/0,240
13	Momentul de inerție	J	tm² k Nms²	54,25
14	Constanta de timp a induct.	T_{d0}	s	2,36
15	Constanta de timp tranzit.	T_d'	s	1
16	Cuplul nominal	M_n	kNm	160

Prin prelucrarea oscilogramelor din figura 2 s-a obținut caracteristica de mers în asincron (curba 1, fig. 4) pentru tensiunea de alimentare

$U = 3{,}82$ kV, care apoi s-a recalculat pentru tensiunea nominală de alimentare (curba 2, fig. 4).

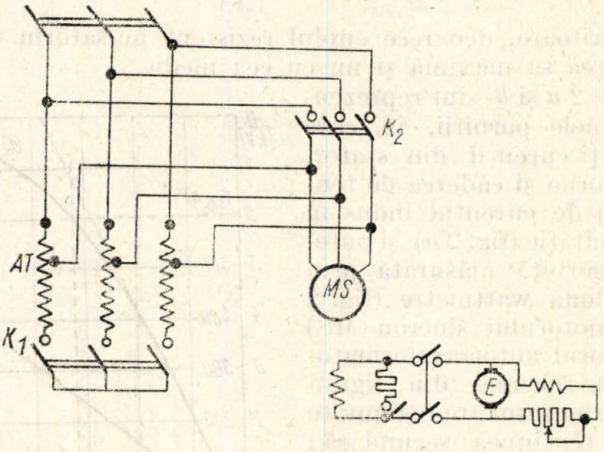


Fig. 3

Reactanțele și constantele de timp corespunzătoare regimului tranzitoriu și supratranzitoriu au fost calculate pe baza înregistrărilor curenților statorici și rotorici în timpul scurtcircuitului trifazat brusc. Oscilograma scurtcircuitului trifazat brusc este prezentată în figura 5, iar rezultatele sînt cuprinse în tabela rezumativă (tabela nr. 1).

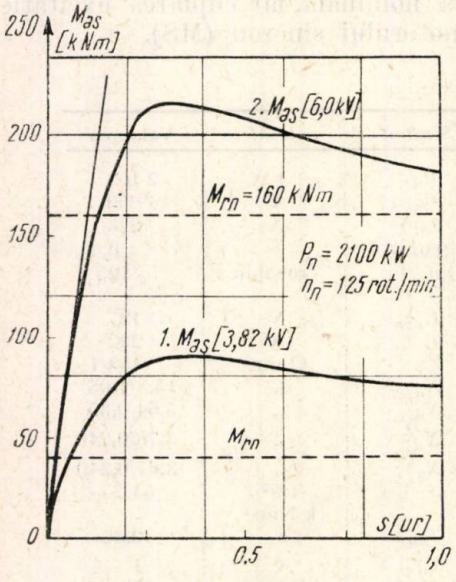


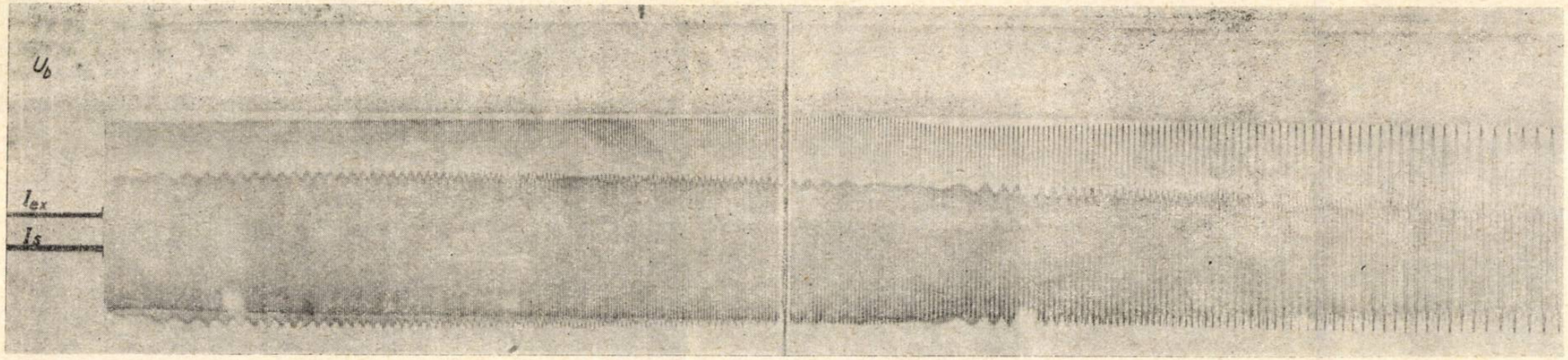
Fig. 4

3.2. Cuplul rezistent la plină sarcină în unități relative a fost aproximat sub forma

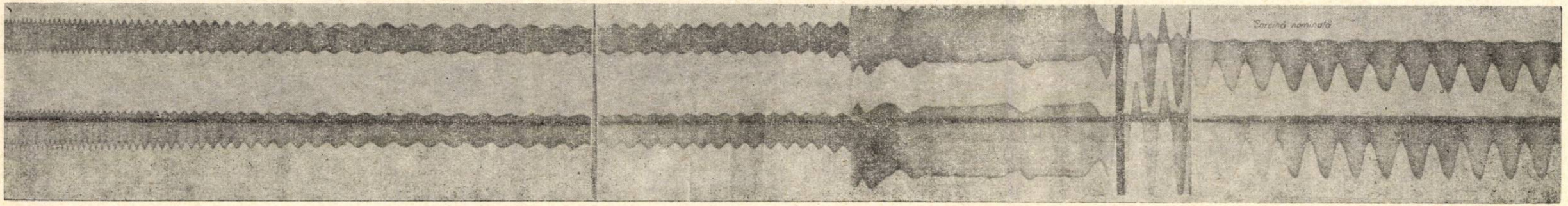
$$M_r = 1 + 0{,}3 \sin 2(\Omega t + \psi) = 1 + 0{,}3 \sin [(26{,}1 - 0{,}0832\, D\theta)\, t + \psi]. \quad (5)$$

Expresia este dedusă din curba sarcinii, furnizată de fabrica constructoare a compresorului. Pentru încărcări parțiale, forma cuplului a fost obținută pe baza măsurătorilor tenzometrice; un exemplu e prezentat în figura 6.

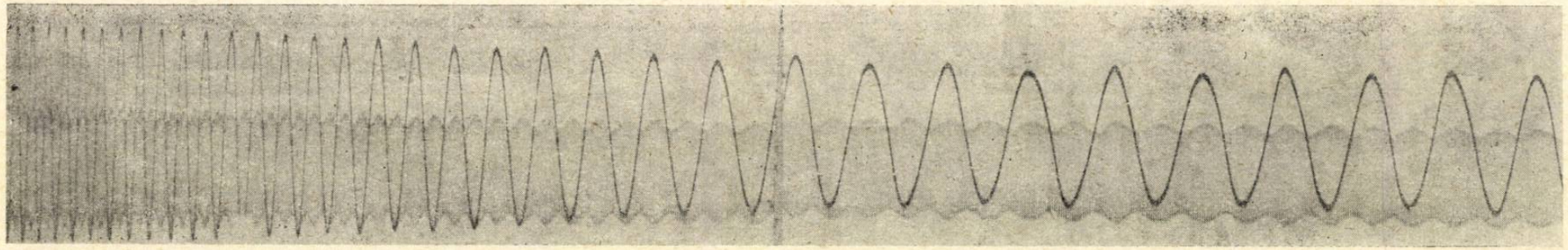
3.3. Rezolvarea în continuare a tuturor regimurilor dinamice s-a făcut pentru cuplul rezistent nominal, cu excepția calculului sincronizării, cînd cuplul rezistent este corespunzător cuplului de mers în gol, adică



2 a



2 b



2 c

Fig. 2

$$M_{r0} = 0{,}3\ \{1 + 1{,}3\ \sin\ [(26{,}1 - 0{,}0832\ D\theta)t + \psi]\}. \qquad (6)$$

Procesul de sincronizare al motorului sincron funcționînd în gol e prezentat în oscilogramele din figura 2 *c*, în continuarea procesului de pornire în asincron; rezolvarea analitică a mișcării rotorului în timpul sincronizării s-a făcut prin rezolvarea pas cu pas [1]) a ecuației

$$D^2\theta + 2\ D\theta + 128\ (1 - e^{-t/1{,}0})\ \sin\ \theta - 16{,}2\ \sin 2\theta - \\ - 20{,}85\ \{1 + 1{,}3\ \sin\ [(26{,}1 - 0{,}0832\ D\theta)t + \psi]\} = 0 \qquad (7)$$

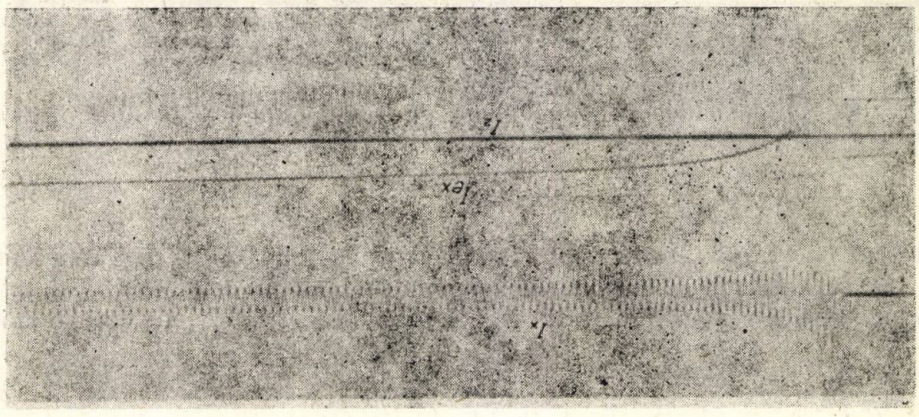


Fig. 5

În figura 7 se prezintă soluțiile ecuației (7) θ și $\omega_r = f(t)$ pentru condiții inițiale $\theta_0 = 0$, $D\theta_0 = 25{,}15$ rad/s și $\theta_0 = \pi$ (curba $-\cdot-\cdot-$) și $\theta_0 = 0{,}5$ rad (curba ——).

Comparînd oscilogramele cu curbele calculate, se constată o bună corespondență în privința timpului necesar sincronizării.

Frînarea motorului sincron la plină sarcină după ce a fost deconectat de la rețea este descrisă de ecuația

$$D^2\theta - 69{,}5\ \{1 + 0{,}3\ \sin\ [(26{,}1 - 0{,}0832\ D\theta)\ t + \psi]\} = 0, \qquad (8)$$

care s-a rezolvat pentru condițiile inițiale $\theta_0 = 0{,}5$ rad, $D\theta_0 = \omega_{r0} = 0$ și $\psi = \pi$; $\omega_r = 314$ rad/s corespunde vitezei $n = 0$ rot/s.

Soluția e prezentată grafic în figura 8. Pentru $\theta \leqslant 60°$, unghi pentru care reanclanșarea motorului sincron la rețea este posibilă, s-au dedus

[1]) Calculele au fost efectuate la calculatorul cifric CIFA 3, iar programarea a fost întocmită în colaborare de W. Schatz și M. Bodeanu de la Institutul de fizică atomică al Academiei Republicii Socialiste România.

intervalele de timp și alunecările corespunzătoare; acestea constituie condiții inițiale pentru urmărirea soluției ecuației (1), particularizată pentru procesul de resincronizare. Curbele din figura 8 arată că durata intervalului de timp recomandabil pentru reanclanșarea scade pe măsură ce viteza

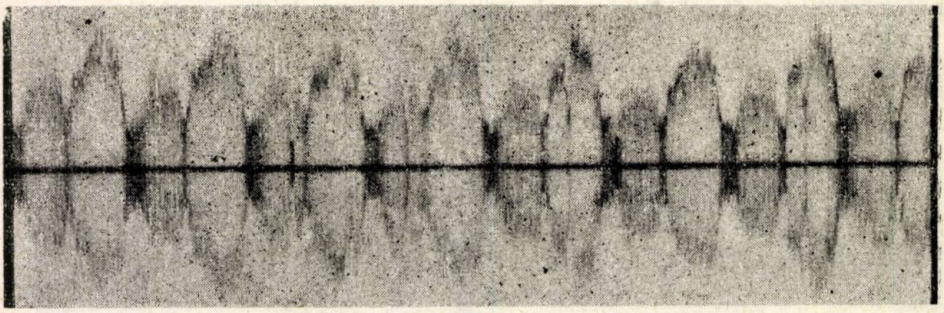


Fig. 6

relativă (ω_r) crește. Intervalul 1 poate fi utilizat doar prin reglarea temporizării protecției și acționării întrerupătoarelor la dispariția de foarte scurtă durată a tensiunii de alimentare. În intervalul 2, în care tehnic

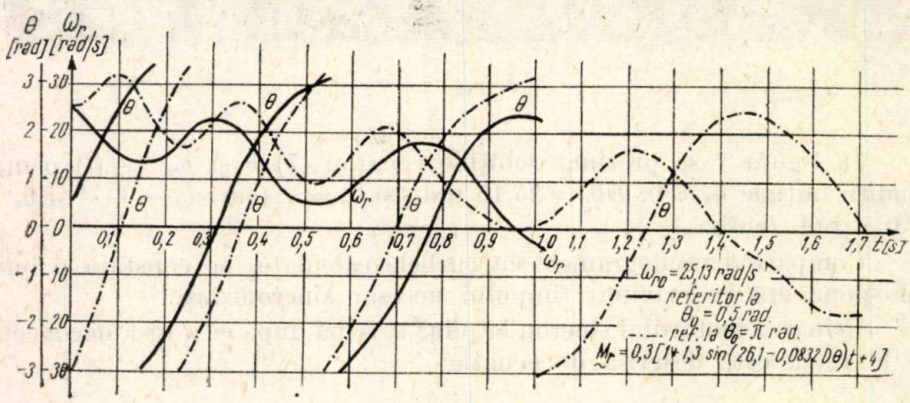


Fig. 7

s-ar putea realiza reanclanșarea, se va vedea în continuare că resincronizarea nu poate avea loc decît în anumite condiții; din acest punct de vedere, intervalele 3 și 4 sînt deja fără perspectivă.

Pentru resincronizare, problema s-a rezolvat în condițiile inițiale obținute din figura 8, corespunzător intervalelor 1 și 2. În plus s-a urmărit și influența fazei sarcinii pulsatorii ψ și a unghiului intern inițial θ_0 asupra posibilităților resincronizării. În figura 9 este prezentată variația în timp

a unghiului intern și a vitezei relative pentru $\theta_0 = 0{,}5$ rad [și $D\theta_0 = 12{,}56$ rad/s pentru $\psi = 0$; $\pi/2$; π și $3\pi/2$; influența fazei sarcinii asupra condițiilor de resincronizare este relativ mică pentru cazul cînd cuplul rezistent e de forma (5).

Valoarea inițială a unghiului intern, așa cum se vede din figura 10, are o influență determinată asupra condițiilor și posibilităților de resincronizare a MS. Pentru alunecarea inițială $s_0 = 4\%$ ($\omega_{ro} = 12{,}56$ rad/s) și $\theta_0 = 0$ și 0,5 rad, mașina se sincronizează; pentru aceeași alunecare, însă la unghiuri interne $\theta_0 = \pi/2$; π și $3\pi/2$, mașina își continuă funcționarea în asincron la alunecări variabile care depășesc valorile alunecării inițiale, deci resincronizarea nu are loc.

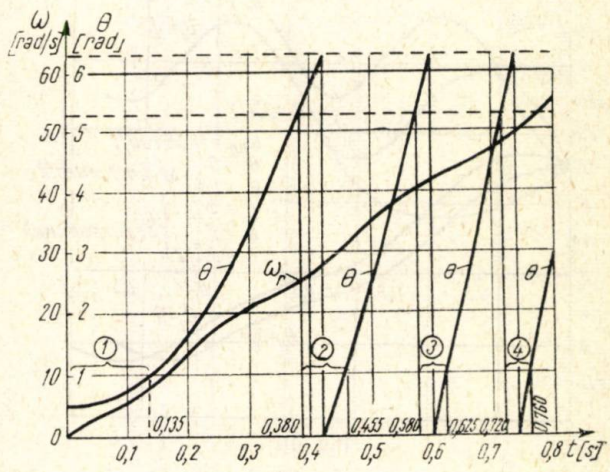


Fig. 8

De remarcat că unghiurile admisibile inițiale (θ_0), pentru care la reanclanșare nu apar șocuri de curent mai mari ca cele de la scurt-circuit trifazat la borne la excitație nominală, constituie în același timp un domeniu care apare optim și din punctul de vedere al resincronizării. Din analiza acelorași curbe rezultă că pentru aceeași alunecare inițială se creează condiții optime de sincronizare, cînd θ_0 are valoarea unghiului intern în regim permanent θ_∞ și, la aceeași sarcină, condiții dintre cele mai dificile cînd $\theta_0 = \pi$. Ecuația care s-a rezolvat în aceste cazuri este de forma ecuației (7), cu deosebirea valorii cuplului rezistent, adică

$$D^2\theta + 2\,D\theta + 128 \sin\theta - 16{,}2 \sin 2\theta -$$

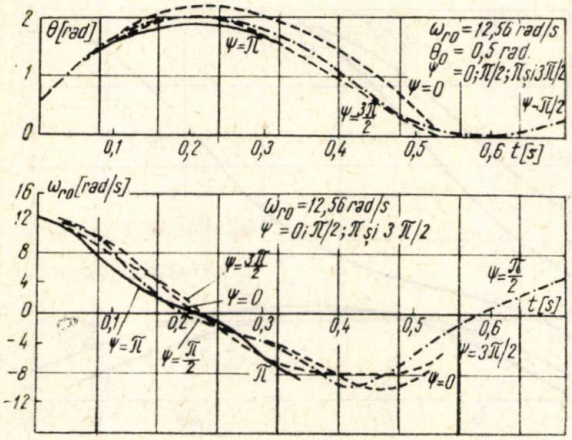


Fig. 9

$$- 69{,}5\,\{1 + 0{,}3 \sin[(26{,}1 - 0{,}0832\,D\theta)\,t + \psi]\} = 0, \qquad (9)$$

care corespunde situației cînd reanclanșarea se face cu mașina excitată.

Ecuația (9) s-a rezolvat pentru diferite alunecări inițiale, însă resincronizarea s-a obținut numai pentru $s \leqslant 4\%$. Rezultă deci că reanclanșarea urmată de resincronizare se poate efectua numai cu controlul unghiului intern în momentul reanclanșării și numai pentru alunecări ce nu depășesc 4%; aceasta e posibil numai în intervalul 1 (vezi fig. 8).

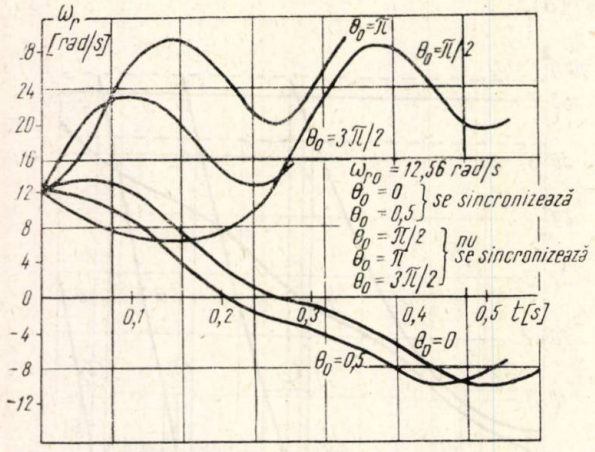


Fig. 10 a

Din acest motiv s-a încercat să se predetermine posibilitățile de resincronizare a MS la alunecări mai mari, corespunzătoare intervalului 2 din figura 8, prin utilizarea forțării excitației. În figura 11 sînt prezentate rezultatele obținute prin rezolvarea ecuației

$$D^2\theta + 2\,D\theta + 128[1 + 0{,}3\ (1 - e^{-t/1{,}\bullet})]\sin\theta - 16{,}2\sin 2\theta - \\ - 69{,}5\,\{1 + 0{,}3\sin[(26{,}1 - 0{,}0832\,D\theta)t + \psi]\} = 0, \tag{10}$$

în care forțarea ($\Delta U_{ex} = 0{,}3\ U_{exn}$) s-a considerat în treaptă și cuplul rezistent egal cu cuplul nominal; drept condiții inițiale s-au adoptat, pentru $\theta_0 = 0{,}5$ rad, viteza relativă $\omega_{r0} = D\theta_0 = \omega_s \cdot s = 31{,}4$ rad/s și, respectiv, 25,13 rad/s.

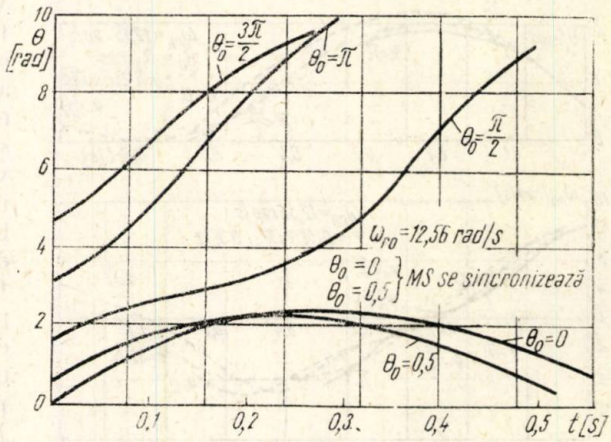


Fig. 10 b

Urmărind variația în timp a unghiului intern θ și a vitezei relative ω_r, din figura 11 se constată că mașina se sincronizează. Rezultă astfel că și intervalul 2 poate fi utilizat pentru reanclanșare și resincronizare la sarcină nominală, cu respectarea controlului timpului, deci a unghiului θ_0 și a derivației sale $D\theta_0$, dacă se aplică o forțare în treaptă a excitației de 0,3 U_{exn}.

S-au făcut de asemenea calcule pentru a predetermina comportarea MS în cazul în care, în condiții în rest egale, forțarea excitației se realizează de la 0 la 1,3 și de la 0 la 1,5 U_{exn} la mașina inițial desexcitată, caz care ar corespunde unei eventuale porniri în sarcină sau unei reanclanșări cu mașina desexcitată (pentru a elimina necesitatea controlului unghiului intern inițial θ_0). Toate calculele au arătat că mașina nu se poate sincroniza fără rostogolire.

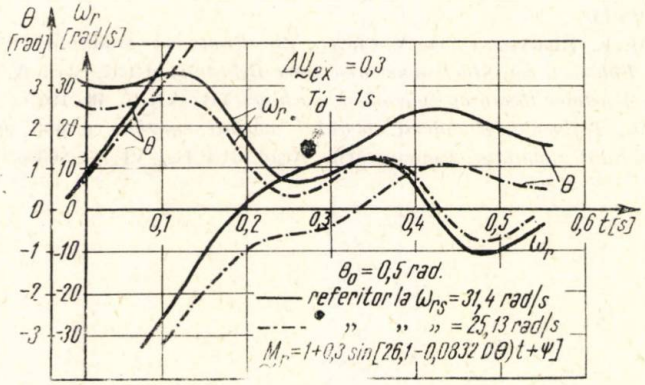


Fig. 11

4. CONCLUZII

1. Tensiunea minimă de alimentare la care MS în plină sarcină mai funcționează sincron este $U_{\min} = 4{,}25$ kV.

2. MS nu poate fi pornit în sarcină, deoarece nu se pot realiza condiții de sincronizare chiar în cazul forțării excitației cu 50% ($U_{ex} = 1{,}5\ U_{exn}$).

3. Se poate realiza reanclanșarea și resincronizarea MS funcționînd în sarcină în intervalul 1; în intervalul 2, resincronizarea are loc numai dacă se forțează excitația în treaptă de la valoarea nominală U_{exn} la valoarea 1,3 U_{exn}.

4. Reanclanșarea trebuie să se efectueze numai cu controlul automat al unghiului intern și al timpului trecut de la declanșare, conform calculelor prezentate.

5. Faza inițială a sarcinii ψ influențează în mică măsură regimul de resincronizare în cazul concret cînd amplitudinea oscilației nu depășește 30% din cuplul nominal.

Primit la redacție la 6 iunie 1965.

BIBLIOGRAFIE

1. И. Д. Урусов, *Линейная теория колебаний синхронных машин*. Изд. Акад. наук СССР, Москва-Ленинград, 1960.
2. А. Ж. Важнов, *Основы теории переходных процессов синхронной машины*. Москва-Ленинград, Госэнергоиздат, 1960.
3. C. V. Bălă. *Cu privire la impedanța de pendulare a mașinii sincrone*. St. cerc. energ. *3* (1961).
4. C. V. Bălă, M. E. Bîrgăuanu, D. V. Crețu, *Zur Frage der Anlaufund Wiedersynchronisier Fähigkeit von Sinchronmotoren unter Belastung*. REE, Seria A, **VIII**, 1 (1963).
5. R. Park, *Two reactions theory of syncronous machines* TR. AIEE, **48**, 1929 ; *52* (1933).
6. V. N. Nedelcu, *Influența pendulării rotorului mașinii sincrone cu poli aparenți asupra curentului statorului*. Comunicările Acad. R.P.R., **VI**, 7, 863—870 (1956).

CARACTERISTICILE DE STABILITATE A FLĂCĂRILOR DESCHISE ÎN JETURI ÎNSOȚITE

DE

D. GRECOV și I. IORDACHE

622.95

Se definește domeniul de stabilitate al flăcărilor turbulente în cazul jeturilor coaxiale însoțite de gaze combustibile-aer în echicurent și contracurent, caracterizat prin cele două valori-limită ale vitezelor de ieșire a gazelor din ajutaj pentru care flacăra se rupe în funcție de viteza inițială a jetului însoțitor și se analizează factorii care influențează domeniul de stabilitate.

Valorile experimentale obținute concordă cu suficientă aproximație cu datele de calcul obținute pe baza modelului fizic adoptat.

Se remarcă stabilitatea foarte mare a flăcărilor turbulente în cazul jeturilor în contracurent, ceea ce permite obținerea unor încărcări termice superioare fără a fi necesară folosirea altor dispozitive de stabilizare.

1. INTRODUCERE

Problema stabilității flăcărilor deschise în cazul jetului liber de gaze combustibile a fost tratată în [9], analizîndu-se factorii care influențează valoarea vitezei de rupere a flăcării u_{0r}, definită ca viteza-limită a fluidului la ieșire din ajutaj la care flacăra se stinge. Astfel s-a remarcat că viteza de rupere este funcție numai de diametrul ajutajului și de natura gazului combustibil, zona de stabilitate mărindu-se cu diametrul ajutajului. În mod curent, în practica instalațiilor de ardere intervine problema stabilității flăcărilor în cazul jeturilor însoțite de gaze combustibile și aer, un rol deosebit aparținînd jeturilor coaxiale.

Jeturile însoțite pot fi întîlnite sub forma unui jet care se dezvoltă într-un curent de fluid (paralele în echicurent sau contracurent și încrucișate) sau sub formă de două jeturi paralele în echicurent sau contracurent și încrucișate.

Cazul jetului de combustibil care se dezvoltă într-un curent paralel de fluid în echicurent de viteză u_{02}, diferită de viteza inițială a jetului u_{01},

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 4 p. 843—856 București 1965

este tratat în [1], [2], [6], [8], iar stabilitatea flăcărilor obţinute într-o astfel de situaţie este funcţie directă de valoarea vitezei fluidului însoţitor, în general flacăra nefiind stabilă la valori $u_{02} \geqslant S_T$, unde S_T reprezintă viteza de ardere turbulentă [5], [9].

Avînd în vedere valorile relativ mici ale vitezei de ardere turbulente, rezultă un domeniu restrîns de stabilitate al flacării în funcţie de valoarea u_{02}, ceea ce impune la valori u_{02} ridicate folosirea unor stabilizatori de flacără prin surse exterioare stabile de aprindere (flacără-pilot, arc electric) sau introducerea în jet a unor corpuri de stabilizare în a căror dîră să se formeze zone de recirculaţie unde flacăra se poate amorsa.

În cazul jeturilor coaxiale aer-gaz care se vor trata în lucrarea de faţă, stabilitatea flacării în funcţie de viteza iniţială a aerului (jetul periferic) va depinde în general de caracteristicile jeturilor, zona de stabilitate crescînd considerabil cînd se utilizează jeturile coaxiale în contracurent.

2. STABILITATEA FLĂCĂRILOR ÎN CAZUL JETURILOR COAXIALE GAZ-AER ÎN ECHICURENT

Conform modelului fizic adoptat în [9], se consideră că flacăra se va rupe atunci cînd viteza axială în axul jetului de gaze u_m, care se stabileşte la distanţa de gura ajutajului unde se formează concentraţia stoechiometrică χ_{st}, va depăşi viteza turbulentă de ardere S_T, corespunzătoare condiţiilor de turbulenţă existente în jet.

Pentru a analiza condiţiile în care are loc egalitatea $u_m = S_T$ care conferă caracterul stabil la limită al flacării, trebuie mai întîi să se cunoască funcţiile de repartiţii ale cîmpurilor de viteze şi concentraţii în diferite secţiuni ale jetului de combustibil şi modul de variaţie al vitezelor şi concentraţiilor în lungul jetului, ţinînd seama de caracterul complex al curgerii în cazul analizat.

Se poate considera, conform [1], că jetul compus este format din două jeturi, dintre care unul va fi caracterizat prin excesul de viteze $(u - u_2)$ şi se va comporta ca un jet liber, iar cel de-al doilea jet va fi caracterizat prin viteza u_2:

$$u = Ku_{2m} \frac{F'(\varphi)}{\varphi} + (u_m - u_{2m}) \frac{F'(\varphi)}{\varphi}, \tag{1}$$

unde $\frac{F'(\varphi)}{\varphi}$ reprezintă funcţia de repartiţie a vitezelor într-o secţiune din zona de bază a jetului, iar $\varphi = \frac{y}{ax}$, unde a este coeficientul de structură al jetului.

În relaţia (1) s-a introdus factorul K, care ţine seama de gradul de influenţă a jetului periferic de aer, fiind mai mare la rapoarte $\frac{R_2}{R_1}$

ridicate (R_2 este ajutajul periferic, R_1 — raza ajutajului central). Conform ipotezelor adoptate, se pot scrie relațiile

$$\begin{cases} u - u_2 = (u_m - u_{2m}) \dfrac{F'(\varphi)}{\varphi}, \\ u_m - u_{2m} = \dfrac{n_1}{ax} \end{cases} \tag{2}$$

și pentru jetul periferic însoțitor

$$u_{2m} = \frac{n_2}{ax}. \tag{3}$$

În acest caz, mărimile n_1 și n_2 se pot determina din ecuația conservării impulsului, scrisă pentru jetul de gaz și pentru jetul compus aer-gaz.

Ecuația conservării impulsului pentru jetul de gaz va fi

$$2\pi \int \rho\,(u - u_2)^2\, y\, \mathrm{d}y = J_1, \tag{4}$$

unde J_1 reprezintă impulsul inițial al jetului central

$$J_1 = \pi R^2_1\, u^2_{01}\, \rho_{01}, \tag{5}$$

ρ_{01} — densitatea gazului la ieșirea din ajutaj.

Ținînd seama de relațiile (2) și (5) din ecuația (4), se poate obține

$$n_1 = \sqrt{\frac{J_1}{2\pi\, \rho_m \int_0^\infty \frac{[F'(\varphi)]^2}{\varphi}\, \mathrm{d}\varphi}}, \tag{6}$$

unde, dacă se adoptă conform [1], [2] $\dfrac{F'(\varphi)}{\varphi} = \mathrm{e}^{-0{,}5\varphi^2}$, rezultă valoarea integralei $\displaystyle\int_0^\infty \frac{[F'(\varphi)]^2}{\varphi}\, \mathrm{d}\varphi$, egală cu 0,5.

Ecuația conservării impulsului pentru jetul compus aer-gaz va fi

$$2\pi \int \rho u^2\, y \mathrm{d}y = J_1 + J_2, \tag{7}$$

unde J_2 este impulsul inițial al jetului periferic însoțitor

$$J_2 = \pi(R^2_2 - R^2_1)\, \rho_{02}\, u^2_{02}, \tag{8}$$

ρ_{02} — densitatea aerului la ieșirea din ajutaj.

Introducînd relațiile (1), (2) și (3) în (7), rezultă mărimea n_2:

$$n_2 = \frac{\sqrt{J_1 + J_2} - \sqrt{J_1}}{\sqrt{\rho_m 2\pi \int_0^\infty \frac{[F'(\varphi)]^2}{\varphi} d\varphi}}. \tag{9}$$

În final, dacă se explicitează mărimile J_1 și J_2 conform relațiilor (5), (8), rezultă că viteza în orice secțiune va fi dată de ecuația

$$u = \frac{u_{01} R_1}{a x} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_m}} \sqrt{1 + K \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2 (\bar{R}_2^{-2} - 1)} \cdot \frac{F'(\varphi)}{\varphi}, \tag{10}$$

unde $\bar{R}_2 = \frac{R_2}{R_1}$; $m = \frac{u_{02}}{u_{01}}$.

Se observă că valorile vitezelor sînt influențate direct de raportul diametrelor celor două ajutaje coaxiale, precum și de raportul vitezelor inițiale ale aerului și gazului.

Pentru obținerea funcției care să exprime variația impulsului de concentrații de combustibil în lungul jetului, se pornește de la o repartiție afină a cîmpului de concentrație în orice secțiune a jetului:

$$\frac{\chi}{\chi_m} = \left[\frac{F'(\varphi)}{\varphi}\right]^\sigma, \tag{11}$$

unde valoarea exponentului σ poate varia între 0,5 și 1 [10].

Ecuația conservării masei de combustibil va fi de forma

$$2\pi \int \chi u y dy = \pi R_1^2 u_{01} \chi_0, \tag{12}$$

unde

χ este concentrația de gaz combustibil într-un punct din zona de bază a jetului,

χ_0 — concentrația de gaz combustibil inițială în jetul central la ieșirea din ajutaj.

Dacă se ține seama de relațiile (11), (10), din ecuația (12) rezultă în final

$$\chi = \frac{R_1 \chi_0}{B \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_m}} \sqrt{1 + K \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} (\bar{R}_2^2 - 1)}} \cdot \frac{1}{ax} \left[\frac{F'(\varphi)}{\varphi}\right]^\sigma, \tag{13}$$

unde $B = \int_0^\infty 2 \left[\frac{F'(\varphi)}{\varphi}\right]^{1+\sigma} \varphi d\varphi$.

Pe baza relației (13) se poate găsi valoarea x, unde concentrația în axul jetului va fi egală cu concentrația stoechiometrică $\chi = \chi_{st}$ în acest loc, conform modelului fizic adoptat, impunîndu-se condiția de stabilitate a flăcării $u_m \leqslant S_T$.

Valoarea x obținută din (13) pentru cazul $\chi_0 = 1$ se introduce în relația (10) și, impunînd condiția $u_m \leqslant S_T$, se obține în final

$$(u_{01})_r^{s,i} = \frac{\frac{S_T}{\chi_{st}} \cdot \frac{\rho_m}{\rho_{01}} \pm \sqrt{\left(\frac{S_T}{\chi_{st}}\right)^2 \left(\frac{\rho_m}{\rho_{01}}\right)^2 - 4 \frac{\rho_{02}}{\rho_m} K (\bar{R}_2^2 - 1) u_{02}^2}}{2}. \tag{14}$$

Se observă că spre deosebire de cazul jetului liber de combustibil, unde s-a obținut o singură valoare u_{01}^i pentru care flacăra se rupe [9], în cazul jetului însoțit se obțin două valori, u_{01} și u_{01}^s (inferior și superior), condiția de stabilitate $u_m \leqslant S_T$ fiind îndeplinită numai cînd valoarea u_{01} se află între cele două limite $(u_{01})_r^i < (u_{01})_r < (u_{01})_r^s$.

Această situație se explică prin aceea că în acest caz cîmpul de concentrații este influențat de valoarea u_{01} (13), ceea ce nu se întîmplă în cazul jetului liber care expandează într-un mediu în nemișcare.

Se remarcă de asemenea că în relația (14) mărimea $\frac{S_T}{\chi_{st}} \cdot \frac{\rho_m}{\rho_{01}}$ este egală cu viteza de rupere în cazul jetului liber neînsoțit (u_{0r}), ceea ce permite să se obțină o relație simplă pentru cele două limite de stabilitate :

$$(u_{01})_r^{i,s} = \frac{u_{0r} \pm \sqrt{u_{0r}^2 - 4 \frac{\rho_{02}}{\rho_m} \cdot K (\bar{R}_2^2 - 1) u_{02}^2}}{2}. \tag{15}$$

Pentru determinarea raportului $\frac{\rho_{02}}{\rho_m}$ se ține seama că valoarea ρ_m trebuie calculată la concentrația stoechiometrică a gazului combustibil în aer :

$$\rho_m = \left[\rho_{01} \chi_{st} + (1 - \chi_{st}) \rho_{02}\right] \frac{\alpha T_0}{T_f}, \tag{16}$$

unde, conform [11], T_f reprezintă temperatura în flacără, T_0 temperatura inițială a jetului de gaze, iar α dilatarea molară a reacției de ardere.

Valorile u_{0r} se pot determina conform relațiilor date în [9] sau determina experimental pentru diametrul ajutajului adaptat, pentru cazul gazelor naturale prezentîndu-se datele experimentale în [9].

Se observă că $(u_{01})_r^s$ nu poate depăși valoarea vitezei de rupere u_{0r} pentru jetul liber, limitele de stabilitate îngustîndu-se pe măsură ce crește viteza inițială a aerului însoțitor u_{02} și valoarea parametrului $\bar{R}_2$. Deoarece factorul K care se găsește în relația (15) reprezintă o mărime care trebuie determinată experimental, s-au efectuat o serie de experimentări în care s-au folosit gazele naturale drept combustibil și în care s-au luat diverse valori ale diametrelor ajutajului central și periferic ($D_1 = 6$; 10 și 21 mm ; $D_2 = 15{,}5$; 27,5 ; 80 și 98,5 mm).

Din experimentări s-a observat că pentru viteze $u_{01} > (u_{01})_r^s$ sau $u_{01} < (u_{01})_r^i$ flacăra se rupe o dată cu creșterea vitezei jetului însoțitor u_{02}, zona de stabilitate micșorîndu-se, ceea ce confirmă perfect concluziile care au rezultat din analiza relației (15). Micșorarea zonei de stabilitate cu creșterea valorii u_{02} este continuă pînă cînd la o valoare $u_{02} \geqslant (u_{02})_{lim}$.

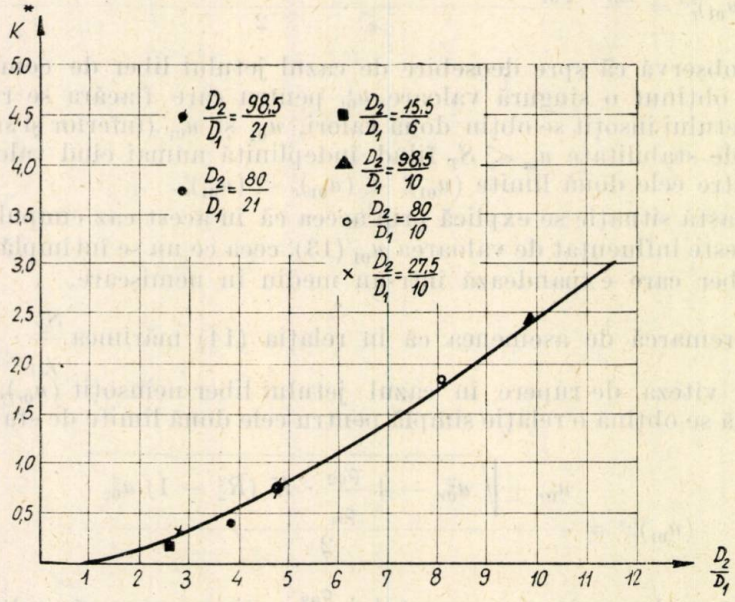


Fig. 1. — Variația coeficientului K^* în funcție de raportul $\frac{D_2}{D_1}$.

flacăra nu mai poate arde stabil fără o stabilizare exterioară. Deci, pe măsură ce viteza jetului însoțitor crește, valoarea $(u_{01})_r^s$ scade, iar valoarea $(u_{01})_r^i$ crește, la limita cînd $u_{02} = (u_{02})_{lim}$ va rezulta $(u_{01})_r^i = (u_{01})_r^s = \frac{u_{0r}}{2}$ (15), ceea ce s-a confirmat în decursul experimentărilor. Valoarea $(u_{02})_{lim}$ pentru care $(u_{01})_r^i = (u_{01})_r^s = \frac{u_{0r}}{2}$ se obține din ecuația

$$u_{or}^2 - 4\,\frac{\rho_{02}}{\rho_m} K^* (\bar{R}_2^2 - 1)(u_{02}^2)_{lim} = 0, \tag{17}$$

pentru care discriminantul ecuației de stabilitate devine nul :

$$(u_{02})_{lim} = \frac{u_{0r}}{2\sqrt{K^* \frac{\rho_{02}}{\rho_m}(\bar{R}^2 - 1)}}. \tag{18}$$

Valoarea K^* s-a determinat experimental cunoscînd la diferite valori ale parametrului $\bar{R}_2$ valorile $(u_{02})_{lim}$, trasîndu-se în figura 1 variația $K^* = f(\bar{R}_2)$. Deoarece valoarea globală a factorului K care reprezintă influența

jetului însoțitor va fi diferită în funcție de $(u_{01})_r^s$ sau $(u_{01})_r^i$, fiind în general mai mare la $(u_{01})_r^i$ (deoarece ruperea se produce la o distanță mai mică de gura ajutajului în acest caz), și va depinde de asemenea de raportul $\frac{u_{02}}{(u_{02})_{lim}}$, în figura 2 se dau valorile experimentale ε_1 și ε_2 cu care trebuie

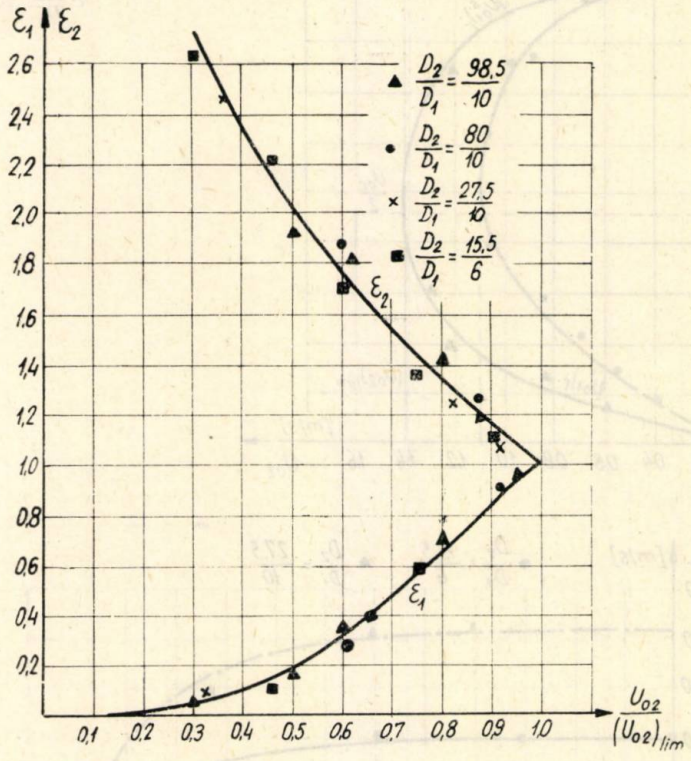


Fig. 2. — Variația coeficienților ε_1 și ε_2 în funcție de raportul $\frac{(u_{02})}{(u_{02})_{lim}}$

corectată valoarea K^* în funcție de mărimea $\frac{u_{02}}{(u_{02})_{lim}}$; valorile globale ale factorului K rezultă în final din relațiile

$$\begin{cases} K^s = \varepsilon_1 K^*, \\ K^i = \varepsilon_2 K^*. \end{cases} \tag{19}$$

În figurile 3 și 4 se reprezintă modul de variație a mărimilor $(u_{01})_r^s$ și $(u_{01})_r^i$ în funcție de u_{02} pentru diferite valori ale parametrului $\overline{R}_2$ și u_{0r}, curbele fiind calculate pe baza relației (15), pentru mărimea $K^{s,i}$ luîndu-se în considerație valorile rezultate din figurile 1 și 2.

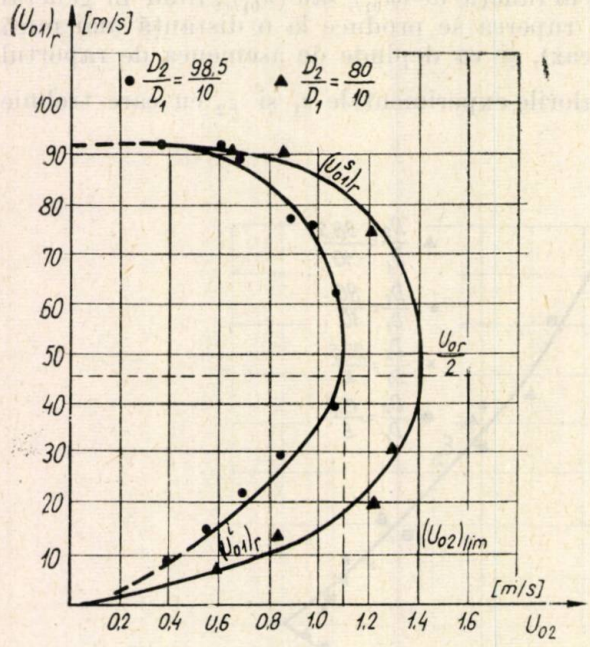


Fig. 3. — Variația domeniului de stabilitate a flăcării în funcție de u_{02} pentru $\frac{D_2}{D_1}=\frac{98,5}{10}$ și $\frac{D_2}{D_1}=\frac{80}{10}$.

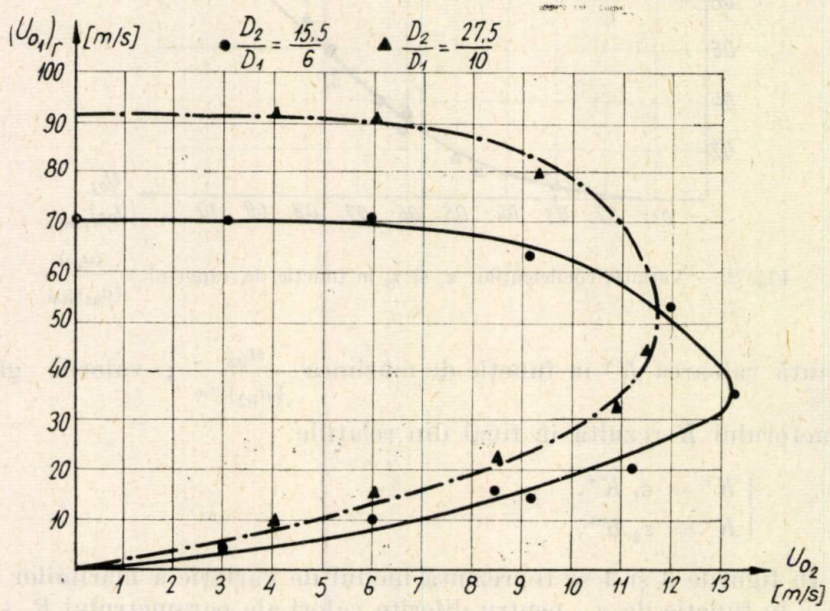


Fig. 4. — Variația domeniului de stabilitate a flăcării în funcție de u_{02} pentru $\frac{D_2}{D_1}=\frac{27,5}{10}$ și $\frac{D_2}{D_1}=\frac{15,5}{6}$.

Se observă că valoarea $(u_{02})_{lim}$ crește rapid cu micșorarea mărimii $(\overline{R}_2^2-1)$, ceea ce de altfel este ușor de explicat dacă avem în vedere că influența jetului însoțitor periferic scade mult prin micșorarea secțiunii de ieșire a acestuia.

De asemenea se observă că în apropierea valorii $(u_{02})_{lim}$ o creștere relativ mică a valorii u_{02} conduce la micșorarea rapidă a zonei de stabilitate, în consecință limitele de reglaj reducîndu-se foarte mult.

3. STABILITATEA FLĂCĂRILOR ÎN CAZUL JETURILOR COAXIALE GAZ-AER ÎN CONTRACURENT

Analiza condițiilor de stabilitate în cazul jeturilor coaxiale în contracurent aer-gaz se poate efectua de asemenea pe baza cunoașterii modului de variație a cîmpului de viteze și concentrații în lungul jetului de gaze combustibile.

Pentru calculul cîmpului de viteze s-a adoptat premisa că în orice punct al jetului viteza este dată de cele două componente induse de fiecare jet în parte :

$$u = \frac{n_1}{ax}\frac{F'(\varphi_1)}{\varphi_1} - \frac{n_2}{a(L-x)}\cdot\frac{F'(\varphi_2)}{\varphi_2}, \qquad (20)$$

unde L reprezintă distanța dintre ajutajele de gaz și aer, iar

$$\varphi_1 = \frac{y}{ax} \text{ și } \varphi_2 = \frac{y}{a(L-x)}.$$

Determinarea valorilor n_1 și n_2 se obține din ecuația conservării impulsului pentru fiecare jet, rezultînd în final relația

$$u = \frac{\overline{R}_1^{\star}\, u_{01}}{a\bar{x}}\sqrt{\frac{\rho_{01}}{2\rho_m\int_0^{\infty}\frac{[F'(\varphi_1)]^2}{\varphi_1}\,d\varphi_1}}\cdot\frac{F'(\varphi_1)}{\varphi_1} - \frac{\overline{R}^{\star}{}_2\, u_{02}}{a(1-\bar{x})}\times$$

$$\times\sqrt{\frac{\rho_{02}}{2\rho_m\int_0^{\infty}\frac{[F'(\varphi_2)]^2}{\varphi_2}\,d\varphi_2}}\cdot\frac{F'(\varphi_2)}{\varphi_2}, \qquad (21)$$

unde $\overline{R}_1^{\star} = \frac{R_1}{L}$, $\overline{R}^{\star}{}_2 = \frac{R_2}{L}$, $\bar{x} = \frac{x}{L}$.

Variația vitezei în ax, dacă se consideră $\int_0^{\infty}\frac{[F'(\varphi)]^2}{\varphi}\,d\varphi = 0{,}5$, va fi dată relația

$$u_m = \frac{\overline{R}^{\star}{}_1\, u_{01}}{a\bar{x}}\sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_m}} - \frac{\overline{R}^{\star}{}_2\, u_{02}}{a(1-\bar{x})}\sqrt{\frac{\rho_{02}}{\rho_m}}, \qquad (22)$$

Din(22) se poate deduce distanţa $\bar{x}$ de la gura ajutajului de gaz la care viteza u_m în axul jetului va fi nulă :

$$(\bar{x})_m^{u=0} = \frac{1}{\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{u_{02}}{u_{01}} \sqrt{\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}} + 1}, \tag{23}$$

care va exprima distanţa de penetraţie a jetului de gaz în jetul de aer [3].

Ecuaţia liniei de viteză nulă în jet (locul geometric al punctelor unde $u = 0$) se poate deduce din relaţia (21) (vezi fig. 5). În cazul jeturilor

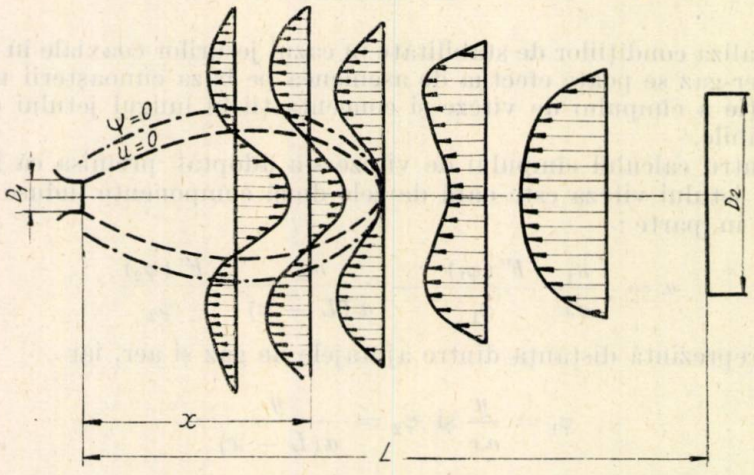


Fig. 5. — Variaţia cîmpului de viteze în cazul jeturilor în contracurent.

coaxiale în contracurent, un rol deosebit în procesul de stabilizare îl joacă fenomenul de recirculaţie a gazelor arse, zona de recirculaţie fiind funcţie de parametrii jeturilor de aer şi gaz. Zona de recirculaţie se poate deduce din ecuaţia liniei de curent nule :

$$\psi = \int uy \, dy = 0, \tag{24}$$

în care, dacă se ţinea seama de expresia (21) pentru u, rezultă

$$\bar{x}\,\bar{R}^{*}_{1}\,u_{01}\sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_m}}\,F(\varphi_1) = (1-\bar{x})\,\bar{R}_2\,u_{02}\sqrt{\frac{\rho_{02}}{\rho_m}}\,F(\varphi_2), \tag{25}$$

pe baza relaţiei (25) fiind posibilă trasarea curbei $\psi = 0$ (fig. 5).

Componenţa transversală a vitezei v, care pentru jeturile în contracurent are o valoare ridicată, se poate calcula din relaţia

$$v = -\frac{1}{y}\frac{\partial \psi}{\partial x}. \tag{26}$$

de unde rezultă

$$\frac{v}{u_{01}} = \frac{\overline{R}_1^{\cdot}\sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_m}}}{\overline{x}}\left[\left[F'(\varphi_1) - \frac{F(\varphi_1)}{\varphi_1}\right] + \frac{\overline{R}^{\star}{}_2\,\frac{u_{02}}{u_{01}}\sqrt{\frac{\rho_{02}}{\rho_m}}}{1-\overline{x}}\left[F'(\varphi_2) - \frac{F(\varphi_2)}{\varphi_2}\right]\right]. \tag{27}$$

Variația cîmpului de concentrații în jet se poate obține într-un mod similar cu jeturile în echicurent din ecuația conservării masei de combustibil:

$$2\pi\int \chi u y\,\mathrm{d}y = \pi R_1^2\, u_{01}\,\chi_0,$$

în care se ia $\frac{\chi}{\chi_m} = \left[\frac{F'(\varphi)}{\varphi}\right]^{\sigma}$, ceea ce conduce în final la relația

$$\chi = \frac{R^{\star}{}_1 B\chi_0 (1-\overline{x})}{a\,\overline{x}(1-\overline{x})\sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_m}} + \frac{u_{02}}{u_{01}}\cdot\frac{R_2}{R_1}a\,\overline{x}^2}\cdot\left[\frac{F'(\varphi)}{\varphi}\right]^{\sigma}. \tag{28}$$

Se remarcă din (28) că valoarea concentrației în ax este funcție de valoarea u_{01} (ca și în cazul jeturilor coaxiale în echicurent), ceea ce va conduce și în acest caz la existența unui domeniu de stabilitate limitat de două valori u_{01} la care flacăra se va rupe (pentru o valoare $u_{02} = \text{const.}$).

Din analiza relațiilor obținute (21), (25), (27), (28) rezultă că variația cîmpului de viteze, concentrație și zonei de recirculație sînt direct influențate de valorile parametrilor R_1, R_2, u_{01}, u_{02}, distanța dintre ajutaje L, un calcul analitic al zonei de stabilitate fiind foarte greu de efectuat în acest caz.

Datorită faptului că mărimea u_m, conform relației (21), scade cu creșterea parametrului $\overline{R}_2^{\cdot}\, u_{02}$ valoarea vitezei de rupere superioare $(u_{01})_r^s$, în acest caz se va mări, depășind cu mult viteza de rupere pentru jetul liber u_{0r}, ceea ce permite obținerea unor încărcări termice foarte mari. Din experimentările efectuate pentru $D_2 = 105$ mm și $D_1 = 6$, 8 și 10 mm, la care s-a variat distanța dintre ajutaje $L = 2200$, 1450, 1200 și 950 mm, s-a remarcat că pentru valorile vitezelor u_{02} între 2 și 10 m/s limita superioară a vitezei de rupere $(u_{01})_r^s$ a depășit viteza de rupere a jetului liber u_{0r} de circa 2,2—2,9 ori (fig. 6).

S-a observat de asemenea că, dacă se adoptă mărimea $\overline{R}_2^{\cdot}\, u_{02}^2$ drept parametru, valorile $(u_{01})_r^s$ se încadrează cu suficientă aproximație pe o singură curbă, ceea ce permite determinarea simplă a zonei de stabilizare a flăcării în cazul studiat (fig. 7). Această dependență simplă se poate

explica prin faptul că în condițiile de experimentare s-a luat $D_2 = 105$ mm, iar raportul $\frac{D_2}{D_1}$ a fost relativ ridicat, ceea ce a micșorat mult influența diametrului ajutajului de gaz D_1 asupra valorii $(u_{01})_r^s$. Din experimentări a rezultat de asemenea că limita inferioară a vitezei de rupere $(u_{01})_r^i$ este

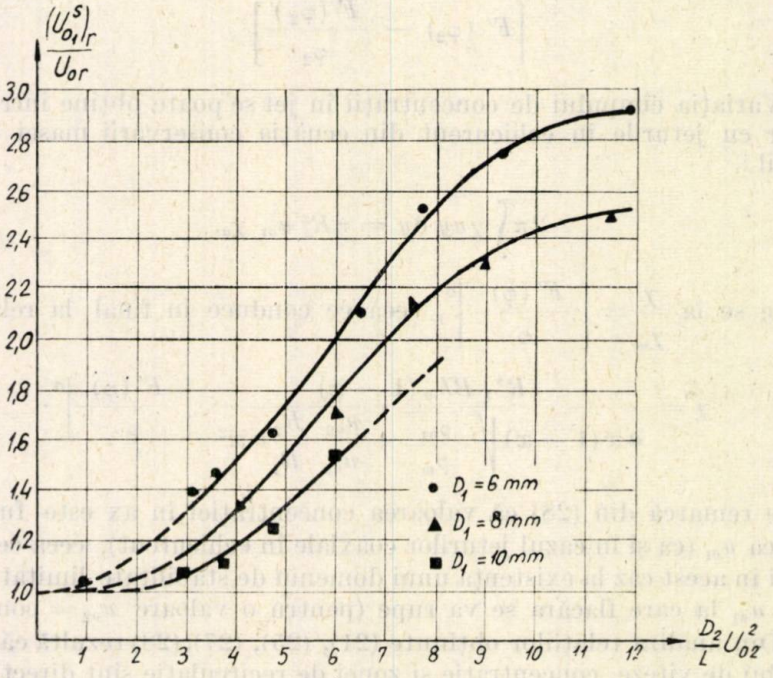


Fig. 6. — Variația raportului $\frac{(u_{01})_r^s}{u_{0r}}$ în funcție de parametrul $\frac{D_2}{L}u_{02}^2$ pentru $D_1 = 6{,}8$ și 10 mm.

aproape de zero pentru valorile parametrului $\overline{R}_2^* \cdot u_{02}^2$ la care s-au efectuat experimentările, ceea ce mărește mult zona de stabilitate (limitele de reglaj ale arderii).

4. CONCLUZII

Folosind o schemă simplă de calcul a cîmpurilor de viteze și concentrații pentru jeturile coaxiale în echicurent și contracurent, pe baza modelului fizic adoptat s-au putut analiza condițiile care influențează fenomenul de rupere a flacării.

Pentru jeturile în echicurent s-au putut determina pe cale analitică valorile vitezelor-limită de rupere, stabilindu-se astfel domeniul de funcționare stabilă al unor arzătoare construite pe acest principiu, remarcîn-

du-se o bună concordanță a datelor experimentale cu cele de calcul. Se remarcă că, dacă pentru jeturile în echicurent domeniul de stabilitate al flăcării este mai mic decît pentru cazul jetului liber, în cazul jeturilor în contracurent se obține un domeniu de stabilitate mult mărit. Aceasta per-

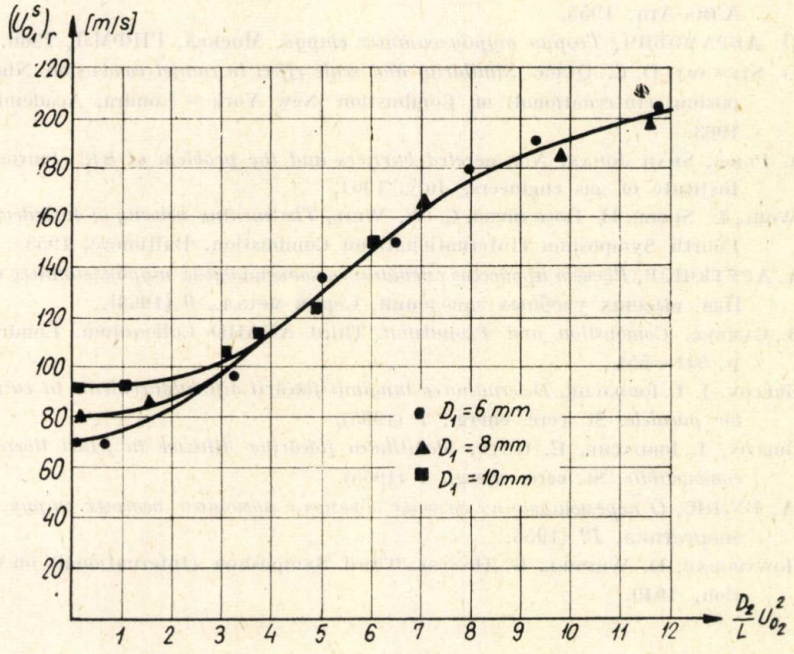


Fig. 7. — Variația vitezei de rupere $(u_{01})_r^s$ în funcție de parametrul $\frac{D_2}{L}u^2_{02}$ pentru $D_1 = 6{,}8$ și 10 mm.

mite construcția unor instalații de ardere cu încărcări termice superioare și domeniu de reglaj al sarcinii mult lărgite. Pentru jeturile în contracurent s-a stabilit pe baza datelor experimentale că un factor important care determină zona de stabilitate a flăcării este în acest caz parametrul $\overline{R}_2^* u^2_{02}$, cu creșterea acestuia mărindu-se mult domeniul de stabilitate, ceea ce conduce la posibilitatea realizării unor încărcări termice mult superioare celor care se realizează în mod curent în practica instalațiilor de ardere.

Primit la redacție la 10 iunie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. Л. А. Вулич, Т. П. Леонтьев, *О спутных и встречных турбулентных струях.* Известия Академии наук — Казахской ССР, Серия Энерг., выпуск 9, Алма-Ата, 1955.
2. Г. П. Абрамович, *Теория турбулентных струй*, Москва, ГИФМЛ, 1960.
3. D. G. Stewart, D. C. Quigg, *Similarity and scale effect in ramjet combustor.* Ninth Symposium (International) on Combustion New York — Londra, Academia Press, 1963.
4. J. A. Prigg, Shah Johan, *Non aereted burners and the problem of lift.* Journal of the Institute of gas engineers, July, 1964.
5. K. Wohl, L. Shore, H. Rosenberg, C. W. Weil, *The burning velocity of turbulent flames.* Fourth Symposium (International) on Combustion, Baltimore, 1953.
6. В. А. Арутюнов, *Расчет процессов смешания в коаксиальных турбулентных струях.* Изв. высших учебных заведений, Серия метал., *9* (1963).
7. A. B. Cambel, *Combustion and Propulsion.* Third AGARD Colloquium, Londra, 1958, p. 541—554.
8. D. Grecov, I. I. Iordache, *Determinarea lungimii flăcării difuziv-turbulente în cazul jeturilor paralele.* St. cerc. energ., *1* (1965).
9. D. Grecov, I. Iordache, E. Guțu, *Stabilitatea flăcărilor difuzive în jeturi libere de gaze combustibile.* St. cerc. energ., *2* (1965).
10. Л. А. Вулис, *О перемешивании газовых объемов с помощью острых струй.* Теплоэнергетика, *12* (1956).
11. V. Howthorne, D. Weddel, G. Hottel, Third Symposium (International) on Combustion, 1949.

INTERDEPENDENȚA DINTRE SIMPLEXURILE GEOMETRICE ȘI REGIMUL DE CURGERE ÎN CAZUL MODELĂRII IZOTERMICE MONOFAZICE A FOCARULUI CICLON VERTICAL[1])

DE

N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, G. SINGER și C. CRĂCIUNEANU

662.933 : 533

Lucrarea prezintă interdependența parametrilor constructivi și funcționali pentru cazul modelării izotermice monofazice a ciclonului vertical. Se propun relații criteriale pentru calculul regimului de curgere funcție de caracteristicile geometrice. Este analizată influența parametrilor geometrici constructivi asupra componentelor vitezei și presiunii în focarul ciclon vertical.

1. Focarul ciclon vertical apare în tehnica instalațiilor de ardere ca un focar cu recunoscute calități de intensificare a procesului de ardere a combustibililor solizi. Dezvoltat de la ideea constructivă a separatoarelor centrifugale de praf, focarul ciclon vertical s-a dezvoltat sub două variante constructive :

— varianta constructivă cu raport mic $\frac{L}{D}\left(\frac{L}{D} = 1 - 1{,}4\right)$, adoptată în special de firma vest-germană KSG ;

— varianta constructivă cu raport mare $\frac{L}{D}\left(\frac{L}{D} = 4 - 6\right)$, dezvoltată în special în U.R.S.S., sub denumirea de antefocar VTI [1].

În vederea asigurării unui grad ridicat de reținere a cenușii sub formă de zgură lichidă și a intensificării schimbului de masă comburant-

[1] Calculele au fost efectuate cu ajutorul mașinii electronice CIFA-101 de către N. I. Damian și T. Ioniță.

carburant, focarul ciclon vertical trebuie să aibă în interior un regim de curgere impus. Stabilirea prin calcul a regimului de curgere prin integrarea ecuaţiilor diferenţiale care caracterizează curgerea elementului de fluid întîmpină dificultăţi matematice importante şi conduce la rezultate afectate de erori sensibile faţă de realitatea fizică. În această situaţie, cercetarea procesului de curgere care are loc în interiorul focarului trebuie făcută prin intermediul modelării.

Rezultatele cercetării pe modele conduc la stabilirea unor ecuaţii criteriale care pot substitui integrarea ecuaţiilor diferenţiale ce caracterizează regimul de curgere. În literatura de specialitate sînt puţine rezultate referitoare la cercetarea regimului de curgere în focarul ciclon vertical [2], menţionîndu-se cercetările din U.R.S.S. [3], [4], din Anglia [5] şi din R.F.G. [6].

2. În lucrarea de faţă se caută a se studia interdependenţa dintre simplexurile geometrice şi regimul de curgere în cazul funcţionării izotermice monofazice a focarului ciclon vertical în vederea cunoaşterii intime a particularităţilor acestui tip de focar. În acest scop se face ipoteza că focarul ciclon vertical poate fi considerat un caz particular al focarului ciclon orizontal, şi anume cazul focarului cu ajutajele de admisia aerului secundar în zona capacului de ieşire. Acceptînd această ipoteză, cu anumite corecţii, este posibilă aplicarea teoriei existente la focarul ciclon orizontal.

Cercetarea procesului de curgere din focarul ciclon vertical se face cu ajutorul componentelor raportate ale vitezei W_t/W_i, W_x/W_i, W_r/W_i, a presiunii statice raportate P_s/P_t şi cu ajutorul criteriilor de similitudine [7], [8]:

$$\mathrm{Eu}_i,\ \mathrm{Eu}_e,\ \frac{W_{t\,\max}}{W_i},\ \frac{F_i}{F_e},\ \frac{T_e}{T_i},\ \frac{L}{D} \tag{1}$$

şi a unor caracteristici geometrice şi funcţionale, dintre care se menţionează :

— coeficientul secţiunii active de ieşire :

$$\varphi = 1 - \left(\frac{r_\omega}{r_e}\right)^2; \tag{2}$$

— caracteristica geometrică a focarului :

$$A = \frac{\pi\, r_e\, R_i}{\Sigma\, F_i}; \tag{3}$$

— coeficientul de rezistenţă al focarului ζ_i.

Între criteriile de similitudine şi simplexurile geometrice există relaţii criteriale, care, pentru funcţionarea izotermică monofazică, sînt de tipul :

$$\mathrm{Eu}_i = f_1\left(\frac{F_i}{F_e},\ \frac{L}{D}\right), \tag{4}$$

$$\mathrm{Eu}_e = f_2\left(\frac{F_i}{F_e},\ \frac{L}{D}\right), \tag{5}$$

$$\frac{W_{t\,\max}}{W_i} = f_3\left(\frac{F_i}{F_e},\ \frac{L}{D}\right). \tag{6}$$

Pentru studiul interdependenței parametrilor geometrici și funcționali au fost cercetate 23 de variante constructive ale focarului ciclon vertical.

Simbolurile mărimilor geometrice ale instalației experimentale sînt prezentate în figura 1.

Este evident că în relațiile de tipul (4)÷(6) valoarea constantelor va ține seama de particularitățile focarului ciclon vertical.

3. Structura fluxului în interiorul focarului ciclon vertical este prezentată în figura 2 prin componentele raportate ale vitezei și presiunii în interiorul focarului ciclon vertical, care pun în evidență unele particularități ale acestui tip de focar.

Astfel, prezența ajutajului de ieșire, amplasat în partea superioară a focarului din motive de creștere a gradului de separare a suspensiei solide din gazele de ardere, produce modificări importante circulației fluidului în interiorul focarului.

Spre exemplu, dacă ne referim la mișcarea axială a fluidului (fig. 2 *a*), se observă o circulație a fluidului sub forma unui inel periferic pînă la partea inferioară a focarului, unde fluidul suferă o întoarcere la 180°, menținîndu-se forma inelară pînă la ieșirea prin ajutajul superior. Diametrul exterior al inelului interior corespunde aproximativ cu diametrul ajutajului de ieșire. În zona centrală a focarului există o circulație inversă a fluidului aspirat din exteriorul focarului, care atinge capacul inferior chiar în cazul unor valori ridicate ale simplexului $\frac{L}{D}\left(\frac{L}{D}=1{,}4\right)$. În ceea ce privește însă cantitatea de fluid aspirat, aceasta se micșorează relativ intens în volumul ajutajului de ieșire și apoi din ce în ce mai slab în volumul focarului, ca urmare a distribuției vitezelor tangențiale care exercită o acțiune de amestec între curentul central invers și curentul de ieșire cu viteză tangențială ridicată. O dovadă a fenomenului respectiv este și reducerea progresivă a razei r_ω a curentului central invers.

Componentele radiale ale vitezelor reflectă posibilitățile ridicate de separare în zona superioară (gradient ridicat al vitezelor radiale pe rază) și o distribuție similară a focarului orizontal în zona inferioară. În toate zonele focarului, mișcarea radială a fluidului are caracter potențial, cu excepția zonei centrale din domeniul ajutajului de ieșire, în care mișcarea radială este greu de definit, aceasta suferind variații mari funcție de condițiile funcționale ale focarului.

Mișcarea tangențială a fluidului, caracteristică foarte importantă a focarelor ciclon, întrucît imprimă accelerația centrifugă suspensiei solide, contribuind astfel direct la separarea acesteia în focarul ciclon este modificată de prezența ajutajului de ieșire după cum urmează :

În zona superioară, prezența capacului superior imprimă un caracter potențial mișcării fluidului din inelul $d_e - D$.

Totodată, caracterul potențial al mișcării se menține și în interiorul ajutajului de ieșire d_e, în care se mută și vitezele tangențiale maxime. Limita mișcării cvasisolide din zona centrală a focarului se găsește pe o suprafață conică de revoluție. Înaintînd spre partea inferioară a focarului,

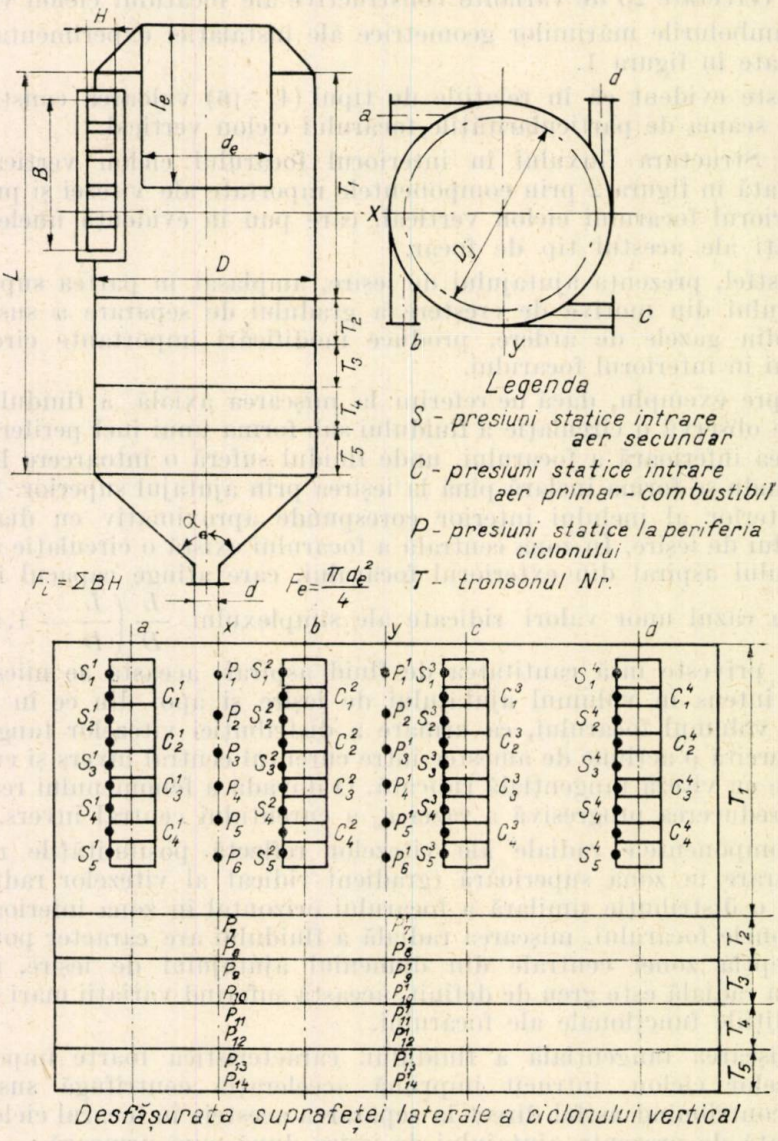
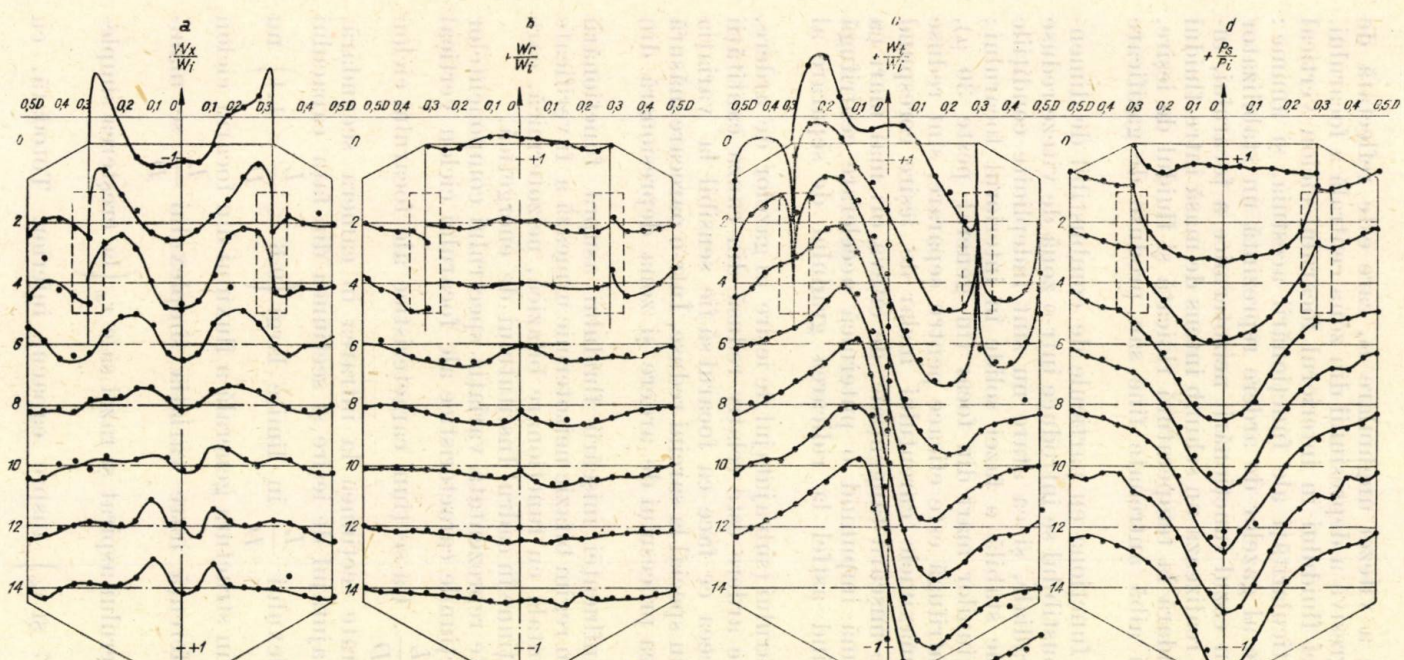


Fig. 1. — Schema focarului ciclon vertical cu simbolurile notațiilor folosite.



Poz	Dj	Capac. sup. de	Capac. sup. le	Capac. inf. grade	Capac. inf. mm	L/D	Ajutaje pt. aer. sec.	Aer. prim.
30	320	300	300	45	120	1,4	6	20%

Fig. 2. — Spectrul componentelor vitezei şi presiunii raportate în focarul ciclon vertical:
a — componente axiale ale vitezei raportate; *b* — componente radiale ale vitezei raportate; *c* — componente tangenţiale ale vitezei raportate; *d* — presiuni raportate.

fluidul suferă o creştere a vitezei unghiulare ω, care este reflectată de altfel şi de creşterea progresivă a depresiunii din zona centrală a focarului.

Structura circulaţiei fluidului în interiorul focarului ciclon vertical caracterizează unele particularităţi ale funcţionării acestuia, şi anume :

a) ajutajul de ieşire al gazelor de ardere reprezintă un stabilizator al procesului de ardere în cazul funcţionării neizotermice a focarului, întrucît în interiorul său se realizează un schimb intens de masă între fluidul aspirat din camera secundară la temperatură ridicată şi fluidul de ieşire, care este posibil să mai aibă antrenate fine sau produse de gazificare nearse ;

b) focarul nu poate funcţiona cu particule de combustibil de dimensiuni mari, întrucît combustibilul se introduce într-o zonă de viteze reduse atît tangenţiale, cît şi radiale, şi ca atare nu sînt îndeplinite condiţiile de menţinere în suspensie stabilă a fazei solide în interiorul focarului ;

c) antrenările fracţiunilor mari din focar (în general peste 30 μ), pentru care mişcarea centrifugă este eficace pentru separare, sînt reduse la minimum, întrucît maximele curentului inelar de ieşire corespund aproximativ la maximele mişcării tangenţiale, de cîteva ori mai mari ca primele, acestea din urmă impunînd o puternică accelerare centrifugă particulelor şi contribuind astfel la ridicarea gradului de separare al focarului ;

d) În interiorul focarului (sub ajutajul de ieşire al gazelor de ardere, stabilitatea procesului de ardere este relativ redusă din cauza cantităţii reduse de fluid aspirat, ceea ce face ca focarul să fie sensibil la variaţia calităţii combustibilului în special la sarcini reduse. Într-o oarecare măsură contribuie la instabilitatea procesului de ardere şi zona depresionară din centrul focarului.

Ipotezele asupra influenţei mişcării fluidului asupra funcţionării focarului ciclon vertical în regim bifazic neizotermic urmează a fi verificate pe o instalaţie experimentală cu funcţionare bifazică, neizotermică, care urmează a fi pusă în funcţiune în cadrul Institutului de energetică.

4.1. În figura 3 este reprezentată variaţia spectrului componentelor vitezei şi presiunii în secţiunile caracteristice ale focarului ciclon vertical la variaţia simplexului $\frac{L}{D}$. Ca secţiuni caracteristice ale focarului ciclon vertical au fost considerate secţiunea la intrarea în camera secundară, secţiunea la intrarea în ajutajul de ieşire şi secţiunea din faţa capacului inferior. Variaţia simplexului $\frac{L}{D}$ în limite largi $\left(0{,}6 < \frac{L}{D} < 1{,}4\right)$ nu aduce practic modificări în structura generală a fluxului din focarul ciclon izotermic. O oarecare diferenţă între variaţia simplexului $\frac{L}{D}$ se manifestă asupra cantităţii aerului aspirat şi razei sale r_ω $\left($la creşterea simplexului $\frac{L}{D}$ se reduce $\frac{Q_{e\,in}}{Q_i}$ şi $r_\omega\right)$ înspre capacul inferior. Totodată, cu

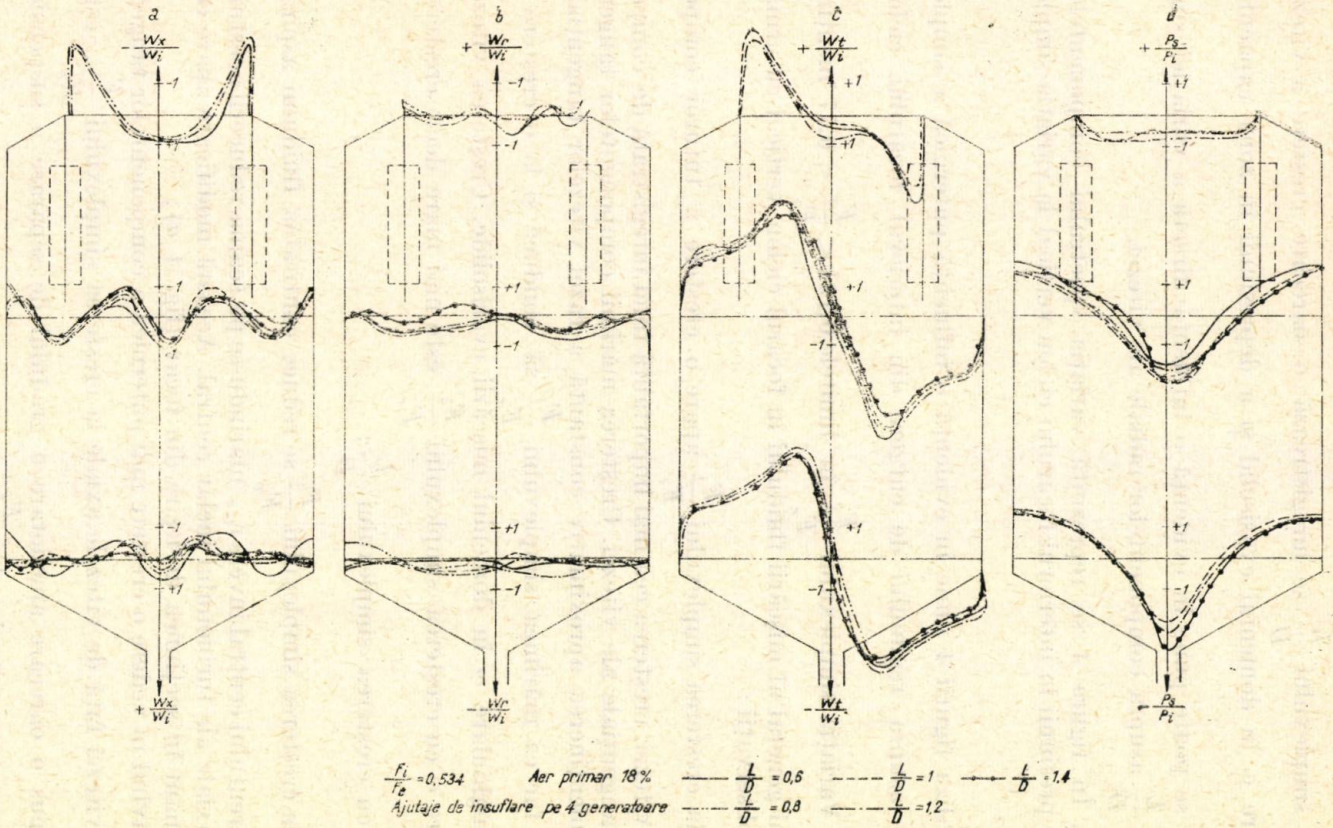


Fig. 3. — Influenţa simplexului $\frac{L}{D}$ asupra componentelor vitezei şi presiunii raportate: *a* — componente axiale ale vitezei raportate; *b* — componente radiale ale vitezei raportate; *c* — componente tangenţiale ale vitezei raportate; *d* — presiuni raportate.

creşterea simplexului $\frac{L}{D}$ se înregistrează o oarecare creştere a vitezei unghiulare ω în domeniul cvasisolid şi a depresiunii în zona capacului inferior.

Nu se poate pune în evidenţă o influenţă directă a variaţiei simplexului $\frac{L}{D}$ asupra componentelor radiale ale vitezei.

4.2. În figura 4 se reprezintă variaţia spectrului componentelor vitezei şi presiunii în interiorul focarului ciclon vertical la variaţia simplexului $\frac{F_i}{F_e}$.

Analiza figurii 4 pune în evidenţă o influenţă puternică a simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ asupra regimului de curgere din interiorul focarului ciclon vertical. Variaţia simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ în limitele $0{,}191 < \frac{F_i}{F_e} < 0{,}77$ menţine caracterul general al mişcării fluidului în focarul ciclon vertical cu următoarele observaţii:

— la creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ apare o creştere a tuturor componentelor vitezei, creşterea cea mai importantă fiind înregistrată de componentele tangenţiale ale vitezei. Creşterea mărimii componentelor tangenţiale şi menţinerea aproximativ constantă a razei vitezelor tangenţiale maxime fac ca mărimea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ să conducă şi la o creştere a vitezei unghiulare ω în domeniul mişcării cvasisolide. Creşterea vitezei unghiulare ω cu creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ este mai mare decît creşterea acestuia cu creşterea simplexului $\frac{L}{D}$;

— la creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ se reduce cantitatea fluidului aspirat şi raza curentului central invers r_ω, mărindu-se pe seama reducerii acestuia vitezele axiale ale turbionului inelar central. Această modificare apare cel mai pregnant în secţiunea de ieşire din focar (fig. 4 *a*);

— avînd în vedere o creştere mai puternică a componentelor tangenţiale ale vitezei faţă de vitezele axiale la creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$, este de presupus o oarecare ameliorare a gradului de separare a suspensiei solide la creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$;

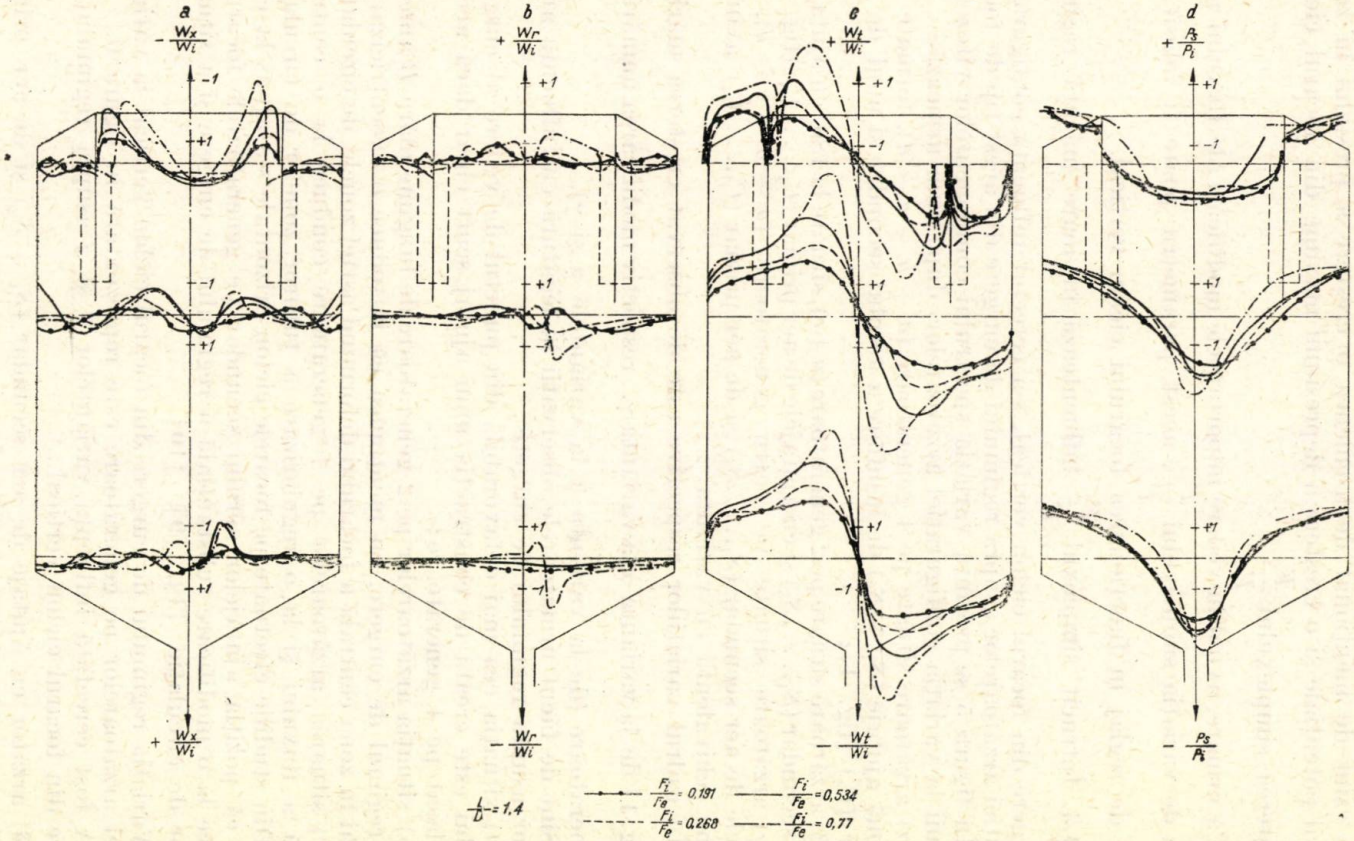


Fig. 4. — Influenţa simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ asupra componentelor vitezei şi presiunii raportate : a — componente axiale ale vitezei raportate ; b — componente radiale ale vitezei raportate ; c — componente tangenţiale ale vitezei raportate ; d — presiuni raportate.

— sînt de menţionat de asemenea o creştere a presiunii în zona mişcării potenţiale şi o creştere a depresiunii maxime din focarul ciclon la creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$.

Ca urmare, avînd în vedere importantele modificări ale fluxului provocate de variaţia simplexului $\frac{F_i}{F_e}$, acest parametru poate fi folosit ca mijloc de reglaj în funcţionarea focarului ciclon vertical.

4.3. Întrucît simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ influenţează în mare măsură regimul de curgere din focarul ciclon vertical, s-a cercetat influenţa configuraţiei şi poziţiei arzătoarelor asupra regimului de curgere din acest tip de focar.

În figura 5 se prezintă variaţia spectrului componentelor vitezei şi presiunii la variaţia configuraţiei arzătoarelor, după cum urmează :

α) arzătoare situate pe 4 generatoare ($a + b + c + d$), formate din cîte două ajutaje ($S_1 + S_2$) de insuflare a aerului secundar şi unul de aer primar (C_1) (fig. 1);

β) arzătoare situate pe 2 generatoare ($a+c$), situate la 180° cu ajutajele de aer secundar ($S_1, \ldots, S_5$) şi cu ajutajele de aer primar ($C_1, \ldots, C_4$) (fig. 1);

γ) arzătoare situate pe patru generatoare ($a + b + c + d$), cu ajutajele de aer secundar ($S_1, \ldots, S_5$) şi de aer primar ($C_1, \ldots, C_4$) avînd o secţiune echivalentă cu varianta β.

În cadrul variaţiilor respective este de observat creşterea mărimii $\frac{B}{H}$ (fig. 1) de la varianta α la varianta γ, respectiv modificarea numărului de generatoare (de la varianta β la variantele α şi γ).

Sînt de făcut următoarele observaţii în legătură cu influenţa arzătoarelor asupra regimului de curgere :

a) situaţia cea mai defavorabilă din punctul de vedere al curgerii fluidului este creată de construcţia unui ajutaj scurt chiar dacă acesta este plasat pe 4 generatoare;

b) situaţia arzătoarelor pe 2 generatoare de lungime mare B ameliorează regimul de curgere, cu menţiunea că introduce o excentricizare a fluxului în zona centrală a focarului deformînd astfel zonele de circulaţie;

c) situarea arzătoarelor pe 4 generatoare conduce la o centrare optimă a fluxului şi la o regularizare a tuturor zonelor de circulaţie.

Din studiile efectuate pe focarele ciclon orizontale s-a ajuns la concluzia că poziţia ajutajelor aerului secundar pe generatoarele focarului conduce la o modificare substanţială a regimului de curgere şi a situării zonelor de circulaţie [1], [9], [10].

Variaţia regimului de curgere din focarul ciclon vertical la variaţia poziţiei arzătoarelor pe generatoare este reprezentată în figura 6.

A fost cercetată influenţa variantelor δ şi ε asupra regimului de curgere din focarul ciclon vertical :

δ) arzător cu ajutaje de aer secundar ($S_1 + S_2$) şi de aer primar (C_1) situate pe 4 generatoare (fig. 1);

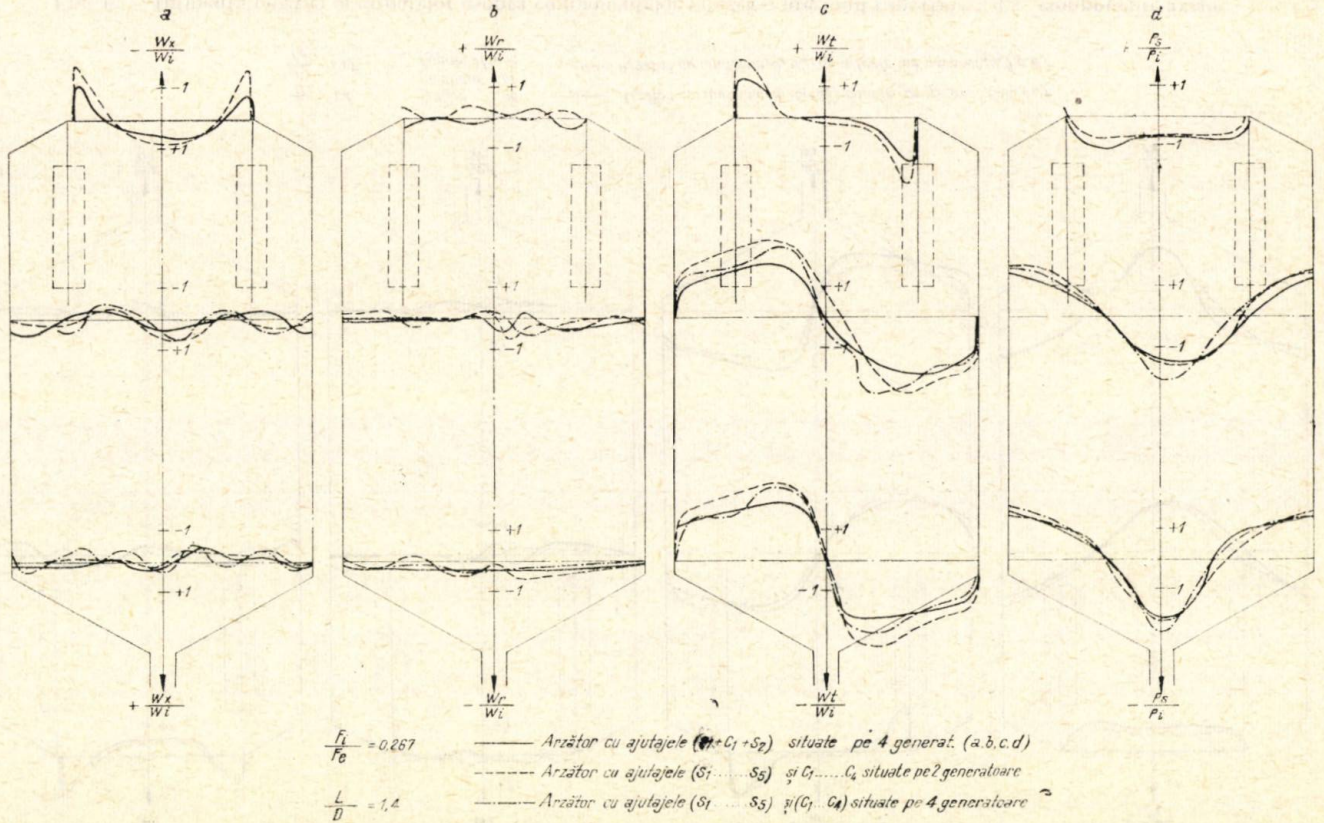


Fig. 5.— Influenţa configuraţiei arzătoarelor asupra componentelor vitezei şi presiunii raportate: *a* — componente axiale ale vitezei raportate; *b* — componente radiale ale vitezei raportate; *c* — componente tangenţiale ale vitezei raportate; *d* — presiuni raportate.

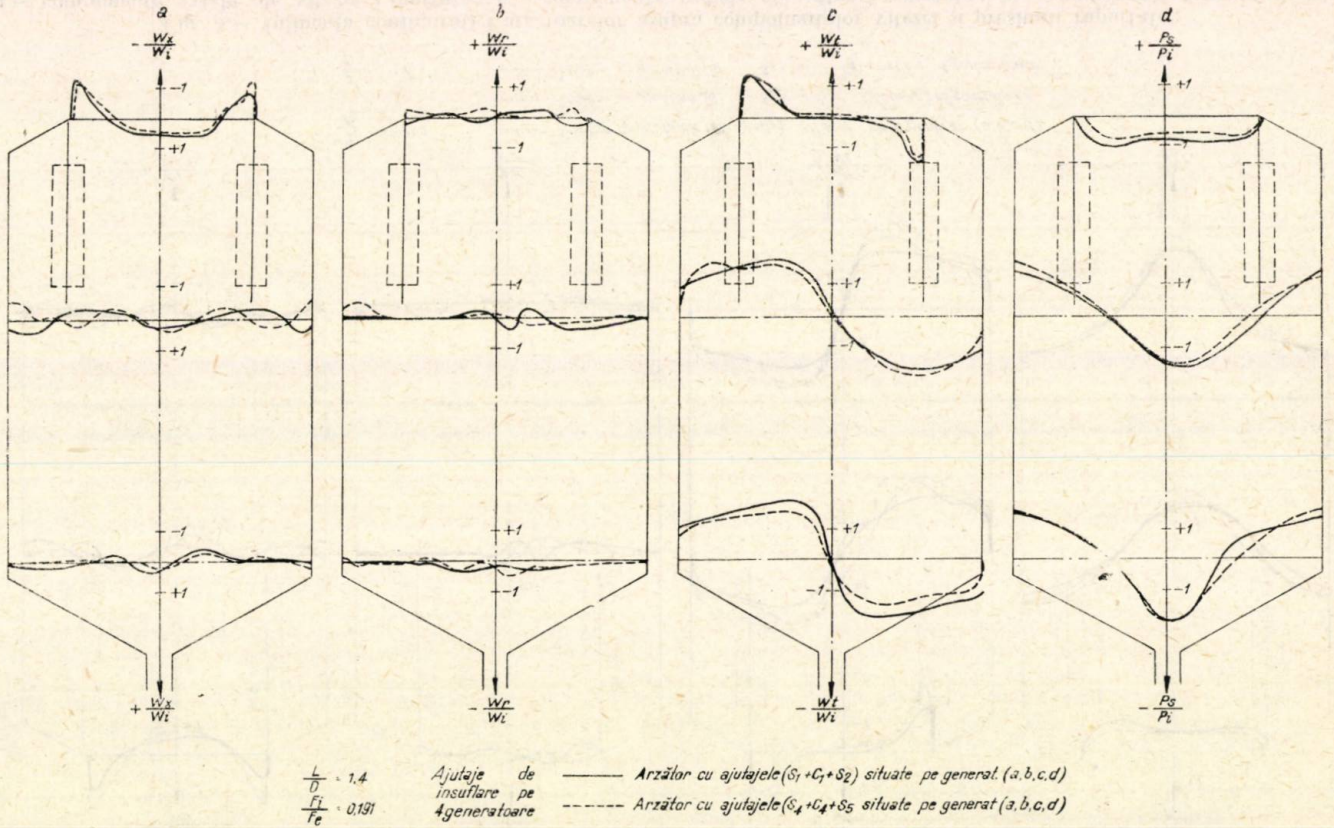


Fig. 6. — Influenţa poziţiei arzătoarelor asupra componentelor vitezei şi presiunii raportate : *a* — componente axiale ale vitezei raportate ; *b* — componente radiale ale vitezei raportate ; *c* — componente tangenţiale ale vitezei raportate ; *d* — presiuni raportate.

ε) arzător cu ajutajele de aer secundar ($S_4 + S_5$) și de aer primar (C_4) situate pe 4 generatoare (fig. 1).

Analiza figurii 6 arată că deplasarea arzătoarelor pe generatoarele focarului ciclon vertical nu conduce la modificări ale structurii fluxului din interiorul focarului.

Plasarea arzătoarelor în zona superioară (varianta δ) se pare că aduce oarecare îmbunătățiri în regimul de curgere.

Amplasarea arzătorului în partea inferioară a generatoarelor (varianta ε) conduce la o inversare a circulației fluidului în inelul exterior ($d_e - D$).

4.4. Influența diametrului de insuflare a aerului secundar asupra regimului de curgere din focarul ciclon vertical se reprezintă în figura 7.

S-a analizat comparativ influența variației diametrului de insuflare între limitele $\frac{Dj}{D} = 0{,}6$ și $\frac{Dj}{D} = 0{,}76$ asupra spectrului vitezelor și presiunii. Variația diametrului de insuflare a aerului secundar nu aduce modificări esențiale în configurația generală a regimului de curgere din interiorul focarului. Se înregistrează o oarecare creștere a componentelor axiale și tangențiale ale vitezei cu creșterea simplexului $\frac{Dj}{D}$.

4.5. Simplexul $\frac{l_e}{D}$, care caracterizează mărimea ajutajului de ieșire, influențează asupra regimului de curgere în special în zona superioară a focarului ciclon, contribuind la centrarea fluxului din focar. Variația simplexului $\frac{l_e}{D}$ nu conduce practic la variația regimului de curgere în zona din afara inelului superior $d_e - D$, așa cum se vede din figura 8.

Influența cantității aerului primar asupra regimului de curgere din focarul ciclon vertical este reprezentată în figura 9.

Analiza figurii 9 arată că variația cantității aerului primar necesar transportului combustibilului în interiorul focarului nu aduce modificări în structura fluxului. Creșterea cantității aerului primar de la 0 la 26% conduce la o ușoară creștere a componentelor axiale și tangențiale ale vitezei, ca urmare a unei oarecare ameliorări a curgerii în zona arzătoarelor, în cazul creșterii cantității de aer primar reducîndu-se într-o oarecare măsură neuniformitatea cîmpului vitezelor la intrarea în focar.

În vederea efectuării calculelor privind regimul aerodinamic al focarului ciclon vertical s-a studiat influența simplexurilor geometrice asupra relațiilor criteriale și caracteristicilor aerodinamice ce caracterizează fluxul din focarul ciclon vertical prin intermediul unor relații criteriale definite de egalități de tipul (4), (5), (6).

Pentru focarul ciclon vertical, cercetările efectuate au pus în evidență o dependență directă între simplexurile geometrice și criteriul de similitudine Euler raportat la secțiunea de intrare, conform relației:

$$\mathrm{Eu}_i \simeq 5{,}3 \left(\frac{F_i}{F_e} \sqrt{\frac{D}{L}} + 0{,}0283 \right). \qquad (7)$$

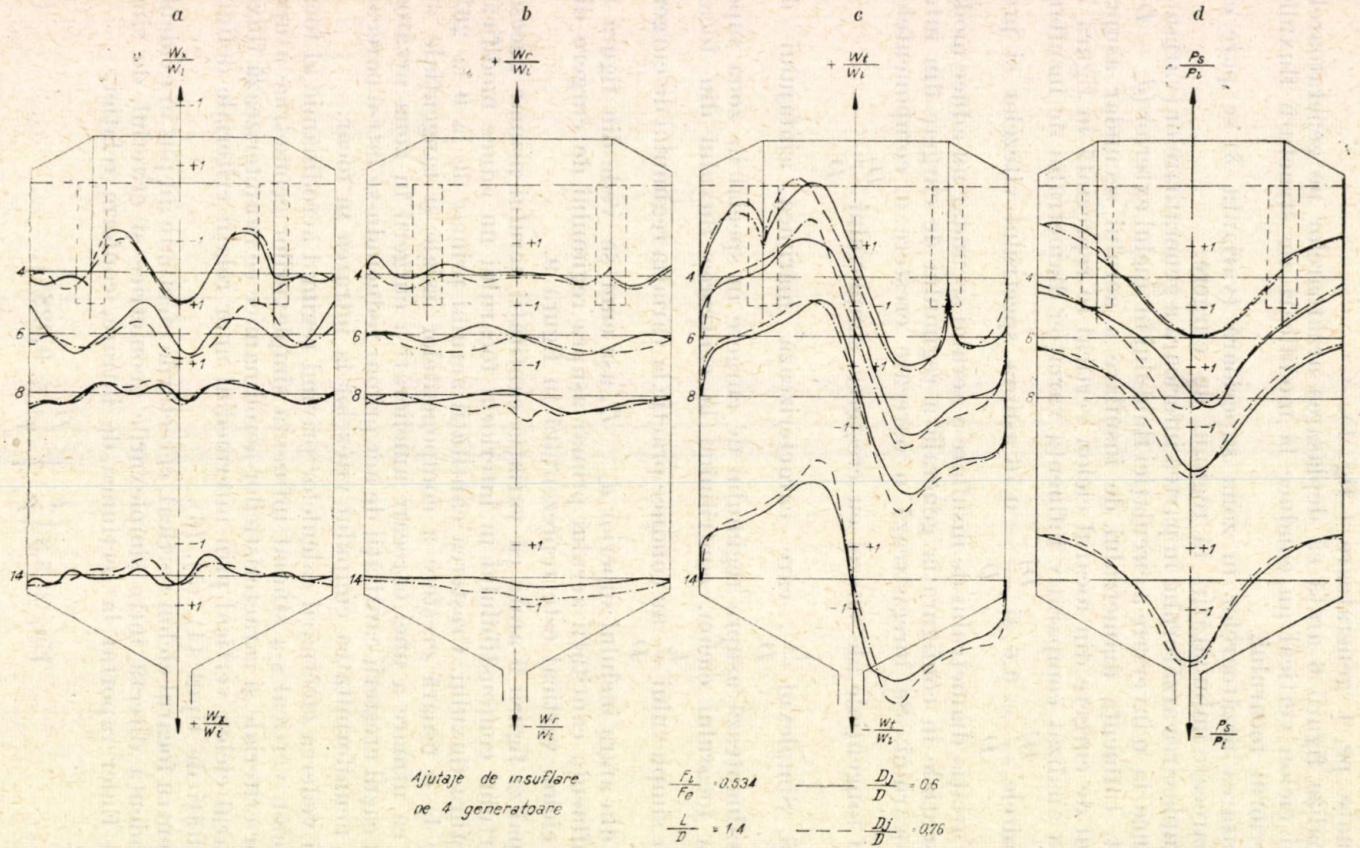


Fig. 7. — Influența diametrului de insuflare a aerului secundar asupra componentelor vitezei și presiunii raportate: *a* — componente axiale ale vitezei raportate; *b* — componente radiale ale vitezei raportate; *c* — componente tangențiale ale vitezei raportate; *d* — presiuni raportate.

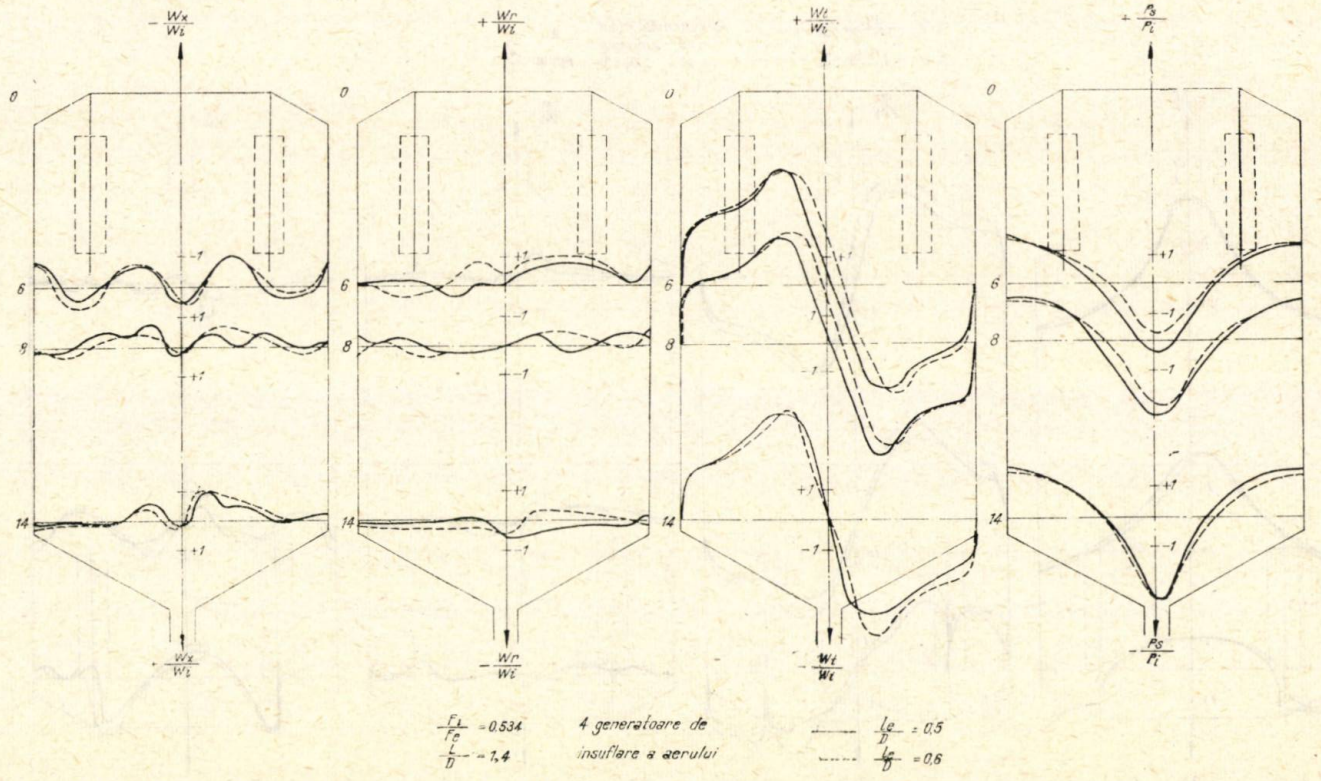


Fig. 8. — Influenţa simplexului $\frac{l_e}{D}$ asupra componentelor vitezei şi presiunii raportate:

a — componente axiale ale vitezei raportate; *b* — componente radiale ale vitezei raportate; *c* — componente tangenţiale ale vitezei raportate; *d* — presiuni raportate.

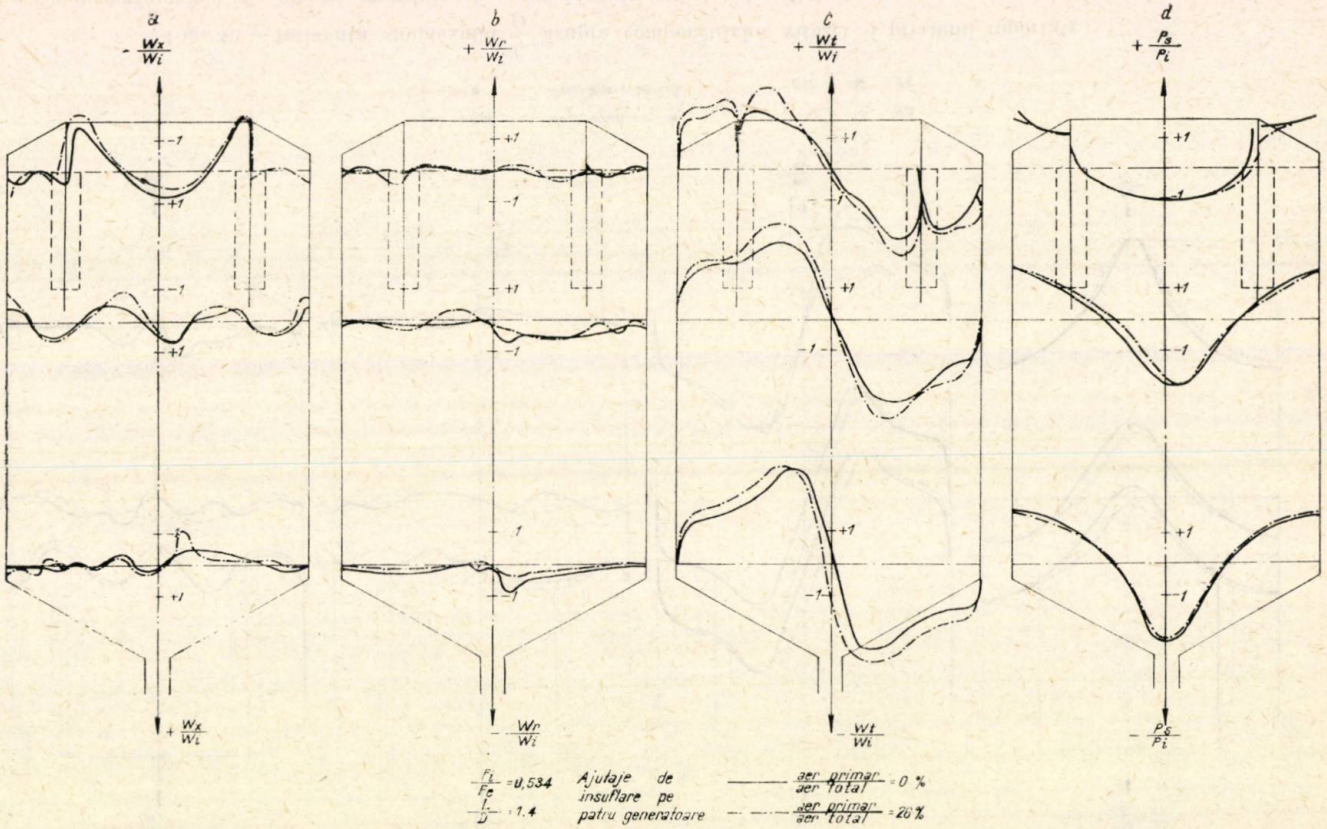


Fig. 9. — Influenţa cantităţii aerului primar asupra componentelor vitezei şi presiunii raportate: *a* — componente axiale ale vitezei raportate; *b* — componente radiale ale vitezei raportate; *c* — componente tangenţiale ale vitezei raportate; *d* — presiuni raportate.

Reprezentarea grafică a relației (7) este dată în figura 10.

Relația (7) și figura 10 pun în evidență dependența directă a criteriului Euler raportat la secțiunea de intrare de simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ și invers proporțional cu radicalul simplexului $\frac{L}{D}$.

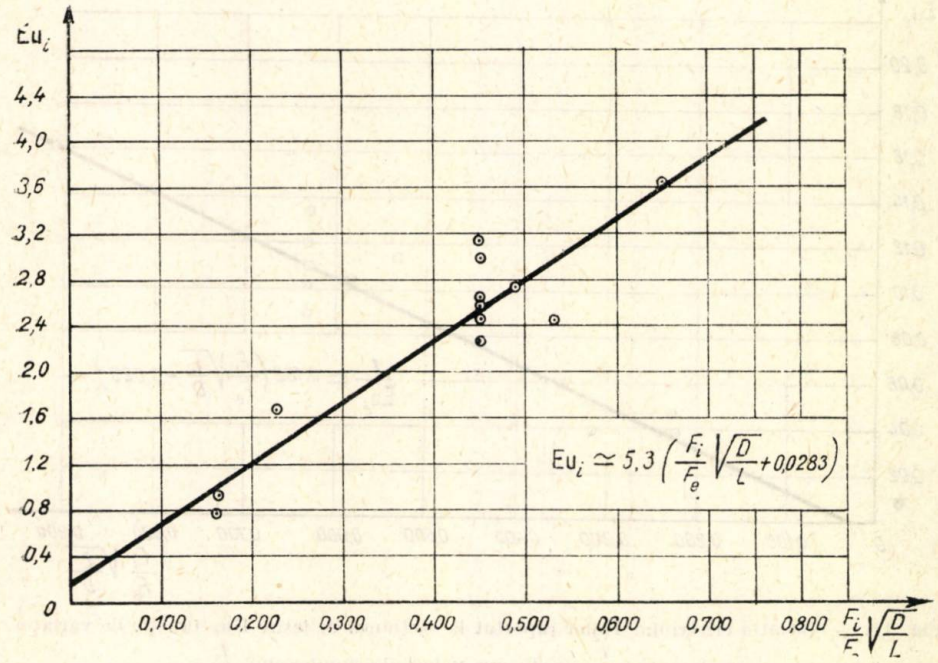


Fig. 10. — Variația criteriului Euler raportat la secțiunea de intrare Eu_i funcție de variația simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ la diverse valori ale simplexului $\frac{L}{D}$.

Criteriul Euler raportat la secțiunea de intrare este practic independent de alți parametri geometrici sau funcționali, ca, de exemplu, numărul generatoarelor de așezare a ajutajelor de aer, configurația capacelor, cantitatea de aer primar etc.

Influența simplexurilor geometrice asupra criteriului Euler raportat la secțiunea de ieșire Eu_e este pusă în evidență prin relația (8):

$$\frac{1}{Eu_e} \simeq 0{,}182 \left(\frac{F_i}{F_e} \sqrt{\frac{L}{D}} + 0{,}025 \right). \qquad (8)$$

În figura 11 se reprezintă variația criteriului Euler raportat la secțiunea de ieșire funcție de variația simplexurilor geometrice ale focarului ciclon vertical.

Ca şi în cazul relaţiei (7), asupra criteriului Euler raportat la secţiunea de ieşire o influenţă importantă o au simplexurile $\frac{F_i}{F_e}$ şi $\frac{L}{D}$. Criteriul Eu_e este practic independent de alte caracteristici geometrice sau funcţionale ale focarului ciclon vertical.

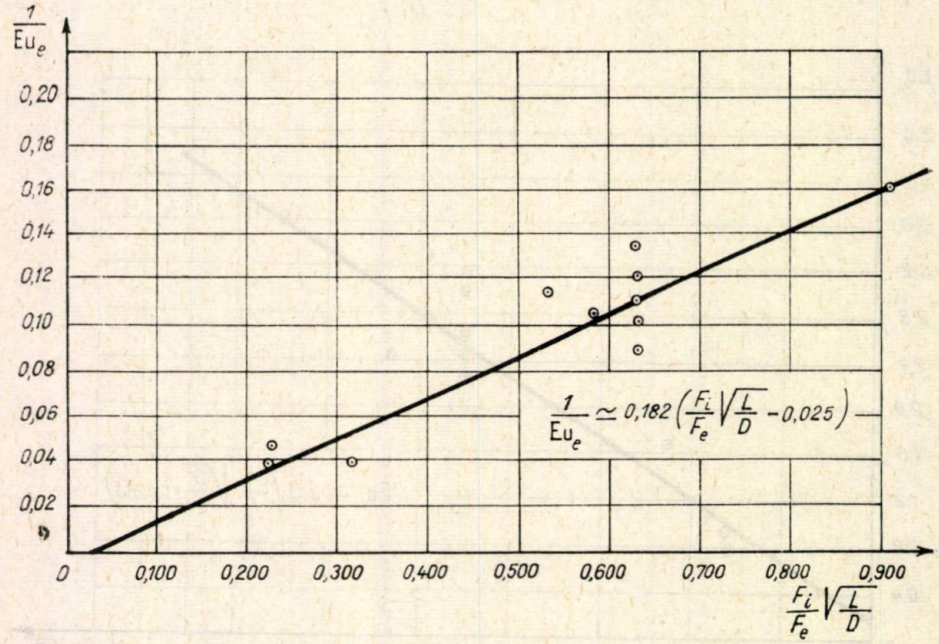


Fig. 11. — Variaţia criteriului Euler raportat la secţiunea de ieşire Eu_e funcţie de variaţia simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ la diverse valori ale simplexului $\frac{L}{D}$.

Variaţia vitezei tangenţiale maxime raportate este condiţionată de variaţia simplexurilor geometrice ale focarului ciclon vertical, conform relaţiei (9):

$$\frac{W_{t\,max}}{W_i} \simeq 2{,}778 \left(\frac{F_i}{F_e}\right)^{0{,}536}. \qquad (9)$$

În figura 12 se reprezintă grafic relaţia (9).

Relaţia (9) pune în evidenţă dependenţa vitezei tangenţiale maxime numai de simplexul geometric $\frac{F_i}{F_e}$. Viteza tangenţială maximă raportată fiind o caracteristică funcţională importantă a focarului ciclon vertical, reiese concluzia că simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ poate fi folosit ca element de reglaj al

regimului de curgere din focarul ciclon vertical. Viteza tangențială maximă raportată, în cazul focarului ciclon vertical, este independentă de variația altor caracteristici geometrice sau funcționale.

Pentru determinarea condițiilor de aspirație a fluidului din exterior, s-a cercetat dependența coeficientului secțiunii active de ieșire φ de simplexurile geometrice și de condițiile funcționale.

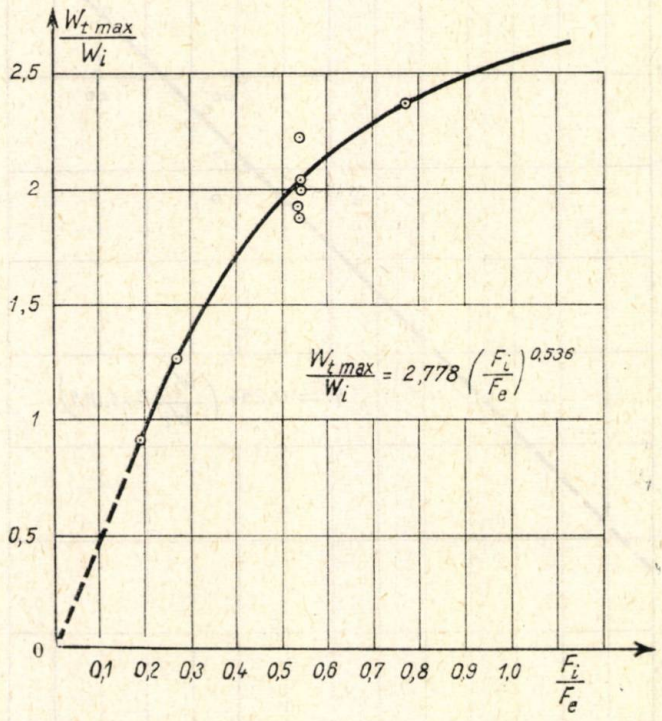


Fig. 12. — Variația vitezei tangențiale maxime raportate $\frac{W_{t\,max}}{W_i}$ funcție de variația simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ la diverse valori ale simplexului $\frac{L}{D}$.

Variația coeficientului secțiunii active, determinat prin relația (2), are expresia (10)

$$\varphi \simeq 0{,}254 \left(\frac{W_{t\,max}}{W_i} + 1{,}045 \right). \tag{10}$$

Reprezentarea grafică a dependenței (10) se prezintă în figura 13.

Ca și în cazul focarului ciclon orizontal [11], variația coeficientului recțiunii active de ieșire este o funcție de condițiile de curgere în intesiorul focarului, a cărei expresie este viteza tangențială maximă raportată.

În legătură cu influenţa numărului generatoarelor de insuflare a aerului secundar asupra centrării fluxului din focarul ciclon vertical, este de menţionat faptul că, în cazul focarului ciclon vertical, fluxul din interior

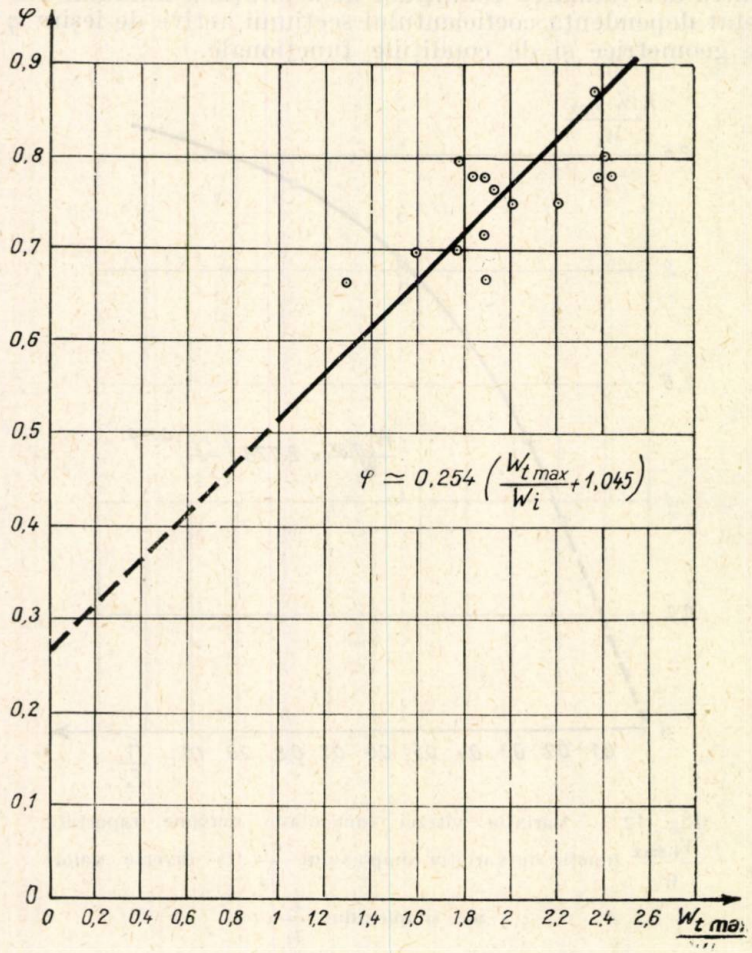


Fig. 13. — Variaţia coeficientului secţiunii active de ieşire φ funcţie de viteza tangenţială maximă raportată.

are o excentricitate cu mult mai redusă ca fluxul din focarul ciclon orizontal, ca urmare a prezenţei capacului superior, care corectează excentricităţile aerodinamice ale fluxului, şi, ca atare, din acest punct de vedere diversele variante constructive de amplasare a ajutajelor de aer secundar sînt echivalente.

De o deosebită importanţă în construcţia focarelor ciclon este coeficientul de rezistenţă al focarului, întrucît acesta condiţionează pierderea

de presiune a focarului, care, după cum se știe, se repartizează în ajutajele de intrare, în formarea turbioanelor și în ajutajul de ieșire.

Influența caracteristicilor geometrice ale focarului ciclon asupra coeficientului său de rezistență este pusă în evidență în figura 14.

Rezultatele cercetării pun în evidență un coeficient scăzut de rezistență al focarului ciclon vertical și o ușoară scădere a coeficientului de rezistență cu creșterea în limite largi ($1{,}5 < A < 5$) a caracteristicii geometrice a focarului. Valoarea scăzută a coeficientului de rezistență

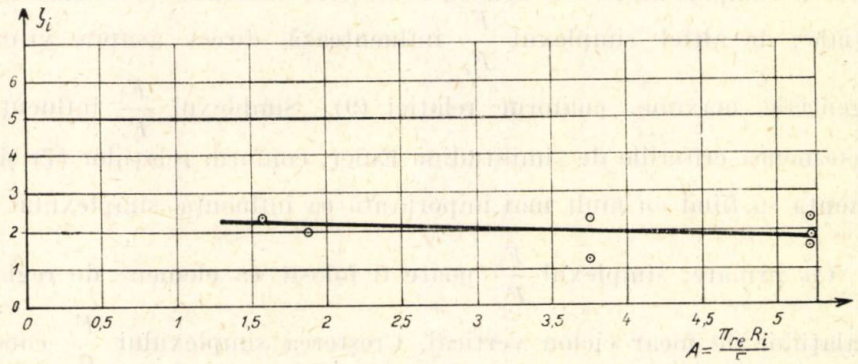


Fig. 14. — Variația coeficientului de rezistență al focarului ciclon vertical raportat la secțiunea de intrare ζ_i funcție de variația caracteristicii geometrice a focarului A.

conferă focarului ciclon vertical importante avantaje economice în dimensionarea instalațiilor de insuflare a aerului necesar arderii.

6. Analiza influenței simplexurilor geometrice asupra regimului de curgere din focarul ciclon vertical permite să se tragă următoarele concluzii :

a. Simplexul $\frac{L}{D}$, caracteristică importantă a focarului ciclon care definește factorul de formă al focarului și intervine direct în calculul suprafeței de schimb de căldură, nu exercită o influență sensibilă asupra structurii regimului de curgere. Variația sa în limite largi $\left(0{,}6 < \frac{L}{D} < 1{,}4\right)$ față de $\frac{L}{D} = 1$ la majoritatea construcțiilor realizate conduce la o ușoară modificare a regimului de curgere. Astfel, la variația simplexului $\frac{L}{D}$ se măresc într-o oarecare măsură vitezele unghiulare ω în domeniul cvasisolid al mișcării. De asemenea, cu creșterea simplexului $\frac{L}{D}$ se reduce debitul

raportat $\frac{Q_{e\,in}}{Q_i}$ şi raza curentului invers r_ω. Influenţa simplexului $\frac{L}{D}$ se manifestă de asemenea asupra criteriilor de similitudine Euler în conformitate cu relaţiile (7) şi (8).

Simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ influenţează în cea mai mare măsură regimul de curgere din focarul ciclon vertical. Creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ conduce la creşterea componentelor vitezei, cu o creştere marcantă a vitezelor tangenţiale; de altfel simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ influenţează direct asupra vitezelor tangenţiale maxime, conform relaţiei (9). Simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ influenţează de asemenea criteriile de similitudine Euler, conform relaţiilor (7) şi (8), influenţa sa fiind cu mult mai importantă ca influenţa simplexului $\frac{L}{D}$.

Ca urmare, simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ poate fi folosit ca element de reglaj al instalaţiilor de focar ciclon vertical. Creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ conduce la o uşoară scădere a stabilităţii procesului de ardere prin reducerea cantităţii de fluid aspirat şi creşterea depresiunii în zona centrală a focarului.

b. Construcţia arzătoarelor şi amplasarea lor pe generatoarele focarului ciclon vertical au o influenţă cu mult mai redusă ca în cazul focarului ciclon orizontal [8], [11]. La diferenţieri mari ale construcţiei arzătoarelor se menţin zonele caracteristice ale circulaţiei fluidului şi caracterul distribuţiei vitezelor şi presiunilor.

c. Prezenţa ajutajului de ieşire conduce la o omogenizare intensă a curentului de ieşire şi a celui central invers, reprezentînd astfel un stabilizator al procesului de ardere. Totodată, ajutajul de ieşire conduce o mărire a zonei mişcării potenţiale şi o reducere a zonei mişcării cvasisolide. Ajutajul de ieşire contribuie de asemenea la centrarea fluxului din interiorul focarului independent de construcţia arzătoarelor. Lungimea raportată a ajutajului de ieşire $\frac{l_e}{D}$ nu influenţează practic mişcarea fluxului în interiorul focarului din zona sa inferioară. Influenţa lungimii $\frac{l_e}{D}$ este resimţită doar în zona superioară, prin crearea inelului geometric $d_e - D$.

În zona capacului de ieşire ia naştere curentul central invers de rază r_ω, ieşirea fluxului realizîndu-se printr-o secţiune inelară caracterizată prin coeficientul secţiunii active de ieşire determinat prin relaţia (5). Coeficientul secţiunii active de ieşire depinde de viteza tangenţială maximă raportată în conformitate cu relaţia (9).

d. Coeficientul de rezistență al focarului ciclon vertical care caracterizează presiunea de insuflare a aerului este influențat în mică măsură de caracteristica geometrică a focarului. Valorile scăzute ale coeficientului de rezistență al focarului îl fac avantajos din punctul de vedere al presiunii necesare insuflării aerului în interiorul focarului.

e. Relațiile de calcul stabilite pot fi folosite cu succes și la funcționarea bifazică sau neizotermică cu corecțiile criteriale necesare impuse de concentrația fazei solide și neizotermicitatea procesului.

SIMBOLURI ȘI NOTAȚII FOLOSITE

A — caracteristica geometrică a focarului ciclon;
d_e — diametrul ajutajului de ieșire (m);
D — diametrul focarului ciclon (m);
Eu_i, Eu_e — criteriul Euler raportat la secțiunea de intrare, respectiv de ieșire;
F_i — secțiunea totală a ajutajelor de admisie a aerului (m^2);
F_e — secțiunea ajutajului de ieșire (m^2);
l_e — lungimea ajutajului de ieșire (m);
L — lungimea focarului ciclon (m);
r_e — raza ajutajului de ieșire (m);
r_ω — raza de intrare a fluxului central invers;
R_i — raza centrului ajutajelor de admisie a aerului (m);
T_e — temperatura gazelor în secțiunea de ieșirea focarului ciclon (°K);
T_i — temperatura aerului în secțiunea de admisie în focarul ciclon (°K);
W_i — viteza de intrare a aerului în secțiunea ajutajelor de admisie $\left(\frac{m}{s}\right)$;
W_r, W_t, W_z — componentele radială, tangențială, axială ale vectorului viteză într-un punct curent al focarului ciclon $\left(\frac{m}{s}\right)$;
$W_{t\,max}$ — valoarea maximă a componentei tangențiale $\left(\frac{m}{s}\right)$;
$Q_{e\,in}$ — debitul total de fluid aspirat de focarul ciclon prin secțiunea de ieșire $\left(\frac{m^3}{s}\right)$;
Q_i — debitul total de fluid introdus în focarul ciclon $\left(\frac{m^3}{s}\right)$;
φ — coeficientul secțiunii active de ieșire;
ζ_i — coeficientul de rezistență al focarului ciclon raportat la secțiunea de intrare;
ω — viteza unghiulară în zona mișcării cvasisolide (rad/s).

Primită la redacție la 26 noiembrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. Г.Ф. КНОРРЕ, *Циклонные топки*, Госэнергоиздат, Москва — Ленинград, 1958.
2. G. A. ROBERTS, *The ciclone furnace*, BCURA Monthly Bulletin, **XXVIII**, *1*, 1—36 (1964).
3. Б. Д. КАЦНЕЛЬСОН, А. А. ШАТИЛИ, *Сжигание угольной пыли в циклонной камере горения с воздушным охлаждением с верхним выводом газов*. Энергомашиностроение, *8*, 5—10 (1956).
4. Б. Д. КАЦНЕЛЬСОН, А. А. ШАРИЛИ, *Теплообмен в циклонной камере горения с воздушным охлаждением с верхним выводом газов*. Теплоэнергетика, *9*, 73—75 (1957).
5. R. HOY, G. A. ROBERTS, M. D. WILKINS, *Some investigations with small cyclone combuster*. Jurnal of the Institute of Fuel, *213*, 429—457 (1958).
6. E. HÜBEI, *Einfluss der Stromung in einem Feuerraum auf den Verbrennungsablauf*. Mitt. V. G. B. *77*, 117—232 (1962)
7. N. PĂNOIU, H. CARABOGDAN, G. SINGER, C. CRĂCIUNEANU, *Cercetări în domeniul arderii combustibililor solizi în focare ciclon* St. cerc. energ., *B 2*, 277—285 (1963).
8. N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, G. SINGER, C. CRĂCIUNEANU, *Interdependența parametrilor geometrici și funcționali la modelarea izotermică monofazică a focarului ciclon orizontal*. Sr. cerc. energ.-electr., *3*, 609—627 (1964).
9. А. Е. НАХАПЕТЯН, И. С. ИСАЕВ, *О некоторых особенностях циклонного потока несущего твердую взвесь. Исследование котель но-топогочных процессов МВТУ — 94*, Машгиз, Москва, 1958, 86—89.
10. Н. Д. ЛЯХОВСКИИ, *Исследование аэродинами циклонной камеры. Вопросы аэродинамики и теплопередачи в котельнотопочных процессах*. Госэнергоиздат, Москва, 1958, 114—150.
11. N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, C. SINGER, C. CRĂCIUNEANU, *Kriterielle Abhängigkeit geometrische Simplexe-Betriebsparameter für die Stromungsmodellierung des Horizontal Zyklons*, Revue Roumaine des Sciences Techniques, Serie Electrotechnique et Energetique, *1* (1965) (sub tipar).

INTENSIFICAREA TRANSMITERII CĂLDURII ÎN CUPTOARELE CU RECIRCULAȚIE A GAZELOR

DE

VICTOR V. GHIA

536.4

Lucrarea dă metoda de calcul a variantei optime de funcționare a cuptoarelor cu recirculație, astfel ca intensificarea schimbului de căldură să se realizeze economic, iar procesul tehnologic să se desfășoare normal.

La cuptoarele cu recirculație a gazelor se poate obține, pe lîngă reducerea consumului de combustibil, și intensificarea procesului de transmitere a căldurii de la gazele de ardere la produsul tehnologic [1], [2], [3], [4]. Acest fenomen poate conduce la importante avantaje, ca : micșorarea suprafeței utile a vetrei cuptorului, mărirea productivității, uniformizarea cîmpului de temperaturi din spațiul de lucru și produsul tehnologic. Avantajele menționate se obțin în condiții diferite, după cum la cuptoarele respective predomină schimbul de căldură prin convecție sau prin radiație.

Efectuînd analiza fenomenelor, lucrarea își propune să clarifice aceste probleme, prezentate incomplet în literatura de specialitate, și să dea metoda de calcul a variantei optime de funcționare a cuptoarelor cu recirculație, astfel ca intensificarea schimbului de căldură să se realizeze economic, iar procesul tehnologic să se desfășoare normal.

1. CUPTOARE CONVECTIVE

De obicei cuptoarele la care predomină schimbul de căldură prin convecție funcționează după procedeele : „ardere cu aer rece" și „ardere cu recirculație". După primul procedeu, aerul de combustie are temperatura ambiantă, iar reducerea temperaturii gazelor de ardere la intrarea

în spațiul de lucru pînă la valoarea T_{f_0}, determinată astfel ca funcționarea cuptorului să fie optimă, se realizează prin creșterea coeficientului excesului de aer pentru ardere λ.

După al doilea procedeu, arderea combustibilului se efectuează la coeficientul excesului de aer minim λ_r necesar arderii complete, iar reducerea temperaturii gazelor de ardere pînă la valoarea impusă T_f se obține prin introducerea în focar a gazelor recirculate, luate de la evacuarea din cuptor.

Se poate demonstra că debitul gazelor vehiculate prin cuptor are aceeași valoare atît în cazul arderii cu aer rece (D_{g_0}), cît și în cazul arderii cu recirculație (D_g) dacă temperatura gazelor la evacuarea din cuptor T_e, temperatura $T_f = T_{f_0}$ și productivitatea Q_0 rămîn neschimbate. În această situație, dacă secțiunea liberă pentru trecerea gazelor prin cuptor F_e — aleasă pe considerente funcționale — are aceeași valoare în ambele variante, rezultă că folosirea arderii cu recirculație nu permite intensificarea schimbului de căldură în cuptor.

Pentru a se obține acest deziderat este necesar să se micșoreze temperatura $T_f < T_{f_0}$. Rezultă astfel $D_g > D_{g_0}$, deci se va mări viteza w cu care gazele de ardere scaldă produsul tehnologic.

Deoarece în cazul arderii cu recirculație consumul specific de combustibil este

$$c_{sr} = \frac{1}{\nu \cdot P_{ci} - V_g^r \cdot i_e}, \tag{1}$$

rezultă că practic această mărime nu se modifică prin variația temperaturii T_f.

Semnificația mărimilor care intervin în relația (1) este următoarea :

P_{ci} — puterea calorifică inferioară a combustibilului ars în cuptor (kcal/Nm³),

V_g^r — cantitatea de gaze care rezultă din arderea unității de combustibil la coeficientul excesului de aer λ_r (Nm³/Nm³),

i_e — entalpia gazelor de ardere la temperatura de evacuare T_e (kcal/Nm³),

$\nu < 1$ — coeficient care ține seama de pierderile de căldură din cuptor și pe traseul în care sînt vehiculate gazele recirculate.

Considerente economice limitează micșorarea temperaturii T_f. De aceea în cele ce urmează ne propunem să determinăm varianta optimă de funcționare astfel ca intensificarea schimbului de căldură să se realizeze economic, iar procesul tehnologic să se desfășoare normal.

Varianta optimă va corespunde valorii minime C_{an}^m a cheltuielilor anuale de calcul $C_{an}\left(\frac{\text{lei}}{\text{an}}\right)$ [5], [6]. La C_{an}^m vor corespunde valorile optime ale parametrilor T_f (°K), $D_g\left(\frac{\text{Nm}^3}{\text{s}}\right)$ și suprafeței efective a materialului care primește căldura prin convecție S (m²).

Considerăm că se dau:

— temperatura gazelor la evacuare din cuptor, T_e (°K),

— temperatura produsului tehnologic la intrarea, T_{mi} (°K), și la ieșirea din cuptor, T_{mc} (°K),

— productivitatea cuptorului, $Q_0\left(\frac{\text{kcal}}{\text{s}}\right)$ sau $G_{m_0}\left(\frac{\text{kgf}}{\text{s}}\right)$,

— caracteristicile combustibilului ars și ale produsului tehnologic,

— pierderile de căldură către mediu exterior,

— parametrii caracteristici ai regimului de referință la care se poate funcționa cu recirculația gazelor,

$$T_{f_0}\ (°\text{K}),\ D_{g_0}\left(\frac{\text{Nm}^3}{\text{s}}\right),\ S_0\ (\text{m}^2),\ F_c\ (\text{m}^2),\ \Delta T_0\ (\text{grd}),\ I_{nv_0}\ (\text{lei}),\ \Delta p_{c_0}\left(\frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}\right)\ \text{etc.}$$

Necunoscutele problemei sînt T_f, D_g și S.

Ne vom referi la încălzirea corpurilor „subțiri", astfel că scăderea temperaturii medii a gazelor din cuptor prin micșorarea temperaturii T_f nu ameliorează sensibil calitatea produsului tehnologic.

Pentru arderea cu recirculație, valoarea optimă a temperaturii T_f se obține ca soluție a ecuației

$$\frac{\mathrm{d}C_{\text{an}}}{\mathrm{d}T_f} = \frac{\mathrm{d}C_e}{\mathrm{d}T_f} + (a_0 + \beta_0) \cdot \frac{\mathrm{d}I_{nv}}{\mathrm{d}T_f} = 0, \tag{2}$$

deoarece ceilalți termeni din însumarea cărora rezultă C_{an} nu sînt funcție de T_f.

Semnificația notațiilor care apar suplimentar este următoarea:

C_e — costul energiei electrice pentru acționarea ventilatoarelor (lei/an),

I_{nv} — investițiile în cuptor și anexe (lei),

a_0 — coeficient normat de eficacitate economică (1/an),

β_0 — coeficient care ține seama de amortizări și reparații capitale (1/an).

Justificarea apariției optimului decurge din aceea că o dată cu scăderea temperaturii T_f crește C_e și scade I_{nv}, deoarece se micșorează S.

Plecîndu-se de la ecuația bilanțului termic pentru cuptor, se deduce

$$S = S_0 \cdot \frac{\Delta T_0}{\Delta T} \cdot \left(\frac{T_{f_0} + T_e}{T_{f_0} - T_e}\right)^n \cdot \left(\frac{T_f - T_e}{T_f + T_c}\right)^n,$$

unde

S_0 este suprafața efectivă de încălzire a materialului care primește căldură prin convecție pentru regimul de referință (m^2),

ΔT_0, ΔT — diferențele medii logaritmice pentru regimul de referință și regimul de funcționare considerat (grd),

n — exponentul numărului Re din ecuația criterială $\text{Nu} = C \cdot \text{Re}^n$, unde C este o constantă [7].

Pentru un domeniu limitat de variație a temperaturii cu o eroare mică se poate considera că

$$\Delta T = a_1 \cdot T_f - a_2, \tag{3}$$

unde a_1 și a_2 sînt niște constante.

Astfel, în cazul schemei contracurent, pentru $0{,}15 \leqslant \frac{T_f - T_{me}}{T_e - T_{mi}} = x \leqslant 0{,}6$ $a_1 = 0{,}75$ și $a_2 = 0{,}75$. $T_{me} - 0{,}33\,(T_e - T_{mi})$, iar abaterea maximă dintre diferența medie logaritmică a temperaturilor și ΔT din relația (3) nu depășește $\pm\, 3\%$. Pentru $0{,}6 < x < 1{,}5$ cu o aproximație similară se poate lua pentru ΔT diferența medie aritmetică dintre temperaturile gazelor și produsului tehnologic.

Din relația (2) rezultă astfel că o dată cu scăderea temperaturii T_f se micșorează S, iar la $T_f = T_e$, $S = 0$.

Dacă investiția în cuptor și anexe este pentru varianta de referință I_{nv_0}, pentru suprafața S — ținînd seama de relațiile (2) și (3) — rezultă investiția:

$$I_{nv} = I_{nv_0} \cdot \left(\frac{S}{S_0}\right)^m = I_{nv_0} \cdot \frac{\Delta T_0^{\,m} \cdot (T_{f_0} + T_e)^{nm}}{(T_{f_0} - T_e)^{nm}} \cdot \frac{(T_f - T_e)^{nm}}{(T_f + T_e)^{nm} \cdot (a_1 T_f + a_2)}. \tag{4}$$

Valoarea coeficientului $m < 1$ depinde de tipul cuptorului luat în considerație. În continuare se va determina costul energiei electrice pentru acționarea ventilatoarelor C_e.

Pierderea de presiune pe traseul gazelor de ardere în cuptor și de la cuptor la evacuarea în atmosferă se obține din relația

$$\Delta p_c \approx \Delta p_{c_0} \cdot \frac{D_g^{2-v} \cdot (T_f + T_e)}{D_{g_0}^{2-v} \cdot (T_{f_0} + T_e)} \cdot \frac{S}{S_0} + \Delta p_0, \tag{5}$$

unde Δp_{c_0} și Δp_0 reprezintă pierderile de presiune pe traseul gazelor prin spațiul de lucru al cuptorului și de la cuptor la evacuarea din instalație pentru varianta de referință.

Deoarece temperatura T_e și debitul de gaze evacuat din instalație nu se modifică o dată cu variația debitului D_g, mărimea Δp_0 nu depinde de T_f. De asemenea pierderea de presiune Δp_{r_0} pe traseul în care sînt vehiculate gazele recirculate printr-o dimensionare corespunzătoare a secțiunii de trecere se poate considera independentă de T_f.

După o serie de calcule se obține

$$C_e \approx A_2 + \frac{A_3}{(T_f - T_e)^{3-n-v} \cdot (a_1 \cdot T_f - a_2)} + A_4 \cdot \frac{\nu_f P_{ci} - c_g' \cdot V_g^r \cdot T_f}{(\nu \cdot P_{ci} - c_g' \cdot V_g^r \cdot T_e)(T_f - T_e)}, \tag{6}$$

unde

$$A_2 = \frac{\tau_u \cdot p_e \cdot \Delta p_0 \cdot T_e \cdot V_g^r \cdot Q_0}{102.273 \cdot \eta_{ve} \cdot (\nu \cdot P_{ci} - V_g^r \cdot i_e)}; \quad A_3 = \frac{\tau_u p_e \cdot \Delta p_{c0} \Delta T_0 \cdot T_e \cdot Q_0^{3-v}}{102.273 \cdot \eta_{ve} \cdot D_{g_0}^{2-v} \cdot \psi^{3-v} \cdot c_g^{3-v} \cdot (T_{f_0} - T_e)^n}$$

$$A_4 = \frac{\tau_u \, p_e \, \Delta p_{r_0} \, T_e \cdot Q_0}{102.273 \cdot \eta_{ve} \cdot C_g} \text{ și } Q_0 = G_{m_0} \cdot c_m \cdot (T_{me} - T_{mi}) \cdot$$

Semnificația noilor notații care apar este următoarea :

τ_u — durata de utilizare a instalației $\left(\frac{\text{s}}{\text{an}}\right)$,

p_e — prețul energiei electrice $\left(\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}\right)$,

η_{ve} — randamentul ventilatoarelor,

$\psi < 1$ — coeficient care ține seama de pierderile de căldură din focar în mediu ambiant,

ν_f — coeficient care ține seama de pierderile de căldură din focar în mediu ambiant,

c'_g — căldura specifică medie a gazelor de ardere între 0°K și temperatura $T_f \left(\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3 \cdot \text{grd}}\right)$,

c_g — căldura specifică medie a gazelor de ardere între temperaturile T_e și $T_f \left(\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3 \cdot \text{grd}}\right)$,

c_m — căldura specifică medie a produsului tehnologic între temperaturile T_{mi} și $T_{me} \left(\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3 \cdot \text{grd}}\right)$,

v — exponentul criteriului Re din expresia coeficientului de frecare $\mu = \frac{A}{\text{Re}^v}$, unde A este o constantă.

Valoarea optimă T_f^{opt} se obține ca soluție a ecuației

$$A_1 \cdot \frac{(T_f - T_e)^{nm+1} \cdot (k_1 - k_2 \cdot T_f)}{\Delta T^{m+1}} - A_3 \cdot \frac{d_1 T_f + d_2}{(T_f - T_e)^{2-n-v} \cdot \Delta T^2} = A_4, \qquad (7)$$

unde

$$A_1 = I_{nv_0} \cdot \frac{\Delta T_0^{\,m}}{(T_{f_0} - T_e)^{nm}}; \; k_1 = m \cdot (a_1 \cdot T_e - n \cdot a_2); \; k_2 = m \cdot a_1 \cdot (1 - n);$$

$$d_1 = a_1 \cdot (4 - n - v); \; d_2 = a_2 \cdot (3 - n - v) - a_1 \cdot T_e.$$

Cunoscîndu-se T_f din ecuația de bilanț termic ale cuptorului, se obține D_g și $S < S_0$.

Trebuie menționat că la corpurile „masive" uniformizarea temperaturii gazelor de ardere din spațiul de lucru al cuptorului determină ameliorarea sensibilă a calității produsului tehnologic.

În practică pot apărea cazuri cînd cuptoarele existente sînt trecute de la arderea cu aer rece la arderea cu gaze recirculate. Pentru această situație suprafața activă a vetrei S_0 este dată, astfel că apar trei necunoscute : T_f, D_g și Q (restul factorilor care intervin fiind cunoscuți ca la cazul anterior).

Intensificarea schimbului de căldură în cuptor prin scăderea temperaturii T_f determină

— creşterea productivităţii de la Q_0 pînă la Q,

— uniformizarea temperaturii gazelor de ardere din spaţiul de lucru fără a se modifica practic investiţia ($I_{nv} \approx I_{nv_0}$),

— creşterea energiei pentru vehicularea gazelor recirculate.

Productivitatea cuptorului se obţine funcţie de T_f din relaţia

$$Q = A_0 \cdot \left(\frac{T_f + T_e}{T_f - T_e}\right)^{\frac{n}{1-n}} \cdot (a_1 \cdot T_f + a_2)^{\frac{1}{1-n}}, \tag{8}$$

unde

$$A_0 = \frac{(S_0 \cdot k_0)^{\frac{1}{1-n}}}{(546 \cdot \psi \cdot c_g \cdot F_c^{\frac{n}{1-n}}} \text{ şi } k_0 = \frac{\alpha}{w^n}.$$

Mărimea α reprezintă coeficientul de transmitere a căldurii prin convecţie de la gazele de ardere la produsul tehnologic exprimat în $\left(\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grd}}\right)$.

Pentru $T_f = T_{f_0}$ rezultă $Q = Q_0$, iar pe măsură ce T_f scade se măreşte Q.

Regimul optim de funcţionare va corespunde minimului costului unităţii de căldură utilă (cedată produsului tehnologic), $p_m = C_{an}(Q \cdot \tau_u)^{-1}$. Valoarea minimă $p_{\min}$ se va obţine pentru valoarea optimă a temperaturii T_f. Aceasta este soluţia ecuaţiei $\frac{dp_m}{dT_f} = 0$, care se obţine după o metodă similară cu cea prezentată anterior.

Determinîndu-se valoarea optimă pentru T_f din (8), rezultă Q, adică G_m, iar debitul D_g se obţine din

$$D_g = \frac{G_m \cdot c_m \cdot (T_{me} - T_{mi})}{\psi \cdot c_g \cdot (T_f - T_e)}. \tag{9}$$

Dacă se cere obţinerea productivităţii $G'_m > G_m$, nu se va funcţiona la valoarea minimă a parametrului p_m. Calculul se conduce după cum urmează : din relaţia (8) se obţine T_f, iar din relaţia (9) rezultă D_g. Consumul orar de combustibil $B_r = \frac{G'_m}{G_m} \cdot B_{r_0}$, unde B_{r_0} este consumul orar de combustibil în cazul arderii cu recirculaţie cînd se obţine productivitatea G_{m_0}.

În afară de cunoaşterea temperaturilor T_f, T_e, T_{me} şi T_{mi}, de multe ori prezintă interes determinarea temperaturilor medii ale gazelor de ardere T şi produsului tehnologic T_m în diferite zone ale spaţiului de lucru, adică la diferite distanţe x de evacuarea gazelor din cuptor.

Pentru obţinerea curbelor $T = f(x)$ şi $T_m = \varphi(x)$ se pleacă de la integrarea ecuaţiei diferenţiale a conservării energiei.

Astfel, la schema contracurent, pentru corpurile subțiri se poate scrie

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} + m \cdot T = \frac{\alpha \cdot b' \cdot (T_e - \varphi \cdot T_{mi})}{W_m}, \tag{10}$$

unde $\varphi = \dfrac{W_m}{W_g} = \dfrac{G_m \cdot c_m}{\psi \cdot D_g \cdot c_g} = \dfrac{T_f - T_e}{T_{me} - T_{mi}}$; $m = \alpha \cdot b' \cdot \dfrac{1-\varphi}{W_m}$ și $b' = \dfrac{S_x}{x}$.

S_x fiind suprafața efectivă a materialului care primește căldură prin convecție pînă la distanța x. Pentru $x = l_0$, $S_x = S_0$.

Luînd valori medii pentru α, c_g și c_m prin integrarea ecuației diferențiale liniare (10), se obține

$$T = T_e + (T_e - T_{mi}) \cdot \frac{\varphi}{1-\varphi} \cdot (1 - \mathrm{e}^{-mx}) \cdot \tag{11}$$

Ținînd seama că

$$T_m = T_{mi} + \frac{W_g}{W_m} \cdot (T - T_e), \tag{12}$$

rezultă

$$T_m = T_{mi} + (T_e - T_{mi}) \cdot \frac{1}{1-\varphi} \cdot (1 - \mathrm{e}^{-mx}) \cdot \tag{13}$$

Din relația (11) deducem că prin intensificarea transmiterii căldurii, adică prin creșterea debitului D_g pentru același x, temperatura T se micșorează în întregul spațiu de lucru dacă ceilalți parametri ce intervin rămîn constanți.

Dacă T_0 este temperatura gazelor de ardere pentru regimul de referință la aceeași distanță x de evacuarea gazelor din cuptor ca și temperatura T, diferența $T - T_0$ este direct proporțională cu $T_e - T_{mi}$. Rezultă astfel că efectul creșterii debitului D_g asupra uniformizării temperaturii gazelor din spațiul de lucru este cu atît mai important cu cît diferența $T_e - T_{mi}$ este mai mare.

După același procedeu se determină curbele $T = f(x)$ și $T_m = \varphi(x)$ și pentru schema echicurent.

Față de datele literaturii de specialitate [2], [7], [8], relațiile (11) și (13) prezintă avantajul că nu se exprimă direct funcție de T_f. De aceea, într-o primă aproximație se pot estima temperaturile T și T_m folosindu-se valorile care se recomandă uzual pentru viteza $w\left(\dfrac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{s}}\right)$.

2. INFLUENȚA SCHIMBULUI DE CĂLDURĂ PRIN RADIAȚIE

Ne vom referi mai întîi la cuptoarele la care, temperatura din spațiul de lucru fiind suficient de ridicată, predominînd schimbul de căldură prin radiație, se poate neglija căldura transmisă prin convecție. De obicei la aceste cuptoare este indicat să se folosească arderea cu aer preîncălzit sau arderea cu recirculație la care se preîncălzește aerul de ardere. Dacă la ambele procedee se mențin cu valori constante parametrii T_e, T_{me}, T_{mi} și G_{m_0} datorită intensificării transmiterii căldurii, în cazul arderii cu recirculație este posibilă funcționarea numai la temperatura $T_f < T_{fp}$. T_{fp} este valoarea temperaturii gazelor de ardere la intrarea în spațiul de lucru corespunzătoare arderii cu aer preîncălzit. Astfel, prin faptul că recirculația gazelor permite arderea la exces de aer mic rezultă că față de arderea cu aer rece sau preîncălzit, va crește conținutul în CO_2 și H_2O din gazele de ardere, ceea ce va mări coeficientul de negreală ε_g al acestora. Atunci cînd combustibilul arde în prezența gazelor recirculate, creșterea sensibilă a coeficientului ε_g se realizează datorită apariției în flacără a unei cantități mărite de particule fine de carbon.

Într-o primă aproximație, pentru cuptoarele metalurgice funcționînd după schema contracurent, temperatura gazelor de ardere la intrarea în spațiul de lucru se poate calcula din relația

$$T_f = \sqrt[4]{T_{me}^4 + \left(\frac{Q_0}{\sigma_{vr} \cdot H}\right)^2 \cdot \frac{1}{T_e^4 - T_{mi}^4}} \tag{14}$$

unde H este suprafața efectivă a materialului care primește căldură prin radiație (m^2).

Coeficientul σ_{vr} se obține din [9]

$$\sigma_{vr} = 4{,}96 \cdot 10^{-8} \cdot \varepsilon_{gr} \cdot \varepsilon_m \cdot \frac{\omega(1 - \varepsilon_{gr}) + 1}{\omega(1 - \varepsilon_{gr}) \cdot (\varepsilon_m + \varepsilon_{gr} - \varepsilon_m \cdot \varepsilon_{gr}) + \varepsilon_{gr}}, \tag{15}$$

unde

ε_{gr} este coeficientul de negreală al gazelor de ardere pentru arderea cu recirculație,

ε_m — coeficientul de negreală al produsului tehnologic,

ω — raportul dintre suprafața efectivă a materialului care primește căldură prin radiație și suprafața totală a zidăriei care reflectă radiația gazelor.

Dacă $H = H_p$, unde H_p este suprafața efectivă a materialului care primește căldură prin radiație la arderea cu aer preîncălzit, și deoarece $\varepsilon_{gr} > \varepsilon_{gp}$, unde ε_{gp} este coeficientul de negreală al gazelor de ardere în cazul arderii cu aer preîncălzit, din relația (14) rezultă $T_f < T_{fp}$.

În general, determinarea temperaturii T_f se poate efectua mai precis prin aproximații succesive, folosindu-se relația $Q_0 = \sigma_{vr} H_r \cdot |\Delta T|$, unde se ia [9]

$$\Delta T = T_f^4 \cdot \frac{2(\theta_e \cdot \theta_{me} - \theta_{mi})^3}{(\theta_{me} - \theta_{mi})(1 - \theta_e) \cdot \ln A + 0{,}5 \cdot [(1 - \theta_e)^2 + (\theta_{me} - \theta_{mi})^2] \cdot \ln B - \frac{}{- [(1 - \theta_e)^2 - (\theta_{me} - \theta_{mi})^2] \operatorname{arctg} C}} \quad (16)$$

unde

$$\theta_e = \frac{T_e}{T_f},\ \theta_{me} = \frac{T_{me}}{T_f},\ \theta_{mi} = \frac{T_{mi}}{T_f};$$

$$A = \frac{(1 - \theta_{me}^2)(\theta_e^2 + \theta_{mi}^2)}{(1 + \theta_{me}^2)(\theta_e^2 - \theta_{mi}^2)};\ B = \frac{(1 + \theta_{me})(\theta_e - \theta_{mi})}{(1 - \theta_{me})(\theta_e + \theta_{mi})} \text{ și } C = \frac{\theta_e \cdot \theta_{me} - \theta_{mi}}{\theta_e + \theta_{mi} \cdot \theta_{me}}.$$

Dacă $\theta_e = 0{,}5-0{,}8$ pentru $\theta_{me} = 0{,}5-0{,}75$ și la $\theta_{me} > 0{,}84$ pentru $\theta_e = 0{,}28-0{,}55$, diferențele care se obțin calculînd T_f din relația (14) sînt mai mici ca $\pm 4\%$.

Uniformizarea temperaturii gazelor de ardere din spațiul de lucru al cuptorului prin micșorarea temperaturii antrenează după sine creșterea debitului de gaze vehiculate prin cuptor prin creșterea debitului de gaze recirculate, așa după cum rezultă din relația

$$D_{gr} = \frac{Q_0 \cdot (\nu_f \cdot P_{ci} + \cdot \lambda_r L_0 \cdot i_a - V_g^r \cdot c_g' \cdot T_f)}{c_{gr} \cdot (\nu \cdot P_{ci} + \lambda_r \cdot L_0 \cdot i_a - V_g^r \cdot c_g'' \cdot T_e)(T_f - T_r)}. \quad (17)$$

Semnificația notațiilor care apar suplimentar este următoarea :

L_0 — cantitatea teoretică de aer pentru ardere (Nm^3/Nm^3),

i_a — entalpia aerului de ardere ($kcal/Nm^3$),

T_r — temperatura gazelor recirculate la intrarea în focar (°K),

c_g'', c_{gr} — căldurile specifice medii ale gazelor de ardere între 0°K și T_e,

respectiv între temperaturile T_r și T_f $\left(\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3 \cdot \text{grd}}\right)$.

Creșterea debitului de gaze vehiculate prin cuptor și conducta de recirculare mărește costul energiei electrice C_e. Pe de altă parte, nu trebuie pierdut din vedere că, scăzînd T_f, se micșorează investițiile în cuptor, deoarece se pot folosi cărămizi de construcție de calitate inferioară. De asemenea devine sensibilă influența reducerii cheltuielilor de exploatare prin mărirea duratei de utilizare a cărămizilor refractare ca o consecință a eliminării în bună parte a variațiilor și a vîrfurilor de temperatură.

La toate aceste avantaje trebuie adăugate micșorarea pierderilor prin metal oxidat și ameliorarea calității produsului tehnologic.

Referitor la problemele prezentate se pot trage următoarele concluzii :

— temperatura T_f trebuie calculată și nu considerată egală cu T_{fp} fără nici o rezervă, așa cum se procedează de obicei. Relația $T_f = T_{fp}$ se poate adopta numai în anumite cazuri, după cum se va vedea în continuare :

— se va folosi arderea cu recirculație și aer preîncălzit sau arderea cu aer preîncălzit, după calculul cheltuielilor anuale de calcul pentru fiecare variantă în parte, ținînd seama de avantajele și dezavantajele menționate. În general se aplică metoda variantelor de calcul [5], [6];

— deși arderea cu recirculație și aer preîncălzit aduce importante avantaje, în unele cazuri nu este recomandabil să se aplice, din cauza dificultăților ridicate de vehicularea gazelor recirculate, care de obicei au o temperatură relativ ridicată.

Menținîndu-se cu valori constante temperaturile T_{fp}, T_e, T_{me} și T_{mi}; creșterea coeficientului σ_v de la valoarea corespunzătoare arderii cu aer preîncălzit pînă la valoarea σ_{vr} poate determina :

— micșorarea suprafeței H proporțional cu raportul $\frac{\sigma_{vp}}{\sigma_{vr}}$ dacă se menține constantă productivitatea cuptorului Q_0 sau

— creșterea productivității cuptorului proporțional cu raportul $\frac{\sigma_{vr}}{\sigma_{vp}}$ atunci cînd se menține constantă suprafața de încălzire H_p și se mărește în același raport consumul orar de combustibil.

Atunci cînd procesul tehnologic permite, intensificarea transmisiei căldurii se poate realiza menținînd $T_f = T_{fp}$ și mărind temperatura de evacuare T_e. Asupra acestei probleme complexe nu se va insista, deoarece a fost tratată [10]. Pentru cuptoarele la care cantitățile de căldură transmise prin convecție și radiație la funcționarea cu gaze recirculate sînt comparabile, valoarea optimă a temperaturii T_f se poate determina în mod similar ca la paragraful anterior.

Se va folosi rezolvarea analitică sau metoda variantelor de calcul atunci cînd investițiile I_{nv} nu se pot exprima ca o funcție continuă de T_f. Pentru corpurile subțiri, la schema contracurent, curbele $T = f(x)$ și $T_m = F(x)$ se pot determina prin integrarea grafică simultană sau la mașina electronică de calcul a ecuațiilor

$$\left.\begin{aligned}\frac{dT}{dx} &= \frac{\sigma_{vr} \cdot b''}{W_g} \cdot (T^4 - T_m^4) + \frac{\alpha \cdot b'}{W_g} \cdot (T - T_m)\\ \frac{dT_m}{dx} &= \frac{\sigma_{vr} \cdot b''}{W_m} \cdot (T^4 - T_m^4) + \frac{\alpha \cdot b'}{W_m} \cdot (T - T_m)\end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

unde $b'' = \frac{H_x}{x}$, după ce în prealabil se determină D_g și curbele de variație cu x a mărimilor σ_{vr}, α, c_g și c_m. H_x reprezintă suprafața efectivă a materialului care primește căldură prin radiație, avînd lungimea x.

Determinarea schimbului de căldură elementar prin radiație din expresia $\sigma_{vr} \cdot b'' \cdot (T^4 - T_m^4)$ introduce în relațiile (18) o aproximație, care este cu atît mai mică cu cît coeficientul de negreală al gazelor de ardere este mai mare, iar distanța dintre vatră și boltă este mai mică.

Menținînd constanți parametrii T_{f_0}, T_e, T_{me}, T_{mi} și Q_0, folosirea arderii cu recirculație și aer preîncălzit față de arderea cu aer preîncălzit permite micșorarea lungimii utile a vetrei cuptorului cu

$$\Delta l = l_p \cdot \frac{b'' \cdot |\Delta T_0| \cdot (\sigma_{vr} - \sigma_{vp})}{b'' \cdot \sigma_{vp} \cdot |\Delta T_0| + b' \cdot \alpha_0 \cdot \Delta T_0}, \tag{19}$$

unde $l_p = \dfrac{H_p}{b''}$.

Mărimea α_0 este coeficientul de transmitere a căldurii prin convecție în cazul cînd prin spațiul de lucru al cuptorului este vehiculat debitul D_{g_0}.

Mărimea Δl are o valoare mai mică, deci efectul intensificării schimbului de căldură este mai redus, atunci cînd se compară arderea cu recirculație și aer preîncălzit cu arderea cu aer rece, pentru care coeficientul σ_v are valoarea $\sigma_{v_0} > \sigma_{vp}$.

Acest rezultat este consecința faptului că, în cazul arderii cu aer preîncălzit pentru a se obține temperatura T_{f_0}, combustibilul trebuie ars la coeficientul excesului de aer $\lambda_p > \lambda$.

3. CONCLUZII

Folosirea arderii cu recirculație cu și fără preîncălzirea aerului de ardere poate determina în primul rînd obținerea unei economii de combustibil în raport cu arderea cu aer rece sau arderea cu aer preîncălzit. În anumite condiții se poate obține în plus față de reducerea consumului de combustibil intensificarea schimbului de căldură în cuptor. Astfel, dacă în variantele de funcționare ale cuptorului menționate anterior se mențin cu valori constante parametrii T_f, T_e, T_{me}, T_{mi} și Q, intensificarea transmiterii căldurii în spațiul de lucru se realizează numai la cuptoarele la care predomină schimbul de căldură prin radiație. În acest caz se obține reducerea lungimii utile a vetrei cuptorului.

La cuptoarele convective, intensificarea schimbului de căldură se poate realiza numai prin micșorarea temperaturii gazelor de ardere la intrarea în spațiul de lucru $T_f < T_{f_0}$. De obicei prin aceasta funcționarea cuptorului devine mai economică, iar diferența dintre consumurile specifice de combustibil pentru arderea cu aer rece și arderea cu recirculație se menține constantă.

Determinarea valorii optime a temperaturii T_f trebuie să rezulte dintr-un calcul tehnic-economic, astfel ca valoarea cheltuielilor anuale de calcul să fie minimă.

Pentru varianta optimă de funcționare se obțin uniformizarea temperaturii gazelor din cuptor și micșorarea suprafeței active a vetrei cuptorului. Aceasta arată că în calculul judicios al cuptoarelor noi funcționînd cu recirculație a gazelor nu trebuie să se folosească temperatura T_{f_0} din cazul arderii obișnuite, ci temperatura T_f obținută din ecuația (7).

Dacă se menţin cu valori constante parametrii T_e, T_{me}, T_{mi} şi S_0 la cuptoarele convective, se poate obţine intensificarea transmiterii căldurii pentru $T_f < T_{f_0}$, rezultînd astfel uniformizarea temperaturii gazelor din cuptor şi creşterea productivităţii $Q > Q_0$. Valoarea optimă a temperaturii T_f rezultă pentru valoarea minimă a costului unităţii de căldură utilă.

Primit la redacţie la 18 mai 1965

BIBLIOGRAFIE

1. М. С. Масленников, *Рециркуляция газов в промышленных печах*. За экономию топлива, *5*, 25—30 (1952).
2. W. Heiligenstaedt, Warmetechnische Rechnungen Stahleisen für Industrieöfen. Stahleisen (1952).
3. S. Čsernoch, Anwendungsgebiete der Unwälzheizung. Neue Hütte, 157—165 (1958).
4. V. V. Ghia, Reducerea consumului de combustibil prin aplicarea recirculaţiei gazelor la cuptoarele de tratament termic. St. cerc. energ., B, **XIII**, p. 499—507 (1963).
5. * * * Norme metodice fundamentale ale calculelor tehnico-economice în energetică. Teploenerghetika, *8*, 92—94 (1959).
6. Л. А. Вааг, К. Н. Захаров, *Метод экономичности оценки в энергетике*, Госэнергоиздат, 1962.
7. A. M. Miheev, *Bazele transmiterii căldurii*, Bucureşti, Edit. energetică de stat, 1953.
8. М. А. Глинков, *Основы общей теории печей*. Металлургиздат, 1962.
9. А. В. Кавадеров, *Тепловая работа пламенных печей*. Металлургиздат, 1962.
10. V. Ghia, D. Grecov, *Determinarea parametrilor optimi ai cuptoarelor industriale cu recuperarea căldurii în direcţie tehnologică*. Comunicare la sesiunea ştiinţifică a Institutului de energetică al Acad. Republicii Socialiste România, martie 1965.

TEMPERATURA SUPERIOARĂ MEDIE OPTIMĂ A CICLULUI TERMODINAMIC AL CENTRALELOR ATOMOELECTRICE CU REACTOARE FIERBĂTOARE ȘI SUPRAÎNCĂLZIRE NUCLEARĂ

DE

C. HAIDUC și N. DAMIAN IORDACHE

Se dau relațiile de calcul și rezultatele obținute cu un calculator electronic cifric pentru puterea electrică, temperatura superioară medie optimă și randamentul termic optim al CAE pentru cazul cînd puterea reactorului este limitată de temperaturile maxime admise pentru învelișurile elementelor de combustibil din zona de fierbere și din zona de supraîncălzire nucleară a reactorului considerat.

Cercetările privind centralele atomoelectrice (CAE) cu reactoare fierbătoare și supraîncălzire nucleară a aburului prezintă, împreună cu cercetările asupra CAE cu reactoare răcite cu gaz și moderate cu grafit sau cu apă grea sau pe reactoare cu apă sub presiune, o importanță deosebită pentru țara noastră. Importanța acestor cercetări rezultă din perspectivele pe care le au aceste tipuri de instalații energetice nucleare.

În etapa actuală de dezvoltare a energeticii nucleare, cea mai bogată experiență există acumulată în realizarea și exploatarea acestor tipuri de CAE. Ordinea în care se plasează aceste CAE pe plan mondial din punctul de vedere al investițiilor este : reactoare fierbătoare cu supraîncălzire nucleară (cu H_2O sau D_2O ca moderator), reactoare cu apă sub presiune, reactoare cu uraniu natural moderate cu D_2O și răcite cu gaz și, în fine, reactoare cu uraniu natural moderate cu grafit [1], [2], [3].

Nu este întîmplător faptul că pentru reactoarele fierbătoare au fost publicate primele liste de prețuri pentru instalații nucleare energetice [4]. Pentru acest tip de CAE, investițiile specifice, deja garantate, sînt cele mai scăzute. Astfel, după datele celei de a treia Conferințe internaționale pentru folosirea energiei atomice în scopuri pașnice, investițiile specifice pentru reactoare cu ciclu termodinamic direct reprezintă aproxi-

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 nr. 4 p. 893 — 913, București 1965

mativ jumătate din investiţiile specifice pentru reactoare cu uraniu natural răcite cu gaz şi moderate cu grafit.

Preţurile de cost ale energiei electrice la tipurile avansate ale acestor reactoare sînt sau devin în cîţiva ani comparabile cu preţurile de cost ale energiei electrice produse în centralele termoelectrice din ţările respective [1]—[4].

Avînd în vedere cele arătate mai sus şi golurile care există pe plan mondial în ceea ce priveşte analiza termodinamică a CAE cu reactoare fierbătoare şi supraîncălzire nucleară a aburului, cercetările în acest domeniu sînt de actualitate. Necesitatea analizei termodinamice şi a studierii eficacităţii termice a acestui tip de CAE este indispensabilă pentru cercetările ulterioare privind optimizarea generală a parametrilor centralei, ţinînd seama şi de indicii tehnici-economici ai CAE.

Pornind de la considerentele de mai sus, în lucrarea de faţă se tratează problema determinării temperaturii superioare medii optime a ciclului termodinamic pentru CAE cu reactoare fierbătoare şi supraîncălzire nucleară a aburului.

În literatura de specialitate, problema determinării temperaturii superioare medii a ciclului termodinamic este tratată numai pentru CAE cu abur saturat [5]—[9].

Randamentul termic al ciclului termodinamic se exprimă de obicei sub forma

$$\eta_{lt} = 1 - \frac{T_{2c}}{T_{1c}^{m}}, \tag{1}$$

unde

T_{2c} [°C] este temperatura finală a ciclului,

T_{1c}^{m} [°C] — temperatura superioară medie a ciclului termodinamic.

În ecuaţia (1), mărimea T_{1c}^{m} se poate exprima

$$T_{1c}^{m} = \frac{i_0 - \bar{t}_a}{S_0 - S_a}, \tag{2}$$

unde

$i_0, S_0 \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ este entalpia şi entropia iniţială a aburului,

$\bar{t}_a, S_a \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — entalpia şi entropia apei de alimentare.

În cazul cînd costul combustibilului nuclear se neglijează, mărimea $T_{1c}^{m\,\text{opt}}$, care determină limita de ridicare raţională a randamentului ciclului prin micşorarea puterii termice a reactorului şi corespunzătoare puterii electrice maxime a CAE, este dată în lucrările menţionate mai sus sub forma expresiei

$$T_{1c}^{m.\text{opt}} = \sqrt{T_p^{\max} T_{2c}}, \tag{3}$$

unde $T_p^{\max}$ [°C] este temperatura maximă a peretelui învelişului elementelor de combustibil din reactor.

Formula (3) a fost obținută pentru prima dată în lucrările [9], [10] pentru ciclurile termodinamice ale centralelor atomoelectrice. În aceste lucrări, mărimea T_{1c}^{m} s-a considerat egală cu temperatura medie a agentului de transport de căldură în generatorul de abur, adică se considera implicit că diferența medie de temperatură dintre temperatura agentului de transport de căldură și temperatura agentului de lucru în generatorul de abur $\Delta t_{g.a}^{\text{mediu}} = \text{const}$. În realitate însă, diferența $\Delta t_{g.a}^{\text{mediu}}$ are valori ridicate, în funcție de tipul reactorului. Astfel, pentru CAE cu reactoare răcite cu gaz, $\Delta t_{g.a}^{\text{mediu}} = 60-80°\text{C}$.

În lucrările [6], [11] a fost obținută o relație mai precisă pentru $T_{1c}^{m.\text{opt}}$, care ține seama de componenta de combustibil a prețului de cost al energiei electrice C_e și de mărimea $\Delta t_{g.a}^{\text{mediu}}$. În [6], [11] au fost luate în considerație două cazuri posibile. În primul caz se consideră $\Delta t_{g.a}^{\text{mediu}} = \text{const}$ și se consideră egale mărimile $\Delta t_{g.a}^{\text{mediu}}$ și diferența logaritmică de temperatură în generatorul de abur $\Delta t_{g.a}^{\log}$, iar suprafața de transfer de căldură $F_{g.a}$ se consideră proporțională cu puterea termică a reactorului Q_r. În al doilea caz se dă mărimea $F_{g.a}$, iar $\Delta t_{g.a}^{\text{mediu}}$ se consideră proporțională cu Q_r.

În lucrările [8], [12] s-a obținut formula pentru $T_{1c}^{m\,\text{opt}}$ care corespunde costului minim al energiei electrice :

$$T_{1c}^{m.\text{opt}} = \sqrt{\frac{(T_p^{\max} - \Delta t_{g.a}^{\text{mediu}})\, T_{2c}}{1 - \overline{C}_c\, \eta_t}}, \tag{4}$$

iar pentru $\Delta t_{g.a}^{\text{mediu}} = 0$ se obține respectiv

$$T_{1c}^{m\,\text{opt}} = \sqrt{\frac{T_p^{\max}\, T_{2c}}{1 - \overline{C}_c\, \eta_t}}. \tag{5}$$

Relația (4) corespunde condiției $\Delta t_{g.a}^{\text{mediu}} = \text{const}$. iar (5) pentru $F_{g.a} = \text{const}$.

În literatura de specialitate nu este tratată problema determinării mărimii $T_{1c}^{m.\text{opt}}$ pentru ciclurile termodinamice ale CAE cu reactori fierbători și supraîncălzire nucleară a aburului. Schema termică a CAE cu astfel de reactor este prezentată în lucrarea publicată anterior [12].

Particularitatea acestui tip de reactor constă în faptul că este compus din două zone : zona de fierbere și zona de supraîncălzire. Amplasarea zonei de supraîncălzire nucleară poate fi făcută în centrul zonei active sau la periferia acesteia sub formă de coroană. Zona de fierbere se amplasează în mod corespunzător la periferia zonei active sau în centrul acesteia. Amplasarea centrală a zonei de supraîncălzire este mai economică întrucît conduce la micșorarea pierderilor de neutroni din zona activă.

Acest gen de amplasări reciproce ale celor două zone au fost studiate pentru reactorul CRBR din Vallecitos (SUA) și pentru reactorul CAE Marwiken-K ce se construiește în Suedia.

Pentru reactorul CRBR zona de supraîncălzire a fost amplasată central iar pentru Marwiken-K a fost adoptată schema amplasării intercalate a canalelor de supraîncălzire printre canalele cu fierbere ale reactorului.

Pentru un astfel de reactor, ciclul termodinamic poate fi reprezentat ca în figura 1.

Peste diagrama $T-S$ este plasată variaţia temperaturilor învelişurilor elementelor de combustibil din reactor pe înălţimea zonei active H.

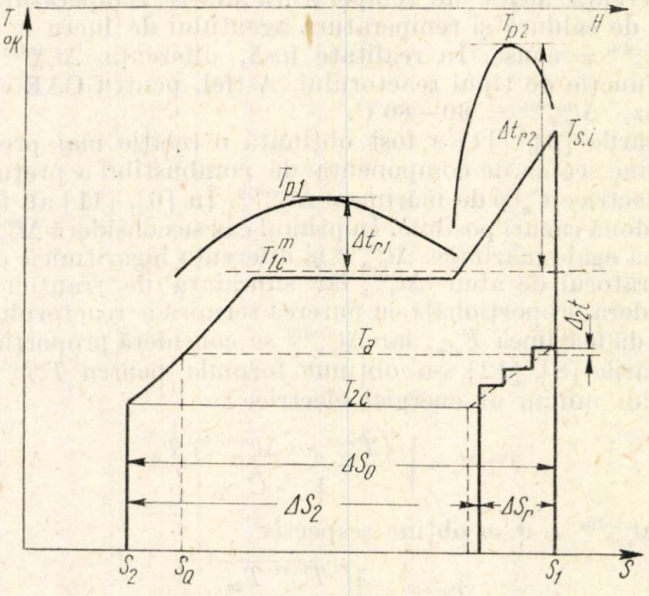


Fig. 1. — Reprezentarea ciclului termodinamic al CAE cu reactor fierbător şi supraîncălzire nucleară a aburului în diagrama $T-S$.

În figura 1 s-a notat cu T_{p1} şi T_{p2} [°K] temperaturile învelişurilor elementelor de combustibil respectiv din zona de fierbere şi de supraîncălzire a reactorului, $T_{s.i}$[°K] temperatura de supraîncălzire a aburului, T_a [°K] temperatura apei de alimentare, T_{2c} [°K] temperatura condensatorului, $\Delta_2 t$[°K] diferenţa dintre temperatura aburului la ieşire din preîncălzitorii regenerativi şi temperatura apei de alimentare la ieşirea din aceştia.

Pentru un reactor cu două zone active, puterea termică este

$$Q_r = Q'_r \eta_r = (\bar{\alpha}_1 F_1 \Delta t^m_{r1} + F \bar{\alpha}_{2\,2} \Delta t^m_{r2})\ \eta_r, \qquad (6)$$

unde

$Q'_r \left[\frac{\text{kcal}}{\text{h}}\right]$ este puterea termică degajată în elementele de combustibil ale reactorului,

η_r — randamentul reactorului,

$\bar{\alpha}_1$; $\bar{\alpha}_2 \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\text{h}^0\text{c}}\right]$ coeficienţii medii de cedare a căldurii respectiv pentru zona de fierbere şi de supraîncălzire nucleară,

F_1, F_2 $[m^2]$ — suprafeţele de transfer de căldură ale zonei de fierbere şi de supraîncălzire,

Δt^m_{r1}, Δt^m_{r2} [°C] — diferențele medii de temperatură dintre temperatura medie a învelișului elementelor de combustibil și temperatura superioară medie de cedarea căldurii în ciclu.

Avem deci

$$\Delta t^m_{r1} = T^m_{p1} - T^m_{1c}, \tag{7}$$

$$\Delta t^m_{r2} = T^m_{p2} - T_m, \tag{8}$$

unde T^m_{p1} și T^m_{p2} [°C] sînt temperaturile medii ale învelișului elementelor de combustibil respectiv pentru zona de fierbere și de supraîncălzire a reactorului.

În relația (6) cantitățile de căldură ce se cedează agentului de răcire în cele două zone ale reactorului se pot exprima astfel:

$$\bar{\alpha}_1 F_1 \Delta t^m_{r1} = G(i'' - C^o_p t_a), \tag{9}$$

$$\bar{\alpha}_2 F_2 \Delta t^m_{r2} = G C^m_p \Delta T, \tag{10}$$

unde

i'' $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ este entalpia aburului saturat la ieșire din zona de fierbere,

C^a_p $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg °C}}\right]$ — căldura specifică entropică medie a apei de alimentare a reactorului,

C^m_p $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg °C}}\right]$ — căldura specifică medie a aburului în zona de supraîncălzire nucleară,

ΔT [°C] — creșterea temperaturii aburului în supraîncălzitorul nuclear.

Valoarea căldurii specifice entropice medii se determină cu ecuația pentru entropia apei și are forma

$$C^a_p = \frac{S^a_{ta} - S^a_{t2}}{2{,}303 \lg \frac{T_a}{T_{2c}}} \tag{11}$$

unde S^a_{ta} S^a_{t2c} $\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ entropia apei la temperaturile și presiunile corespunzătoare t_{2c} și t_a.

Utilizarea expresiei (11) pentru calculul mărimii conduce la mărirea preciziei de calcul.

Pe baza expresiilor (9) și (10) se pot introduce notațiile:

$$\frac{\frac{i''}{C^a_p} - t_a}{\Delta t^m_{r1}} = \frac{\bar{\alpha}_1 F_1}{G C^a_p} = \beta_1 \tag{12}$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta t^m_{r2}} = \frac{\bar{\alpha}_2 F_2}{G C^m_p} = \beta_2. \tag{13}$$

Pentru reţele ale zonelor active date şi considerînd că debitele de agent de răcire prin reactor sînt proporţionale cu degajarea termică din ele, debitul de agent de răcire este constant. Considerînd invariabile proprietăţile termofizice ale agentului de răcire al reactorului în întregul interval de variaţie al temperaturii acestuia, se poate considera :

$$\beta_1 = \text{const.} \qquad (14)$$
$$\beta_2 = \text{const.}$$

Temperaturile maxime ale pereţilor învelişurilor elementelor de combustibil se exprimă :

$$T_{p1}^{\max} = \frac{1}{K} T_{p1}^{m} \qquad (15)$$

$$T_{p2}^{\max} = T_s + \frac{\Delta T}{2} + \frac{\Delta T}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\beta_2}\right)^2}, \qquad (16)$$

unde

K este coeficientul de neuniformitate a repartiţiei temperaturii învelişurilor elementelor de combustibil pe lungime,

T_{p1}^{m} [°C] — temperatura medie a peretelui elementelor de combustibil în zona de fierbere.

Relaţia (16) poate fi scrisă sub forma

$$\delta (T_{1c}^{m} - T_{1c}^{m}) = \Delta t_{r2}^{m} + \delta \frac{\Delta t_{r2}^{m}}{2} \sqrt{\beta_2^2 + \pi^2}, \qquad (17)$$

unde

$$\delta = \frac{\Delta t_{r2}^{m}}{T_m - T_{1c}^{m}}, \qquad (18)$$

iar temperatura medie a agentului de răcire în zona de fierbere

$$T_m = \frac{T_s + T_{si}}{2}, \qquad (19)$$

unde T_{si}, T_s [°C] este temperatura de supraîncălzire a aburului şi de saturaţie la ieşire din canalele zonei de fierbere.

Pentru mărimea Δt_{r2}^{m}, dacă se ţine seama de expresiile (13), (17) şi (18), se obţine relaţia

$$\Delta t_{r2}^{m} = \omega (T_{p2}^{\max} - T_{1c}^{m}), \qquad (20)$$

unde mărimea ω este dată de expresia

$$\omega = \frac{2\delta}{\pi \left(1 + \frac{\delta}{2} \sqrt{\beta_2^2 + \pi^2}\right)}. \qquad (21)$$

Mărimea ω reprezintă o constantă care depinde de mărimile Δt_{r2}^{m}, T_c, T_{1c}^{m}, $\bar{\alpha}_2, F_2, G$ şi C_p^{m}.

Pentru zona de fierbere, diferența de temperatură medie între temperatura medie a învelișului elementelor de combustibil și temperatura superioară medie a ciclului termodinamic se determină cu relația

$$\Delta t_{r1}^{m} = K\ T_{p1}^{\max} - T_{1c}^{m}. \tag{22}$$

Expresia puterii electrice nete a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului se obține prin luarea în considerație a expresiilor (1), (6), (21) și (22):

$$Ne = [\bar{\alpha}_1 F_1 (K T_{p1}^{\max} - T_{1c}^{m}) + \bar{\alpha}_2 F_2\ \omega\ (T_{p2}^{\max} - T_{1c}^{m})] \times$$
$$\times \left(1 - \frac{T_{2c}}{T_{1c}}\right) \frac{\eta_{oi}\ \eta_m\ \eta_g}{860} - N_{c.i}, \tag{23}$$

unde $\eta_{oi}, \eta_m, \eta_g$ sînt, respectiv, randamentele relativ intern al turbinei, mecanic și al generatorului electric, iar $N_{c.i}$ [KW] consumul de putere intern.

În cazul de față s-a admis ca limitatoare pentru ridicarea puterii reactorului temperaturile maxime ale învelișurilor elementelor de combustibil $T_{p1}^{\max}$ și $T_{p2}^{\max}$. Acesta este cazul real întîlnit în practică. În cazul cînd se admit ca limite pentru ridicarea puterii temperaturile centrelor elementelor de combustibil nuclear $T_{01}^{\max}$ și $T_{02}^{\max}$, în expresia puterii electrice a reactorului intervin aceste mărimi, iar valoarea coeficientului K se micșorează.

După cum rezultă din figura 1, dacă se admit pentru un reactor dat ca limită temperaturile $T_{p1}^{\max}$ și $T_{p2}^{\max}$, ridicarea parametrilor inițiali ai ciclului termodinamic și, respectiv, a mărimii T_{1c}^{m} conduce la micșorarea diferențelor medii de temperatură la transmisia căldurii de la elementele de degajare termică către agentul de transport de căldură și deci la micșorarea puterii termice a reactorului. Datorită acestui fapt, analiza ciclului termodinamic al centralei atomoelectrice se îmbină și cu condițiile de funcționare a reactorului.

Cu ridicarea valorii lui T_{1c}^{m}, puterea electrică a reactorului crește la început, atingînd valoarea maximă, iar apoi scade, după cum se va vedea mai jos.

Pentru determinarea relației temperaturii superioare medii optime a ciclului termodinamic $T_{1c}^{m.\text{opt}}$ în cazul asigurării unei puteri electrice maxime, se poate considera

$$\bar{\alpha}_1 F_1 = \text{const.}, \tag{24}$$
$$\bar{\alpha}_2 F_2\ \omega = \text{const.},$$
$$\eta_{oi}\ \eta_m\ \eta_g = \text{const.}$$

Cu o precizie suficientă putem considera de asemenea că consumul intern de putere $N_{c.i} = \text{const.}$

În acest caz, condiția de optim pentru T_{1c}^{m} se obține din ecuația (23) pentru

$$\frac{\partial Ne}{\partial T_{1c}^{m}} = 0$$

şi are forma

$$(\bar{\alpha}_1 F_1 k T_{p1}^{\max} + \bar{\alpha}_2 F_2 \omega T_{p2}^{\max}) T_{2c} - (\bar{\alpha}_1 F_1 + \bar{\alpha}_2 F_2 \omega)(T_{1c}^{m})^2 = 0, \quad (25)$$

de unde

$$T_{1c}^{m\,\mathrm{opt}} = \sqrt{\frac{\bar{\alpha}_1 F_1 k T_{p1}^{\max} + \bar{\alpha}_2 F_2 \omega T_{p2}^{\max}}{\bar{\alpha}_1 F_1 + \bar{\alpha}_2 F_2 \omega} T_{2c}}. \quad (26)$$

În ecuaţia (26) se poate introduce notaţia

$$\alpha = \omega \left(\frac{\bar{\alpha}_2}{\bar{\alpha}_1}\right)\left(\frac{F_2}{F_1}\right). \quad (27)$$

În acest caz expresia pentru $T_{1c}^{m\,\mathrm{opt}}$ capătă forma

$$T_{1c}^{m\,\mathrm{opt}} = \sqrt{\frac{K T_{p1}^{\max} + \alpha T_{p2}^{\max}}{1 + \alpha} T_{2c}}. \quad (28)$$

În (28), coeficientul $\alpha > 0$. După cum rezultă din expresia (28), valoarea optimă a temperaturii superioare medii a ciclului termodinamic al CAE cu reactor fierbător şi supraîncălzire nucleară a aburului este funcţie de temperaturile maxime ale învelişurilor elementelor de combustibil din zona de fierbere şi de supraîncălzire a reactorului şi de temperatura inferioară a ciclului.

Coeficientul α care s-a introdus în această lucrare, spre deosebire de alte lucrări anterioare, exprimă influenţa mărimii $T_{p2}^{\max}$ asupra lui $T_{1c}^{m\,\mathrm{opt}}$.

În cazul cînd avem un reactor fierbător fără supraîncălzirea aburului, $\alpha = 0$, iar expresia (28) are forma

$$T_{1c}^{m\,\mathrm{opt}} = \sqrt{K T_{p1}^{\max} T_{2c}} \quad (29)$$

şi deci $T_{1c}^{m\,\mathrm{opt}}$ reprezintă o medie geometrică între $T_{p1}^{\max}$ şi T_{2c}. Această expresie diferă de expresiile obţinute de alţi autori [11] prin coeficientul K, care are de obicei o valoare apropiată de unitate.

În cazul cînd pentru limitarea puterii se iau în consideraţie temperaturile maxime ale centrelor barelor de combustibil nuclear din cele două zone active, expresiile (28) şi (29) se pot scrie, respectiv,

$$T_{1c}^{m\,\mathrm{opt}} = \sqrt{\frac{K T_{10}^{\max} + \alpha T_{20}^{\max}}{1 + \alpha} T_{2c}}, \quad (30)$$

$$T_{1c}^{m\,\mathrm{opt}} = K T_{10}^{\max} T_{2c}. \quad (31)$$

Dacă se ţine seama de relaţiile (1), (28) şi (29), randamentul termic optim care asigură obţinerea puterii electrice maxime a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului este

$$\eta_t^{\mathrm{opt}} = 1 - \sqrt{\frac{1 + \alpha}{K T_{p1}^{\max} + \alpha T_{p2}^{\max}} T_{2c}}, \quad (32)$$

iar în cazul reactorului fierbător fără supraîncălzire nucleară

$$\eta_t^{opt} = 1 - \sqrt{\frac{T_{2c}}{K\, T_{p1}^{max}}}. \tag{33}$$

Coeficientul α se poate exprima prin

$$\alpha = K_\alpha K_F \omega, \tag{34}$$

unde

$K_\alpha = \frac{\bar{\alpha}_2}{\bar{\alpha}_1}$ este coeficient care reprezintă raportul coeficienţilor medii de cedare a căldurii în zona de supraîncălzire şi de fierbere a reactorului;

$K_F = \frac{F_2}{F_1}$ — un coeficient care reprezintă raportul suprafeţelor de căldură în zona de supraîncălzire şi de fierbere a reactorului.

Coeficientul K_F se poate exprima în funcţie de caracteristicile zonei active a reactorului:

$$K_F = \frac{m_2 n_2 H_2' d_2}{m_1 n_1 H_1' d_1}, \tag{35}$$

unde

m_1, m_2 reprezintă numărul de casete cu elemente de combustibil în zona de fierbere şi de supraîncălzire,

n_1, n_2 — numărul de elemente de combustibil în casetele din zona de fierbere şi de supraîncălzire,

H_1', H_2' [m] — înălţimea extrapolată a zonei de fierbere şi de supraîncălzire,

d_1, d_2 [m] — diametrul elementelor de combustibil în zona de fierbere şi de supraîncălzire.

În cadrul raportului K_α, coeficientul mediu de cedarea căldurii în zona de fierbere este

$$\bar{\alpha}_1 = \bar{\alpha}_e x_e + \bar{\alpha}_f x_f, \tag{36}$$

$$x_e + x_f = 1,$$

unde $\bar{\alpha}_e$ şi $\bar{\alpha}_f \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\text{h°C}}\right]$ sînt coeficienţii medii de cedare a căldurii pentru porţiunea de economizor şi de fierbere din zona de fierbere a reactorului, iar x_e şi x_f reprezintă partea din înălţimea zonei active ocupată de porţiunea de economizor şi de fierbere din zona de fierbere a reactorului.

Mărimile x_e şi x_f sînt funcţie de presiunea fluidului în canalele reactorului, conţinutul de vapori la ieşirea din zona activă şi diferenţa dintre temperatura de saturaţie şi de intrare a apei în zona de fierbere.

Valorile concrete pentru x_e şi x_f se obţin din calculul termic al zonei de fierbere pentru un conţinut volumetric de vapori admis la ieşire din zona de fierbere a reactorului.

Expresiile (28), (29), (30), (31), (32) şi (33) permit să se analizeze influenţa parametrilor termici ai reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară şi ai ciclului termodinamic asupra lui $T_{1c}^{m\,opt}$ şi η_t^{opt} pentru $N_e = \max$.

Aceste expresii permit să se determine de asemenea influenţa parametrilor iniţiali ai ciclului asupra eficacităţii termice a CAE studiate, precum şi influenţa temperaturilor maxime ale centrelor elementelor de combustibil nuclear folosit sau ale învelişurilor acestora.

În lucrarea de faţă se prezintă parţial rezultatele cercetărilor întreprinse pentru verificarea ecuaţiilor obţinute pentru N_e, η_t^{opt}, η_t^{*opt} şi $T_{1c}^{m\,opt}$. Calculele au fost efectuate pe o maşină electronică cifrică de calcul de tip CIFA-4. Schema-bloc de calcul a mărimilor N_e, η_t η_t^* şi $T_{1c}^{m\,opt}$ este dată în figura 2.

În program a fost prevăzută varierea variabilelor independente ale programului în următoarele limite :

$$350 < T_{p1} < 500,\ 450 < T_{p2} < 650°C.$$

Programul de calcul a fost astfel întocmit, încît să permită calculul mărimilor sus-amintite atît pentru una sau mai multe grupuri de valori ale variabilelor independente, cît şi pentru combinaţii multiple ale valorilor acestor variabile.

Programul are două intrări, una dintre acestea modificînd programul astfel încît să se permită calcularea unei singure variante. Cealaltă intrare este destinată cuplării ei la un program auxiliar de adaptare a programului principal. Acest program auxiliar formează formele iniţiale şi finale corespunzătoare numărului de valori ale parametrilor şi ale combinaţiilor ce trebuiesc calculate.

Ultimul program permite reluarea calculelor întrerupte şi adaptarea programului în cazul cînd se doreşte calcularea unor combinaţii noi de valori, modificînd numai lista de adrese.

În tabelele 1 şi 2 se dau rezultatele calculelor a 40 de variante ale mărimilor N_e, η_t^{opt} η_t^{*opt} $T_{1c}^{m\,opt}$ la următorii parametri :

$P_0 = 60$ ata ; $T_s = 274{,}29°C$; $S_a = 0{,}55429999 \dfrac{kcal}{kg}$; $t_a = 200°C$;

$S_0 = 1{,}56359999 \dfrac{kcal}{kg}$; $i_0 = 759{,}2999 \dfrac{kcal}{kg}$; $T_{p2} = 450°C$;

$T_m = 581{,}105°K$; $T_{1c}^m = 554{,}14644\ °K$; $\delta = 2{,}24691103$

$\beta_2 = 1{,}10988914$; $\omega = 0{,}473709574$;

$x_f = 0{,}2$; $\alpha_e = 18\,000 \dfrac{kcal}{m^2h°C}$; $\alpha_f = 100\,000 \dfrac{kcal}{m^2h°C}$; $\bar{\alpha}_1 = 34\,400$ $\dfrac{kcal}{m^2h°C}$; $\bar{\alpha}_2 = 1\,500 \dfrac{kcal}{m^2h°C}$; $K_\alpha = 0{,}043604657$; $\alpha = 0{,}002517249$; $K = 0{,}9$.

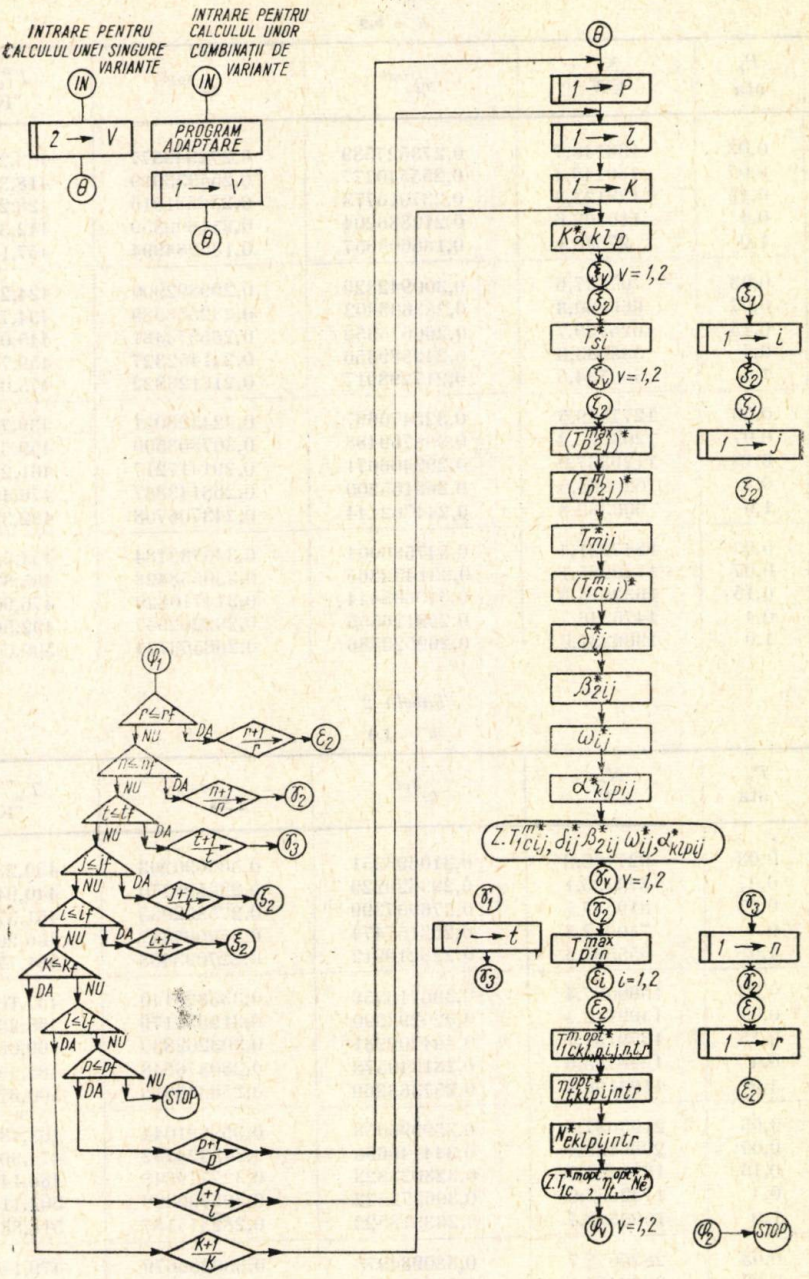


Fig. 2. — Schema-bloc a programului de calcul pentru mărimile N_e, η_{il}^{opt}, η_{il}^{*opt} și $T_{1c}^{m\ opt}$.

Tabela 1

$K = 0{,}9$

T_{pl}^{max} °C	P_c ata	N_c kW	η_t^{opt}	η_t^{*opt}	T_{1C}^{mopt} °K
350	0,03	138146,7	0,273527589	0,272349577	408,27272
	0,07	130149,4	0,255540277	0,254333099	418,38152
	0,15	122123,3	0,237916773	0,236681016	428,28580
	0,4	110402,6	0,212886204	0,211609859	442,35278
	1,0	97688,1	0,186603957	0,185284994	457,12326
400	0,03	707837,6	0,300942329	0,299892900	424,28390
	0,07	666860,3	0,283633802	0,282558389	434,78906
	0,15	625739,7	0,266675352	0,265574481	445,08179
	0,4	565683,3	0,242589356	0,241452327	459,70048
	1,0	500534,5	0,217298917	0,216123922	475,05018
450	0,03	1277529,5	0,325470697	0,324528051	439,71234
	0,07	1203572,2	0,308769488	0,307803500	450,59955
	0,15	1129357,0	0,292406071	0,291417217	461,26659
	0,4	1020965,0	0,269165200	0,268143867	476,41682
	1,0	903382,8	0,244762144	0,243706708	492,32468
500	0,03	1847221,4	0,347586004	0,346733184	454,61758
	0,07	1740285,1	0,331432365	0,330558428	465,87389
	0,15	1632974,3	0,315605444	0,314710820	476,90245
	0,4	1476246,7	0,293126555	0,292202547	492,56628
	1,0	1306231,0	0,269523586	0,268568724	509,01334

Tabela 2

$K = 1{,}0$

T_{pl}^{max} °C	P_c ata	N_c kW	η_t^{opt}	η_t^{*opt}	T_{1c}^{mopt} °K
350	0,03	927106,3	0,310696251	0,309690203	430,28767
	0,07	873436,1	0,293629229	0,292598270	440,94150
	0,15	819577,7	0,276907399	0,275852035	451,37983
	0,4	740917,3	0,253157474	0,252067447	466,20554
	1,0	655587,6	0,228219912	0,227093488	481,77232
400	0,03	1560097,4	0,336716358	0,335820140	447,16749
	0,07	1469782,4	0,320293590	0,319357179	458,23928
	0,15	1379151,7	0,304202981	0,303262830	469,08713
	0,4	1246785,6	0,281349578	0,280378548	484,49429
	1,0	1103196,1	0,257353369	0,256349915	500,67181
450	0,03	2193087,6	0,359996058	0,359191044	463,43291
	0,07	2066128,7	0,344149690	0,343324742	474,90744
	0,15	1938725,7	0,328623823	0,327779348	486,14990
	0,4	1752653,0	0,306572522	0,305700309	502,11738
	1,0	1550803,7	0,283318523	0,282517187	518,88345
500	0,03	2826078,7	0,380984973	0,380256679	479,14647
	0,07	2662475,1	0,365658286	0,364911959	491,01009
	0,15	2498299,7	0,350641589	0,349877595	502,63367
	0,4	2258521,4	0,329313460	0,328524373	519,14266
	1,0	1998412,3	0,306918795	0,306103359	536,47723

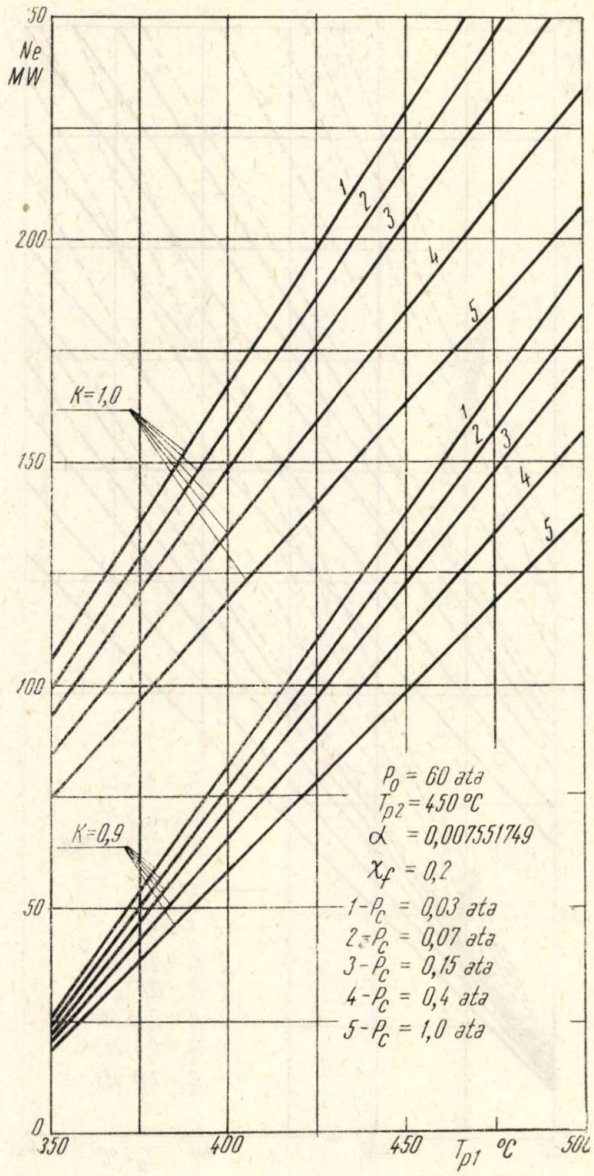


Fig. 3 *a*. — Variația puterii electrice brute a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului în funcție de temperatura maximă a învelișului elementelor de combustibil din zona de fierbere pentru $0.03 < P_c < 1$ ata, $K = 0,9$ și 1.

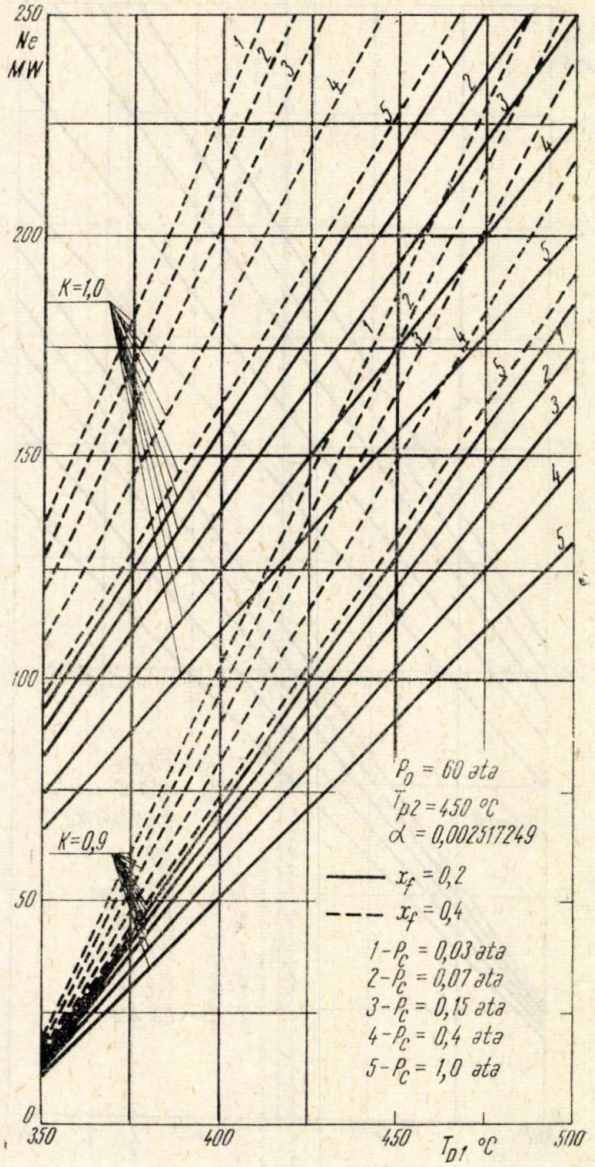


Fig. 3 *b*. — Variația puterii electrice brute a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului în funcție de temperatura maximă a învelișului elementelor de combustibil din zona de fierbere pentru $0{,}03 < P_c < 1$ ata, $K = 0{,}9$ și 1.

Din tabele rezultă influența substanțială pe care o are presiunea în condensator P_c asupra mărimilor respective. Se observă de asemenea că luarea în considerație a coeficientului α și deci și a mărimii T_{p2}^{max} la calcularea lui η_t^{opt} conduce la corectarea acestei mărimi în sensul creșterii acesteia, astfel că $\eta_t^{opt} > \eta_t^{*opt}$.

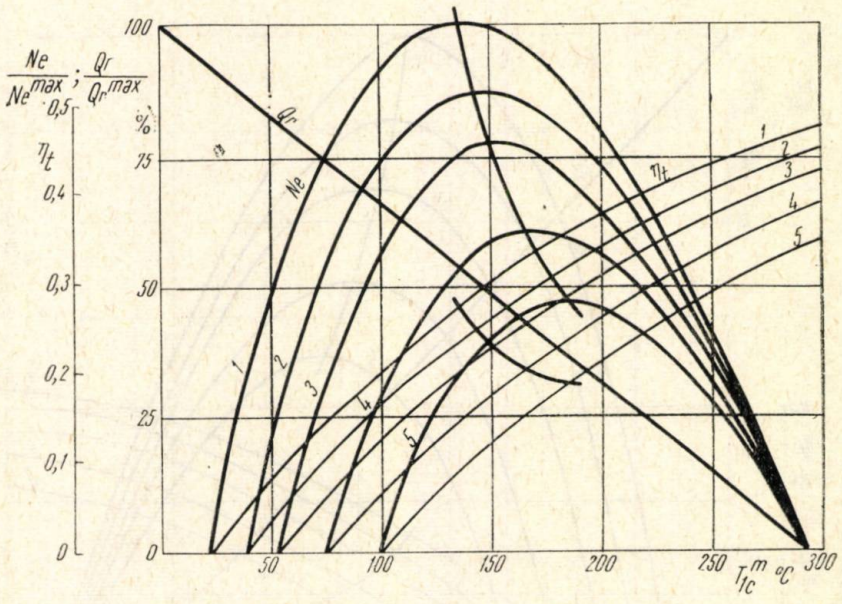


Fig. 4 *a*. — Variația puterii electrice și termice relative a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară și a randamentului termic al ciclului termodinamic al CAE în funcție de temperatura superioară medie a ciclului.

$T_{p1} = 350°C$ $\omega = 0{,}47370957$ $\eta_{oi} = 0{,}85$ $1 - P_c = 0{,}03$ ata
$T_{p2} = 450°C$ $\bar{\alpha}_1 = 34400 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\text{h}°\text{C}}$ $\eta_m = 0{,}99$ $2 - P_c = 0{,}07$ ata
$F_1 = 844\ \text{m}^2$ $\eta_g = 0{,}98$ $3 - P_c = 0{,}15$ ata
$F_2 = 1010\text{m}^2$ $\bar{\alpha}_2 = 1500 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\text{h}°\text{C}}$ $4 - P_c = 0{,}4$ ata
$5 - P_c = 1$ ata

În figurile 3 *a* și *b* sînt prezentate variația puterii electrice a reactorului în funcție de temperatura învelișului elementelor de combustibil din zona de fierbere pentru $K = 0{,}9$ și $K = 1{,}0$ și diferite presiuni ale aburului în condensator.

Realizarea uniformizării fluxului termic în zona de fierbere conduce la o creștere substanțială a puterii reactorului. Această putere crește de asemenea cu creșterea mărimii x_f și cu micșorarea lui P_c. Influența acestor mărimi asupra lui N_e crește cu creșterea lui T_{p1}^{max}.

Variația puterii electrice brute relative și a puterii termice a reactorului considerat pentru $T_{p1}^{max} = 350°C$; $T_{p2}^{max} = 450°C$ și $T_{p1}^{max} = 450°C$; $T_{p2}^{max} = 650°C$ și $0{,}03 < P_c < 1$ ata este dată în figura 4 *a* și *b*. Se dau de asemenea familiile de curbe pentru randamentul termic al ciclului în funcție de T_{1c}^{m}.

Puterea termică a reactorului variază liniar cu T_{1c}^{m}. Puterea electrică brută N_e prezintă maxime pentru fiecare valoare P_c. Cu creşterea lui P_c, N_e scade, iar temperaturile medii superioare ale ciclului cresc de asemenea. În figura 4 *a* şi *b*, punctele de maxim ale curbelor $\left(\frac{N_e}{N_e^{\max}}\right) = f(T_{1c}^{m})]$ au

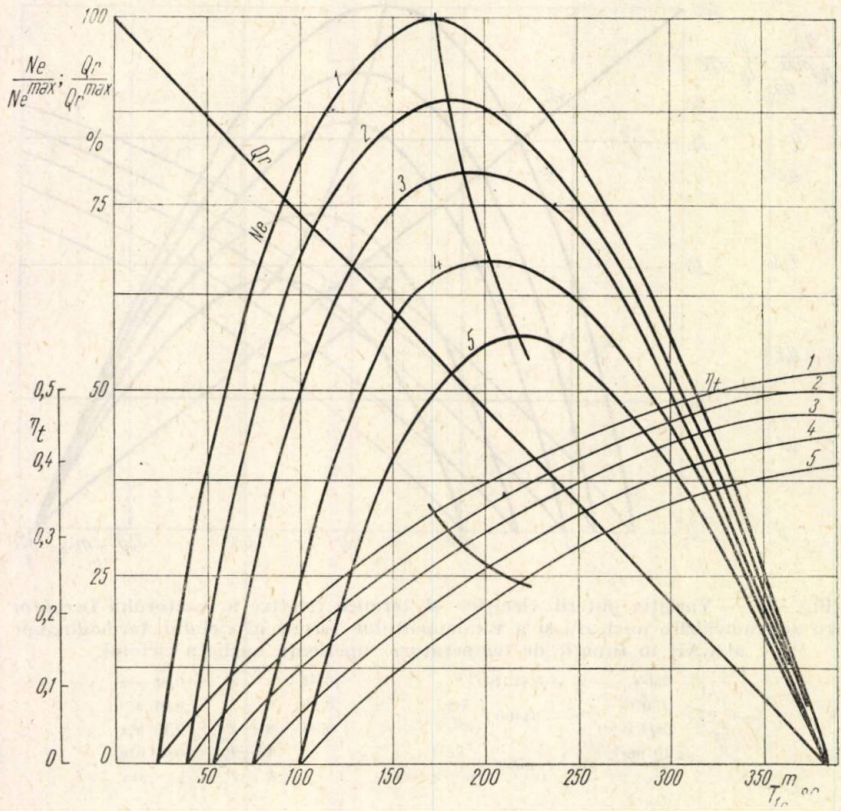


Fig. 4 *b*. — Variaţia puterii electrice şi termice relative a reactorului fier-bător cu supraîncălzire nucleară şi a randamentului termic al ciclului termodinamic al CAE în funcţie de temperatura superioară medie a ciclului.

$T_{p1} = 450°C$ $\omega = 0{,}477843859$
$T_{p2} = 650°C$ $\bar{\alpha}_1 = 34400 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\text{h°C}}$
$F_1 = 844\ \text{m}^2$ $\bar{\alpha}_2 = 1500 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\text{h°C}}$
$F_2 = 1010\ \text{m}^2$

$\eta_{oi} = 0{,}85$; $1 - P_c = 0{,}03$ ata
$\eta_m = 0{,}99$; $2 - P_c = 0{,}07$ ata
$\eta_g = 0{,}98$; $3 - P_c = 0{,}15$ ata
$4 - P_c = 0{,}4$ ata
$5 - P_c = 1$ ata

fost unite cu o curbă plină. Punctele corespunzătoare de pe curbele $\eta_{it} = f(T_{1c}^{m})$ au fost de asemenea unite. În acest fel se pot determina grafic mărimile $T_{1c}^{m\ \text{opt}}$ corespunzătoare condiţiei $N_e = \max$, precum şi randamentele termice corespunzătoare η_{it}^{opt}. Variaţia mărimii η_{it}^{opt} în funcţie de $T_{p1}^{\max}$ pentru $K = 0{,}9$ şi $K = 1{,}0$ este dată în figura 5 *a* şi *b*.

Creşterea coeficientului de neuniformitate K conduce la creşterea valorii randamentului termic. Astfel, pentru $T_{p1}^{max} = 450$ °C şi $P_c = 0{,}03$ ata, ridicarea valorii K de la 0,9 la 1,0 conduce la creşterea mărimii η_t^{opt} = cu 3,2%.

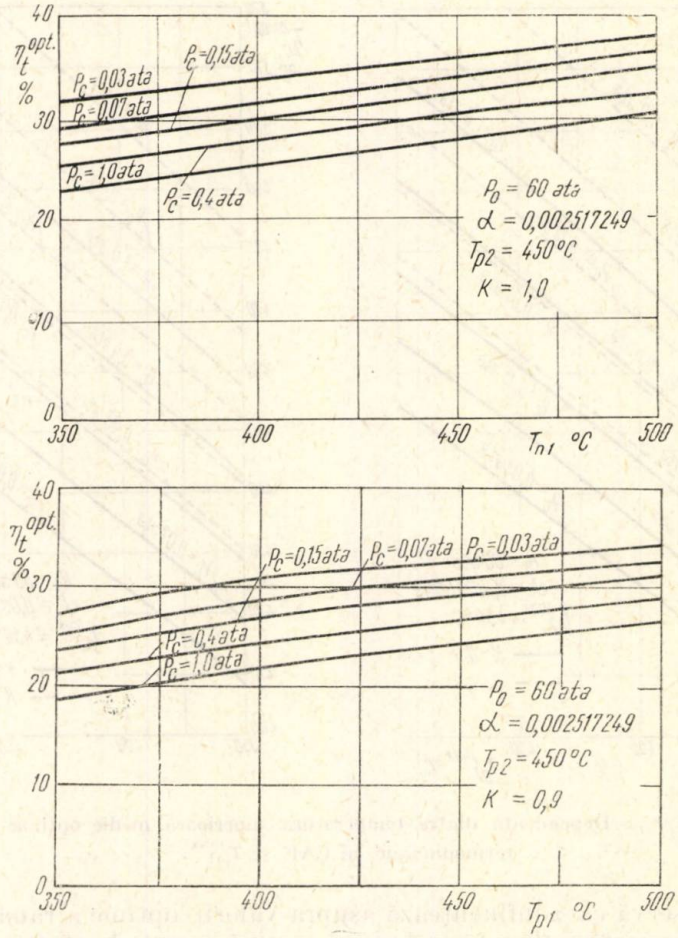


Fig. 5 *a* şi *b*. — Variaţia randamentului termic optim în funcţie de T_{p1}^{max} pentru $K = 0{,}9$ şi $K = 1{,}0$.

Variaţia temperaturii medii superioare optime a ciclului $T_{1c}^{m\,opt}$ în funcţie de T_{p1}^{max} are un caracter aproape liniar (vezi fig. 6 *a* şi *b*).

Mărimea K influenţează mult pe $T_{1c}^{m\,opt}$, uniformizarea fluxului termic în zona de fierbere conducînd întotdeauna la creşterea în egală măsură a lui $T_{1c}^{m\,opt}$, indiferent de T_{p1}. Coeficientul α nu influenţează practic valoarea lui $T_{1c}^{m\,opt}$. Influenţa mărimilor T_{p1}^{max} şi T_{p2}^{max} asupra puterii electrice brute a reactorului este ilustrată în figura 7 *a* şi *b*.

Cu creşterea lui $T_{p2}^{\max}$ creşte puterea zonei de supraîncălzire nucleară şi, respectiv, N_e.

Pentru a pune în evidenţă influenţa coeficientului α asupra lui $T_{1c}^{m\ opt}$ şi η_{it}^{opt}, în figura 8 se dau funcţiile $T_{1c}^{m\ opt} = f(\alpha)$ şi $\eta_{it}^{opt} = f(\alpha)$.

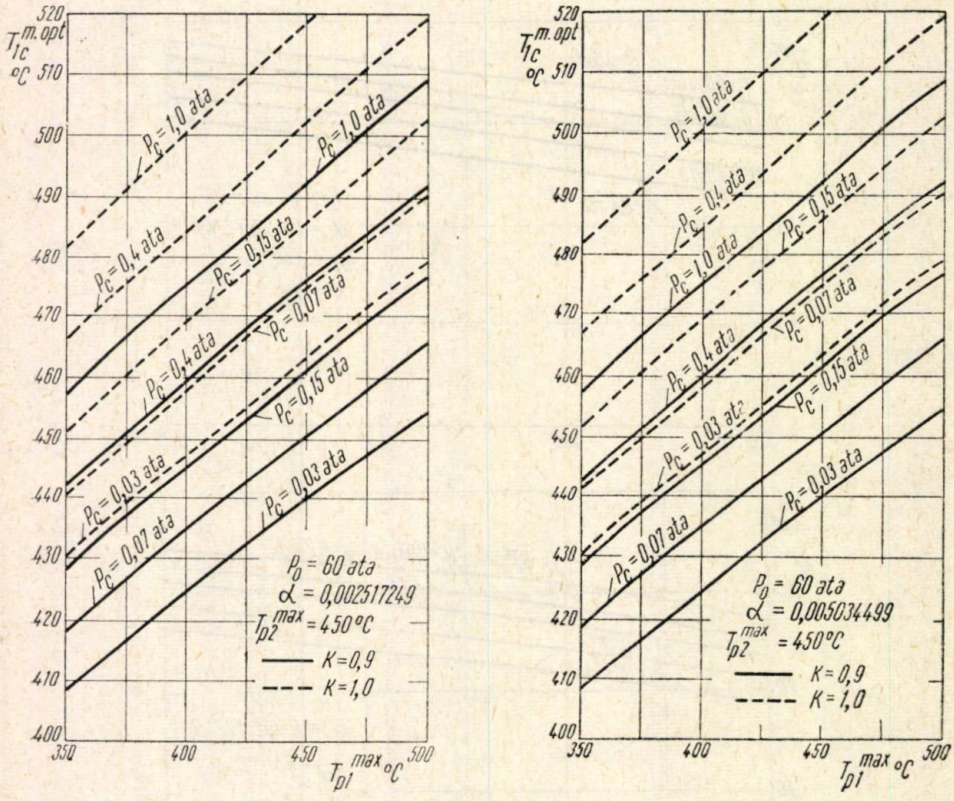


Fig. 6 *a* şi *b*. — Dependenţa dintre temperatura superioară medie optimă a ciclului termodinamic al CAE şi $T_{p1}^{\max}$.

Se observă că α influenţează asupra valorii optime a randamentului termic. De această influenţă trebuie să se ţină seama la efectuarea calculelor precise. Mărimea $T_{1c}^{m\ opt}$ este mai puţin influenţată de coeficientul α. În figura 8 se dă de asemenea valoarea randamentului η_{it}^{*opt}, calculat pentru aceeaşi parametri pentru un reactor fierbător fără zonă de supraîncălzire. Diferenţa dintre η_{it}^{opt} şi η_{it}^{*opt} creşte cu creşterea lui α, adică cu creşterea cantităţii de căldură cedată aburului în supraîncălzitorul nuclear.

Prelucrarea rezultatelor analizei ciclului termodinamic direct studiat cu ajutorul calculatorului cifric pentru presiuni iniţiale ale aburului $P_0 = 60$; 100; 140; 200 ata, $T_a = 200$; 215; 240°C, 350°C $< T_{p1}^{\max} <$ < 500°C şi $T_{p2}^{\max} = 450$ şi 650°C a confirmat, aşa cum era de aşteptat, influenţa slabă a coeficienţilor α şi ω asupra funcţiei $\eta_{it}^{opt} = f(T_{1c}^{m\ opt})$.

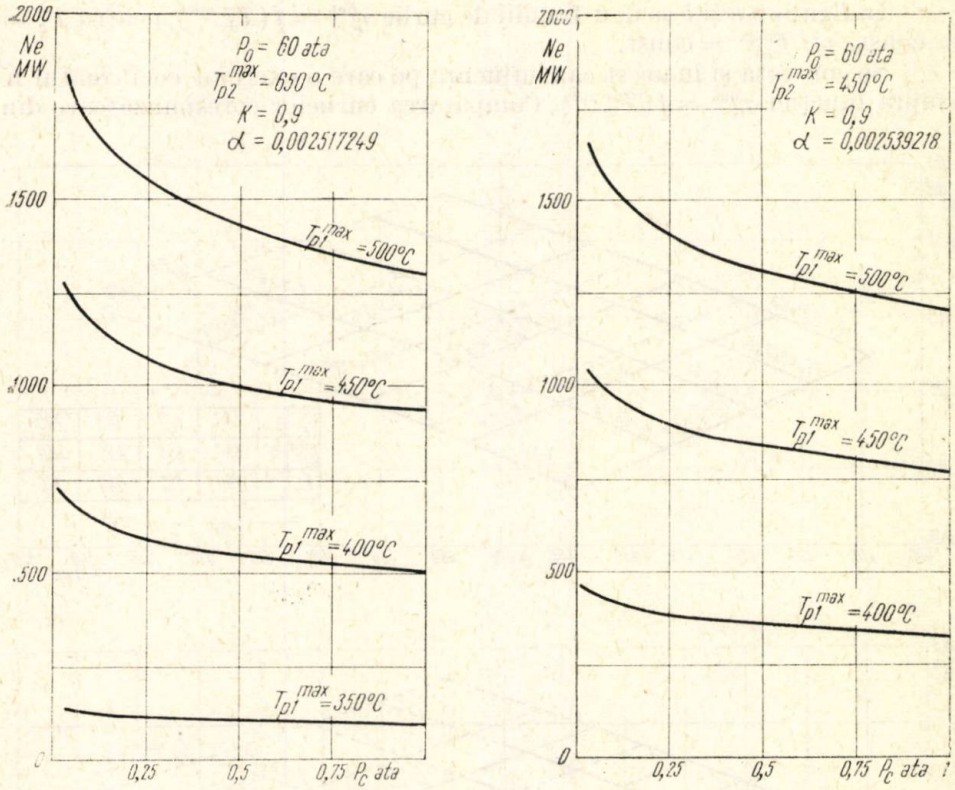


Fig. 7 *a* şi *b*. — Variaţia puterii electrice brute a reactorului în funcţie de presiunea aburului în condensator pentru T_{p1}^{max} = const. şi T_{p2}^{max} = const.

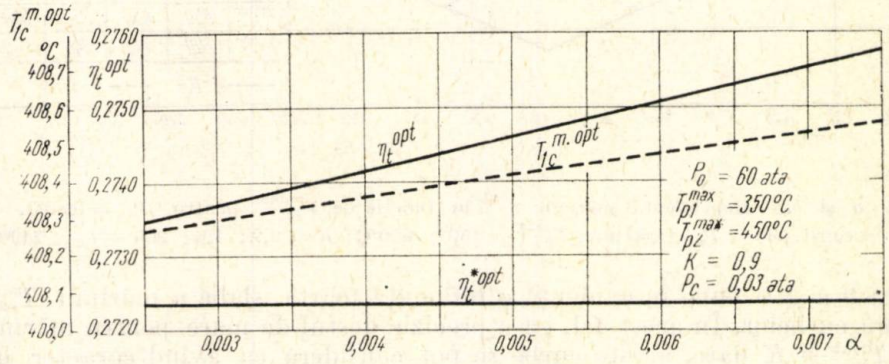


Fig. 8. — Variaţia temperaturii superioare medii optime şi a randamentului termodinamic optim în funcţie de coeficientul α pentru ciclul termodinamic al CAE cu reactor fierbător şi supraîncălzire nucleară a aburului.

În figura 9 *a* și *b* se dau familii de curbe $\eta_t^{opt} = f(T_{1c}^{m\ opt})$ pentru $P_c =$ = const. și T_{p1}^{max} = const.

Se constată și în acest caz influența pe care o exercită coeficientul K asupra funcției $\eta_t^{opt} = f(T_{1c}^{m\ opt})$. Compararea curbelor corespunzătoare din

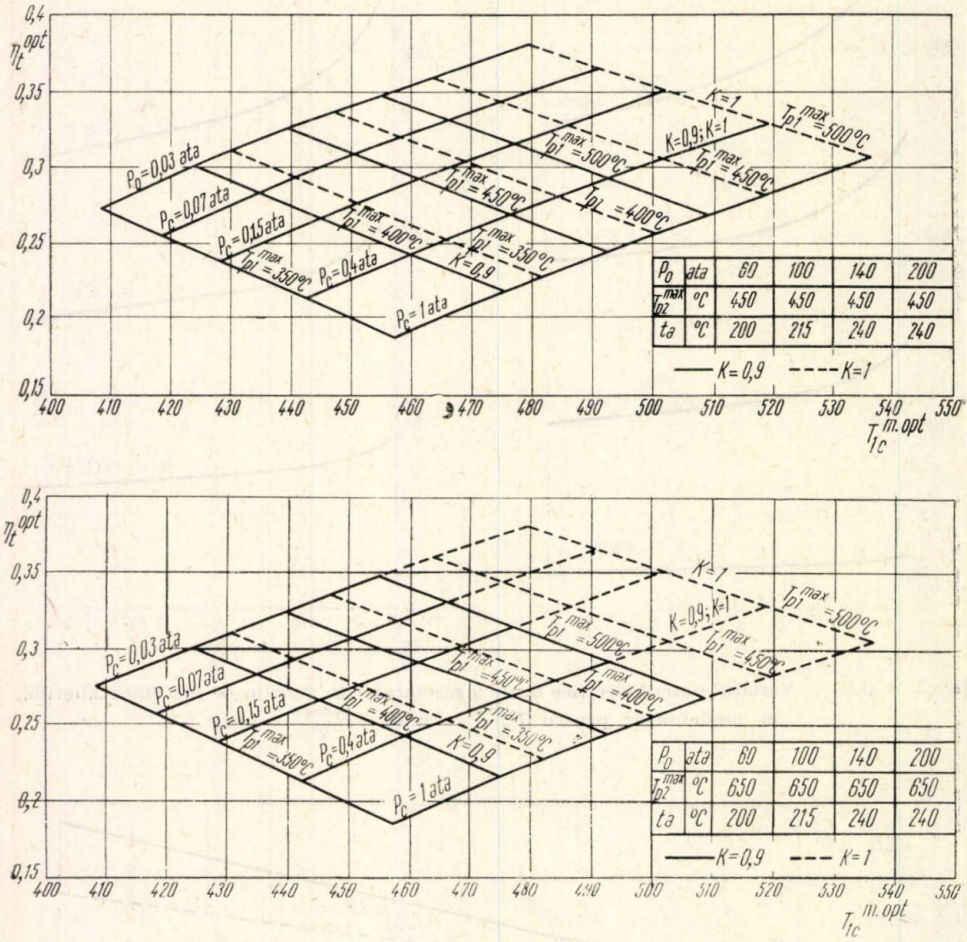


Fig. 9 *a* și *b*. — Dependența mărimii η_t^{opt} în funcție de $T_{1c}^{m.opt}$ pentru P_c = const. și T_{p1}^{max} = const.; $60 < P_0 < 200$ ata; $T_{p2}^{max} = 450°$; 650°C; $K = 0{,}9$; 1,0; $200 < t_a < 240$°C.

figura 9 *a* și *b* pune în evidență o influență foarte slabă a mărimii T_{p2}^{max} asupra curbelor. În acest fel, cu o precizie destul de mare pentru mărimi P_c, T_{p1}^{max} și K date, aceste curbe se pot considera ca având caracter de generalizare în domeniul de parametri considerați. Influența neînsemnată a mărimii T_{p2}^{max} se datorește valorii foarte scăzute a coeficientului α în relațiile pentru $T_{1c}^{m.opt}$ și η_t^{opt}.

În concluzie se poate arăta că relaţiile obţinute pentru determinarea puterii electrice a temperaturii medii superioare a ciclului şi randamentului termic al CAE cu reactoare fierbătoare şi supraîncălzire nucleară se pot folosi cu succes la analiza termodinamică a unor astfel de cicluri.

Neuniformitatea repartiţiei fluxului termic în zona de fierbere a reactorului influenţează mult mărimile $T_{1c}^{m.opt}$ şi η_t^{opt} şi trebuie luată în consideraţie.

Cercetările efectuate au pus de asemenea în evidenţă influenţa presiunii aburului în condensator asupra mărimilor N_e, η_t^{opt} şi $T_{1c}^{m.opt}$.

Relaţiile pentru calculul lui $T_{1c}^{m.opt}$ şi η_t^{opt} pot fi folosite şi pentru analiza ciclurilor termodinamice ale CAE cu reactoare fierbătoare, acestea permiţînd un calcul mai precis a acestor mărimi decît în cazul folosirii relaţiilor publicate de alţi autori.

Primită la redacţie la 12 aprilie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. T. Gaussens, *L'économie à la Conférence de Genève 1964*. Energie Nucléaire, **6**, *8* (1964).
2. Н. М. Синев, Б. Б. Башуров, В. М. Шмелев, *О путях развития ядерной энергетики в СССР*. Referatul nr. 294 prezentat de U.R.S.S. la a III-a Conferinţă internaţională pentru folosirea energiei nucleare în scopuri paşnice, Geneva, 1964.
3. K. Hannerz, *An evaluation of some heavy-water — moderated power — reactor concepts*. ASEA Research, *7* (Sweden).
4. G. E. Issues, *Nuclear Power*. Plant Price List Nucleonics, *11*, 20—21 (1964).
5. Ю. Д. Арсеньев, Е. К. Аверин, *О приближенном определении оптимального цикла двухконтурных атомных станций*. Тепло-энергетика, *5*, 1959.
6. Д. Д. Калафати, *Влияние температурных характеристик реактора на выбор оптимального термодинамического цикла АЭС*, Атомная энергия, *I* (*1960*).
7. А. Я. Крамеров, *О выборе оптимальных параметров АЭС*. Атомная энергия, **10**, *3* (1961).
8. P. H. Margen, *Determination of Economic Steam Cycle for Nuclear Power Station*. The Engineer, Tuly 23 (1954).
9. G. B. Melese, *Termodinamics of Gas-Cooled Reactors*. Nucleonics, **16**, *2* (1958).
10. Ж. Ивон, *Реактор, в Сакле. Экспериментальные реакторы и физика реакторов*. 1956.
11. Д. Д. Калафати, *Анализ оптимальной температуры подвода тепла в циклах паротурбинных установок АЭС*, Труды МЕИ, вып. XXX, 1958.
12. C. Haiduc, *Particularităţi ale calculului termic al reactoarelor fierbătoare cu supraîncălzire nucleară a aburului*. St. cerc. energ., *2* (1965).

INFLUENŢA PARAMETRILOR DE STARE ÎNALŢI AI ABURULUI ASUPRA RENTABILITĂŢII CENTRALELOR TERMOELECTRICE

DE

FRANCISZEK MLYNARSKI

Şcoala tehnică superioară din Cracovia

620.4 : 536

Lucrarea reflectă preocupările specialiştilor din R. P. Polonă referitoare la mărirea economicităţii centralelor termoelectrice.

Nevoia crescîndă de energie electrică şi scúmpirea considerabilă a combustibililor convenţionali determină actuala direcţie a dezvoltării în construcţia de centrale termoelectrice. Ambii factori duc, prin forţa lucrurilor, la măsuri vizînd sporirea randamentului procesului de producţie a energiei din abur şi la mărirea puterii turbinelor, căci numai prin întrebuinţarea unor unităţi mari de turbine poate să fie acoperit necesarul de energie în timp ; pe lîngă aceasta, o dată cu sporirea puterii turbinelor scad atît pierderile, cît şi cheltuielile de fabricaţie pe unitatea de putere.

Posibilităţile unei îmbunătăţiri a ciclului termodinamic prin reducerea presiunii la sfîrşitul procesului de expansiune sînt neînsemnate, o îmbunătăţire principială a acestui ciclu putîndu-se deci obţine numai prin mărirea valorilor parametrilor iniţiali ai aburului. În acest caz se măresc, între anumite limite, căderile de entalpie ale aburului care stau la dispoziţie în turbină, în timp ce volumul de lucru al turbinei devine mai mic ; de asemenea scade şi cantitatea de căldură transmisă în condensator. Valori caracteristice mai înalte ale parametrilor iniţiali fac posibilă o mărire a puterii agregatelor de bază şi a blocurilor lor. Specialiştii în energetică din R. P. Polonă acordă o atenţie deosebită acestor probleme.

Pe baza cercetărilor mai noi privind proprietăţile aburului au fost prezentate în figura 1 posibilităţile de îmbunătăţire a ciclului termodinamic cu turbine de abur de condensaţie în domeniul de temperaturi de pînă la 1 000°C şi în domeniul de presiuni pînă la 1 000 at, la o presiune de 0,04 at la sfîrşitul procesului de expansiune.

St. cerc. energ, electr. Tom. 15 Nr. 4 p. 915—923 Bucureşti 1965

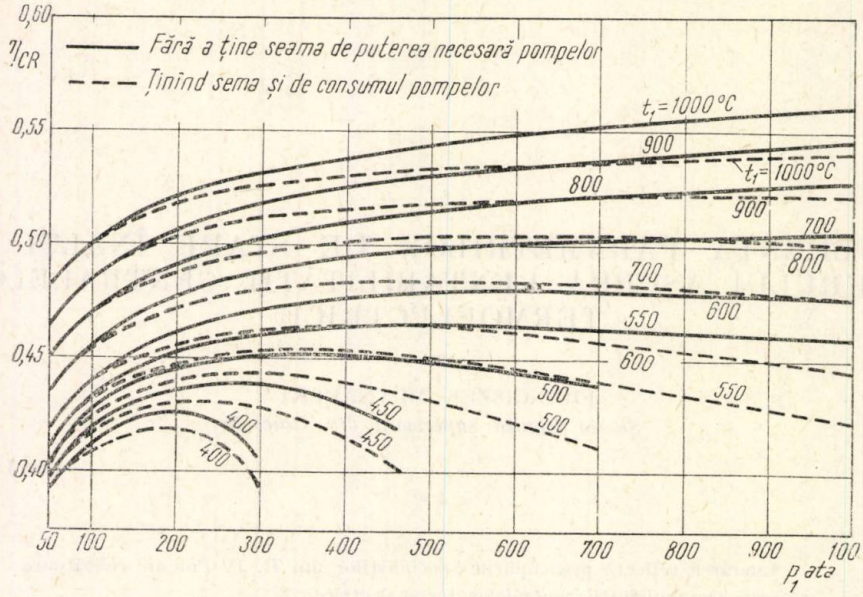


Fig. 1. — Randamentul ciclului Clausius-Rankine ca funcție a presiunii inițiale a aburului la $p_2 = 0{,}04$ at.

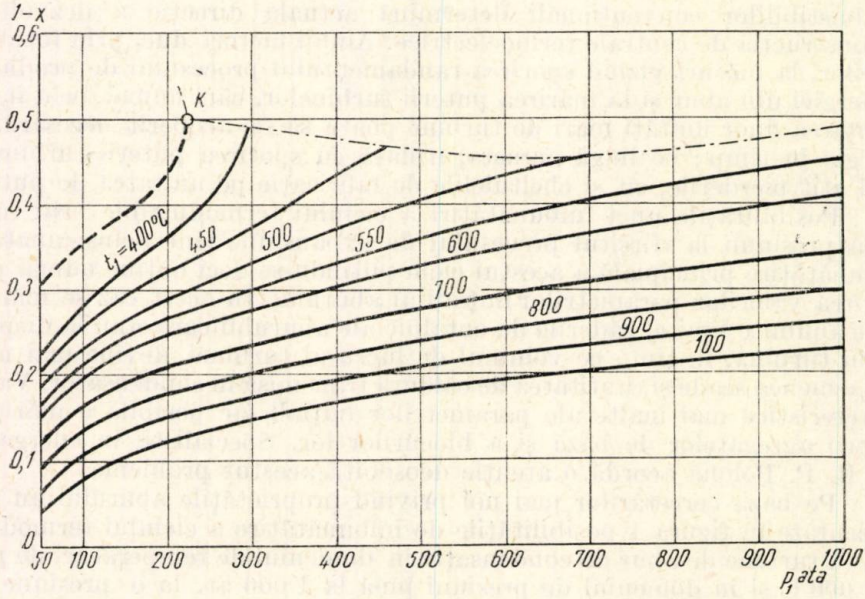


Fig. 2. — Umiditatea aburului la sfîrșitul procesului de destindere în ciclu Clausius-Rankine ca funcție a presiunii inițiale la $p_2 = 0{,}04$ at.

Temperatura şi presiunea aburului proaspăt, precum şi presiunea la sfîrşitul procesului de destindere, care caracterizează mărimea căderii de entalpie disponibilă, sînt teoretic independente una faţă de alta în cazul aburului supraîncălzit. De fapt însă, în urma rezistenţei limitate a materialelor şi din cauza conţinutului de umiditate a aburului la sfîrşitul procesului de destindere, între aceste mărimi există anumite relaţii reciproce.

La aceeaşi presiune, cu creşterea temperaturii scade conţinutul de umiditate al aburului la sfîrşitul procesului de expansiune; în schimb, cu creşterea presiunii iniţiale a aburului la temperatură constantă, sporeşte gradul de umiditate al aburului (fig. 2). Pentru a păstra în limite admisibile conţinutul de umiditate al aburului la ieşirea din turbine trebuie deci mărită o dată cu presiunea, şi temperatura supraîncălzirii aburului.

Rezultă din aceasta că mărirea presiunii iniţiale este cu atît mai favorabilă, cu cît este mai înaltă temperatura iniţială a aburului.

Ţinînd seama de pierderile energetice în procesul de lucru real al turbinei de abur, trebuie înregistrate mai multe corectări în ceea ce priveşte mărimile calculate pentru ciclurile ideale. Randamentul termic al ciclului real depinde şi de randamentul intern al turbinei η_i, precum şi de randamentul η_c termodinamic al conductei.

$$\eta_t = \eta_{cR} \cdot \eta_i \cdot \eta_i$$

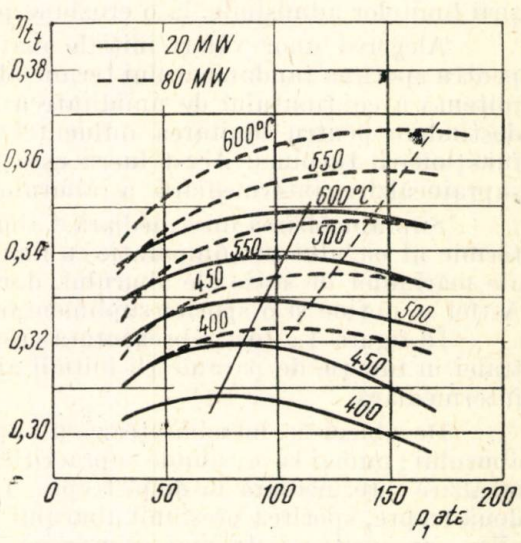


Fig. 3. — Randamentul termic al ciclului ca funcţie a valorilor caracteristice ale stării de agregare iniţiale a aburului şi a puterii turbinelor.

La creşterea temperaturii iniţiale şi a volumului specific al aburului creşte randamentul turbinei; în schimb, o dată cu creşterea presiunii iniţiale, cu micşorarea volumului specific şi cu mărirea conţinutului de umiditate al aburului în ultimele trepte ale turbinei acest randament scade.

Cu mărirea debitului de abur prin turbină scade influenţa caracteristicilor iniţiale ale aburului asupra randamentului intern al turbinei. Din aceasta rezultă că este indicată alegerea unei presiuni iniţiale înalte a aburului, în special la turbinele cu un debit mare de abur.

Pentru orice temperatură iniţială a aburului poate fi calculată o valoare teoretică optimă a presiunii sale iniţiale care corespunde randamentului termic maxim (fig. 3). Cu cît este mai înaltă temperatura iniţială a aburului, cu atît mai înaltă devine valoarea presiunii sale iniţiale optime. Cu cît este mai mare puterea turbinei, cu atît mai înaltă este şi valoarea optimă a presiunii aburului la temperatura iniţială dată.

Mărirea parametrilor stării inițiale a aburului în ciclul termic al centralelor reprezintă un mijloc eficace pentru sporirea randamentului lor. Această metodă nu poate fi însă aplicată fără limite, căci rezistența materialelor scade rapid la creșterea temperaturii. Parametrii aburului trebuie deci ținuți la un astfel de nivel, încît materialele cunoscute și întrebuințate să mai păstreze încă o rezistență suficientă pentru a face posibilă fabricarea organelor supuse influenței temperaturii și presiunii date.

Creșterea presiunii inițiale în scopul măririi randamentului ciclului este limitată înainte de toate prin conținutul admisibil de umiditate al aburului în ultimele trepte ale turbinei, care nu trebuie să depășească 13% la ieșirea sa din turbină. Conținutul de umiditate al aburului antrenează o înrăutățire a randamentului turbinei și poate să ducă, ca urmare a depășirii limitelor admisibile, la o eroziune puternică a paletelor.

Alegerea unor valori inițiale mai înalte ale parametrilor aburului pentru sporirea randamentului termic al ciclului necesită reducerea concomitentă a conținutului de umiditate a aburului la sfîrșitul procesului de destindere pentru limitarea influenței nefavorabile a umidității asupra funcționării turbinei. Acest lucru este posibil în cazul cînd se adoptă o supraîncălzire intermediară a aburului.

Supraîncălzirea intermediară a aburului mărește în plus randamentul termic al ciclului în comparație cu un ciclu avînd aceleași valori inițiale ale mărimilor de stare ale aburului, dar fără supraîncălzire intermediară. Astfel se obține și o sporire suplimentară a puterii limite a turbinei.

În figura 4 a fost reprezentată creșterea randamentului total al centralei în funcție de parametrii inițiali ai aburului și de supraîncălzirea sa intermediară.

De obicei se întrebuințează o supraîncălzire intermediară unică a aburului ; numai la presiunile supracritice își găsește întrebuințare o supraîncălzire intermediară în două trepte. La supraîncălzirea intermediară în două trepte, sporirea presiunii aburului proaspăt pînă în domeniul presiunilor supracritice este mai economică decît la o singură supraîncălzire intermediară. Pe lîngă aceasta, supraîncălzirea intermediară în două trepte creează condiții de construcție mai bune pentru turbină decît supraîncălzirea intermediară unică.

La valorile inițiale date ale parametrilor aburului și la temperatura dată de încălzire intermediară, presiunea supraîncălzirii intermediare trebuie astfel aleasă încît să asigure rentabilitatea termică maximă.

Această presiune optimă a supraîncălzirii intermediare în una sau două trepte a aburului crește o dată cu ridicarea presiunii inițiale a ciclului și a temperaturii supraîncălzirii intermediare și descrește o dată cu ridicarea temperaturii inițiale și cu înmulțirea treptelor supraîncălzirii aburului.

Îmbunătățirea procentuală a randamentului ciclului teoretic, datorită întrebuințării supraîncălzirii intermediare în una sau două trepte ale aburului pînă la 600°C sau pînă la temperatura inițială t_1, la valori inițiale ale mărimilor stării de agregare a aburului între 400 și 1000 at, respectiv între 600 și 1 000°C, oscilează între limitele următoare : o treaptă : 1,1 pînă la 7,3 (la 600°C) și 4,5 pînă la 7,8 (la t_1).

O influenţă esenţială asupra mărimii presiunii optime a supraîncălzirii intermediare o au valorile randamentului diferitelor părţi ale turbinei înainte şi după supraîncălzirea intermediară a aburului.

Cu cît este mai mic randamentul treptelor turbinei înaintea supraîncălzirii intermediare şi cu cît este mai înalt randamentul treptelor după supraîncălzirea intermediară, cu atît mai avantajoasă este sporirea presiunii supraîncălzirii intermediare, şi invers. Modificarea presiunii supraîncălzirii intermediare a aburului modifică la rîndul ei raportul presiunilor

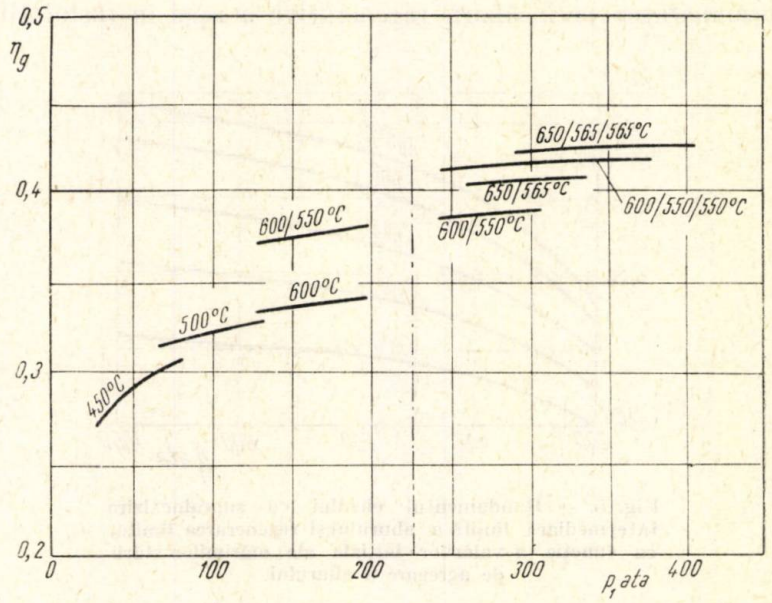


Fig. 4.— Randamentul total al unei centrale ca funcţie a valorilor iniţiale ale mărimilor stării de agregare a aburului şi a supraîncălzirii sale intermediare.

şi a randamentelor părţilor turbinei înainte şi după supraîncălzire, fapt de care trebuie să se ţină seama şi la alegerea presiunii supraîncălzirii intermediare a aburului.

În funcţie de factorii numiţi, partea optimă a căderii entalpiei din turbină, care se ia înaintea supraîncălzirii intermediare şi corespunde cu randamentul maxim al ciclului cu supraîncălzire intermediară, este de 30—50%.

Valorile randamentelor ciclurilor reale cu supraîncălzirea intermediară a aburului (fără regenerare) în două trepte oscilează, în funcţie de presiunile iniţiale ale aburului în domeniul de la 200 pînă la 1 000 at şi de temperaturile sale iniţiale în domeniul de la 600 pînă la 1 000°C, între limitele de circa 44,8 pînă la 55,8%, valorile maxime corespunzînd domeniului presiunii iniţiale a aburului de 500 pînă la 1 000 at [5].

Îmbunătăţirea randamentului termic al ciclului poate fi obţinută şi prin aceea că aburul la prize parţial destins se întrebuinţează la preîn-

călzirea condensatului (a apei de alimentare), ceea ce aduce cu sine o reducere a pierderilor de căldură în condensator. Această încălzire prealabilă, numită proces de regenerare, se bazează pe faptul că o parte a căldurii rezultate de pe urma vaporizării, care este evacuată în întregime şi fără folos în procesul de condensare prin apa de răcire, se întoarce înapoi în ciclu, ceea ce aduce o sporire însemnată a randamentului întregului proces.

Întrebuinţarea regenerării căldurii poate să ducă teoretic la concluzia că randamentul ciclului Clausius-Rankine se apropie ca valoare de randamentul procesului Carnot.

Însemnătatea preîncălzirii regenerative a apei în instalaţiile ener-

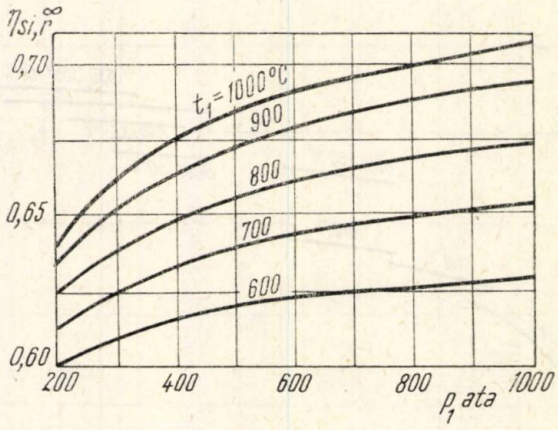


Fig. 5. — Randamentul ciclului cu supraîncălzire intermediară limită a aburului şi regenerarea limită, ca funcţie a valorilor iniţiale ale mărimilor stării de agregare a aburului.

getice creşte o dată cu sporirea presiunii iniţiale a aburului şi a temperaturii lui.

Ciclul ideal de regenerare cu un număr nesfîrşit de mare de preîncălzitoare de amestec şi de preîncălzire a apei pînă la temperatura de saturaţie (la mărimile subcritice ale stării de agregare a aburului pînă la temperatura de saturaţie) reprezintă o economie de căldură de 15—28%. La sporirea presiunii iniţiale în domeniul temperaturilor iniţiale de 600—1 000°C, randamentul acestui ciclu creşte neîntrerupt de la circa 57,0 pînă la 68,0%.

În ciclul teoretic al centralelor energetice mari cu turbine de abur, procesul supraîncălzirii intermediare la limită a aburului şi a regenerării-limită poate să ducă la randamentul

$$\eta_{si,r\infty} = 1 - \frac{q_k}{\frac{q_1}{a_k} + q_{si}}$$

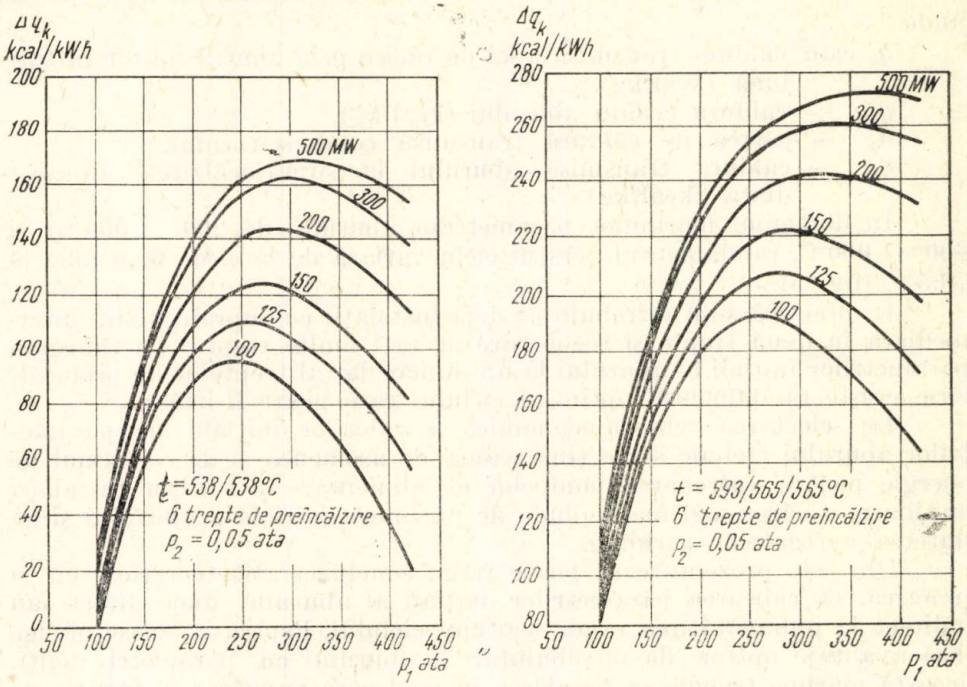


Fig. 6. — Micşorarea consumului specific de căldură a unei centrale de forţă (netto) ca funcţie a mărimilor caracteristice ale ciclului termic.

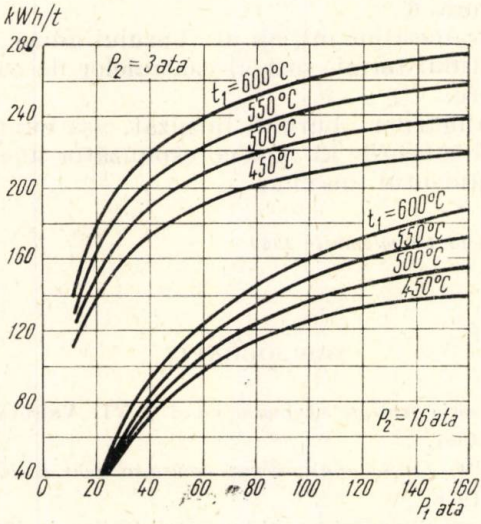


Fig. 7. — Producţia de energie electrică în centrale pe unitatea de consum de abur proaspăt ca funcţie a valorilor iniţiale a mărimilor stării sale de agregare.

unde

q_k este căldura transmisă apei de răcire prin aburul folosit în turbină (kcal/kg),

q_1 — căldura cedată aburului (kcal/kg),

a_k — partea de căldură transmisă condensatorului,

q_{s1} — căldura transmisă aburului la supraîncălzirea intermediară (kcal/kg).

În domeniul mărimilor parametrilor aburului de 200—1 000 at şi 600—1 000°C, randamentul acestui ciclu variază de la circa 60,0 pînă la 70,5% (fig. 5).

În practică s-au întrebuinţat deja instalaţii cu supraîncălzire intermediară în două trepte şi regenerare în mai multe trepte. Cu ridicarea parametrilor iniţiali ai aburului la un număr dat al treptelor de preîncălzire, creşte randamentul optim al ciclului care poate fi atins.

La selectarea tehnică-economică a valorilor iniţiale ale parametrilor aburului trebuie să se ţină seama de asemenea şi de consumul de energie pentru antrenarea pompelor de alimentare şi a altor instalaţii auxiliare, a căror mărime depinde de presiunea iniţială a aburului şi de puterea agregatelor turbinei.

Din cele prezentate se poate trage concluzia atît teoretică, cît şi practică, că ridicarea parametrilor iniţiali ai aburului duce direct sau indirect la îmbunătăţirea randamentului ciclului. Pentru ca să se cîştige însă avantaje optime de întrebuinţare a aburului cu parametri înalţi, această mărime trebuie să fie aleasă în mod corespunzător în funcţie de puterea turbinei, de supraîncălzirea intermediară a aburului, de preîncălzirea regenerativă a apei şi de întreaga economie termică, aşa cum este reprezentat în figura 6.

Ridicarea parametrilor iniţiali ai aburului aduce cu sine o îmbunătăţire a randamentului termic atît al centralelor de condensare, cît şi al celor de termificare.

Valorile parametrilor aburului furnizat, aşa cum este prezentat în figura 7, trebuie să concorde în mod corespunzător unele cu altele pentru a se atinge randamentul maxim.

Primit la redacţie la 12 noiembrie 1964

BIBLIOGRAFIE

1. St. Ochęduszko, *Teoria maszyn cieplnych*, cz. I, PWT, Varşovia, 1957; cz. II, PWT, Varşovia, 1961.
2. М. П. Вукалович, *Термодинамические свойства воды и водяного пара*. Moscova, Машгиз, 1958.
3. U. Seuger, *Die wärmewirtschaftlichen Gewinnmöglichkeiten in Kondensationskraftwerken*. BWK, 7 (1955).
4. P. H. Knowlton, *A look at big-poqer cycles for 40 per cente thermal efficiency or better*. Steam Engr., *30*, 347 (1960).

5. В. Я. Ризкин, И. Н. Тамбиева, *Перспективы повышения к.п.д. мощных тепловых электростанций*. Теплоэнергетика, 11 (1960).
6. H. Gräb, *Massnahmen zur wirtschaftlichen Energieumwandlung in Wärmekraftwerken*. Energie, *3* (1960).
7. Л. И. Киерчели, В. Я. Ризкин, *Тепловые электрические станции*, Москва-Ленинград, 1956.
8. K. Dangl, *Aims and present day limitations of the high pressure thermal power station*. Modern German Boiler Practice, *7* (1956).
9. F. Flatt, *Zwischenüberhitzung und hohe Temperaturen bei Dampfturbinen*. Escher Wiss. Mitt., *3/1* (1957/1958).
10. S. Kriese, *Wärmeersparniss durch Speisewasservorwärmung*, AEG-Mitteilungen, *12* (1959).
11. K. Bruche, *Betrachtung einiger thermodynamischer Probleme im Gegendruckbetrieb*. Energietechnik, *2* (1960).
12. В. Б. Паксвиер, *Технико-экономические показатели тепловых электростанций большой мощности*, Москва—Ленинград, 1957.

ANALIZA ADAPTĂRII GRUPULUI TURBOCOMPRESOR LA MOTORUL DIESEL CU SUPRAALIMENTARE ÎNALTĂ. CONDIȚII TEORETICE [1])

DE

CĂLIN ADRIAN VASILESCU și VICTOR PIMSNER

Studiul adaptării grupului turbocompresor la motorul diesel cu supraalimentare înaltă se efectuează stabilind egalitatea dintre temperatura gazelor de ardere provenite de la motor T_{TM} și temperatura gazelor de ardere necesară pentru funcționarea grupului T_T. Se urmărește influența următorilor parametri: coeficientul excesului de aer α, coeficientul de baleiaj φ și randamentul grupului η_G asupra dependenței dintre gradul de supraalimentare π și raportul presiunii în colectorul turbinei τ. Studiul arată posibilitatea adaptării până la $\underline{\pi} = 4$ dacă $\eta_G \geqslant 0{,}6$ și în condiția admiterii unei micșorări a randamentului indicat al motorului.

Adaptarea grupului turbocompresor la motorul diesel supraalimentat reprezintă ansamblul de operații prin care, fie folosind metode de calcul, fie la bancul de probe, se stabilește modul de funcționare în comun al acestor două mașini, astfel ca motorul să dea performanțele optime scopului pentru care a fost construit.

În cazul supraalimentării înalte, o serie de factori, cum ar fi micșorarea randamentului grupului o dată cu creșterea raportului de comprimare în compresor sau scăderea temperaturii gazelor de ardere o dată cu mărirea coeficientului de baleiaj ori al coeficientului excesului de aer, pun în discuție posibilitatea adaptării grupului. În cadrul acestui articol se cercetează, pe baza unei analize a ciclurilor teoretice ale motorului și grupului, posibilitatea funcționării în comun a acestor două mașini în condițiile supraalimentării înalte.

[1]) Lucrare prezentată în sesiunea de comunicări a Institutului de energetică din 27 martie 1965.

St. cerc. energ. electr. Tom 15 Nr. 4 p. 925—933 București 1965

1. Pentru a determina condiţiile de adaptare se stabileşte grafic cum variază parametrii comuni celor două maşini, astfel ca temperatura gazelor de ardere provenite de la motor, măsurată la intrarea în ajutajele turbinei T_{TM}, să fie egală cu temperatura T_T care asigură funcţionarea grupului turbocompresor, $T_{TM} = T_T$.

Parametrii comuni motorului şi grupului sînt : presiunea şi temperatura mediului p_0, T_0, gradul de supraalimentare π, coeficientul de baleiaj φ, coeficientul excesului de aer α şi raportul presiunii din colectorul turbinei τ. Parametrii particulari care se vor lua în considerare în calculul ciclurilor sînt : pentru motorul diesel, temperatura aerului la admisiunea în motor T_1, raportul volumetric de compresiune ε, cantitatea de combustibil arsă pe evoluţia de ardere violentă şi presiunea maximă a ciclului p_3 ; pentru grupul de supraalimentare, randamentul acestuia η_{iG}.

2. Temperatura gazelor de ardere în faţa turbinei T_{TM} se determină în ipoteza unei destinderi adiabatice pînă la presiunea din colector, cunoscînd cu o metodă de calcul termodinamic al ciclului motorului diesel (spre exemplu cea prezentată în [1]) temperatura şi presiunea gazelor în cilindru în momentul deschiderii supapei de evacuare, fie aceasta T_4, respectiv p_4.

Gazele de ardere se destind în continuare în afara cilindrului pînă la presiunea p_T (considerată constantă) din colectorul de evacuare (presiunea în faţa ajutajelor turbinei), volumul lor specific fiind $v_{4'}$. Temperatura $T_{4'}$ se obţine din bilanţul energiilor

$$u_4 = u_{4'} + Ap_T\ (v_{4'} - v_4), \tag{1}$$

sau

$$i_{4'} = u_4 + Ap_T v_4, \tag{2}$$

unde u_4 şi v_4, energia internă şi volumul specific în punctul 4, sînt luate, spre exemplu, dintr-o diagramă entropică calculată pentru 1 kg de substanţă [2].

Temperatura gazelor de ardere dinaintea turbinei rezultă după amestecarea acestora cu aerul de baleiaj.

Se fac ipotezele următoare : aerul de baleiaj nu se încălzeşte în motor ; el suferă o destindere adiabatică pînă la presiunea din colector p_T de la valoarea presiunii aerului comprimat de compresor p_C.

Desigur că ipoteza menţinerii constante a temperaturii aerului de baleiaj la trecerea lui prin cilindru nu satisface principial obiectul acestei operaţii, şi anume aceea de a răci cilindrul. Lipsind însă o bază corectă de calcul a creşterii temperaturii aerului, este preferabil să se ia în considerare numai efectul de diluare al gazelor de ardere, căci eventuala variere a temperaturii acestora, cauzată de încălzirea aerului de baleiaj, este de presupus a fi foarte mică.

Bilanțul energiilor pentru destinderea adiabatică a aerului de baleiaj în colectorul de evacuare este (1-starea la intrare în colector; 1'-starea după destinderea în colector)

$$u' = u_{1'} + Ap_T\,(v_{1'} - v_1), \tag{3}$$

sau

$$i_{1'} = u_1 + Ap_T\,v_1, \tag{4}$$

unde mărimile care interesează se precizează în aceeași diagramă $u - T - s$ [2].

Temperatura T_{TM} a gazelor înaintea turbinei se determină din ecuația de bilanț a entalpiilor:

$$G_a\,i_{4'} + G_b\,i_{1'} = (G_a + G_b)\,i_{TM} \tag{5}$$

(unde G_a este debitul de aer ce participă la ciclul motor și G_b debitul de aer de baleiaj)

sau

$$i_{TM} = \frac{1}{\varphi}\,i_{4'} + \left(1 - \frac{1}{\varphi}\right) i_{1'}, \tag{6}$$

căci s-a notat $\frac{G_b + G_a}{G_a} = \varphi$, de unde $\frac{G_b}{G_a} = \varphi - 1$. Din diagrama entropică pentru 1 kg de substanță [2] se determină valoarea temperaturii gazelor de ardere T_{TM}.

3. Temperatura gazelor de ardere care asigură funcționarea turbinei se determină din bilanțul energetic al grupului de supraalimentare

$$\eta_{mG}\,P_T = P_C, \tag{7}$$

unde η_{mG} este randamentul mecanic al grupului și P_T, P_C puterea turbinei, respectiv a compresorului.

Ținînd seama că debitul de gaz ce trece prin turbină este

$$G_T = G_Q \varphi\,\alpha \min\,l\left(1 + \frac{1}{\varphi\alpha\,\min\,l}\right),$$

unde G_Q este debitul de combustibil și $\min l$ cantitatea de aer necesară arderii teoretice, puterea turbinei va fi

$$P_T = \frac{G_Q\,\varphi\,\alpha\,\min\,l}{75}\left(1 + \frac{1}{\varphi\alpha\,\min\,l}\right)\eta_T\,(i_T - i_{T'}), \tag{8}$$

unde η_T reprezintă randamentul intern al turbinei, i_T entalpia la o temperatură aleasă T_T a gazelor de ardere înaintea ajutajelor și $i_{T'}$ entalpia la temperatura $T_{T'}$ care rezultă în urma unei destinderi reversibile adiabatice între presiunile p_T și p_0. Astfel $(i_T - i_{T'})$ este o funcție de tempera-

tură T_T şi de raportul presiunilor $\frac{p_T}{p_0} = \frac{p_C}{p_0} = \frac{p_T}{p_C} = \frac{\pi}{\tau}$, unde $\tau = \frac{p_C}{p_T}$ este raportul presiunii în colectorul turbinei şi $\frac{p_C}{p_0} = \pi$ gradul de supraalimentare.

Puterea consumată de compresor se scrie

$$P_C = \frac{G_Q \varphi\alpha \min l}{75} \frac{1}{\eta_C} (i_C - i_0), \tag{9}$$

unde debitul de aer ce trece prin compresor este $G_C = G_Q \varphi \alpha \min l$, η_C randamentul intern al compresorului şi i_C entalpia aerului la sfîrşitul comprimării adiabatice reversibile în compresor.

Introducîndu-se relaţiile (8) şi (9) în (7), se obtine

$$i_T = i_{T'} = \frac{i_C - i_0}{1 + \frac{1}{\varphi\alpha \min l}} \frac{1}{\eta_G}, \tag{10}$$

unde $\eta_G = \eta_C \eta_T \eta_{mG}$ reprezintă randamentul grupului.

Expresia (10) se calculează cu ajutorul diagramelor prin încercări sau, pentru micşorarea volumului de calcul, se poate rezolva analitic, în care caz se înlocuieşte expresia diferenţei de entalpie cu

$$i_T - i_{T'} = A \frac{\varkappa_T}{\varkappa_T - 1} R_T T_T \left[1 - \left(\frac{\tau}{\pi}\right)^{\frac{\varkappa_T - 1}{\varkappa_T}}\right], \tag{11}$$

unde $\varkappa_T$, raportul căldurilor specifice, şi R_T, constanta gazului, trebuie raportate la calitatea şi la starea respectivă a fluidului. În acest caz, temperatura gazelor de ardere care asigură funcţionarea grupului turbocompresor este

$$T_T = \frac{\varkappa_T - 1}{\varkappa_T} \frac{1}{A R_T \eta_G} \frac{i_C - i_0}{1 + \frac{1}{\varphi\alpha \min l}} \frac{1}{1 - \left(\frac{\tau}{\pi}\right)^{\frac{\varkappa_T - 1}{\varkappa_T}}}, \tag{12}$$

4. Calculele pentru adaptarea unui grup turbocompresor la un motor diesel s-au efectuat după metodica prezentată mai sus, urmărindu-se efectul supraalimentării înalte. La studierea ciclului termodinamic al motorului s-a impus condiţia unei presiuni maxime $p_3 = \text{const.}$; calculul a arătat ca raportul volumetric de compresiune influenţează în mică măsură temperatura gazelor de ardere, astfel că rezultatele sînt redate pentru $\varepsilon = 16$.

Curbele care precizează valoarea parametrilor la care se poate face adaptarea grupului de supraalimentare sînt reprezentate în figurile 1, 2 şi 3.

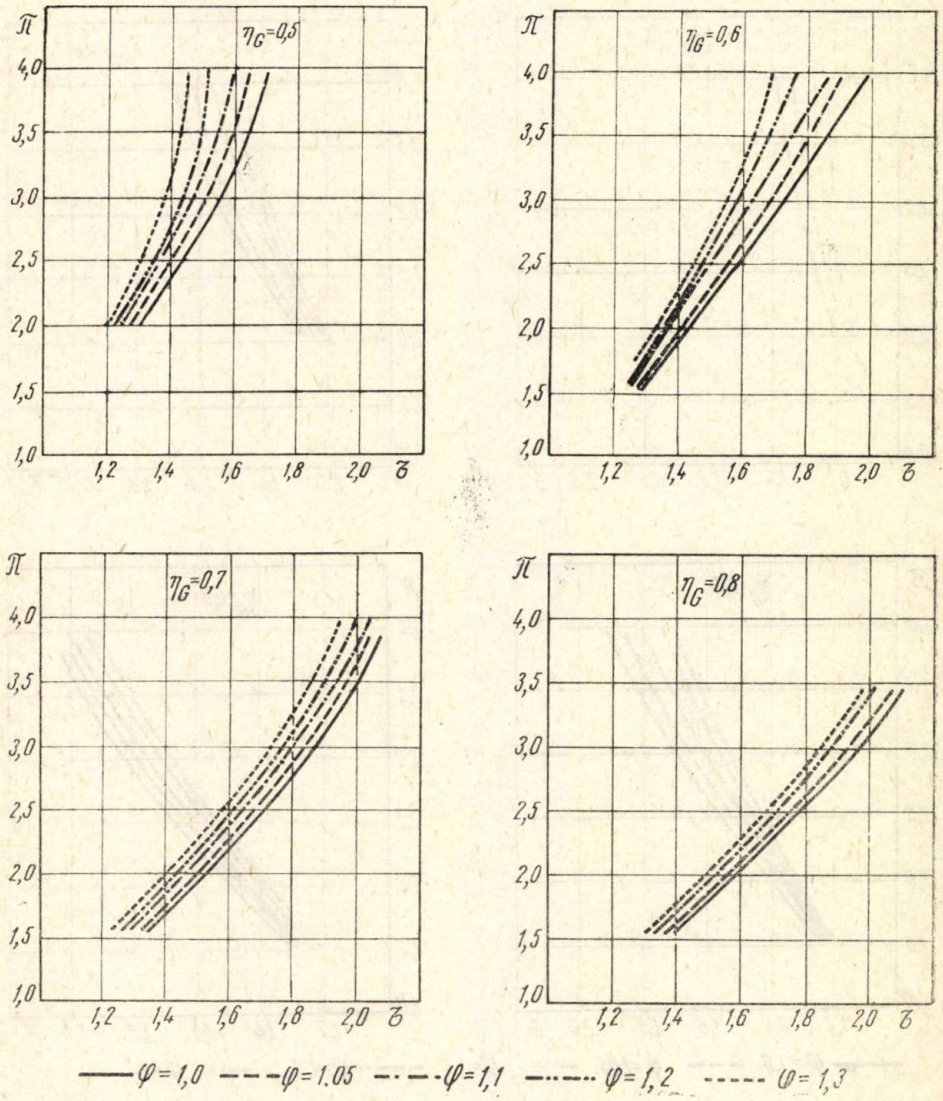


Fig. 1. — Condiţiile de adaptare ale grupului turbocompresor la motorul diesel; $\alpha = 1{,}5$; $\varepsilon = 16$.

În fiecare figură se prezintă la α = const. pentru diferite valori ale randamentului grupului η_G şi ale coeficientului de baleiaj φ, dependenţa

dintre gradul de supraalimentare π şi valoarea raportului presiunii din colectorul turbinei τ.

Diagramele analizate permit să se constate următoarele :

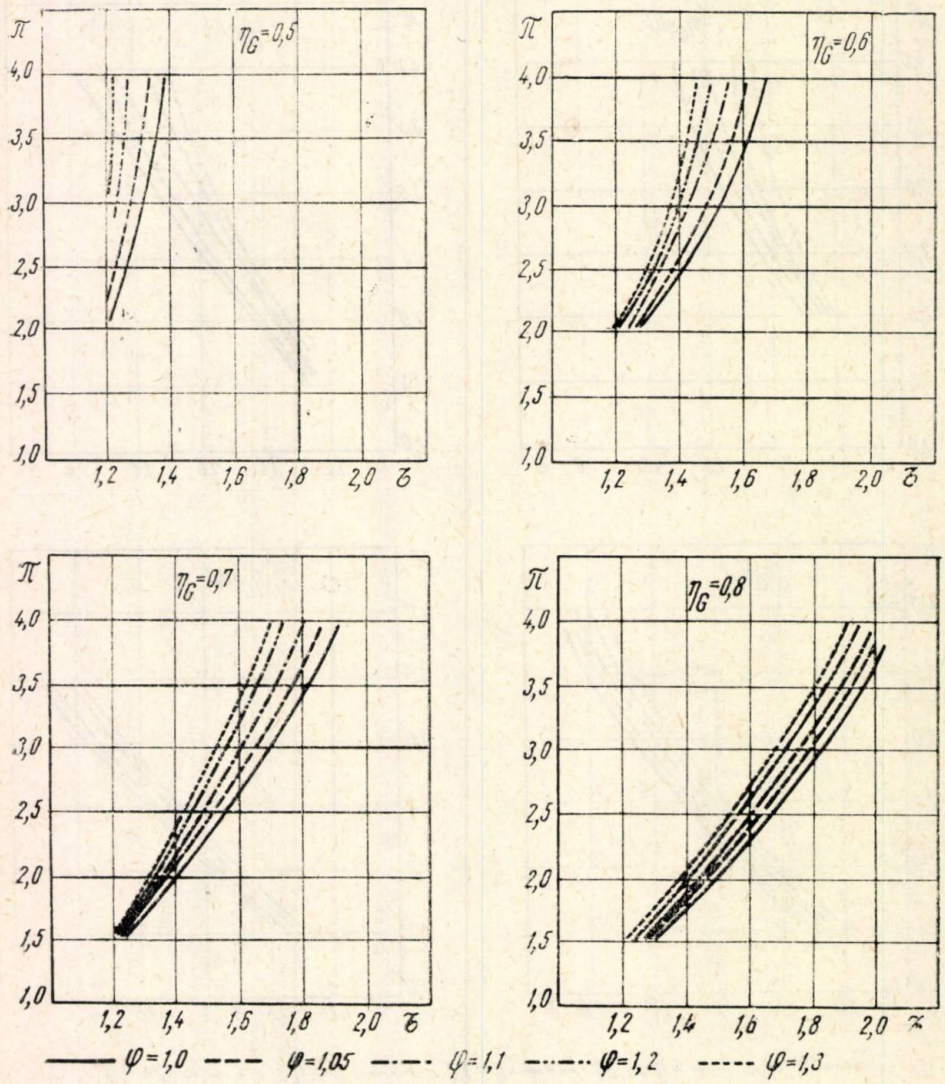


Fig. 2. — Condiţiile de adaptare ale grupului turbocompresor la motorul diesel; $\alpha = 2{,}0$; $\varepsilon = 16$.

— o dată cu creşterea gradului de supraalimentare, valoarea raportului presiunii din colectorul turbinei τ la care se face adaptarea creşte, însă într-o măsură mai mică decît termenul π ;

— mărirea coeficientului de baleiaj φ la $\pi = \text{const.}$ (determinată de condiţia menţinerii aceloraşi sarcini termice) face să scadă valoarea raportului presiunii din colectorul turbinei τ;

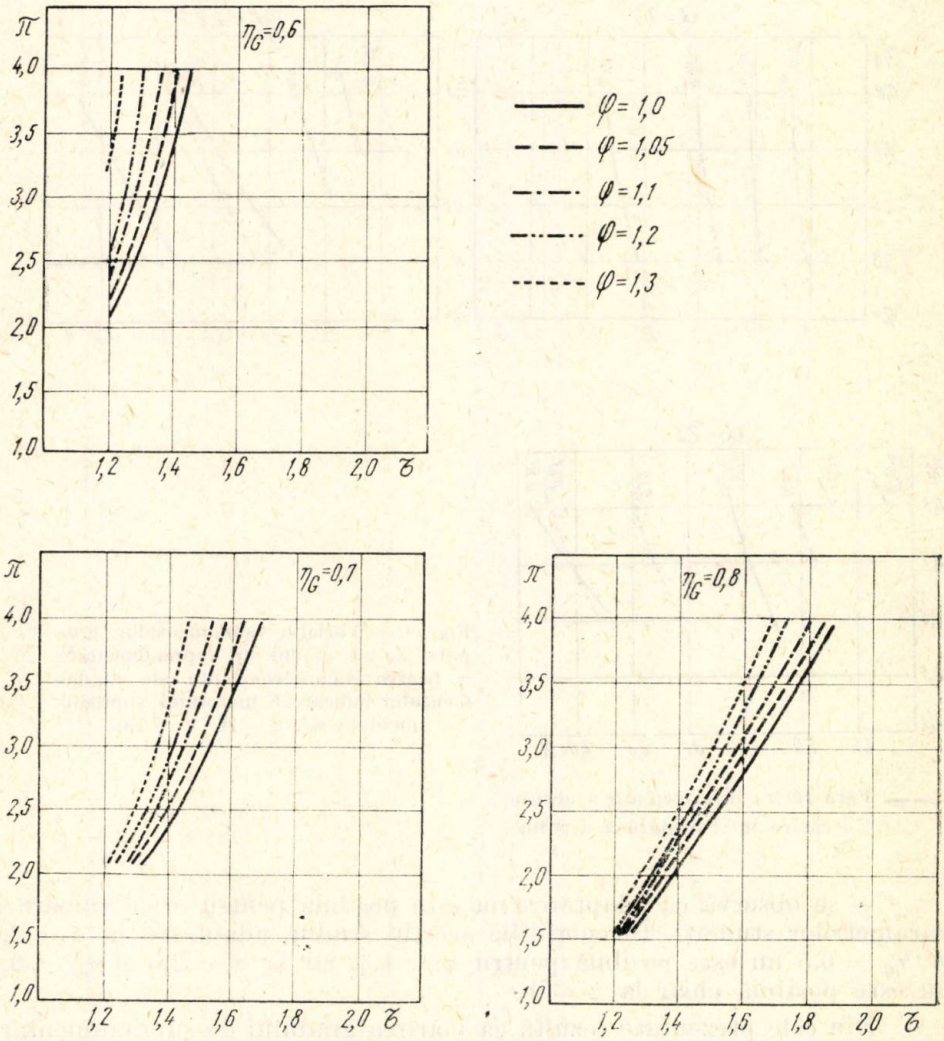


Fig. 3. — Condiţiile de adaptare ale grupului turbocompresor la motorul diesel; $\alpha = 2{,}5$; $\varepsilon = 16$.

— mărirea coeficientului excesului de aer α ca urmare a necesităţii limitării sarcinilor termice conduce la micşorarea raportului presiunii din colectorul de evacuare;

— mărirea randamentului grupului permite asigurarea unor grade ridicate de supraalimentare sau mărirea raportului presiunii din colectorul turbinei ;

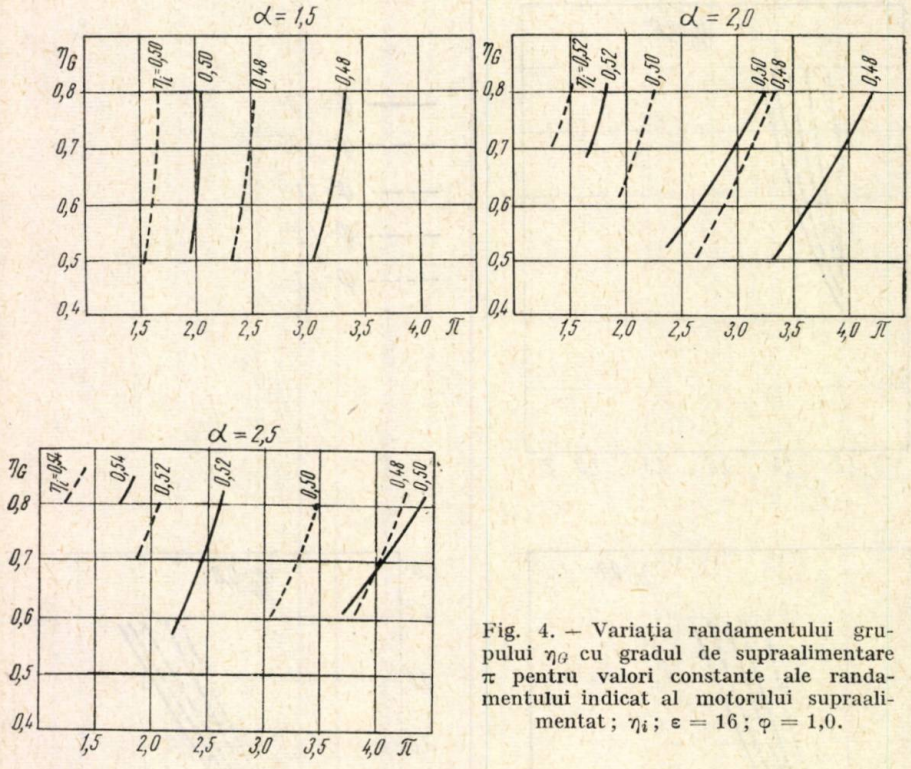


Fig. 4. — Variaţia randamentului grupului η_G cu gradul de supraalimentare π pentru valori constante ale randamentului indicat al motorului supraalimentat ; η_i ; $\varepsilon = 16$; $\varphi = 1{,}0$.

— se observă că adaptarea nu este posibilă pentru orice valoare a parametrilor studiaţi. În condiţiile acestui studiu, adaptarea la $\alpha = 2{,}0$ şi $\eta_G = 0{,}5$ nu este posibilă pentru $\varphi = 1{,}3$, iar la $\alpha = 2{,}5$ şi $\eta_G = 0{,}5$ nu este posibilă chiar la $\varphi = 1$.

Din cele prezentate rezultă că mărirea gradului de supraalimentare π este în general legată de micşorarea raportului presiunii din colectorul turbinei τ, ceea ce conduce la mărirea lui p_T, adică la scăderea lucrului mecanic pozitiv de pompaj al motorului. Aceasta are drept efect micşorarea randamentului indicat al motorului, ceea ce nu se poate combate decît prin îmbunătăţirea randamentului grupului.

Se ilustrează această observaţie cu diagramele din figura 4, în care se prezintă modul în care trebuie să varieze randamentul grupului η_G cu

gradul de supraalimentare π pentru valori constante ale randamentului motorului η_i. Se observă că mărirea coeficientului excesului de aer îmbunătăţeşte în general randamentul indicat al motorului pentru acelaşi punct de adaptare, datorită posibilităţii arderii unei cantităţi mai mari de combustibil pe evoluţia de ardere violentă. De asemenea se observă că răcirea gazelor comprimate în compresor conduce la randamente globale mai mici şi la condiţii de adaptare mai grele, deoarece, pe de o parte, randamentul motorului (în condiţiile unei presiuni maxime constante) este mai scăzut şi, pe de altă parte, temperatura gazelor de ardere este mai mică, ceea ce obligă la realizarea unei căderi de presiune mai mari în turbină.

Ca urmare a formei curbelor randamentului indicat şi a faptului că se urmăreşte ca randamentul grupului să aibă aceeaşi valoare la punctul de adaptare în regim nominal, se observă că mărirea gradului de supraalimentare la o maşină existentă va conduce la o scădere a randamentului indicat al motorului, accentuată de eventuala răcire intermediară a aerului admis. Spre exemplu, la mărirea gradului de supraalimentare de la $\pi = 2$ la $\pi = 4$ este de aşteptat o diminuare a randamentului indicat cu circa 1—1,5 %. Acest lucru este accentuat de faptul că în realitate randamentul grupului scade dacă presiunea de supraalimentare creşte. Este de semnalat că această modificare a randamentului indicat se va reflecta în mai mică măsură în valoarea consumului specific efectiv de combustibil, deoarece randamentul mecanic se îmbunătăţeşte cu mărirea lui π.

În concluzie, problema asigurării adaptării grupului de supraalimentare la motorul diesel cu supraalimentare înaltă în condiţiile limitării sarcinilor termice şi mecanice ale motorului se poate realiza la randamente ale grupului peste 0,6 şi cu atît mai bine cu cît randamentul grupului pentru condiţiile de adaptare este mai ridicat.

Primit la redacţie la 26 iulie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Studiul termodinamic al funcţionării motorului diesel supraalimentat la valori mari ale gradului de supraalimentare*. St. cerc. energ., **15**, *2* (1965).

2. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Diagrama entropică cu axe curbe pentru 1 kg substanţă*. St. cerc. energ. electr., **14**, *2*, 385—390 (1964).

INFLUENŢA SECŢIUNII DE TRECERE A DIFUZORULUI ANTECAMEREI ASUPRA ARDERII ÎN MOTORUL DIESEL CU ANTECAMERĂ

DE

M. NĂSTASE şi N. BLEZU

În lucrare se analizează influenţa secţiunii de trecere a difuzorului asupra proceselor de ardere din motoarele diesel cu antecameră în regim de turaţie variabil.

Se arată că, în scopul îmbunătăţirii arderii la regimuri de turaţie ridicată, este necesar a se mări secţiunea totală a orificiilor de trecere dintre antecameră şi camera principală, pentru a se favoriza procesul de formare al amestecului în camera principală.

1. La motoarele diesel cu antecameră, arderea amestecului combustibil are loc atît în antecameră, cît şi în camera propriu-zisă de ardere, situată deasupra pistonului. Între cele două camere are loc în timpul arderii un schimb activ şi continuu de substanţe (aer, gaze de ardere, combustibil vaporizat şi nevaporizat), fapt care, după felul cum are loc acest schimb, modifică caracteristicile arderii (perioada de întîrziere la autoaprindere, viteza de ardere, viteza de creştere a presiunii etc.) şi, în consecinţă, gradul de perfecţiune al arderii.

Din acest motiv, randamentul termic al motorului este direct influenţat de arhitectura difuzorului prin caracteristicile sale : secţiunea orificiilor, numărul de orificii, secţiunea canalului central, lungimea orificiilor de trecere, poziţia axului difuzorului faţă de axul antecamerei, forma gîtului canalului central etc.

În lucrarea de faţă se analizează influenţa secţiunii de trecere a difuzorului asupra proceselor de ardere din motorul diesel cu antecameră în regim de turaţie variabil.

2. Cercetările au fost efectuate pe un motor monocilindric experimental, avînd caracteristicile : $D = 140$ mm, $s = 210$ mm, $n_{max} = 1\,300$ rot/min, $\varepsilon = 17$, V^* (volumul antecamerei) $= 22\%$ din volumul camerei

de ardere. Motorul a fost frînat cu ajutorul unei frîne electrice. În timpul experimentărilor, pompa de injecție a fost scoasă de sub acțiunea regulatorului de turație. S-au măsurat legile de variație a presiunii din antecameră și din camera de ardere cu ajutorul unui indicator piezoelectric și legea de ridicare a acului injectorului cu ajutorul unui micrometru electronic.

Pentru precizarea caracterului proceselor de ardere s-au urmărit următorii parametri :

a) perioada de întîrziere la autoaprindere (τ), măsurată în grade și în secunde. Prin perioada de întîrziere la autoaprindere s-a înțeles timpul cuprins între momentul ridicării acului injectorului și momentul creșterii puternice a presiunii (desprinderea curbei de presiune de pe curba de compresiune) din antecameră ;

b) perioada de întîrziere a arderii în camera principală, determinată de timpul cuprins între momentul ridicării acului injectorului și momentul desprinderii curbei de presiune de pe curba de compresiune din camera principală de ardere (τ_1) ;

c) puterea motorului P_e în CP ;

d) consumul specific de combustibil c_e în g/CP.h ;

e) temperatura gazelor de ardere, măsurată în galeria de evacuare t_g, și temperatura pereților antecamerei, măsurată în regiunea centrală a antecamerei t_a ;

f) viteza aparentă de ardere în antecameră W^* și în camera de ardere W, în kg/s. Prin viteza aparentă de ardere s-a înțeles cantitatea de combustibil ars în unitatea de timp care conduce la creșterea efectivă a presiunii.

Expresiile analitice ale acestor viteze aparente de ardere au fost determinate pe baza următoarelor ipoteze :

a) calculul se face pe intervale, măsurate în grade de rotație ale arborelui motor (RAM) ; mărimile considerate constante variază de la interval la interval ;

b) se consideră că în camera de ardere evoluează gaze ideale ;

c) pentru fiecare interval se consideră constante și egale cu valoarea lor medie pe interval următoarele mărimi :

1) viteza sunetului în gazele din antecameră ;

2) raportul dintre presiunea din camera de ardere și presiunea corespunzătoare din antecameră ;

3) cantitatea de substanță măsurată în kg din antecameră și din camera de ardere ;

4) viteza de deplasare a pistonului w_p ;

5) căldurile specifice la presiune și volum constant ;

6) coeficientul de debit al curgerii din antecameră în camera de ardere ;

7) vitezele aparente de ardere W^* și W.

Determinarea relației de calcul se face pornind de la ecuația de bilanț energetic al proceselor din antecameră :

$$\mathrm{d}U^* = \mathrm{d}Q_c^* - \mathrm{d}I, \tag{1}$$

unde

$\mathrm{d}U^*$ este variația energiei interne a gazelor din antecameră,
$\mathrm{d}Q_c^*$ — căldura degajată prin arderea unei părți a combustibilului injectat, care modifică energia internă (se consideră în felul acesta că pentru acoperirea pierderilor de căldură va arde suplimentar o altă cantitate de combustibil injectat)
$\mathrm{d}I^*$ — entalpia gazelor care trec din antecameră în camera principală.

Variația energiei interne $\mathrm{d}U^*$ se poate considera ca fiind formată din două părți : $\mathrm{d}U_1{}^*$, afectată numai căldurii $\mathrm{d}Q_c^*$, și $\mathrm{d}U_2^*$, afectată entalpiei $\mathrm{d}I^*$.

În consecință se poate scrie :

$$\mathrm{d}U^* = \mathrm{d}U_1^* + \mathrm{d}U_2^*, \tag{2}$$

$$\mathrm{d}U_1^* = -\mathrm{d}I^*, \tag{3}$$

$$\mathrm{d}U_2^* = \mathrm{d}Q_c^*. \tag{4}$$

Explicitînd relația (3) în funcție de $\mathrm{d}p_1$ — variația presiunii din antecameră datorită micșorării energiei interne a gazelor de ardere din antecameră cu cantitatea de entalpie conținută de gazele $\mathrm{d}G^*$ — și neglijînd pierderea de energie produsă prin expansiunea gazelor din antecameră ca urmare a ieșirii cantității de gaze $\mathrm{d}G^*$, rezultă

$$\mathrm{d}G^* = -\frac{V^*\,\mathrm{d}p_1^*}{K\,R\,T^*}, \tag{5}$$

unde

V^* este volumul antecamerei,
K — exponentul adiabatic,
R — constanta gazelor,
T^* — temperatura gazelor care ies din antecameră.

Ținînd cont de ecuația curgerii prin orificiile antecamerei de secțiune f, cantitatea de $\mathrm{d}G^*$ este determinată de relația

$$\mathrm{d}G^* = \mu f \sqrt{2\,g\frac{p^*}{v_1^*}} \sqrt{\frac{K}{K-1}\left\{\left(\frac{p}{p^*}\right)^{\frac{2}{K}} - \left(\frac{p}{p^*}\right)^{\frac{K+1}{K}}\right\}}\,\mathrm{d}t, \tag{6}$$

unde

μ este coeficientul de debit,

p — presiunea gazelor din camera principală,

p^* — presiunea gazelor din antecameră într-un anumit moment din intervalul considerat.

Egalînd ecuaţia (5) cu (6), se găseşte

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p_1^*}{p_a^*}\right) = -K_1 c_2 \frac{p^*}{p_a^*}, \tag{7}$$

unde

$K_1 = \frac{\mu f}{V^*} a^* \sqrt{2K} \sqrt{\frac{K}{K-1}}$, a^* fiind viteza sunetului considerată pentru o temperatură medie a gazelor din antecameră T_m^*, adică $a^* = \sqrt{g\,K\,R\,T_m^*}$, iar $c_2 = \sqrt{\left(\frac{p}{p^*}\right)^{\frac{2}{K}} - \left(\frac{p}{p^*}\right)^{\frac{K+1}{K}}}$,

p_a^* — presiunea gazelor din antecameră la începutul intervalului.

Explicitînd relaţia (4) în funcţie de $\mathrm{d}p_2^*$, variaţia presiunii din antecameră datorită căldurii degajată prin ardere, se găseşte :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p_2^*}{p_a^*}\right) = K_2^* w_m^* , \tag{8}$$

unde

$$K_2 = \frac{NR}{V^* c_v p_a^*},$$

N — puterea calorifică a combustibilului.

Deoarece V^* este constant,

$$p^* = p_1^* + p_2^* \tag{9}$$

şi

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p^*}{p_a^*}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p_1^*}{p_a^*}\right) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p_2^*}{p_a^*}\right), \tag{10}$$

adică

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p^*}{p_a^*}\right) = -K_1 c_2 \frac{p^*}{p_a^*} + K_2 w_m^* . \tag{11}$$

Integrînd relația (11), care este o ecuație diferențială de ordinul I, și punînd condiția la limită $t = 0$ $p^* = p_a^*$, se găsește în final

$$\frac{p^*}{p_a^*} = \left[1 - \frac{K_2^* w_m^*}{K_1^* c_2}\right] e^{-K_1^* c_2 t} + \frac{K_2^* w_m^*}{K_1^* c_2}. \tag{12}$$

Considerînd p^* presiunea la finele intervalului, rezultă că viteza medie aparentă pe interval din antecameră este determinată, după înlocuirea timpului t în secunde în grade RAM, de expresia,

$$w_m^* = \frac{\dfrac{p^*}{p_a^*} - e^{\frac{-K_1^* c_2 \Delta\theta}{6n}}}{\dfrac{K_2^*}{K_1^* c_2}\left[1 - e^{\frac{-K_1^* c_2 \Delta\theta}{6n}}\right]}, \tag{13}$$

Pentru cazul cînd presiunile dintre cele două camere sînt egale, termenul dat de relația (7) este nul. În consecință, ecuația (10) are forma

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{p^*}{p_a^*}\right] = K_2^* w_m^*, \tag{14}$$

adică după efectuarea integrării și punerea condiției la limită $t = 0$:

$$\frac{p^*}{p_a^*} = K_2^* w_m^* \frac{\Delta\theta}{6n} + 1 \tag{15}$$

sau

$$w_m^* = \frac{\dfrac{p^*}{p_a^*} - 1}{K_2^* \dfrac{\Delta\theta}{6n}}. \tag{16}$$

Ecuația de bilanț termic pentru procesele de ardere din camera de ardere este :

$$\mathrm{d}U = \mathrm{d}Q_c + \mathrm{d}I + A\mathrm{d}L, \tag{17}$$

unde

$\mathrm{d}U$ este variația energiei interne a gazelor din camera de ardere,
$\mathrm{d}Q_c$ — căldura degajată prin arderea gazelor în camera de ardere care este folosită pentru modificarea energiei interne a gazelor,
$A\mathrm{d}L$ — lucrul mecanic produs pe interval,
$\mathrm{d}I$ — entalpia gazelor care vin din antecameră.

Procedînd analog ca în cazul antecamerei, rezultă

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p_1}{p_a}\right) = \frac{K_1 c_2}{V}\frac{p^*}{p_a} - \frac{p_1}{p_a}\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}, \tag{18}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p_2}{p_a}\right)=\frac{K_2 w_m}{V}-\frac{p_2}{p_a}\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}, \tag{19}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p_3}{p_a}\right)=-(K-1)\frac{p_m}{p_a}\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}-\frac{p_3}{p_a}\frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} \tag{20}$$

unde

$\mathrm{d}p_1$, $\mathrm{d}p_2$, d_{p3} sînt creşterile de presiune produse de, respectiv, cantitatea de gaze care vin din antecameră, cantitatea de căldură degajată prin ardere şi lucrul mecanic dezvoltat,

$$K_1=\mu f\ a^*\sqrt{2K}\sqrt{\frac{K}{K-1}},$$

$$c_2=\sqrt{\left(\frac{p}{p^*}\right)^{\frac{2}{K}}-\left(\frac{p}{p^*}\right)^{\frac{K+1}{K}}},$$

$$K_2=\frac{NR}{c_v\,p_a},$$

p_m — presiunea medie pe interval,

p_a — presiunea de la începutul intervalului,

V — volumul camerei de ardere.

Alegînd intervale mici, variaţia volumului este redusă şi în consecinţă se poate admite

$$p=p_1+p_2+p_3 \tag{21}$$

şi

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p}{p_a}\right)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p_1}{p_a}\right)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p_2}{p_a}\right)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p_3}{p_a}\right). \tag{22}$$

Înlocuind — punînd $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}=Fw_p$, F fiind suprafaţa pistonului, iar w_p viteza medie a pistonului — şi admiţînd că mărimile V, w_p, w şi p^* sînt constante pe interval şi egale cu valoarea lor medie pe interval V_m, w_{pm}, w_m, p_m^*, se găseşte

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{p}{p_a}\right)=\frac{1}{V}\frac{p_m^*}{p_a}K_1c_2+\frac{1}{V_m}K_2w_m-(K-1)\frac{F}{V_m}w_{pm}-\frac{F}{V_m}w_{pm}\frac{p}{p_a}. \tag{23}$$

Integrînd și punînd condițiile la limită $t = 0$, $p = p_a$, se obține relația

$$\frac{p}{p_a} = e^{-\frac{F}{V_m} w_{pm} \frac{\Delta\theta}{6n}} + \left[\frac{p_m^*}{p_a} \frac{K_1 c_2}{F w_{pm}} + \frac{K_2 w_m}{F w_{pm}} - (K-1) \right] \left[1 - e^{-\frac{F}{V_m} w_{pm} \frac{\Delta\theta}{6n}} \right]. \quad (24)$$

Relația (24), ca urmare a considerării sensului pozitiv pentru cazul cînd dV crește în timp, se aplică pentru faza de destindere. Pentru faza de compresiune, dV scade în timp și, în consecință, mărimea w_{pm} trebuie luată cu semnul minus.

Considerînd p presiunea de la finele intervalului, rezultă că viteza medie din camera de ardere pe intervale este determinată de următoarele relații :

pentru destindere :

$$w_m = \left\{ \frac{\frac{p}{p_a} - e^{-\frac{F}{V_m} w_{pm} \frac{\Delta\theta}{6n}}}{1 - e^{-\frac{F}{V_m} w_{pm} \frac{\Delta\theta}{6n}}} - \frac{p_m^*}{p_a} \frac{K_1 c_2}{F w_{pm}} + (K-1) \right\} \frac{F w_{pm}}{K_2}, \quad (25)$$

pentru compresie :

$$w_m = \left\{ \frac{\frac{p}{p_a} - e^{\frac{F}{V_m} w_{pm} \frac{\Delta\theta}{6n}}}{e^{\frac{F}{V_m} w_{pm} \frac{\Delta\theta}{6n}} - 1} - \frac{p_m^* K_1 c_2}{p_a F w_{pm}} - (K-1) \right\} \frac{F w_{pm}}{K_2}. \quad (26)$$

Pentru stabilirea curbei de variație a vitezei aparente de ardere se propune următorul procedeu :

a) se împarte faza de ardere în intervale $\Delta\theta$, care pentru precizia calculului nu trebuie să depășească 5°RAM ;

b) se calculează valorile medii ale vitezelor aparente de ardere w^* și w ;

c) se consideră că aceste valori reprezintă valoarea acestor viteze la mijlocul intervalului considerat. În cazul în care curbele prezintă un maxim sau un minim, pentru precizarea valorii exacte a acestor puncte se micșorează intervalul de calcul.

În figura 1 este prezentată spre exemplificare variația vitezelor aparente de ardere din antecameră și din camera de ardere, pornind de la măsurători făcute în trei zile diferite pe motorul indicat, pentru o sarcină

care corespunde unei puteri de 70% din puterea maximă la 1 000 rot/min, $n = 1050$ rot/min. Fiecare curbă a fost trasată pornind de la media a trei diagrame $p - \theta$, indicate.

Se constată că alura curbelor este aceeaşi, valorile indicate variind între limitele abaterilor legilor de variaţie a presiunilor din camera de ardere.

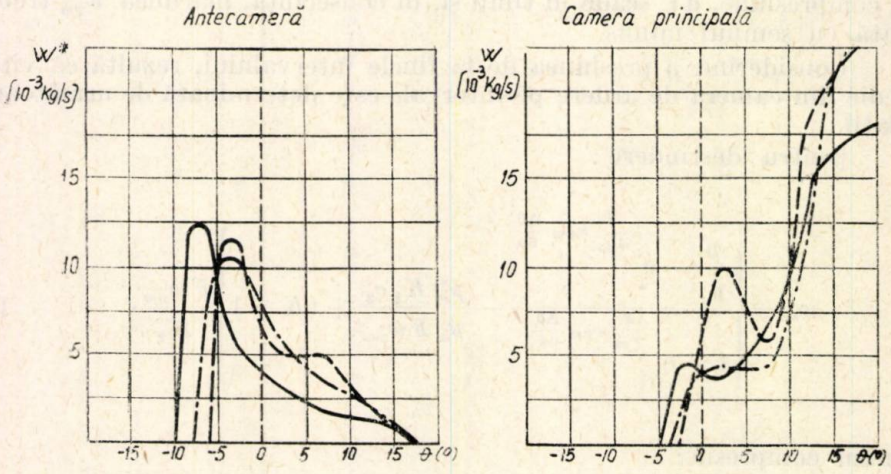


Fig. 1. — Viteza aparentă de ardere din antecameră (*a*) şi din camera principală de ardere (*b*) pentru $n = 1\,050$ rot/min, sarcina de 70%.

3. Influenţa secţiunii de trecere a difuzorului a fost cercetată prin analizarea a cinci variante de forme de difuzoare, indicate în tabela 1.

Tabela 1

Nr. difuzor	Nr. orificiilor	1	Diametrul orificiilor d_1(mm) 2	3	4	5	6	7	8	Secţiunea totală a orificiilor f (mm²)
1	8	1,7	1,8	2,4	3,0	3,4	3,0	2,4	1,8	39,6
2	8	2,9	3,1	4,0	5,0	5,8	5,0	4,0	3,1	112,4
10	4	2,35	—	3,35	—	4,7	—	3,35	—	39,3
11	4	2,5	—	3,5	—	5,0	—	3,5	—	44,3
12	4	2,2	—	3,1	—	4,4	—	3,1		34,1

Schema difuzorului antecamerei este indicată în figura 2.

În figurile 3,4 și 5 sînt prezentate rezultatele obținute privind variația perioadei de întîrziere la autoaprindere și a perioadei de întîrziere a arderii în camera principală, variația puterii, a consumului specific de combustibil, a temperaturii gazelor de ardere și a pereților antecamerei pentru o sarcină de 70% și pentru un regim de turație de 700—1 400 rot/min.

În figura 6 se prezintă variația vitezei aparente de ardere cu turația pentru două variante de difuzoare : 1 și 2.

Urmărind verificarea rezultatelor obținute și pentru alte regimuri de sarcină și avans la injecție, s-a efectuat o altă serie de experimentări pentru secțiunile de trecere precizate de variantele 1 și 2, pentru două sarcini care corespund unor puteri de 70 și 90% din puterea maximă a motorului la 1 000 rot/min și pentru trei avansuri la injecție : 19—20, 24 și 29°RAM.

Cu această ocazie s-a determinat numai variația cu turația a puterii efective și a consumului specific (fig. 7—12).

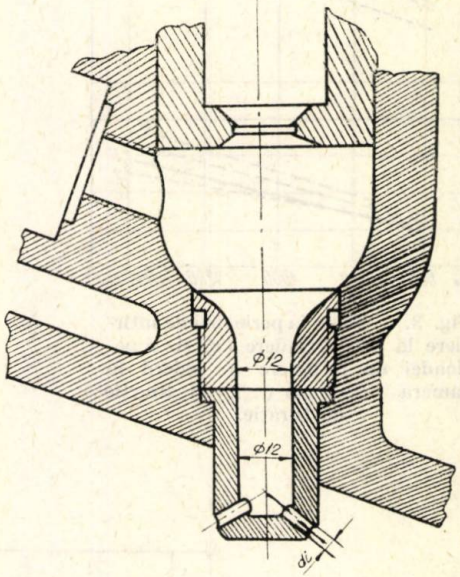


Fig. 2. — Schema difuzorului antecamerei.

Din materialul grafic prezentat se constată că mărirea secțiunii orificiilor de trecere — varianta 2 față de varianta 1 (cu 8 orificii), varianta 11 față de variantele 10 și 12 (cu 4 orificii) — influențează favorabil atît mărimile caracteristice ale arderii (perioada de întîrziere la autoaprindere, perioada de întîrziere a arderii în camera principală), cît și caracteristicile tehnice-economice ale motorului (puterea, consumul specific). Această influență este mai puternică o dată cu mărirea turației și nu depinde de sarcină și de avansul la injecție.

Se observă de asemenea că mărirea secțiunilor de trecere a orificiilor difuzorului reduce temperatura gazelor arse și ridică temperatura pereților antecamerei.

S-a mai găsit că viteza de creștere a presiunii și presiunea maximă din antecameră scad, iar din camera principală de ardere cresc cu mărirea orificiilor de trecere.

În consecință, la turații ridicate secțiunea orificiilor de trecere trebuie să fie mare pentru a se realiza reducerea perioadei de întîrziere la

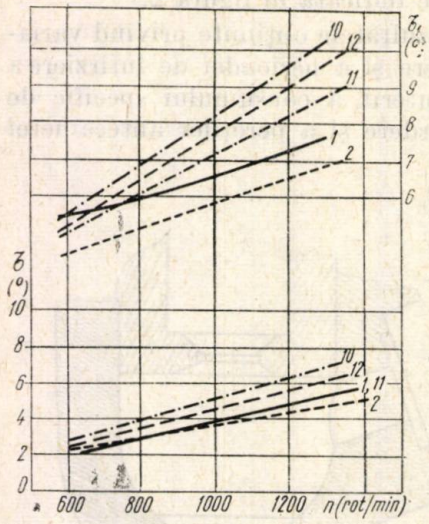


Fig. 3. — Variaţia perioadei de întîrziere la autoaprindere (τ) şi a perioadei de întîrziere a arderii în camera principală (τ_1), în funcţie de turaţie.

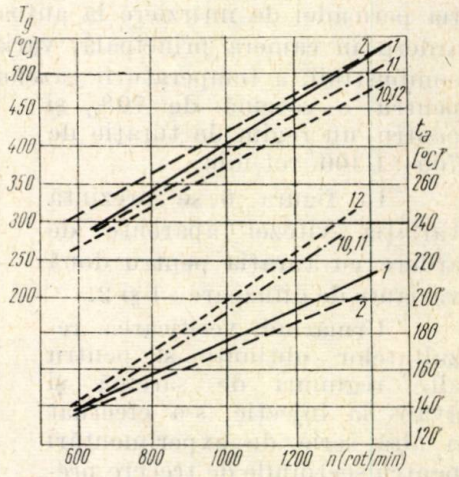


Fig. 4. — Variaţia temperaturii gazelor arse (t_g) şi a temperaturii pereţilor antecamerei (t_a) în funcţie de turaţie.

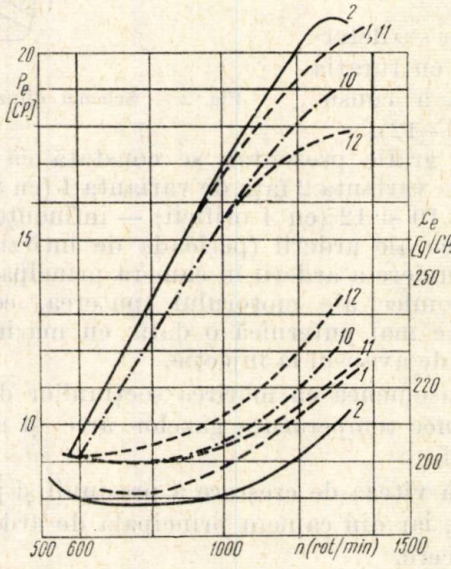


Fig. 5. — Variaţia puterii efective (P_e) şi a consumului specific de combustibil (c_e) în funcţie de turaţie.

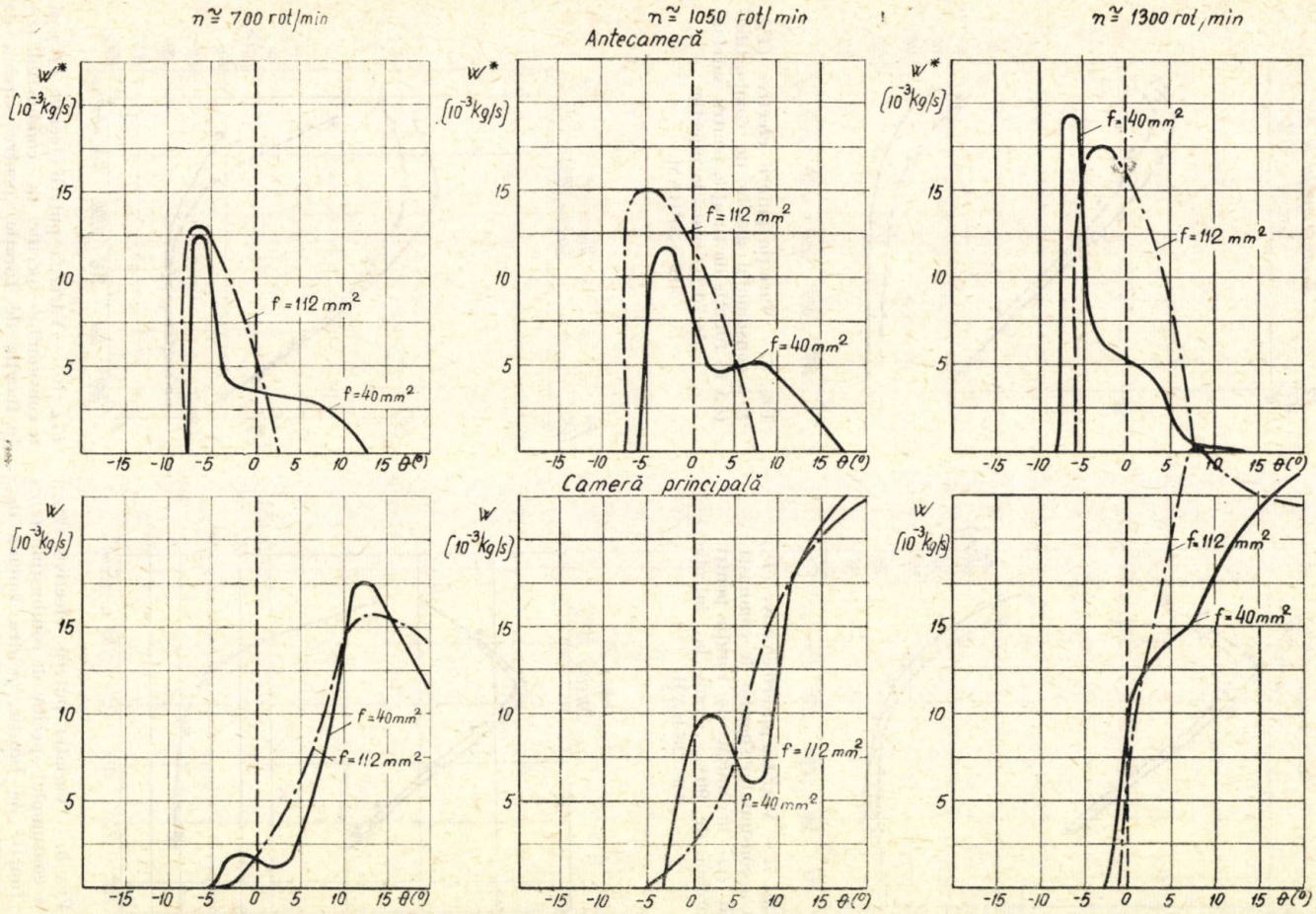


Fig. 6. — Variaţia vitezei aparente de ardere din antecameră (*a*) şi din camera principală de ardere (*b*) pentru trei turaţii, $f = 39$ mm².

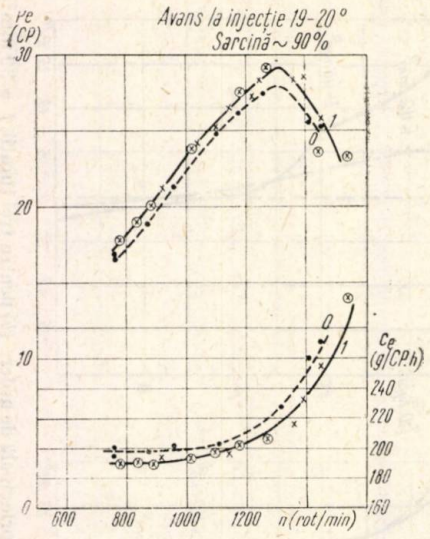


Fig. 7. — Variația puterii efective (P_e) și a consumului specific de combustibil (c_e) în funcție de turație pentru sarcina de 90 %, avans la injecție 19—20°RAM.

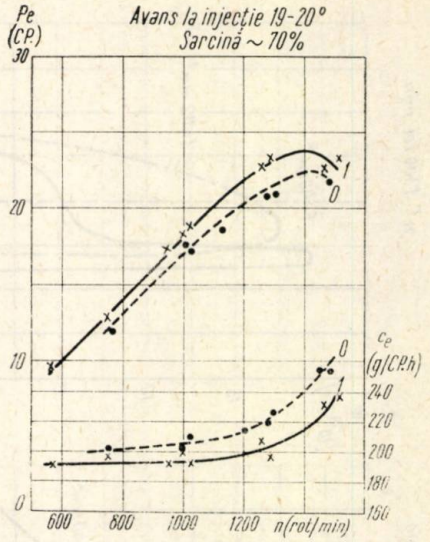


Fig. 8. — Variația puterii efective (P_e) și a consumului specific de combustibil (c_e) în funcție de turație, pentru sarcina de 70 %, avans la injecție 19—20°RAM.

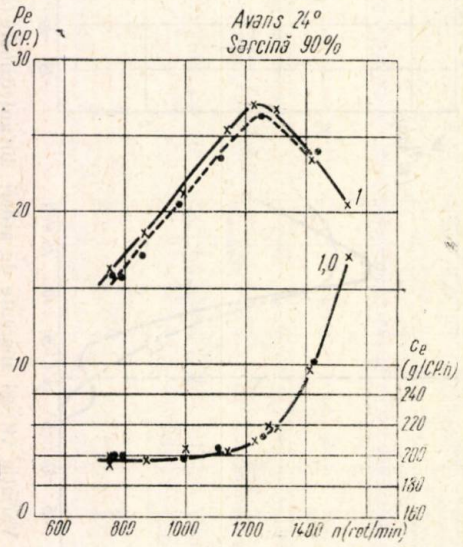


Fig. 9. — Variația puterii efective (P_e) și a consumului specific de combustibil (c_e) în funcție de turație, pentru sarcina de 90 %, avans la injecție 24°RAM.

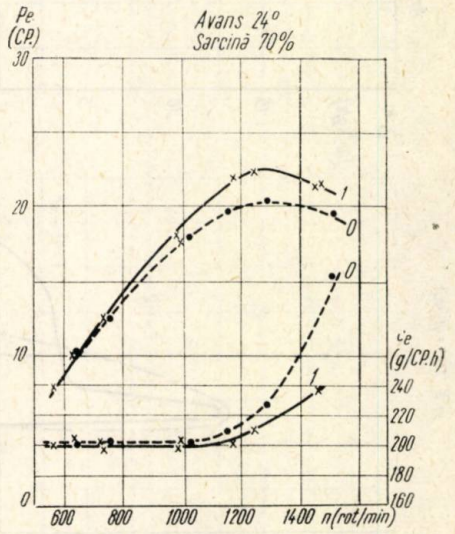


Fig. 10. — Variația puterii efective (P) și a consumului specific de combustibil (c) în funcție de turație, pentru sarcina de 70 %, avans la injecție 24°RAM.

autoaprindere, viteza de creștere a presiunii maxime în antecameră. Toate acestea conduc la realizarea unor consumuri specifice mai reduse și la micșorarea mersului brutal al motorului.

Realizarea unui amestec omogen în antecameră și mai ales în camera principală conduce la creșterea gradului de perfecțiune a arderii și deci la

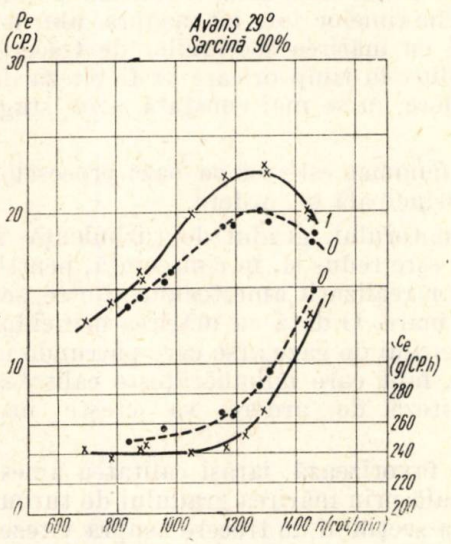


Fig. 11. — Variația puterii efective (P_e) și a consumului specific de combustibil (c_e) în funcție de turație, pentru sarcina de 90 %, avans la injecție 29°RAM.

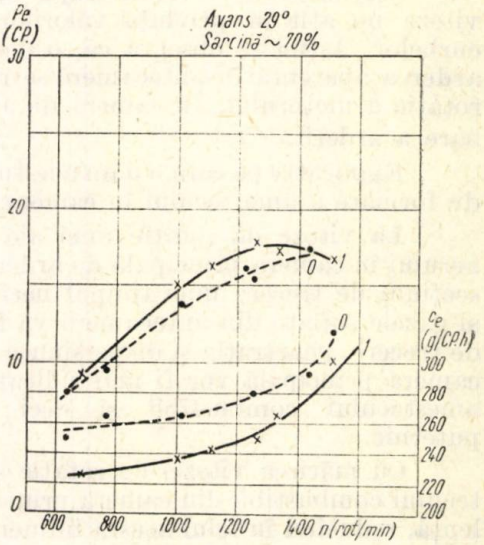


Fig. 12. — Variația puterii efective (P_e) și a consumului specific de combustibil (c_e) în funcție de turație, pentru sarcina de 70 % avans la injecție 29°RAM.

ridicarea performanțelor tehnice-economice ale motorului. Această cerință este cu atît mai importantă, cu cît turația motorului crește ca urmare a reducerii timpului, măsurat în secunde, afectat acestui proces.

Mărirea secțiunii de trecere permite un schimb mai intens de substanță între cele două camere și favorizează prin creșterea dispersiunii și penetrației jetului de gaze care curge din antecameră, reducerea timpului necesar realizării amestecării acestui jet cu aerul din camera principală de ardere. Importanța acoperirii cu jetul de combustibil a unei suprafețe cît mai mari din camera de ardere este pusă în evidență de rezultatele mai bune obținute cu difuzorul în varianta 1 (cu 8 orificii) față de varianta 10 (cu 4 orificii), ambele avînd aceeași secțiune de curgere.

În felul acesta se explică rezultatele optime obținute cu difuzorul în varianta 2, care are numărul și secțiunea orificiilor de legătură cele mai mari dintre toate variantele încercate.

Este interesant de urmărit variația vitezelor aparente de ardere, calculate pe baza diagramelor $p - \theta$ ridicate în antecameră și în camera principală de ardere.

Se constată că, o dată cu mărirea turației pentru sarcină constantă (~0,105 g/ciclu), vitezele aparente de ardere maxime atinse cresc în ambele camere cu mărirea turației. Creșterea acestei viteze în camera principală (în grade RAM) este mai puternică la viteze de rotație mari, la viteze de rotație mici observîndu-se, după 5—10°RAM de la începutul arderii, chiar o accentuată stagnare a vitezei de ardere.

Secțiunea de trecere, după cum arată calculele, afectează aceste viteze nu atît în privința valorilor maximelor lor, cît asupra alurilor curbelor. Astfel se observă că, o dată cu mărirea secțiunilor de trecere, arderea aparentă în antecameră se reduce în timp oricare ar fi viteza de rotație a motorului. În camera de ardere nu se mai constată acea stagnare a arderii.

Explicația pe care o dăm acestui fenomen este tot pe baza proceselor de formare a amestecului în camera principală de ardere.

La viteze de rotație mici ale motorului, gradul de turbulență al aerului în camera principală de ardere este redus și, în consecință, pentru secțiuni de trecere mici timpul necesar realizării amestecului dintre aer și gazele suflate din antecameră va fi mare. O dată cu mărirea orificiilor de trecere, penetrația și dispersiunea jetului de gaze arse care pătrunde în camera principală vor fi mai ridicate, fapt care îmbunătățește calitatea amestecului combustibil și deci viteza de ardere va crește mai puternic.

Cu mărirea vitezei de rotație se favorizează iarăși calitatea amestecului combustibil din camera principală prin mărirea gradului de turbulență, reducînd în felul acesta influența secțiunii de trecere asupra vitezei de ardere în intervalul luat în considerare (± 20°RAM față de P.M.I.). Astfel, efectele găsite asupra îmbunătățirii randamentului termic prin mărirea secțiunii de trecere, chiar în regimuri de turație mai ridicate, se datoresc unui efect asupra arderii în ansamblu și nu numai în prima sa fază pusă în evidență în experiențele efectuate.

4. Din materialul prezentat se desprind următoarele concluzii asupra influenței pe care o are secțiunea de trecere asupra perioadei de ardere, văzută prin prisma măririi turației motorului.

a) În scopul îmbunătățirii arderii, la regimuri de turație ridicate — reducerea perioadei de întîrziere la autoaprindere, scăderea presiunii maxime din antecameră și creșterea vitezei de ardere în camera principală de ardere și deci reducerea mersului dur al motorului și al consumului specific de combustibil — este necesar să se mărească secțiunea totală a orificiilor de trecere dintre antecameră și din camera principală de ardere ;

b) din complexitatea de procese fizico-chimice care au loc în timpul arderii, experiențele efectuate au scos în evidență rolul hotărîtor pe care-l au procesele fizice de formare a amestecului combustibil în condițiile unei viteze de rotație ridicate a motorului.

Primită la redacție la 15 iunie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. G. Bărănescu, *Computation of the real cycle of internal combustion engines with antechambre.* Rev. d'éléctrotechnique et d'énergétique, **IV** (1959).
2. F. Nagao, H. Kakimoto, Y. Motsuoka, A. Oshida, *Photografic study of combustion in pre-combustion type Diesel engine.* Bull. J. S. M.E., *12* (1960).
3. F. Nagao, N. Ikegami, H. Konishi, *Influence of conecting passage of Diesel Knock in divided chamber type engines.* Bull. J.S.M.E., **6**, *24* (1963).

COCS-BRICHETE METALURGIC DIN CĂRBUNI ENERGETICI

I. CERCETĂRI ÎN FAZĂ SEMIINDUSTRIALĂ [1])

DE

I. NISTOR

Se prezintă o privire de ansamblu asupra rezultatelor cercetărilor în fază semiindustrială pentru fabricarea cocsului-brichete ; pe lîngă procedeele elaborate într-o serie de țări, se prezintă succint fluxul tehnologic și rezultatele primelor cercetări la scară semiindustrială obținute prin aplicarea procedeului Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România (I.E.).

Unul dintre principalii indici ai dezvoltării economice îl constituie producția oțelului, care este corelată, la rîndul ei, cu producțiile de fontă și de cocs.

Raportul dintre acestea a variat în timp, datorită progresului științific și tehnic al proceselor de elaborare a oțelului și fontei. Astfel, dacă în 1950 producția mondială de cocs era cu 36,5% mai mare decît cea de fontă și numai cu 5,5% mai mică decît cea de oțel, în 1962 producția mondială de cocs a fost numai cu 2,7% mai mare decît cea de fontă, iar producția mondială de oțel a întrecut cu 34,7% pe cea de cocs, deși în valoare absolută producția mondială de cocs a crescut în perioada 1950—1962 cu 47,5% (tabela 1).

În principal, explicația acestui fapt constă în reducerea consumului de cocs la elaborarea fontei.

În perspectivă pînă în anii 1972—1975, prognozele indică accentuarea acestei tendințe, astfel că, deși producția mondială de cocs va crește cu 18,2%, producția mondială de oțel se va dubla, iar cea de fontă va crește cu 22%.

---

[1]) Cercetările au fost efectuate cu participarea ing. I. Epure, ing. C. Panaitescu, ing. F. Ștefănescu, ing. V. Tăzlăuanu, ing. V. Ciolac, ing. C. Coroiu, ing. C. Doboș, ing. S. Gutman și ing. I. Hristescu.

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 4 p. 951—961 București 1965

Se remarcă dezvoltarea vertiginoasă a producției mondiale de oțel, care s-a dublat în ultimii 15 ani și care a necesitat, deși nu în același ritm, o creștere importantă a producției de fontă și de cocs.

Materia primă pentru fabricarea cocsului, huilele cocsificabile, sînt însă în cantitate strict limitată, și în ultimii ani a fost netă tendința de a se introduce în șarjele de cocsificare huile mai slab aglutinante, ca atare sau sub formă de semicocs, cît și huile cu procente de cenușă mai ridicate sau cu conținut mărit de sulf. Aceste adaosuri sînt însă limitate de calitatea impusă cocsului, ținînd seama de faptul că valoarea cocsului necesar reprezintă 40—50% din prețul de revenire al fontei.

Tabela 1

Producția mondială de cocs, fontă și oțel în anii 1950—1962 și prognoza pentru anii 1972—1975 [1], [2], [3]

10^6 tone

Anul / Producția mondială	1950	1955	1960	1962	1972—1975
Cocs	180,7	236,6	272,3	266,5	315
Fontă	132,3	190,4	255,1	259,5	384
Oțel	192,0	271,9	347,1	359,3	630

Consumul rapid al rezervelor de huile cocsificabile, care avansează de peste 2,5 ori mai repede decît consumul huilelor în general [4], a condus la necesitatea studierii metodelor de lărgire a bazei de materii prime pentru fabricarea cocsului, problemă care este în preocupările cercetărilor din principalele țări industriale.

În perioada 1950—1962, producția de oțel a Republicii Socialiste România a crescut de 4,4 ori (tabela 2), fapt care a impus mărirea producției de fontă de 4,7 ori și a celei de cocs de peste 15 ori, creșteri impuse de inegala dezvoltare a acestor industrii în regimul capitalist. Compararea producțiilor de cocs și de fontă realizate în 1964 conduce la concluzia că pentru acoperirea consumului intern de cocs a fost necesar importul a aproape jumătate din cantitatea necesară.

Literatura de specialitate menționează o serie de procedee pentru obținerea cocsului metalurgic din cărbuni energetici, care au fost stabilite pe baza cercetărilor de laborator în diverse țări. Întrucît, după părerea unanimă a specialiștilor, aceste cercetări nu reprezintă decît o fază preliminară de studiu a fenomenelor și proceselor care au loc, se vor menționa în continuare numai procedeele care au și o bază tehnică-economică și care, în consecință, au fost dezvoltate pînă la fază semiindustrială sau chiar industrială.

Este de remarcat faptul că dezvoltarea procedeelor noi de cocsificare a fost efectuată cu precădere în țările socialiste.

Astfel, la *Institutul de brichetare al Academiei de mine din Freiberg, R.D.G.*, acad. prof. E. Rammler şi prof. G. Bilkenroth [7], [8], [9] au elaborat un nou procedeu de cocsificare, prin care pentru prima dată în lume cărbunii bruni pămîntoşi au fost transformaţi în cocs-brichete la scară industrială.

Procedeul cuprinde următoarele faze :

a) uscarea cărbunilor bruţi pînă la umiditatea de 12%;

b) brichetarea la presiuni de peste 1 000 kgf/cm^2 a cărbunilor fin măcinaţi (0—1 m);

Tabela 2

Producţia Republicii Socialiste România de cocs, fontă şi oţel în anii 1950—1964 [2], [5]

10^4 tone

Producţia Republicii Socialiste România / Anul	1950	1955	1960	1962	1964	1975
Cocs	7,2	14,4	82	111,9	114,6	—
Fontă	32	57	101,4	151,1	192,4	—
Oţel	55,5	76,6	180,6	245,1	303,9	750

c) uscarea menajată a brichetelor obţinute;

d) cocsificarea brichetelor şi

e) răcirea uscată a cocsului obţinut.

Pe lîngă instalaţia construită la Lauchammer în 1954 cu o capacitate de 1 000 000 t cocs-brichete/an, este în construcţie combinatul „Schwarze Pumpe" cu o capacitate de 2 300 000 t cocs-brichete/an.

Calitatea cocsului-brichete este inferioară pentru utilizare la furnale înalte (M_{40} = 60, porozitate 28—35%, greutate specifică în vrac = = 615 kg/m^3 fracţia > 45 mm = 58%), dar este folosit cu succes, în proporţie de pînă la 22%, la furnalele cu cuvă joasă de la uzina din Kalbe. Cocsul-brichete rezultat este utilizat pe scară largă în metalurgia neferoasă, industria chimică de gaz şi altele.

Procedeul NFC (National Fuel Corporation, New York), experimentat [10] în staţia semiindustrială de la Bethlehen (1953), cuprinde următoarele stadii :

a) uscarea cărbunelui la o umiditate sub 1%;

b) măcinarea cărbunelui la 100% < 0,8 mm şi nu mai puţin ca 90% < < 0,5 mm;

c) oxidarea cărbunelui (în cazul necesităţii) pentru micşorarea capacităţii de aglutinare la nivelul dorit;

d) brichetarea cărbunelui cu gudron sau smoală (8%);

e) cocsificarea brichetelor în retorte verticale continue cu încălzire interioară, incluzînd instalaţia de răcire uscată a cocsului.

Productivitatea instalației este de 100 t/zi. Cocsul obținut are o mare rezistență mecanică și dimensiuni constante. Densitatea și dimensiunile cocsului-brichete se pot modifica. Deși investițiile [6] sînt cu 30—40% mai reduse decît în cazul unei cocserii clasice corespunzător, procesul tehnologic este complicat, ceea ce influențează prețul de cost.

Procedeul Institutului de combustibili fosili (IGI) al Academiei de științe a U.R.S.S., elaborat sub conducerea lui L. A. Sabojnikov, cuprinde cinci stadii [11]:

a) măcinarea (90% < 3 mm) și încălzirea rapidă (cîteva secunde) a cărbunelui în curent de gaze pînă la temperatura de trecere în stare plastică, urmată de separarea fazei solide;

b) menținerea granulelor de cărbune la această temperatură 0,5—2 sec pentru eliminarea materiilor volatile;

c) formarea bucăților aglomerate din cărbunele în stare plastică la presiuni mici (2—5 kgf/cm²);

d) trecerea în faza de semicocs;

e) durificarea și trecerea în cocs cu o viteză de încălzire de 1,5—2°C/min pînă la temperatura de 750—800°C.

Rezistența mecanică a cocsului obținut ajunge pînă la $M_{40} = 87$. În 1955—1957 a fost construită la Harkov o instalație semiindustrială cu o capacitate de 4,8 t/zi, iar în 1963 a fost dată în exploatare o stație cu productivitatea de 240 t/zi.

Procedeul necesită huile slab aglutinante și prezintă o tehnologie dificilă, impunînd limite înguste diverșilor parametri, fapt care pune probleme deosebite concepției și calității utilajelor.

În procedeul *Coal Logs*, elaborat în S.U.A., huilele slab aglutinante sînt aduse în stare plastică prin încălzirea în strat subțire (13—25 mm) pe o bandă continuă; după aceea cărbunele în stare plastică este format în bucăți cilindrice și apoi [6] are loc încălzirea lor pînă la 800—1 000°C.

Stația experimentală în care se aplică acest procedeu a fost construită la Salt Lake City, avînd o productivitate de 35—40 t de cocs format/zi.

În Anglia, la *Coal Research Establishement*, se aplică un procedeu care cuprinde următoarele trei stadii:

a) semicocsificarea cărbunilor la 400—650°C;

b) brichetarea la 400—440°C, cu amestec smoală-cărbune;

c) cocsificarea brichetelor la temperaturi de peste 650°C.

O instalație semiindustrială cu un proces similar a fost construită în Olanda [6], avînd o productivitate de 100 t/zi.

Procedeul *Institutului de cercetări pentru cărbuni din Tokio* (Japonia) prevede semicocsificarea cărbunilor neaglutinanți în pat fluidizat la 550—600°C, brichetarea împreună cu 7—8% smoală și 10—15% huile de cocs, urmată de cocsificarea rapidă la 1 000—1 050°C în cuptoare verticale continue.

Instalația experimentală are o productivitate de 6 t de cărbune/zi, iar cocsul-brichete obținut are porozitatea de 43—51% și rezistență mecanică suficientă.

Un loc deosebit printre cercetările efectuate asupra cocsului-brichete îl ocupă lucrările referitoare la procedeele care utilizează tratamentul termochimic (oxidant).

Primele informaţii asupra acestei metode sînt acelea despre instalaţia de la Carmaux (Franţa) pentru producţia cocsului format, prin oxidarea brichetelor cu gaze de ardere care conţin 60% aer, timp de patru ore, urmată de semicarbonizarea lor.

Instalaţiile construite în urmă cu peste 20 de ani produceau 100 t/zi de brichete oxidate [12] pentru uzul domestic.

Procedeul I.Ch.P.W. (Institutul de prelucrare chimică a huilei) din Zabrze (R. P. Polonă) [13], [14] cuprinde degazarea cărbunilor necocsificabili sau a huilelor slab cocsificabile la circa 800°C, brichetarea cocsului măcinat pînă la 3 mm cu fracţiunile grele din gudronul propriu şi de gazogen, urmate de tratamentul termic al brichetelor în prezenţa oxigenului timp de cîteva ore la 200—300°C.

Într-o staţie experimentală industrială se produc de cîţiva ani cantităţi însemnate de cocs-brichete, care sînt utilizate în special la cubilouri [15].

Cercetările efectuate în cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România au condus la elaborarea procedeului termochimic de producere a cocsului-brichete din cărbuni energetici, care se găseşte actualmente în fază semiindustrială.

Procedeul constă în degazarea cărbunilor energetici prin fluidizare [16] şi în cuptoare verticale [17], brichetarea cocsului mărunt (circa 88%) cu bitum de petrol parafinos (circa 12%) şi tratamentul termochimic al brichetelor la o temperatură de 220—250°C cu un amestec de gaze arse şi de aer [18].

Lucrările dezvoltate la staţia experimentală semiindustrială prin continuarea şi extinderea cercetărilor de laborator [19], [22] au avut drept scop adîncirea studiilor, experimentarea procedeului şi soluţionarea lui din punct de vedere tehnic şi economic.

Materia primă folosită în procedeul de fabricare a cocsului-brichete I.E. este formată din cărbuni energetici PALV 0—10 mm (cod ISO-711); de asemenea, fiindcă majoritatea ţiţeiului nostru este parafinos, avem disponibil liantul cerut de procedeu la preţ redus.

Procesul tehnologic, al cărui flux este redat în figura 1, include măcinarea cărbunelui energetic sub 5 mm şi degazarea lui pînă la un procent < 3 volatile, prin fluidizare şi în cuptoare verticale (*1*). Cocsul mărunt se depozitează în extacada (*2*), de unde trece în buncărele de dozare (*3*) ale secţiei de pregătire. De aici, prin intermediul concasorului cu ciocane (*4*), materialul, dozat în proporţia şi la granulaţia necesitată de reţetă (—3 mm), este adus în buncărele staţiei de brichetare (*6*). Pe banda de trecere de la concasor spre buncăre se află un dispozitiv (5) de stropire a cocsului mărunt cu soluţie catalitică ($FeCl_3$). Liantul (bitumul de petrol) este păstrat sub apă (*7*), pentru evitarea înmuierii lui pe vreme călduroasă (I.B. = 65°C). Utilizarea bitumului solid, măcinat, la brichetare a necesitat sfărîmarea

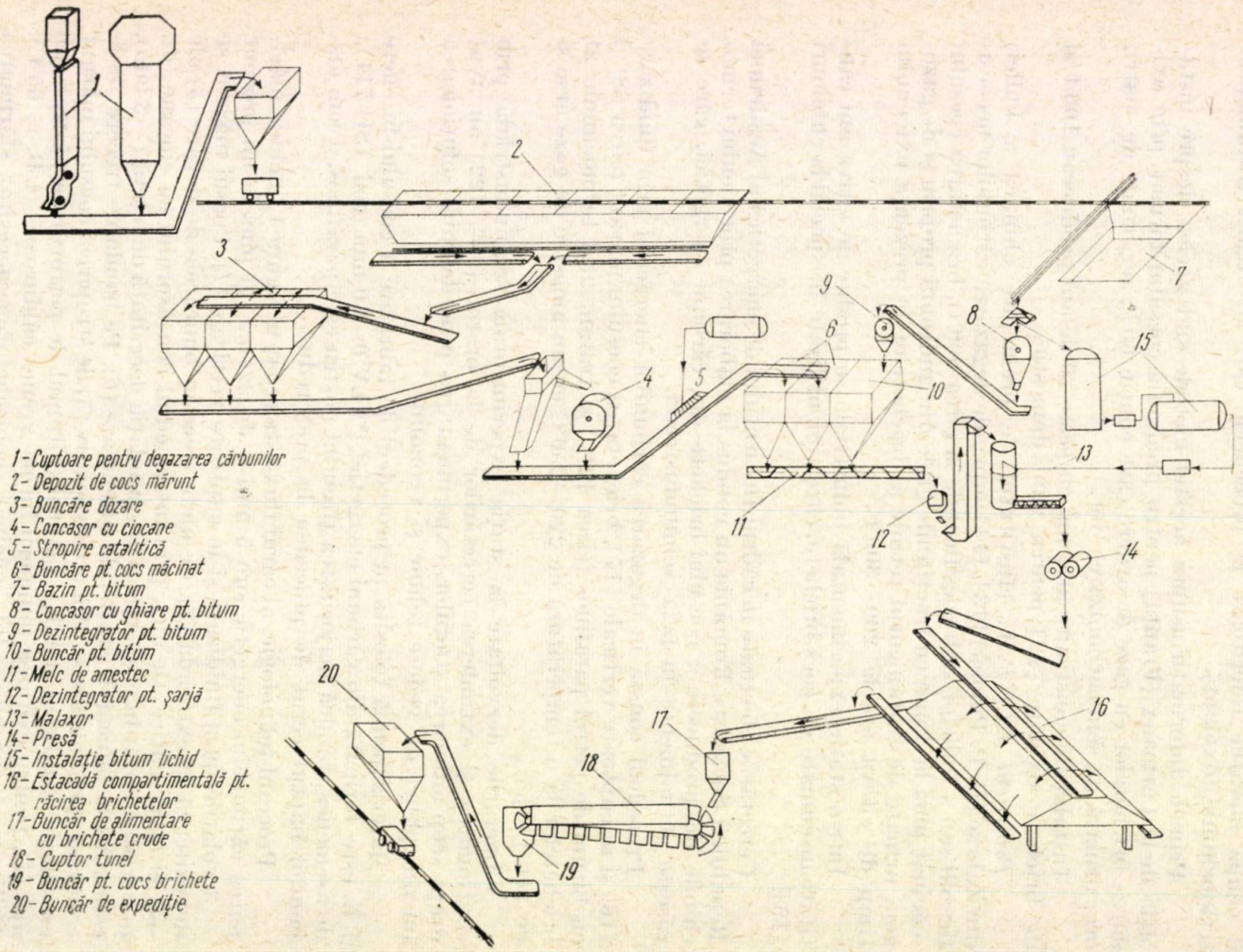


Fig. 1. — Fluxul tehnologic al staţiei semiindustriale de producere a cocsului-brichete I.E.

lui în concasorul cu gheare (*8*) şi apoi în dezintegratorul (*9*) al staţiei de brichetare, de unde, prin intermediul buncărului (*10*), este dozat pe melcul de amestec cu cocs mărunt (*11*). Omogenitatea amestecului se realizează în dezintegratorul (*12*), iar de aici un elevator cu cupe transportă şarja de brichetare la malaxorul (*13*) care alimentează presa cu valţuri (*14*), prevăzută cu două bandaje cu alveole. Dacă liantul urmează să se introducă în stare lichidă, se utilizează o instalaţie de topire şi de supraîncălzire a bitumului (*15*), de unde acesta este adus cu ajutorul unei pompe la malaxor, în care este pulverizat pentru realizarea unei emulsii bitum-abur, care favorizează omogenizarea mai bună a amestecului. Brichetele, de formă ovoidă, sînt transportate pe o bandă cu plasă de sîrmă la estacada compartimentată (*16*). Cu ajutorul unor benzi, brichetele crude sînt transportate prin intermediul buncărului de alimentare (*17*), la cuptorul-tunel (*18*) — agregatul pentru tratamentul termochimic —, de unde cocsul brichete este încărcat, prin sistemul buncăr-bandă-elevator, în silozul de expediţie (*20*).

Utilajele obişnuite în industria preparării cărbunelui (buncăre, dozatoare, benzi, mori etc.), presa de brichetare, instalaţiile de introducere a catalizatorului şi a bitumului lichid sînt fabricate în ţară. Măcinarea şi brichetarea cocsului de fluidizare nu ridică probleme deosebite, indicele de măcinabilitate al acestuia fiind aproximativ egal cu al cărbunelui energetic PALV [21]. Brichetarea cocsului mărunt a necesitat îmbunătăţirea de către cercetători a tehnologiei de fabricare a alveolelor bandajelor de la presa de brichetare pentru realizarea unei durităţi Brinell > 400 kg/mm^2.

Dintre agregatele specifice necesare realizării tehnologiei procedeului cuptoarele pentru fabricarea cocsului mărunt (de fluidizare şi verticale) sînt instalaţii cunoscute, cu rezerve importante de ridicare a productivităţii lor actuale.

Cuptorul-tunel pentru tratamentul termochimic al brichetelor, în faza finală a procesului tehnologic de fabricare a cocsului-brichete I.E., este un agregat prototip [2]), cu o construcţie simplă şi cu o mare elasticitate în funcţionare, oprirea şi răcirea lui durînd o zi. Organul de transport al brichetelor prin tunel îl formează un conveier cu vagonete acţionat mecanic, iar descărcarea cocsului se face automat prin răsturnarea vagonetelor, pe măsura ieşirii lor din cuptor. Vagonetele sînt prevăzute cu rafturi-grătare pentru brichete, prin care circulă forţat, cu ajutorul ventilatoarelor, agentul de oxidare. Acesta este un amestec de gaze arse, cu 14—16% oxigen şi temperatura de 220—250°C, obţinut în instalaţia de tratament termochimic prin arderea în exces de aer a gazului metan şi amestecarea lui eventuală cu aer preîncălzit. Schema de alimentare a cuptorului-tunel cu agent de oxidare este redată în figura 2.

Agentul este introdus în tunel cu ajutorul a 6 ventilatoare, cu distribuţie pe cîte 4—5 conducte la fiecare, realizîndu-se astfel zone distincte

---

[2]) Proiectul cuptorului a fost realizat de ing. E. Metsch şi ing. I. Jantea, iar instalaţia de încălzire de ing. E. Ciobanu şi ing. M. Rosen.

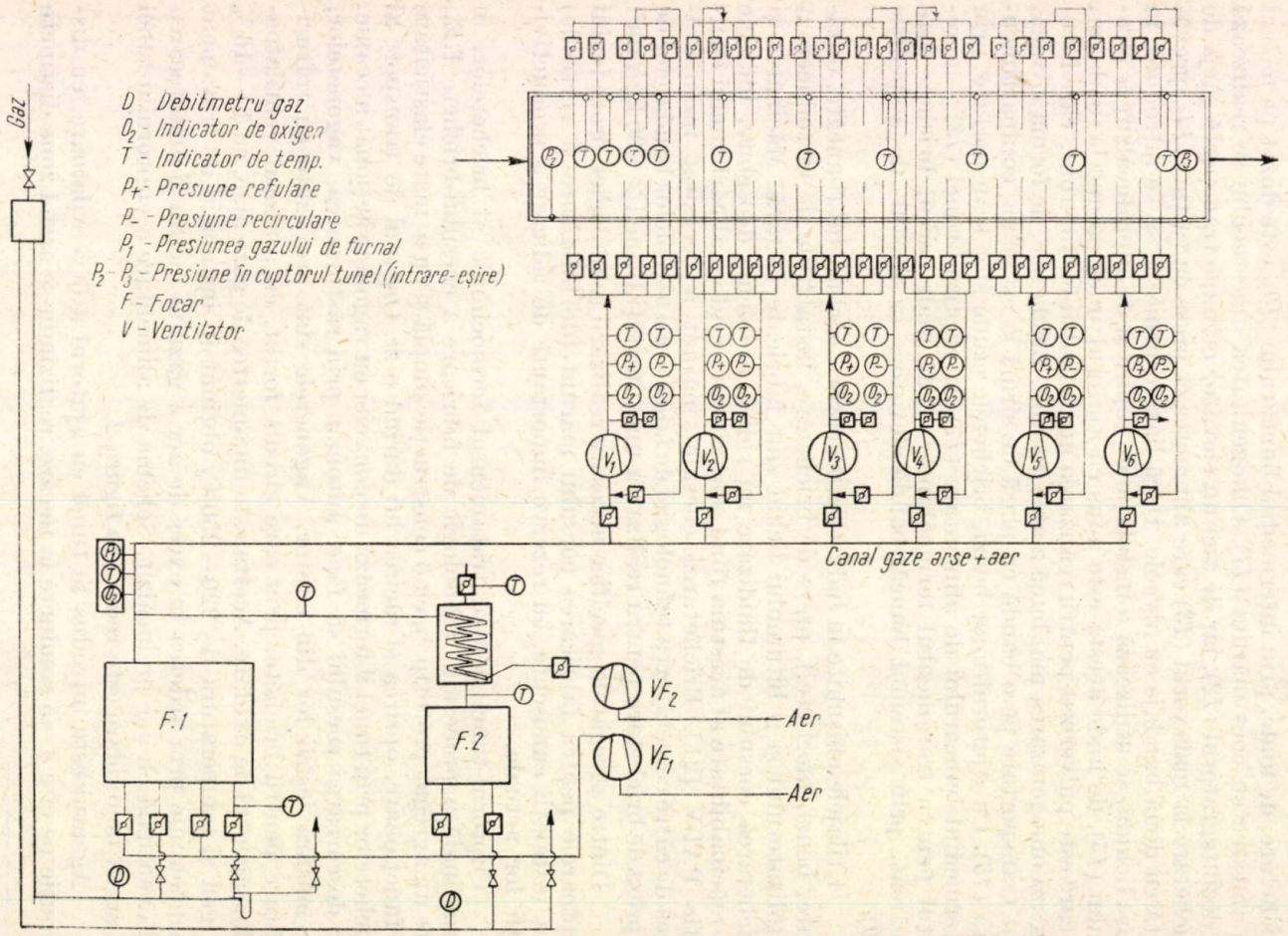


Fig. 2. — Schema de alimentare a cuptorului-tunel cu agent de oxidare.

de încălzire. Pentru uniformizarea regimului din cuptor, gazele sînt forţate să străbată spaţiul dintre brichete, circulînd de jos în sus la ventilatoarele 1, 3, 5 şi 6 şi de sus în jos la ventilatoarele 2 şi 4.

Căldura necesară procesului provine de la agentul insuflat şi din efectul exotermic al reacţiei de oxidare care are loc în cuptor.

Pentru realizarea parametrilor tehnologici necesari procesului (temperatura de regim şi conţinutul de oxigen optim) şi acoperirea pierderilor prin neetanşeităţi şi de la capetele cuptorului, schema de circulaţie prevede recircularea agentului de oxidare şi completarea lui cu amestec gazos proaspăt din canalul principal.

Regimul hidraulic al cuptorului-tunel, pentru care se dau în tabela 3 valorile medii ale măsurătorilor de presiune şi temperatură corespunzătoare unei perioade de funcţionare de circa 15 zile, este reglat cu ajutorul clapetelor de la ventilatoare şi conductele pentru introducerea şi ieşirea agentului gazos din cuptor.

Tabela 3

Regimul hidraulic mediu al cuptorului-tunel

Nr. crt.	Specificaţie / ventilator	1	2	3	4	5	6	Observaţii — Principalii parametri de lucru
		Presiuni mm CA						— Temperatura focar . . . . . 900—1 000°C
1	Refulare tunel	+ 15	+18	+22	+15	+20	+16	— Temp. agent în
2	Recirculare tunel	— 8	—10	—10	—10	—14	—16	canal distribuţie 600— 650°C
3	Aspiraţie canal distribuţie	—40	—55	—60	—45	—50	—50	— Presiune gaz . . . 900—1 050 mmCA
4	Refulare cond. ventilator	+20	+50	+40	+20	+30	+20	— O_2% în agent canal . . . . . 14—16,5 %
5	Recirculare cond. ventilator	—40	—30	—45	—40	—45	—30	— Durata oxidării . . . 10 h

Repartiţia temperaturilor pe direcţia longitudinală a cuptorului-tunel este sub formă de curbă-clopot, corespunzătoare regimului realizat în cuptor. Păstrarea în anumite limite a parametrilor principali de lucru şi a unui echilibru în regimul presiunilor şi depresiunilor pe aspiraţia şi refularea gazelor dă posibilitatea menţinerii fazelor de dezvoltare a procesului în anumite zone ale cuptorului-tunel pentru obţinerea unui grad de oxidare omogen şi a unui minim de pierdere de energie în exterior. Astfel, zona ventilatoarelor 1 şi 2 corespunde fazei de degajare a umidităţii din brichete şi stadiului de înmuiere a acestora.

Reacţia de oxidare propriu-zisă, însoţită de fenomenele chimice corespunzătoare, începe din zona ventilatorului 3 şi se definitivează în cea a ventilatoarelor 4 şi 5. Cu zona ventilatorului 6 începe răcirea cocsului-brichete, care se continuă pe banda de expediţie prin stropire cu apă.

Urmărirea procesului tehnologic pentru tratamentul termochimic al brichetelor se face cu ajutorul unei instalaţii de control termotehnic, care asigură măsurarea pentru :

— debitul de gaz la focar ;

— temperatura produselor de ardere la focare, în canalul cu agent proaspăt, pe conductele ventilatoarelor, în bolta şi la capetele cuptorului-tunel ;

— presiunile, respectiv depresiunile pentru agentul de oxidare în aceleaşi locuri ;

— conţinutul de oxigen în agentul de oxidare, în canalul cu agent proaspăt şi pe conductele celor şase ventilatoare.

Încărcarea cocsului-brichete din siloz în vagoane are loc prin trecerea cocsului peste un ciur fix, înclinat, cu distanţa între bare de 35 mm. Datorită tehnologiei utilizate, este posibil ca măruntul, realizat pe tot parcursul fluxului tehnologic ($< 5\%$), să fie reintrodus la brichetare.

Controlul fabricaţiei se efectuează prin analize de laborator şi determinări fizico-mecanice asupra probelor corespunzătoare diferitelor etape de producere a cocsului-brichete. Gradul de oxidare a brichetelor pe parcursul avansării vagonetelor în cuptor (în funcţie mai ales de timp) poate fi controlat cu ajutorul probelor scoase pe gurile de observaţie, prevăzute pe lungimea tunelului. Cocsul-brichete obţinut este uniform oxidat, nu prezintă deformări sau fisuri, iar randamentul de cocs metalurgic (faţă de brichetele crude) este de circa 98%.

Caracteristicile principale ale acestuia variază în limite strînse, în funcţie de raportul în care se află cele două sorturi de cocs mărunt în reţeta de fabricaţie. Valorile medii obţinute pentru cocsul-brichete produs au fost :

$W^a = 2-3\%$	Q_s^{anh}		$= 6\,700$ kcal/kg
$A^{anh} = 12-13\%$	Rezistenţa mecanică	M_{40}	$= 92\%$
		M_{10}	$= 7\%$
$V^{anh} = 11-12\%$	Greutatea specifică vrac		$= 510$ kg/m^3
$S_t^{anh} = 2{,}0-2{,}2\%$	Porozitate		$= 51\%$

Comparativ cu caracteristicile cocsurilor-brichete obţinute prin procedeele elaborate în diversele ţări, proprietăţile cocsului-brichete I.E. îl situează printre cele de calitate superioară.

Primit la redacţie la 1 iunie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. * * * ONU — *Statistical Office, Statistical Yearbook, 1963*. New York, 1964.
2. * * * DIRECŢIA CENTRALĂ DE STATISTICĂ, *Anuarul statistic al R.P.R.* 1964, Bucureşti, 1964.
3. * * * ONU-ECE, *Long term trends and problems of the European Steel Industry*. Geneva, 1959.

4. A. Szpilewicz, *Koks w procesie wielkopiecowgm.* Katowice, GWH, 1962.
5. * * * *Directivele Congresului al III-lea al P.M.R.*, Bucureşti, Edit. politică, 1960.
6. А. Агроскин, А. Щелков, *Расширение угольной базы коксования*, Москва, Металлургиздат, 1962.
7. E. Rammler, *Bergakademie* 4 (1962).
8. — G. Bilkenroth, Freiberger Forschungshafte, **A-13** (1953).
9. E. Rammler, G. Bilkenroth, Neue Hütte, **II**, *4* (1956).
10. H. Bardgett, *The utilisation of weokly-coking coals in metallurgical coke production.* World Power Conference, B—2—2, Belgrad, 1957.
11. Л. А. Сапожников, *Кокс и химия*, *3*, 22 (1959).
12. A. Thau, *Brennstoffschwelung.* vol. I, Halle (Saale) W. Knopp, 1949.
13. M. Zielinski, Koks-Smola-Gaz, **280** (1957).
14. H. Zielinski, Koks-Smola-Gaz, *4*, 172 (1959).
15. A. G. Lurgi, *Production of smokeless fuel and metallurgical coke by heat hardening in an oxidizing atmosphere and subsequent.* LTC-Symposium ob briquetting and low-temperature carbonisation of bituminous-coal and lignite, Hyderabod, 1961.
16. I. Blum, I. Nistor, St. cerc. energ., *2*, 345 (1961).
17. — St. cerc. energ., *2*, 397 (1960).
18. — St. cerc. energ., *3*, 563 (1960).
19. I. Blum, I. Nistor, C. Ionescu, St. cerc. energ., *4*, 675 (1961).
20. I. Nistor, F. Ştefănescu, St. cerc. energ., seria B, *1*, 149 (1963).
21. I. Nistor, F. Ştefănescu, V. Tăzlăuanu, St. cerc. energ., seria B, *3*, 415 (1963).
22. I. Nistor, V. Tăzlăuanu, F. Ştefănescu, V. Ciolac, St. cerc. energ., seria B, *4*, 559, (1963).

ANALIZA UNOR ERORI DE MĂSURĂ CARE APAR LA MĂSURAREA VARIAȚIILOR RAPIDE DE PRESIUNE ÎN CAMERELE DE ARDERE ALE MOTOARELOR

DE

JAN ALEKSANDER WAJAND [1])

621.43 : 53.08

Lucrarea analizează erorile de măsură care apar la măsurarea presiunii din camerele de ardere ale motoarelor termice în cazul cînd se utilizează traductoare de presiune.

Se examinează cauzele care provoacă aceste erori și se prezintă rezultatele comparative ale mărimilor calculate și determinate experimental.

Se deduc unele concluzii și recomandări pentru tehnica unor astfel de măsurători.

La măsurarea presiunilor din cilindrul motoarelor cu ardere internă este în general greu să se dispună astfel traductorul de presiune, încît membrana acestuia să fie la același nivel cu suprafața camerei de ardere. Această dificultate este datorată cel mai adesea dimensiunilor relativ mari ale traductorului de presiune și lipsei de spațiu în chiulasă.

Pentru a se asigura totuși măsurarea presiunilor, se leagă traductorul cu camera de ardere printr-un canal. Acest canal creează în mod obișnuit erori de măsură apreciabile. Mărimea acestor erori de măsură depinde, în primul rînd, de dimensiunile canalului (lungimea și diametrul său) și, în al doilea rînd, de modul în care se procedează la fixarea traductorului de presiune în chiulasă. În figura 1 se prezintă metodele uzuale de fixare.

În lucrare se prezintă următoarele :

a) precizarea erorilor diagramei indicate cauzate de canal ;

b) stabilirea unor indicații pentru a determina dimensiuni ale canalului care să conducă la abateri și la erori de mărime minime.

[1]) De la catedra de motoare termice a Institutului politehnic din Lodź.

St. cerc. energ. electr. Tom. 15 Nr. 4 p. 963—972 București 1965

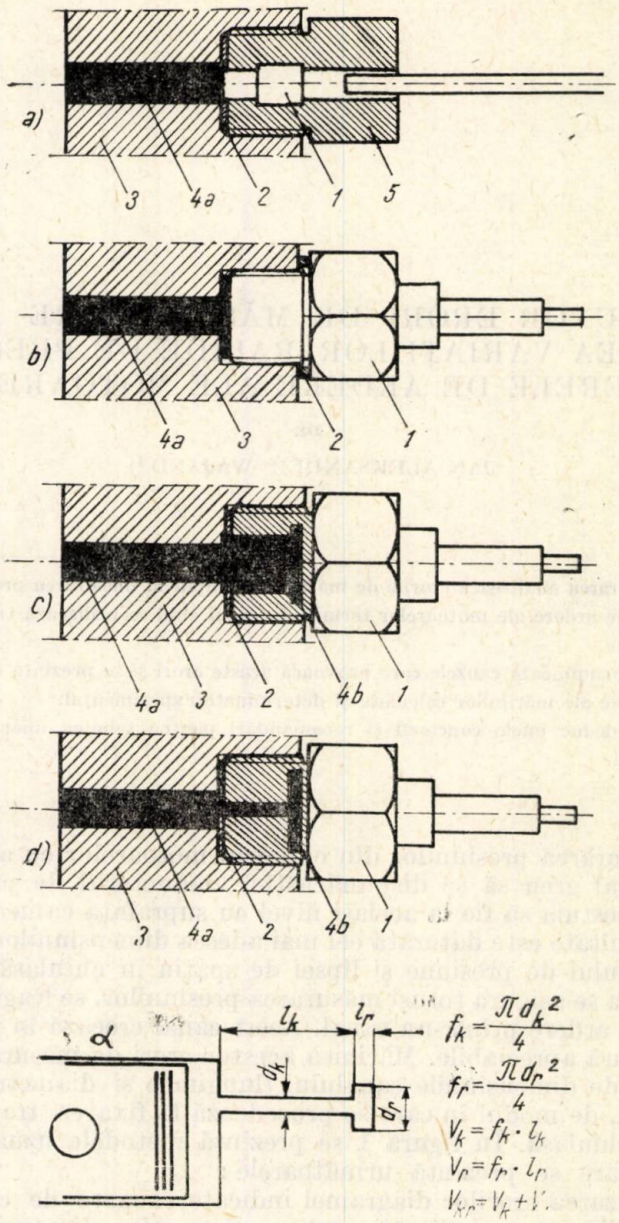


Fig. 1. — Moduri de fixare ale traductorului de presiune forma și dimensiunile canalelor :

1 — traductor de presiune ; *2* — inel de etanșare ; *3* — peretele chiulasei ; *4a* — canal în chiulasă ; *4b* — canal în traductorul de presiune ; *5* — capul traductorului de presiune.

În figura 1α se dau notațiile pentru dimensiunile canalelor.

Studiul proceselor în canale s-a efectuat analitic şi experimental şi s-au comparat rezultatele obţinute.

1. CAUZELE PRINCIPALE ALE ERORILOR DE MĂSURĂ LA DIAGRAMELE INDICATE

S-au considerat următoarele cauze fundamentale ale erorilor de măsură :

a) micşorarea raportului de compresiune datorită volumului suplimentar al canalului de legătură ;

b) întîrzierea apariţiei impulsului de presiune la suprafaţa membranei datorită lungimii canalului ;

c) căderea de presiune cauzată de curgerea gazului în canal ;

d) oscilaţiile de rezonanţă ale coloanei de gaz din canal.

Dintre cele patru forme de canal prezentate în figura 1 se întîlnesc cel mai frecvent primele două (fig. 1*a* şi *b*) şi de aceea s-au studiat în continuare numai aceste forme. Formele de canale prezentate în figura 1*c* şi *d* determină erori de măsură mai mari şi de aceea nu au fost luate în considerare. Nu s-au discutat de asemenea canalele cu variaţii de secţiune sau cu modificări de drum, aceste canale conducînd la erori de măsură şi mai mari şi care uneori pun în discuţie utilitatea diagramelor respective.

2. CALCULUL VALORII ERORII DE MĂSURĂ INTRODUSE DE PREZENŢA CANALULUI

S-au calculat erorile de măsură datorite primelor trei cauze discutate la punctul 1 al lucrării, stabilindu-se, în baza unei diagrame $p-\alpha$ la diferite poziţii ale arborelui motor [2]), căderile de presiune şi întîrzierea impulsului de presiune. S-au obţinut astfel diagrama deformată, care s-a comparat cu cea indicată (fig. 2).

În figura 2 datele se referă la diagrame şi la indicatoare uzuale.

Erorile de măsură s-au împărţit după cum urmează :

a) scăderea de presiune datorită volumului suplimentar al canalului, Δp_ε ;

b) scăderea de presiune prin laminarea curgerii gazului, împărţită în :

α — scăderea de presiune la intrarea în canal, $\Delta p'$;

β — scăderea de presiune în lungul canalului, Δp_κ ;

γ — scăderea de presiune la ieşirea din canal, $\Delta p_s''$;

δ — creşterea presiunii la curgerea gazului în spaţiul lărgit din faţa membranei, $\Delta p''_p$;

---

[2]) Calculele s-au făcut din 20 în 20 de grade rotaţie arbore motor şi în domeniul 170—190° din 5 în 5°RAM.

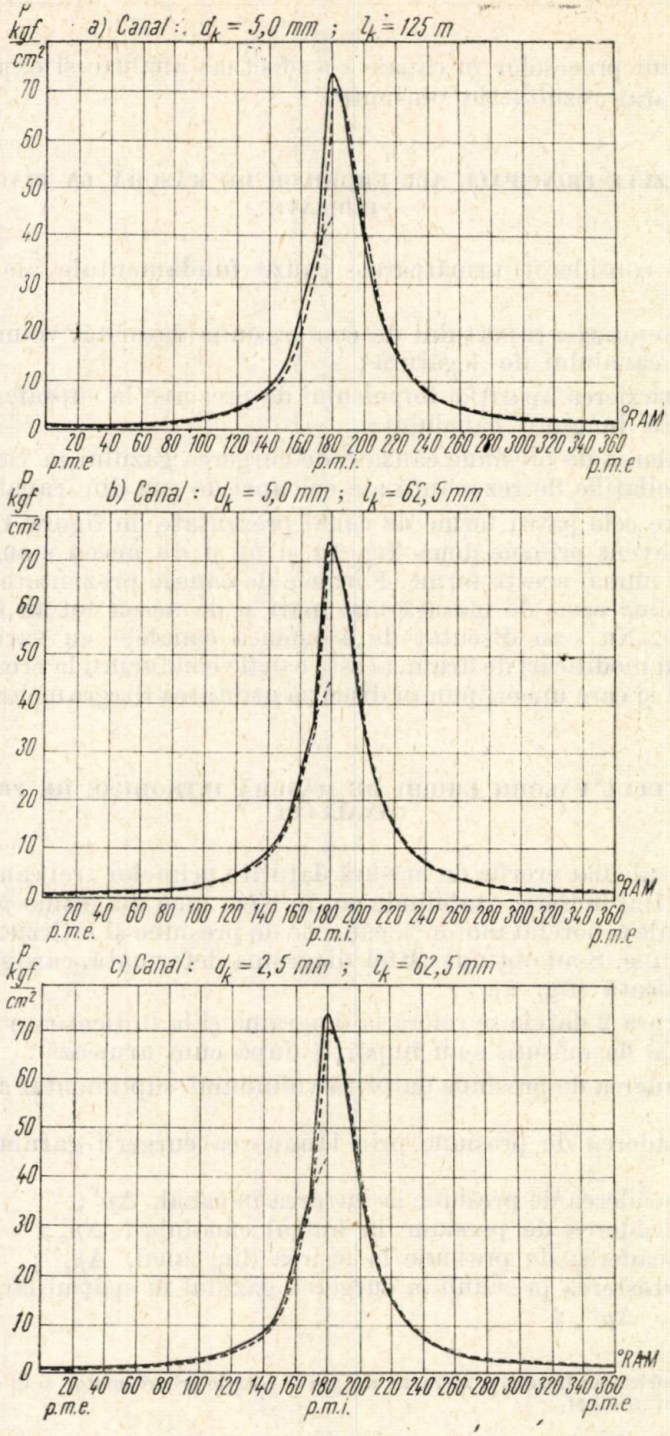


Fig. 2 .— Diagrama calculată pentru canalul traductorului RFT : —— diagrama de bază ; ---- diagrama indicată în erori.

c) întîrzierea impulsului de presiune la membrana captatorului de presiune.

În figura 3 se prezintă valorile adunate ale acestor mărimi pentru diferite poziţii ale pistonului şi diferite valori şi direcţii ale curgerii gazului.

S-au calculat de asemenea frecvenţele de oscilaţie proprie ale coloanei de gaz în canal pentru patru valori admise ale temperaturii medii a gazului

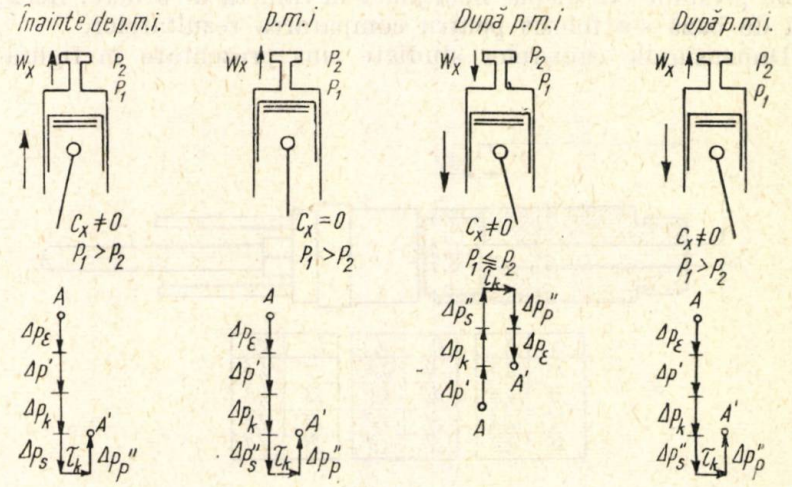


Fig. 3. — Adunarea căderilor de presiune calculate şi a deplasării impulsurilor de presiune într-un punct al diagramei pentru diferite poziţii ale pistonului :

c_x — viteza instantanee a pistonului ; p_1 — presiunea în camera de ardere ; p_2 — presiunea înaintea membranei traductorului de presiune.

(300, 600, 1 200 şi 2 000°K). Valorile frecvenţelor proprii de oscilaţie s-au putut compara cu frecvenţa de bază şi cu cele superioare. S-au putut stabili şi frecvenţele de rezonanţă.

3. BANCUL DE PROBE, MĂSURAREA DATELOR ŞI PRELUCRAREA LOR

Pentru a se putea verifica măcar parţial ipotezele şi calculele, s-au efectuat măsurări de presiune la un motor diesel. S-au utilizat în acest scop cinci tipuri diferite de traductoare de presiune, elaborîndu-se pentru acestea forme variate de canale (4—12).

Motorul diesel a funcţionat cu încărcare constantă la 1 500 rot/min.

Programul încercărilor a fost următorul :

a) indicator de presiune RFT cu traductor piezoelectric şi un set de patru canale ;

b) indicator Orion-KTS cu traductor de presiune piezoelectric şi un set de şase canale ;

c) aparatură de măsură electronică Vibro-Meter AG cu traductor de presiune piezoelectric (KIC) şi un set de 12 canale ;

d) aparatură de măsură electronică Vibro-Meter AG cu traductoare de presiune inductive şi un set de patru canale ;

e) indicator de presiune DISA electronic S/A cu traductor de presiune capacitiv şi un set de 12 canale.

Fiecare serie de experimentări a fost precedată de o experimentare avînd drept obiectiv obţinerea unei diagrame de bază, în care scop traductorul de presiune era dispus nemijlocit în camera de ardere. Această diagramă de bază s-a folosit pentru compararea rezultatelor.

Dimensiunile camerelor studiate sînt prezentate în figura 4.

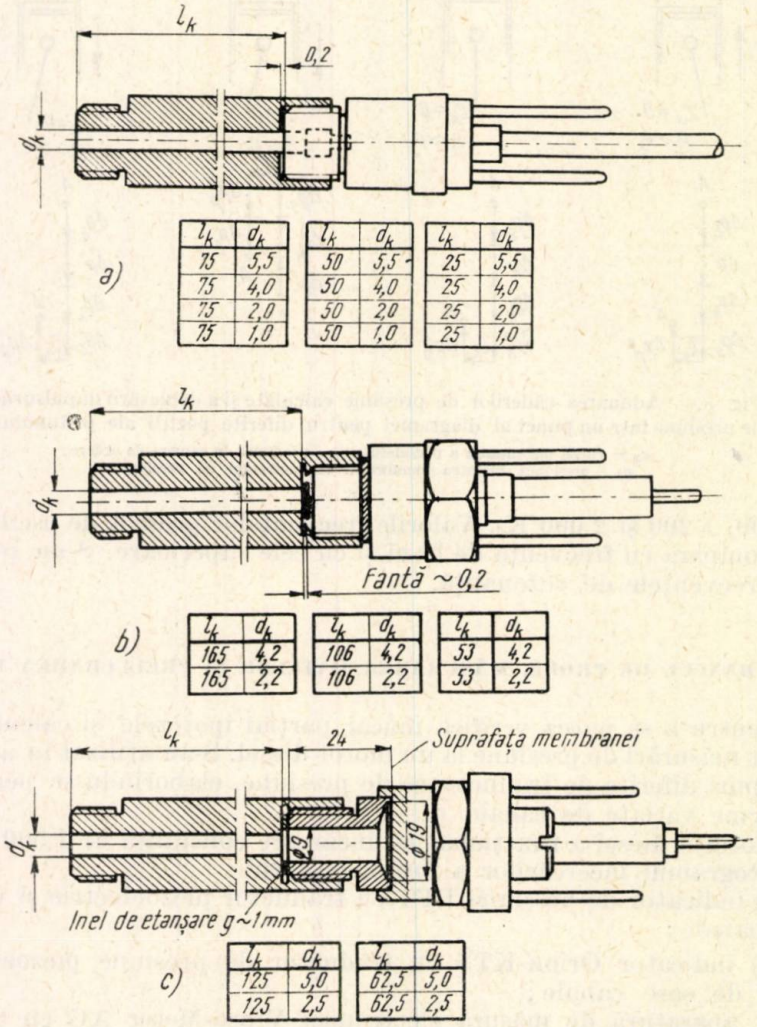
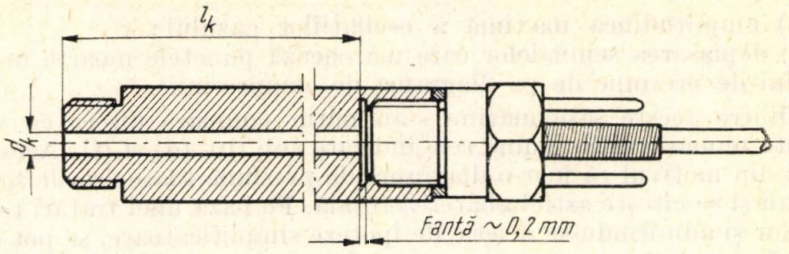
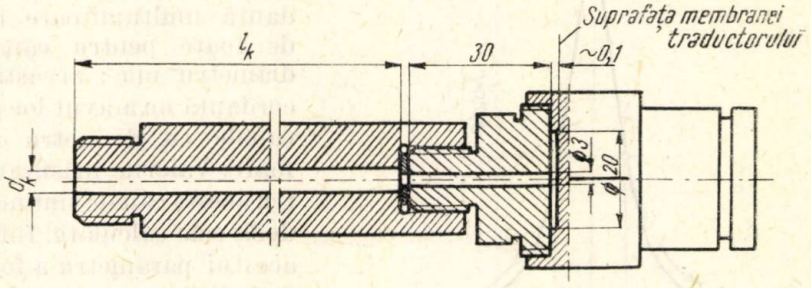


Fig. 4



d)

l_k	d_k
125	5,0
125	2,5
62,5	5,0
62,5	2,5



e)

l_k	d_k
100	5,0
100	4,0
100	3,0
75	5,0
75	4,0
75	3,0

l_k	d_k
50	5,0
50	4,0
50	3,0
25	5,0
25	4,0
25	3,0

Fig. 4. — Sisteme de fixare și dimensiuni ale traductoarelor de presiune și canalele încercate :
a — *Vibro-Meter* (traductor KIC tip 6—01) ; *b* — Orion — KTS ; *c* — RFT ; *d* — Vibro-Meter ; *e* — DISA.

4. REZULTATUL EXPERIMENTĂRILOR

Din fotografierea diagramelor de presiune ale desfășurării arderii și compresiunii s-au putut determina următoarele mărimi :

a) presiunea maximă de ardere ;

b) diferența de presiune dintre puncte ale diagramei care se află cu 20°RAM înainte și după p.m.i. ; aceste mărimi au servit la precizarea căderii de presiune la curgerea prin canal ;

c) presiunea maximă de compresiune ;

d) frecvențele de oscilație ale coloanei de gaz din canal ;

e) amplitudinea maximă a oscilaţiilor gazului ;

f) deplasarea semnalelor care marchează punctele moarte în raport cu vîrful de presiune de pe diagrama de compresiune.

Dintre aceste şase mărimi s-au putut compara direct cu valorile calculate numai trei şi anume cele indicate sub (b), (d) şi (f). Acest lucru rezultă din motivul că într-o diagramă de presiune toate erorile se adună simultan şi se citeşte astfel abaterea totală. Pe baza unei tratări teoretice a erorilor şi admiţîndu-se o serie de ipoteze simplificatoare, se pot calcula şi erorile parţiale.

Se studiază mai îndeaproape erorile cuprinse sub punctele (b), (d) şi (f).

Diferenţa de presiune Δp_{s-r} dintre punctele diagramei ce se află cu 20°RAM înainte şi după p.m.i. (fig. 5) permite să se tragă unele concluzii asupra laminării gazului ce curge prin canal. Compararea valorilor calculate cu cele măsurate a condus la o concordanţă mulţumitoare înainte de toate pentru canale cu diametru mic ; această concordanţă nu a avut loc pentru canale cu diametru relativ mare. Valorile măsurate pentru aceste canale sînt mai mici decît cele calculate. Influenţa acestui parametru a fost însă dovedită pentru toate canalele şi traductoarele de presiune, iar abaterile constatate trebuie atribuite, probabil, unora dintre ipotezele considerate.

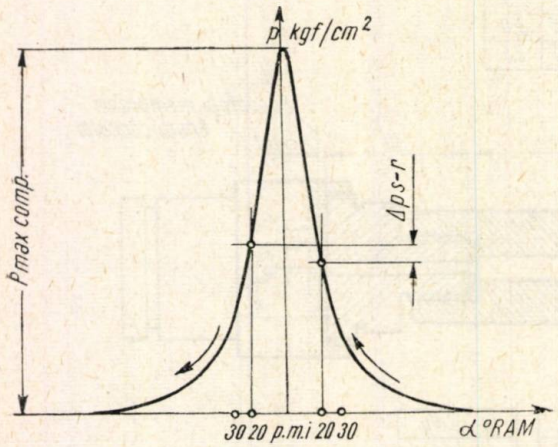


Fig. 5. — Prezentarea diferenţei de presiune Δp_{s-r} între puncte dispuse la 20°RAM simetric faţă de p.m.i. pe diagrama fără ardere.

Valorile obţinute ale frecvenţelor de oscilaţie ale coloanei de gaz din canal ω_{kr} oferă o corespondenţă satisfăcătoare pentru ipoteza că viteza medie a sunetului în gazul din canal reprezintă 500 m/s. O comparare ulterioară a frecvenţelor de oscilaţie calculate şi măsurate pentru canalele traductoarelor de presiune RFT şi Vibro-Meter au confirmat acest lucru. Această comparare a fost sintetizată în tabela 1.

Dimensiunile canalelor utilizate la cele două traductoare de presiune sînt aceleaşi ; în schimb, volumul spaţiului dinaintea membranei era pentru traductorul de presiune RFT de 2,4 cm³ şi pentru traductorul de presiune Vibro-Meter de 0,17 cm³. Din compararea acestor valori ale lui ω_{kr} a rezultat că în ambele cazuri cea mai bună coincidenţă a valorilor are loc pentru viteze ale sunetului de 500 m/s. Se observă că o influenţă mare are degajarea asupra frecvenţelor de oscilaţie ale coloanei de gaz. Valorile ω_{kr} pentru canalele traductorului de presiune Vibro-Meter sînt cu 50% mai mari decît cele din canalele RFT.

Valorile deplasării τ_k a marcării punctelor moarte în comparație cu vîrful de presiune al diagramei de compresiune confirmă calitativ cele stabilite prin calcul.

Totuși a fost imposibilă o determinare cantitativă precisă a valorii τ_k, din următoarele motive : diagrama de presiune este rotunjită la vîrf și nu ascuțită ; linia diagramei este relativ groasă ; marcarea punctelor moarte are o anumită lărgime. Din aceste motive, citirea cu exactitate a valorilor căutate este dificilă și de aceea valorile au fost numai apreciate și s-a urmărit calitativ întregul proces, stabilindu-se că deplasarea punctelor se accentuează cu mărirea lungimii canalelor.

Tabela 1

Compararea valorilor ω_{kr} calculate și măsurate pentru canale ale traductorului de presiune Vibro-Meter și RFT

Dimensiunea canalelor (mm)	Traductor de presiune			
	Vibro Meter	RFT	Vibro Meter	RFT
	$\omega'_{kr1/s}$	$\omega'_{kr1/s}$	$\omega'_{kr1/s}$	$\omega'_{kr1/s}$
$l_k = 125$ $d_k = 5{,}0$	945	627	1 050	600
$l_k = 125$ $d_k = 2{,}5$	826	—	900	—
$l_k = 62{,}5$ $d_k = 5{,}0$	1 790	985	1 800	900
$l_k = 62{,}5$ $d_k = 2{,}5$	1 470	—	1 350	—

ω'_{kr} – valori calculate pentru viteza sunetului de 500 m/s.
ω_{kr} – valori măsurate.

5. OBSERVAȚII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI

Pe baza calculelor și a măsurătorilor s-a putut stabili o serie de observații și de recomandări privitoare la dimensiunea și la forma canalelor. Ele sînt următoarele :

a) Lungimea canalului trebuie să fie cît se poate de scurtă. Se asigură prin aceasta un volum mic al canalului, deci o modificare redusă a raportului de compresiune și o viteză a gazului, ceea ce are drept urmare o cădere de presiune redusă. În plus se mărește frecvența de oscilație a coloanei de gaz și se micșorează amplitudinea maximă a oscilației. În fine, se micșorează și decalajul punctului mort față de vîrful de presiune.

b) Diametrul canalului trebuie să fie relativ mare. Se asigură prin aceasta o viteză și o cădere mai mică de presiune, chiar dacă prin aceasta se realizează o mărire a volumului canalului. Un diametru mare de canal are însă ca urmare micșorarea raportului de compresiune și valori mai mari ale amplitudinilor de oscilație. La stabilirea valorii diametrului trebuie

să se aibă în vedere ambele categorii de factori. În cazul în care canalul este relativ scurt și diametrul porțiunii active a membranei este redus, poate fi mai avantajos să se execute canalul și diafragma de aceeași mărime. Se împiedică astfel lărgirea canalului în fața membranei.

Marginile secțiunii canalului către spațiul de ardere vor trebui rotunjite cu o rază mare, deoarece prin aceasta se micșorează căderea de presiune la intrarea în canal.

c) Lărgirea canalului în fața membranei traductorului de presiune va trebui să fie cît se poate mică. Se asigură astfel o influență mai redusă a volumului asupra raportului de compresiune, o viteză mai mică a gazului în canal și frecvențe de oscilație mărite ale coloanei de gaz. Lungimea spațiului lărgit l_r (fig. 1) va trebui astfel aleasă, încît membrana traductorului să fie liberă, dar l_r nu trebuie să depășească 0,1—0,2 mm.

Se va accentua, în încheiere, că la elaborarea acestei lucrări s-au făcut o serie de simplificări în scopul de a adînci procesele care au loc în canale. După părerea autorului, cele mai importante simplificări au fost: ipoteza aceleiași temperaturi a gazului în canal și în camera de ardere pentru calculul căderii de presiune și ipoteza temperaturii medii constante pentru calculul frecvențelor de oscilație. Rezultatele obținute permit să se analizeze mai bine problema și să se dispună corespunzător captatorul de presiune în chiulasă în scopul eliminării erorilor pe cît posibil sau cel puțin să se cunoască existența erorilor și ordinul de mărime.

Primit la redacție la 15 aprilie 1965

J. F. DAVIDSON, D. HARISON, *Fluidized particles* (Fluidizarea particulelor) Cambridge University Press, 155 p., 42 fig., 12 tab.

Fluidizarea a fost aplicată în ultima vreme din ce în ce mai mult şi cu cele mai variate scopuri : cracarea catalitică, uscare, reducerea minereurilor, tratamentul termic al combustibililor solizi, sinteze organice, congelarea fructelor ş.a.

Necesitatea fundamentării teoretice a făcut ca pe măsura dezvoltării domeniilor de aplicaţie să se pună problema cercetării aprofundate a fenomenului. Cunoaşterea aspectelor teoretice este imperios necesară pentru realizarea economică a instalaţiilor şi conducerea justă a procesului.

Majoritatea cercetărilor efectuate s-au materializat printr-o serie de articole apărute în diverse reviste de specialitate. Se simţea deci nevoia de lucrări care să discute critic şi să sintetize rezultatele obţinute.

După lucrările publicate de Leva, Zenz şi Schytel, lucrarea efectuată de J. F. Davidson şi D. Harison nu numai că încearcă să umple acest gol, dar prezintă şi o serie de cercetări personale, sugerînd în acelaşi timp unele direcţii de cercetare. Fără a fi completă, lucrarea oferă o imagine fidelă a mecanismului fluidizării.

După ce în primul capitol autorii prezintă într-o formă logică formulele fundamentale ale stării de fluidizare incipientă, ei arată că, deşi studiile asupra fluidizării nu au ajuns la stadiul în care să se poată proiecta reactoare de mare capacitate, redau o serie de rezultate care să ajute pe proiectanţi şi pe tehnologi.

În capitolele următoare, autorii se ocupă de formarea şi de comportarea bulelor de gaz la trecerea prin stratul fluidizat, precum şi de schimburile reciproce care au loc. Lucrarea prezintă interes şi prin faptul că partea teoretică este dezvoltată prin studiul unor procese cu importante implicaţii în practică : formarea bulelor în jurul unui orificiu şi condiţiile de stabilitate ale stratului fluidizat. Cu experienţă acumulată în acest domeniu timp de 4 ani, autorii stabilesc relaţiile mişcării particulelor şi ale fluidului în jurul bulei de gaz formate şi realizează imaginea grafică a izobarelor curgerii pentru materiale cu formă sferică şi cu diametru pînă la 125 μ.

În partea finală se analizează pe larg aplicarea stratului fluidizat în reacţiile catalitice, analizînd cazurile în care un gaz conţinînd unul sau mai mulţi componenţi fluidizează un strat de particule ce catalizează reacţiile dintre componenţii acestui gaz.

Autorii ajung la concluzia că o importanţă deosebită o prezintă diametrul bulelor, care pentru orice măsură de scară trebuie să fie acelaşi. În final autorii compară rezultatele proprii

obținute prin calcul cu cele stabilite de alți cercetători prin măsurători directe, prin conversiunea catalitică în strat a vaporilor, din expandarea stratului, din viteza de trecere a bulelor prin strat sau cu ajutorul substanțelor trasoare.

Rezultatele concordante pun în evidență justețea formulelor stabilite și posibilitatea aplicării lor.

O bogată bibliografie cu lucrări foarte recente încheie această lucrare, care se adresează tuturor celor ce lucrează în domeniul fluidizării și care reprezintă un exemplu al aplicării principiilor mecanicii fluidelor în problemele teoretice ale fluidizării.

Ion Hristescu și *Martin Rozemberg*

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 15, nr. 4 1965

INDEX ALFABETIC, 1965

	Nr.	Pag.
Hotărîrea Comitetului Central al Partidului Muncitoresc Român, a Consiliului de Stat şi a Consiliului de Miniştri ale Republicii Populare Române	1	III

Energetică generală

MICLESCU THEODOR, PAP ALEXANDRU, NICULESCU ION şi IORDACHE SANDA, Analiza metodelor propuse pentru optimizarea bilanţului energetic	4	789
NAGY CSABA, CARACUDOVICI VICTOR, MANEA SORA, Contribuţii la metodica pentru determinarea ritmului de exploatare a surselor epuizabile de energie	4	773
PETCU MIHAI, Modele matematice pentru optimizarea programului de dezvoltare a centralelor din sistemele energetice	2	215
PETCU MIHAI, Criterii economice pentru optimizarea structurii sistemelor energetice	4	799

Electroenergetică şi electrotehnică

ARIE ECATERINA şi POMÎRLEANU MARIUS, Căi de evaluare a performanţelor reglajului automat frecvenţă-putere în sisteme electromagnetice	2	293
APETREI CONSTANTIN, Optimizarea funcţională constructivă a maşinii de curent continuu	3	561
BĂLĂ CONSTANTIN, Încălzirea rotorului masiv la pornirea în asincron a maşinilor de curent alternativ cu cuplul electromagnetic constant	3	579
BÎRGĂUANU MIHU, CREŢU DUMITRU şi OPRIŞAN POMPILIU, Contribuţii la studiul reanclanşării motoarelor sincrone de acţionare a compresoarelor cu piston	4	831

	Nr.	Pag.
BĂLĂ CONSTANTIN şi GHEŢARU ŞTEFAN, Cîmpul magnetic alternativ tangenţial în mediul feromagnetic	2	267
BOTAN NICOLAE şi BEJAN ION, Asupra funcţionării modulatorului magnetic în regim de releu	3	739
BUNEA VICTOR, Corectarea neliniarităţilor de magnetizare a mediilor feromagnetice	3	497
CUPŞA ADRIAN, Calculul rezistenţei electrice dintre contacte a rotorului unei maşini unipolare axiale	3	591
DRĂGAN GLEB, Calculul analogic al supratensiunilor ce apar la deconectarea circuitelor cu capacităţi concentrate	4	821
DORDEA TOMA, Studiul funcţionării transformatorului trifazat cu două înfăşurări în regim sinusoidal nesimetric	3	691
DIMO PAUL, Metoda iteraţiei curenţilor de scurt circuit pentru determinarea simultană a regimurilor schemelor REI şi imaginilor nodale cu calculator numeric	3	703
FRANSUA ALEXANDRU, Contribuţii experimentale la studiul servo-motorului asincron cu rotorul în formă de pahar	3	603
LĂZĂROIU FELICIAN DUMITRU, Încălzirea maşinilor electrice cu întrefier axial şi circuite imprimate	3	613
MARINESCU MATEI, Despre transformarea directă a forţelor electromagnetice pulsatorii în forţe alternative. Perspectivele dezvoltării motoarelor liniare de tip electromagnetic	1	63
MARINESCU MATEI, Funcţionarea optimă a oscilomotoarelor electromagnetice	3	629
MORARU AUGUSTIN, Contribuţii la teoria micromotorului sincron cu poli aparenţi pe stator şi pe rotor	1	47
MORARU AUGUSTIN, Reacţiile datorite excentricităţii rotorului în maşinile electrice amplificatoare	3	643
NEMOIANU CONSTANTIN, Refularea curentului armonic de aducţie în conductoare masive cu simetrie plană în contact liniar	1	31
NEMOIANU CONSTANTIN, Dispersiunea şi refularea curentului armonic în conductoare cilindrice drepte de secţiuni cu variaţie discontinuă	2	235
NICOLAIDE ANDREI, Caracteristicile de funcţionare în asincron a maşinilor sincrone cu poli ieşiţi masivi	3	663
POMÎRLEANU MARIUS, ARIE ECATERINA, COMANESCU ELENA şi HARALAMBIE CRISTEA, Optimizarea unui sistem de reglaj frecvenţă-putere de schimb ţinînd seamă de neliniarităţi şi de caracteristicile reale ale perturbaţiilor	3	719
PREDA MARIUS, Asupra aplicării metodei operaţionale la studiul circuitelor electrice cu condiţii iniţiale oarecare	3	515
POPOV VASILE MIHAI, Stabilitatea sistemelor automate la parametrii variabili în timp	2	311
RĂDULEŢ REMUS şi TIMOTIN ALEXANDRU, Asupra polarizării vidului în electrodinamica neliniară	3	461
SAVIUC VICTOR, Contribuţii la studiul efectului pelicular în conductoare feromagnetice masive	3	539

	Nr.	Pag.
TIMOTIN ALEXANDRU, O metodă de iteraţie pentru studiul efectului pelicular în bare drepte	1	3
ŢUGULEA ANDREI, Cîmpul electromagnetic cuasistaţionar al conductoarelor rectilinii trifazate în prezenţa ecranelor electromagnetice cilindrice subţiri	3	549
ŢUGULEA ANDREI şi TIMOTIN ALEXANDRU, Condiţiile de unicitate în determinarea cîmpurilor electric şi magnetic cuasi-staţionar în materiale nelineare cu polarizare şi magnetizare reversibile	3	531

Termoenergetică şi termotehnică

ANTONESCU NICOLAE şi RĂDULESCU ION, Distanţa de acroşare a frontului de flacără la stabilizare pe grile	1	83
CARABOGDAN ION, Timpul de ardere a particulei de combustibil solid şi influenţa factorului geometric	2	397
GHIA VICTOR, Intensificarea schimbului de căldură la cuptoarele cu recirculaţia gazelor	4	881
GRECOV DAMIAN şi IORDACHE ION, Determinarea lungimii flăcărilor difuziv turbulente în cazul jeturilor însoţite	1	73
GRECOV DAMIAN, IORDACHE ION şi GUTU ELENA, Stabilitatea flăcărilor difuzive în jeturi de combustibil gazos	2	381
GRECOV DAMIAN şi IORDACHE ION, Caracteristicile de stabilitate a flăcărilor deschise în jeturi însoţite	4	843
HAIDUC CONSTANTIN, Influenţa indicilor tehnici-economici asupra temperaturii optime a apei de alimentare şi a numărului optim de preîncălzitori regenerativi în treapta nucleară a centralelor atomoelectrice combinate cu reactori cu apă sub presiune	1	163
HAIDUC CONSTANTIN, Particularităţi ale calculului termic al reactorilor fierbători cu supraîncălzire nucleară a aburului	2	327
HAIDUC CONSTANTIN şi DAMIAN IORDACHE NICOLAE, Temperatura superioară medie optimă a ciclului termodinamic al centralelor atomoelectrice cu reactori fierbători şi supraîncălzire intermediară	4	893
MLYNARSKI FRANCISZEK, Influenţa parametrilor de stare înalţi ai aburului asupra rentabilităţii centralelor electrice	4	915
NĂSTASE MIRCEA şi BLEZU NICOLAE, Influenţa secţiunii de trecere a difuzorului antecamerei asupra arderii în motorul diesel cu antecameră	4	935
PAVEL A., Contribuţii la calculul schimbătoarelor de căldură cu strat fluidizat	1	103
PĂNOIU NICOLAE, CRĂCIUNEANU CONSTANTIN, SINGER GEORGE şi CARABOGDAN ION, Interdependenţa dintre simplexurile geometrice şi regimul de curgere, în cazul modelării izotermice monofazice a focarului ciclon	4	857
PIMSNER VICTOR şi VASILESCU CĂLIN ADRIAN, Probleme ale tipizării agregatelor de supraalimentare ale motoarelor cu aprindere prin compresiune	1	121
PIMSNER VICTOR, Asupra unei metode de determinare a caracteristicii universale a compresorului centrifug	1	137
PIMSNER VICTOR şi VASILESCU CĂLIN ADRIAN, Asupra unei metode de răcire a paletelor turbine cu gaze	2	371

	Nr.	Pag.
VASILESCU CĂLIN ADRIAN şi VICTOR PIMSNER, Asupra unei condiţii de minim a temperaturii gazelor de ardere la motoarele cu aprindere prin compresiune supraalimentate	1	147
VASILESCU CĂLIN ADRIAN, Calculul evoluţiei de ardere la motorul cu aprindere prin scînteie cu ajutorul diagramelor termodinamice	1	153
VASILESCU CĂLIN ADRIAN şi PIMSNER VICTOR, Studiul termodinamic al funcţionării motorului diesel supraalimentat în valori mari ale gradului de supraalimentare	2	343
VASILESCU CĂLIN ADRIAN şi BARBESCU BOGDAN, Efectul gradului de supraalimentare asupra presiunii maxime din camera de ardere principală a motorului diesel cu antecameră	2	361
VASILESCU CĂLIN ADRIAN şi PIMSNER VICTOR, Analiza adaptării grupului turbocompresor la motorul Diesel cu supraalimentare înaltă	4	925

Utilizarea energetică a combustibililor

NISTOR ION, HRISTESCU ION şi ROSEMBERG MARTIN, Reducerea conţinutului de sulf din cocsul de fluidizare (faza laborator)	2	413
NISTOR ION, Cocs brichete metalurgic din cărbuni energetici — Cercetări în fază semiindustrială	4	951

Note

BĂLAN VALENTINA, Factorii determinanţi ai oxireactivităţii cu aplicaţii la unii combustibili solizi din R.P.R.	1	195
BÎRGĂUANU MIHU, CREŢU DUMITRU, OPRIŞAN POMPILIU şi TĂTARU NICOLAE, Modelarea analogică a motorului sincron în regimuri tranzitorii electromagnetice şi dinamice	1	177
GHIA V. V., COSTEA L., FERCALĂ E. şi TĂBĂCARU S., Asupra arderii şi radiaţiei flăcării la arzătoarele turbionare cu pulverizare mixtă	1	187
WAJAND AL., Analiza erorilor de măsură la măsurarea presiunilor variabile ale gazelor din motoarele termice	4	963
Academician I. S. Gheorghiu (cu ocazia împlinirii a 80 de ani)	3	753
Lista lucrărilor ştiinţifice publicate de academician profesor I. S. Gheorghiu	3	759

Recenzii

CS. NAGY, V. CARACUDOVICI, S. MANEA

620.91.003

Contribuţii la metodica pentru predeterminarea ritmurilor de exploatare a surselor epuizabile de energie

Pornind de la caracterul limitat al surselor de combustibili fosili se propune o metodă pentru predeterminarea ritmurilor lor de exploatare, în aşa fel încît să se asigure pe parcurs înlocuirea lor treptată şi să nu stînjenească creşterea în ritm susţinut a consumului total de energie primară.

St. cerc. energ. electr., Tom. 15, Nr. 4, p. 773, Bucureşti, 1965

MIHAI PETCU

620.96.333.98

Criterii economice pentru optimizarea structurii sistemelor energetice

Analizînd numeroasele criterii economice utilizate pentru diferite tipuri de probleme privitoare la optimizarea structurii sistemelor energetice, se demonstrează că toate criteriile se pot grupa în două familii : criterii bazate pe fluxurile valorice directe şi criterii în care apare amortizarea. Cele din prima familie se dovedesc preferabile din punct de vedere teoretic şi practic.

St. cerc. energ., electr., Tom. 15, Nr. 4, p. 799, Bucureşti, 1965

T. MICLESCU, AL. PAP, I. NICULESCU, S. IORDACHE

Analiza metodelor propuse pentru optimizarea bilanţului energetic

În ultimii ani au apărut o serie de articole referitoare la problema optimizării bilanţului energetic general. Complexitatea problemei, modurile diferite de tratare şi caracterul incomplet al unor informaţii din materialele publicate au impus necesitatea unei analize critice amănunţite. Articolul de faţă cuprinde principalele rezultate ale acestei analize.

St. cerc. energ. electr., Tom. 15, Nr. 4, p. 789, Bucureşti, 1965

G. DRĂGAN

621.313.823.5

Determinarea analitică a supratensiunilor interne la deconectarea circuitelor cu capacităţi concentrate

Calculul analitic al supratensiunilor prezintă avantajul unor posibilităţi largi de analiză a influenţei diferiţilor parametri ; Dat fiind complexitatea problemei determinarea relaţiilor de calcul asupra tensiunilor interne de deconectarea liniilor în gol sau a unor capacităţi se poate face numai luînd în considerare unele ipoteze simplificatoare.

În cadrul lucrării se stabilesc relaţii de calcul pentru determinarea supratensiunilor ce apar la deconectarea circuitelor cu capacităţi concentrate în două ipoteze şi anume luîndu-se în considerare sau nu rezistenţa din circuitul deconectat. Cazurile studiate pentru determinarea relaţiilor de calcul a supratensiunilor interne de deconectarea circuitelor cu capacităţi sînt mai generale ca cele menţionate în literatura de specialitate. Relaţiile deduse permit utilizarea calculatoarelor cifrice pentru determinarea supratensiunilor pentru diferite valori ale schemei de calcul.

St. cerc. energ. electr., Tom. 15, Nr. 4, p. 821, Bucureşti, 1965

M. BÎRGĂUANU, D. CREȚU, P. OPRIȘAN

621.313.323.004.13

Contribuții la studiul reanclanșării motorului sincron de antrenare a compresoarelor cu piston

După o succintă prezentare a regimurilor dinamice privind sincronizarea, ieșirea din sincronism, reanclanșarea și resincronizarea motoarelor sincrone care antrenează compresoare cu piston din industria azotului, se calculează regimurile de sincronizare și resincronizare în funcție de valorile inițiale ale alunecării, unghiului intern, faza sarcinii și de prezența sau lipsa forțării excitației.

Se determină condițiile cînd poate avea loc resincronizarea.

St. cerc. energ. electr., Tom. 15, Nr. 4, p. 831, București, 1965

D. GRECOV, I. IORDACHE

622.95

Caracteristicile de stabilitate a flăcărilor deschise în jeturi însoțite

Se definește domeniul de stabilitate al flăcărilor turbulente în cazul jeturilor coaxiale însoțite de gaze combustibile-aer în echicurent și contracurent, caracterizat prin cele două valori-limită ale vitezelor de ieșire a gazelor din ajutaj pentru care flacăra se rupe în funcție de viteza inițială a jetului însoțitor și se analizează factorii care influențează domeniul de stabilitate.

Valorile experimentale obținute concordă cu suficientă aproximație cu datele de calcul obținute pe baza modelului fizic adoptat.

Se remarcă stabilitatea foarte mare a flăcărilor turbulente în cazul jeturilor în contracurent, ceea ce permite obținerea unor încărcări termice superioare fără a fi necesară folosirea altor dispozitive de stabilizare.

St. cerc. energ. electr., Tom. 15, Nr. 4, p. 843, București, 1965

N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, G. SINGER C. CRĂCIUNESCU

662.933 : 533

Interdependența dintre simplexurile geometrice și regimul de curgere în cazul modelării izotermice monofazice a focarului ciclon vertical

Lucrarea prezintă interdependența parametrilor constructivi și funcționali pentru cazul modelării izotermice monofazice a ciclonului vertical.

Se propun relații criteriale pentru calculul regimului de curgere funcție de caracteristicile geometrice. Este analizată influența parametrilor geometrici constructivi asupra componentelor vitezei și presiunii în focarul ciclon vertical.

St. cerc. energ. electr., Tom. 15, Nr. 4, p. 857, București, 1965

VICTOR V. GHIA

536.4 : 662.99

Intensificarea transmiterii căldurii în cuptoarele cu recirculație a gazelor

Lucrarea dă metoda de calcul a variantei optime de funcționare a cuptoarelor cu recirculație, astfel ca intensificarea schimbului de căldură să se realizeze economic, iar procesul tehnologic să se desfășoare normal.

St. cerc. energ. electr., Tom. 15, Nr. 4, p. 881, București, 1965

C. HAIDUC, N. DAMIAN IORDACHE

536.620.4

Temperatura superioară medie optimă a ciclului termodinamic al centralelor atomoelectrice cu reactoare fierbătoare şi supraîncălzire nucleară

Se dau relaţiile de calcul şi rezultatele obţinute cu un calculator electronic cifric pentru puterea electrică, temperatura superioară medie optimă şi randamentul termic optim al CAE pentru cazul cînd puterea reactorului este limitată de temperaturile maxime admise pentru învelişurile elementelor de combustibil din zona de fierbere şi din zona de supraîncălzire nucleară a reactorului considerat.

St. cerc. energ. electr., Tom. 15, Nr. 4, p. 893, Bucureşti, 1965

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, VICTOR PIMSNER

621.32.031.621.44

Analiza adaptării grupului turbocompresor la motorul diesel cu supraalimentare înaltă. Condiţii teoretice

Studiul adaptării grupului turbocompresor la motorul diesel cu supraalimentare înaltă se efectuează stabilind egalitatea dintre temperatura gazelor de ardere provenite de la motor T_{TM} şi temperatura gazelor de ardere necesară pentru funcţionarea grupului T_T. Se urmăreşte influenţa următorilor parametri : coeficientul excesului de aer α, coeficientul de baleiaj φ şi randamentul grupului η_G asupra dependenţei dintre gradul de supraalimentare π şi raportul presiunii în colectorul turbinei τ. Studiul arată posibilitatea adaptării pînă la $\pi = 4$ dacă $\eta_G \geqslant 0{,}6$ şi în condiţia admiterii unei micşorări a randamentului indicat al motorului.

St. cerc. energ., electr., Tom. 15, Nr. 4, p. 925, Bucureşti, 1965

FRANCISZEK MLYNARSCKI

620.4 : 536

Influenţa parametrilor de stare înalţi ai aburului asupra rentabilităţii centralelor termoelectrice

Lucrarea reflectă preocupările specialiştilor din R. P. Polonia referitoare la mărirea economicităţii centralelor termoelectrice.

St. cerc. energ. electr., Tom. 15, Nr. 4, p. 915, Bucureşti, 1965

M. NĂSTASE, N. BLEZU

621.43

Influenţa secţiunii de trecere a difuzorului antecamerei asupra arderii în motorul diesel cu antecameră

În lucrare se analizează influenţa secţiunii de trecere a difuzorului asupra proceselor de ardere din motoarele diesel cu antecameră în regim de turaţie variabil.

Se arată că, în scopul îmbunătăţirii arderii la regimuri de turaţie ridicată, este necesar a se mări secţiunea totală a orificiilor de trecere dintre antecameră şi camera principală, pentru a se favoriza procesul de formare al amestecului în camera principală.

St. cerc. energ. electr., Tom. 15, Nr. 4, p. 935, Bucureşti, 1965

I. NISTOR

626.74

Coes-brichete metalurgic din cărbuni energetici

Se prezintă o privire de ansamblu asupra rezultatelor cercetărilor în fază semiindustrială pentru fabricarea cocsului-brichete; pe lîngă procedeele elaborate într-o serie de țări, se prezintă succint fluxul tehnologic și rezultatele primelor cercetări la scară semiindustrială obținute prin aplicarea procedeului Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România (I.E.).

St. cerc. energ. electr., Tom. 15, Nr. 4, p. 951, București, 1965

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. PIMSNER, C. A. VASILESCU şi GH. RĂDULESCU, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, 1965, 756 p., 45 lei.

D. DAMSKER, *Principii şi mijloace noi de automatizare a acţionărilor electrice*, 1964, 439 p., 24,50 lei.

N. TIPEI, V. N. CONSTANTINESCU, AL. NICA şi O. BIŢĂ, *Lagăre cu alunecare (calcul, proiectare, ungere)*, (în limba rusă), 1964, 459 p., 30 lei.

GH. CARTIANU, *Modulaţia de frecvenţă* (în limba rusă), 1961, 579 p. + 7 pl., 39,10 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, *Lubrificaţia cu gaze*, 1963, 635 p., 31 lei.

SUZANA GÎDEA, M. PROTOPOPESCU, D. DRIMMER, *Metalurgia fizică a semiconductorilor*, 1963, 501 p. + 4 pl., 31 lei.

VASILE MARCU, *Metalizarea prin pulverizare*, 1963, 340 p., 21 lei.

A. MORARU, *Amplidina (maşina electrică amplificatoare de curent continuu cu cîmp transversal)*, 1962, 328 p. + 2 pl., 14,90 lei.

T. OROVEANU, *Scurgerea fluidelor prin medii poroase neomogene*, 1963, 329 p., 16,30 lei.

TRAIAN SĂLĂGEAN, *Fenomene fizice şi metalurgice la sudarea cu arcul electric a oţelurilor*, 1963, 219 p., 12,10 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS şi VICTOR PIMSNER, *Exploatarea raţională a gazelor naturale*, 1963, 367 p. + 7 pl., 26,20 lei.

I. P. „Informaţia" — c. 3887

43 821

Lei 18.—

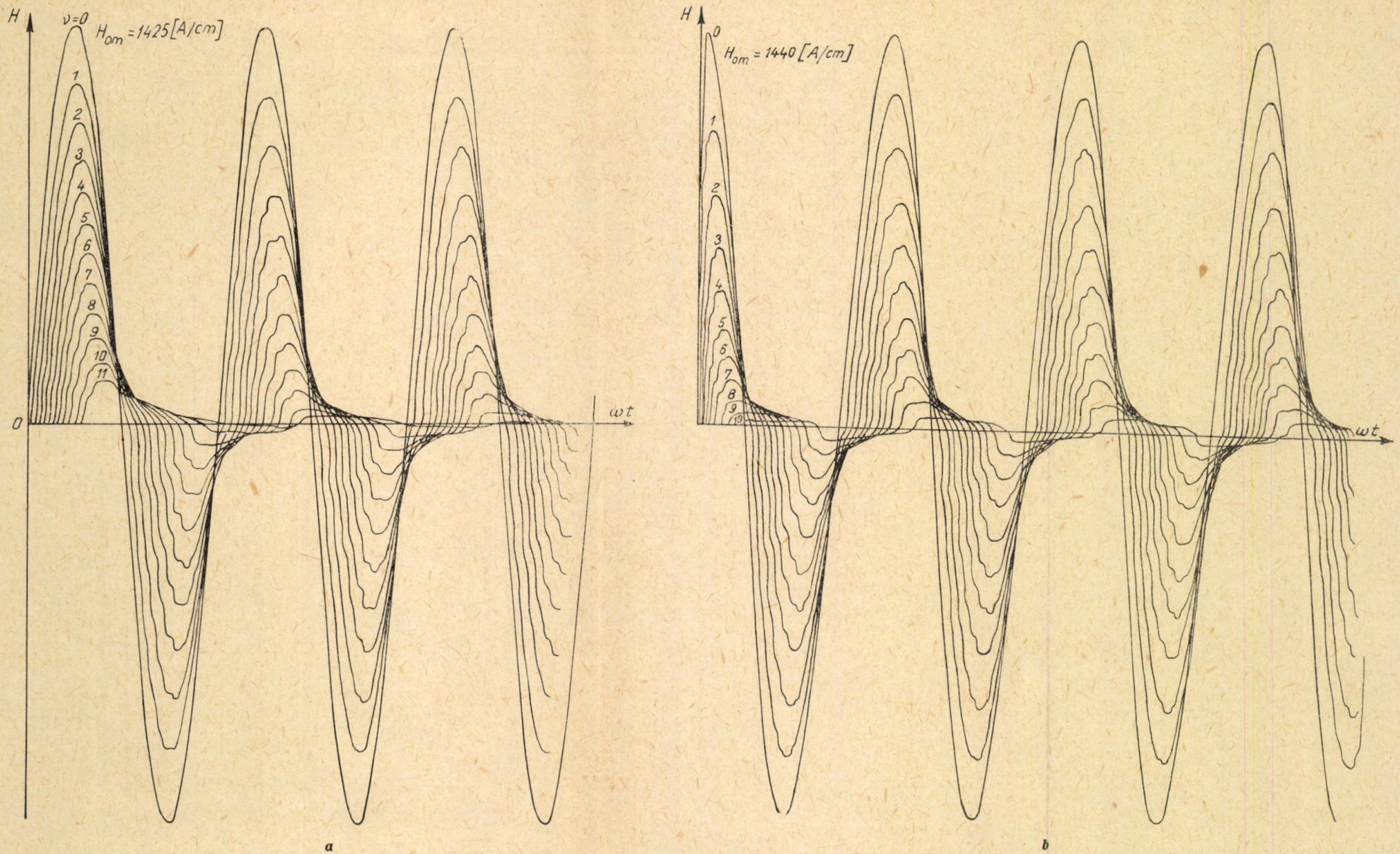


Fig. 12. — Intensităţile cîmpului magnetic în regim tranzitoriu:

a — pentru $H_0 = H_{om} \sin \omega t$;

b — $H_0 = H_{om} \cos \omega t$.